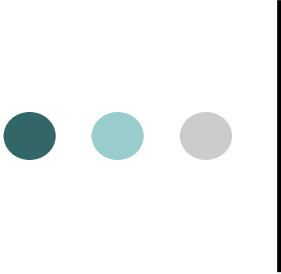




Kestabilan

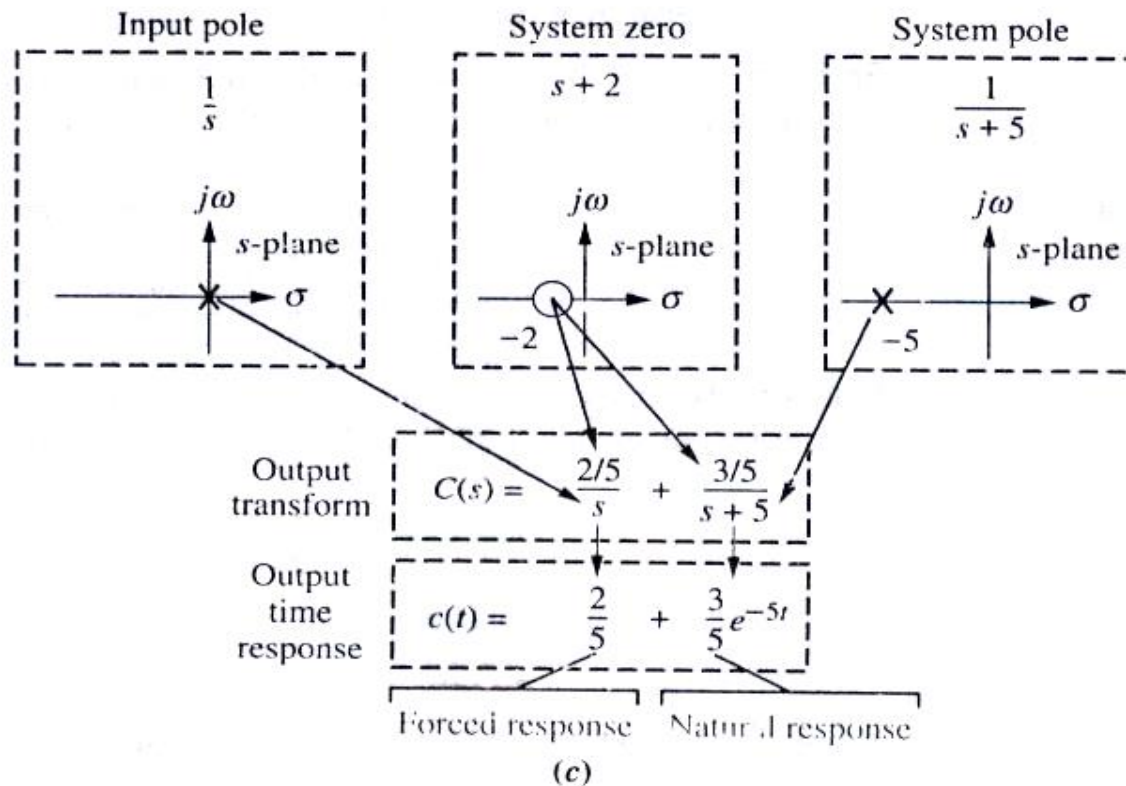
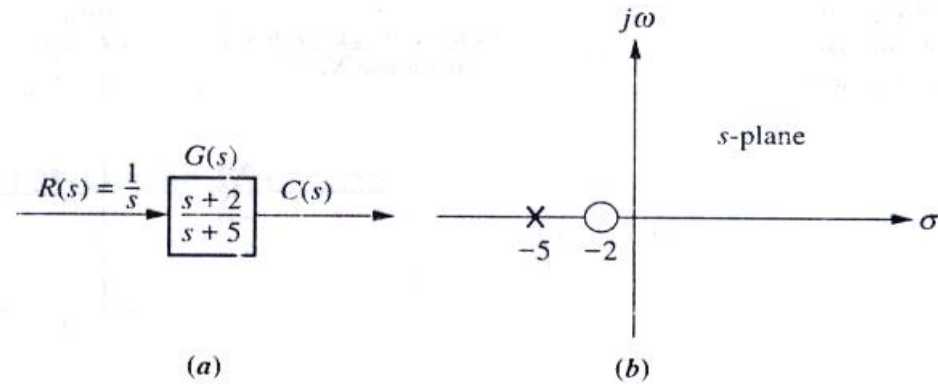
Analisa Respon Sistem



