BEDAH MATERI

# EKSPONEN DAN LOGARITMA

1

## A EKSPONEN

### 1 Definisi Eksponen

Jika a adalah sembarang bilangan real dan n adalah bilangan bulat positif, maka:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{\text{Sebanyak n faktor}}$$

### 2 Sifat-sifat Eksponen

Sifat-sifat dari bilangan berpangkat adalah sebagai berikut:

a. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

b. $a^m : a^n = a^{m-n}$

c. $\left(a^m\right)^n = a^{m \times n}$

d. $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

e. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

f. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

g. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

h. $a^0 = 1$ dengan $a \neq 0$

i. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$ dengan $a, b \neq 0$

### 3 Persamaan Eksponen

$a^{f(x)} = a^{g(x)}$ dimana $a > 0, a \neq 1$, solusi: $f(x) = g(x)$

## B LOGARITMA

### 1 Definisi Logaritma

Logaritma merupakan kebalikan dari bentuk eksponen, yaitu:

$$^{a}\log b = c \rightarrow a^c = b$$

dengan syarat:

$a > 0$, dan $a \neq 1$

$b > 0$

### 2 Sifat-sifat Logaritma

a. $^{p}\log 1 = 0$

b. $^{p}\log p = 1$

c. $^{p}\log(a \times b) = {}^{p}\log a + {}^{p}\log b$

d. $^{p}\log \frac{a}{b} = {}^{p}\log a - {}^{p}\log b$

e. $^{p}\log a^m = m \times {}^{p}\log a$

f. $^{p^n}\log a = \frac{1}{n} \times {}^{p}\log a$

g. $^{p^n}\log a^m = \frac{m}{n} \times {}^{p}\log a$

h. $^{p}\log a = \frac{^{q}\log a}{^{q}\log p}$

i. $^{p}\log a = \frac{1}{^{a}\log p}$

j. $^{p}\log a \times {}^{a}\log b = {}^{p}\log b$

k. $a^{^{a}\log p} = p$

### 3 Persamaan Logaritma

Jika $^{p}\log f(x) = {}^{p}\log g(x)$ maka penyelesaiannya

$f(x) = g(x)$

BEDAH MATERI

# PERSAMAAN KUADRAT

2

## A BENTUK UMUM PERSAMAAN KUADRAT

Persamaan kuadrat adalah suatu persamaan dengan pangkat tertinggi dari variabelnya adalah 2.

Bentuk umum:

$$Ax^2 + Bx + C = 0 \text{ dengan } A, B, C \in R, \text{ dan } A \neq 0$$

## B PENYELESAIAN PERSAMAAN KUADRAT

Penyelesaian persamaan kuadrat adalah akar-akar dari persamaan kuadrat tersebut. Untuk menentukan nilai dari akar-akar persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan cara:

### 1 Memfaktorkan

a. Persamaan kuadrat $Ax^2 + Bx + C = 0$ dengan $A = 1$, maka diubah dalam bentuk:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

dengan $x_1$ dan $x_2$ adalah akar-akarnya

b. Persamaan kuadrat $Ax^2 + Bx + C = 0$ dengan $a > 1$ difaktorkan dengan cara:

$$(px + m)(qx + n) = 0$$

dengan, $p.q = A$; $m.n = B$; $pn + qm = C$

akar-akarnya adalah p dan q

### 2 Rumus ABC

Akar-akar persamaan kuadrat $Ax^2 + Bx + C = 0$ dapat ditentukan dengan rumus:

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

## C JENIS AKAR-AKAR PERSAMAAN KUADRAT

Jenis-jenis akar persamaan kuadrat dapat ditentukan oleh diskriminan persamaan kuadrat tersebut, yaitu:

$$D = B^2 - 4AC$$

a. Jika $D \geq 0$, kedua akarnya real
b. Jika $D > 0$, kedua akarnya real berlainan
c. Jika $D = 0$, kedua akarnya real sama (kembar)
d. Jika $D < 0$, kedua akarnya tidak Real (Imaginer)

## D OPERASI AKAR PERSAMAAN KUADRAT

Persamaan kuadrat $Ax^2 + Bx + C = 0$ dengan akar-akar $x_1$ dan $x_2$ mempunyai sifat :

a. Jumlah akar-akar: $x_1 + x_2 = -\frac{B}{A}$

b. Hasil kali akar-akar: $x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{A}$

c. Selisih akar-akar: $x_1 - x_2 = \pm\frac{\sqrt{D}}{A}$

d. Kedua akar berkebalikan: $x_1 = \frac{1}{x_2}$, jika $C = A$

e. Kedua akar berlawanan: $x_1 = -\ x_2$, jika $B = 0$

## E MENYUSUN PERSAMAAN KUADRAT

Bila $x_1$ dan $x_2$ merupakan akar-akar persamaan kuadrat $Ax^2 + Bx + C = 0$, maka persamaan kuadrat yang terbentuk adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

BEDAH MATERI

# PERTIDAKSAMAAN

3

## A PENGERTIAN

Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka dimana ruas kiri dan ruas kanan dihubungkan oleh salah satu dari lambang ">", "<", " ≥ ", " ≤ ".