Pole - Zero

- Untuk mempermudah analisa respons suatu sistem digunakan
 - **Pole - Zero**
- Pole :
 - Nilai variabel Laplace **s** yang menyebabkan nilai transfer function tak hingga
 - Akar persamaan dari penyebut (**denominator**) transfer function sistem.
- Zero :
 - Nilai variabel Laplace **s** yang menyebabkan nilai transfer function nol
 - Akar persamaan dari pembilang (**numerator**) transfer function sistem.

Pole - Zero





Definisi Kestabilan

- Total respon output sistem :

- $$c(t) = c_{forced}(t) + c_{natural}(t)$$

- Definisi kestabilan (berdasar natural response):

- Sistem **stabil** jika *natural response* mendekati nol saat waktu mendekati tak hingga
 - Sistem **tidak stabil** jika *natural response* mendekati tak hingga saat waktu mendekati tak hingga
 - Sistem **marginally stable** jika *natural response* tetap/konstan atau berosilasi teratur

- Definisi kestabilan (berdasar total response/BIBO):

- Sistem **stabil** jika setiap input yang dibatasi menghasilkan output yang terbatas juga.
 - Sistem **tidak stabil** jika setiap input yang dibatasi menghasilkan output yang tidak terbatas

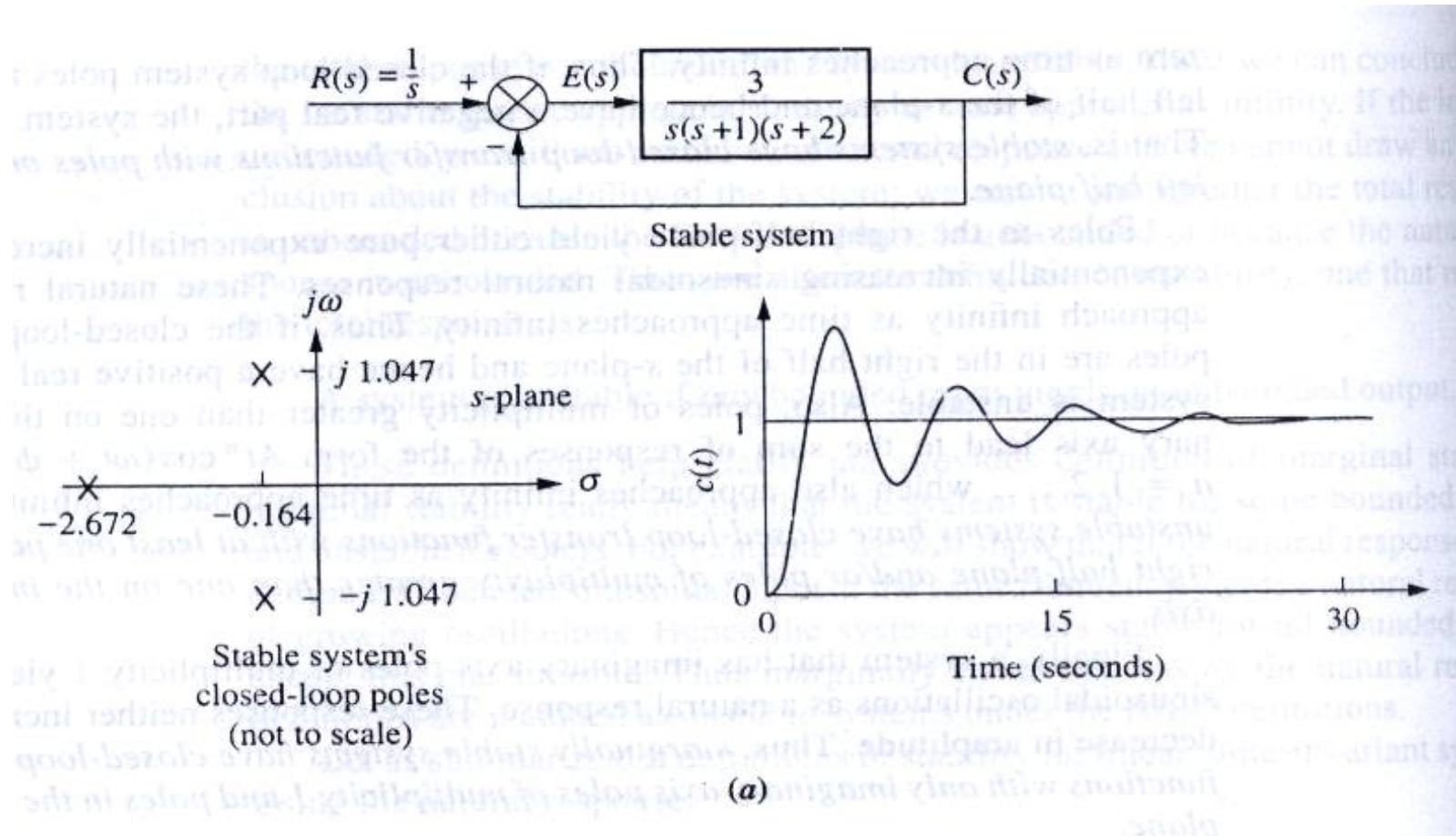


Apakah Sistem Ini Stabil?

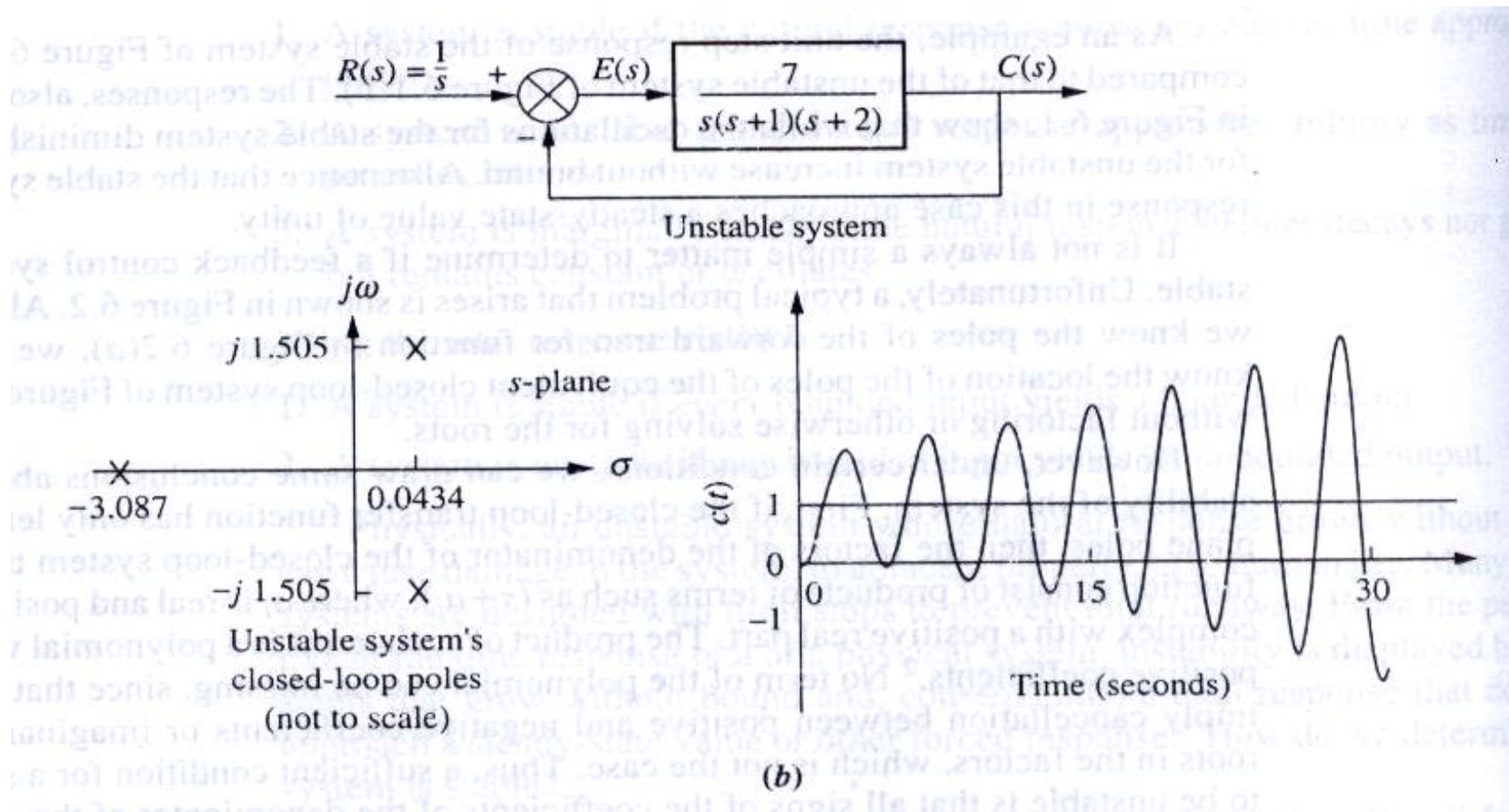
- Suatu sistem dengan pole di sebelah kiri bidang s (e^{-at}) menghasilkan :
 - Respon eksponensial yang meluruh (decay), atau
 - Respon sinusoidal yang teredam

Berarti *natural response* mendekati nol saat waktu mendekati tak hingga → sistem **stabil**
- Sistem yang **stabil** hanya mempunyai *poles* sistem *close loop* di sebelah kiri bidang s
- Sistem yang **tidak stabil** mempunyai *poles* sistem *close loop* di sebelah kanan bidang s dan atau mempunyai lebih dari 1 *poles* di sumbu imajiner
- Sistem yang **marginally stable** mempunyai 1 *pole* di sumbu imajiner dan *poles* di sebelah kiri

Apakah Sistem Ini Stabil?



Apakah Sistem Ini Stabil?



Kriteria Kestabilan Routh

- Transfer function dari suatu sistem **loop tertutup** berbentuk :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

- Hal pertama → memfaktorkan $A(s)$
 - $A(s)$: persamaan karakteristik
- Pemfaktoran polinomial dengan orde lebih dari 2 cukup sulit, sehingga digunakan
 - Kriteria Kestabilan Routh**
- Kriteria kestabilan Routh memberi informasi **ada tidaknya** akar positif pada persamaan karakteristik bukan **nilai** akar tersebut



Prosedur Kriteria Kestabilan Routh

1. Tulis persamaan karakteristik sistem dalam bentuk polinomial s:

$$a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n = 0$$

2. Semua koefisien persamaan karakteristik harus positif. Jika tidak, sistem tidak stabil.
3. Jika semua koefisien positif, susun koefisien polinomial dalam baris dan kolom dengan pola:

Prosedur Kriteria Kestabilan Routh

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	.
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	.
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	.
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	.
s^{n-4}	d_1	d_2	d_3	d_4	.
.	.	.			
.	.	.			
.	.	.			
s^2	e_1	e_2			
s^1	f_1				
s^0	g_1				

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$$

$$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$$

$$c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$$

$$d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$$



Prosedur Kriteria Kestabilan Routh

- Proses ini diteruskan sampai baris ke-n secara lengkap. Susunan lengkap dari koefisien berbentuk segitiga.
- Syarat perlu dan syarat cukup agar sistem stabil (memenuhi kriteria kestabilan Routh)
 - Koefisien persamaan karakteristik semua **positif** (jika semua negatif maka masing – masing ruas dikalikan minus 1 sehingga hasilnya positif)
 - Semua suku kolom pertama pada tabel Routh mempunyai **tanda positif**.
 - Jika ada nilai nol lihat pada bagian “kondisi khusus”

Contoh Soal

Contoh 4-3

Terapkan kriteria kestabilan Routh untuk :

$$a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3 = 0$$

Dengan semua koefisien positif. Susunan koefisien menjadi

$$\begin{array}{ccc} s^3 & a_0 & a_2 \\ s^2 & a_1 & a_3 \\ s^1 & \frac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1} & \\ s^0 & a_3 & \end{array}$$