## B SIFAT-SIFAT PERTIDAKSAMAAN

a. Jika $a > b$, maka (i) $a + c > b + c$
(ii) $a - c > b - c$

b. Jika $a > b$, maka (i) $a \cdot p > b \cdot p$, untuk $p > 0$
(ii) $a \cdot p < b \cdot p$, untuk $p < 0$

c. Jika $a > b$ dan $b > c$, maka $a > c$

d. Jika $a > b$ dan $c > d$, maka $a + c > b + d$

e. Jika $a > b > 0$ atau $0 > a > b$, maka $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

f. Jika $\frac{a}{b} > 0$ maka $a \cdot b > 0$

## C SIFAT-SIFAT NILAI MUTLAK

Jika a dan b adalah sebarang bilangan real, maka:

1. $-|a| \le a \le |a|$ dan $-|b| \le b \le |b|$
2. $|ab| = |a| \cdot |b|$
3. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$
4. $|a+b| \le |a| + |b|$
5. $|x-a| < b \Leftrightarrow a-b < x < a+b$
6. $|a| = |b| \Leftrightarrow a^2 = b^2$

**BEDAH MATERI**

# FUNGSI KUADRAT

**4**

## A BENTUK UMUM

Bentuk umum fungsi kuadrat (parabola) yaitu:

$$\boxed{f(x) = Ax^2 + Bx + C \text{ dengan } A \neq 0}$$

Titik puncak grafik fungsi kuadrat adalah

$$\left(-\frac{B}{2A}, -\frac{D}{4A}\right) \text{ dengan } D = b^2 - 4ac$$

$-\frac{B}{2A}$: sumbu simetri

$-\frac{D}{4A}$: nilai ekstrem

## B SIFAT-SIFAT GRAFIK FUNGSI KUADRAT

**a. Ditinjau dari Koefisien $x^2$ $(A)$**

$A > 0$ membuka ke atas

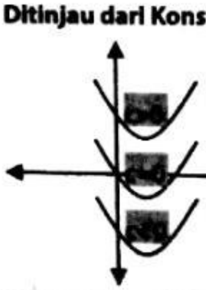
$A < 0$ membuka ke bawah

**b. Ditinjau dari Koefisien x $(B)$**

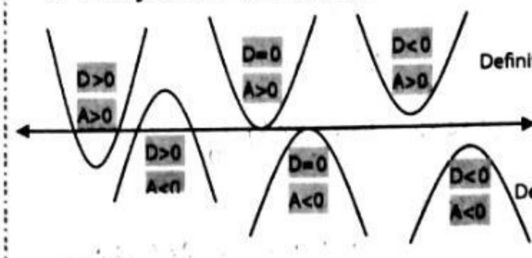
Berdasarkan letak sumbu simetri:

1) Kiri sumbu-Y, A dan B bertanda sama $(A > 0, B > 0 \text{ atau } A < 0, B < 0)$
2) Kanan sumbu-y A dan B bertanda beda $(A < 0, B > 0 \text{ atau } A > 0, B < 0)$

**c. Ditinjau dari Konstanta $(C)$**




**d. Ditinjau dari Diskriminan**




## C MENYUSUN FUNGSI KUADRAT

1. Jika diketahui titik balik fungsi $P(x_p, y_p)$ dan satu titik sebarang $(x, y)$ maka:

$$\boxed{y = a(x - x_p)^2 + y_p}$$

2. Jika diketahui dua titik potong sumbu-X yaitu $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, dan satu titik sebarang maka:

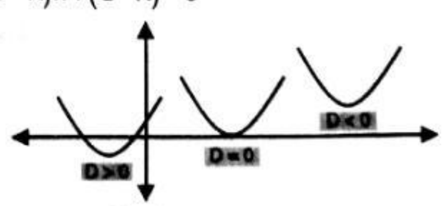
$$\boxed{y = a(x - x_1)(x - x_2)}$$

3. Jika diketahui tiga titik, maka substitusikan ketiga titik ke persamaan umum fungsi kuadrat.

## D HUBUNGAN FUNGSI KUADRAT DENGAN GARIS LURUS

Pada fungsi kuadrat $y_p = Ax^2 + Bx + C$ dan garis lurus $y_g = Mx + N$ berlaku:

$$y_p = y_g$$
$$Ax^2 + Bx + C = Mx + N$$
$$Ax^2 + (B - N)x + (C - N) = 0$$




1. **Berpotongan:** $D > 0$
2. **Menyinggung:** $D = 0$
3. **Tidak memotong maupun menyinggung:** $D < 0$