Syarat agar semua akar mempunyai bagian real negatif diberikan :

$$a_1a_2 > a_0a_3$$

Contoh Soal

Contoh 4-4

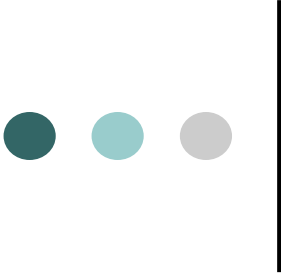
Perhatikan polinomial berikut :

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

Ikuti prosedur untuk membuat susunan koefisien.

s^4	1	3	5	s^4	1	3	5	Baris ke dua dibagi dengan 2
s^3	2	4	0	s^3	2	4	0	
					1	2	0	
s^2	1	5		s^2	1	5		
s^1	-6			s^1	-3			
s^0	5			s^0	5			

Pada kolom 1, terjadi dua kali perubahan tanda. Ini berarti ada dua akar positif dan sistem tidak stabil.



Keadaan khusus K.K.Routh 0 di kolom pertama

- Bila salah satu suku kolom pertama dalam suatu baris adalah nol, maka suku nol ini diganti dengan bilangan positif ε yang sangat kecil.
- Contoh :

$$s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$$

Susunan koefisiennya :

s^3	1	1
s^2	2	2
s^1	$0 \approx \varepsilon$	
s^0	2	

Bila tanda koefisiennya sama, berarti terdapat pasangan akar imajiner pada sistem. Pada persamaan di atas ada akar di $\pm j$

Keadaan khusus K.K.Routh 0 di kolom pertama

- Bila tanda koefisien (ϵ) berlawanan, berarti ada akar positif persamaan karakteristik.

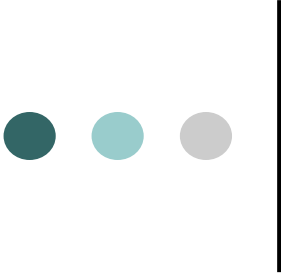
- Contoh :

$$s^3 - 3s + 2 = (s - 1)^2 (s + 2) = 0$$

Susunan koefisiennya adalah

	s^3	1	-3
berubah tanda	s^2	$0 \approx \epsilon$	2
berubah tanda	s^1	$-3 - (2/\epsilon)$	
	s^0	2	

Terdapat dua perubahan tanda koefisien di kolom pertama, berarti ada dua akar positif di pers. karakteristik. Sesuai dengan persamaan awalnya \rightarrow sistem tidak stabil



Keadaan khusus K.K.Routh 0 di seluruh suku baris

- Jika semua koefisien pada suatu baris adalah nol maka koefisien itu menunjukkan
 - akar – akar besaran yang sama tapi letaknya berlawanan
- Penyelesaian : menggantinya dengan turunan *suku banyak pembantu* $\rightarrow P(s)$
 - $P(s)$ berasal dari suku pada baris sebelumnya
- Contoh :

$$s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50 = 0$$

Susunan koefisiennya adalah

s^5	1	24	-25	
s^4	2	48	-50	\leftarrow Suku banyak pembantu $P(s)$
s^3	0	0		



Keadaan khusus 0 di seluruh suku baris

Susunan koefisiennya adalah

s^5	1	24	-25	
s^4	2	48	-50	← Suku banyak pembantu $P(s)$
s^3	0	0		

$$P(s) = 2s^4 + 48s^2 - 500$$

$$dP(s)/ds = 8s^3 + 96s$$

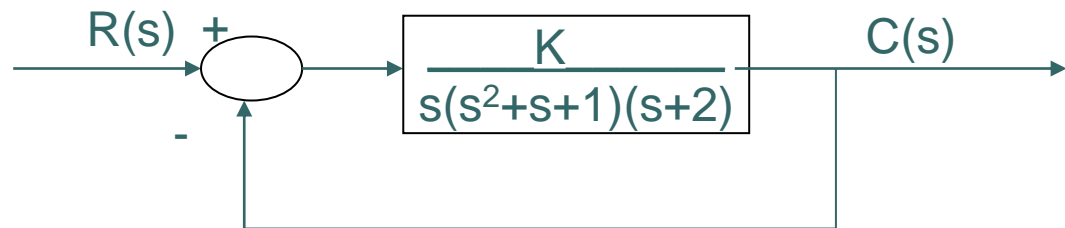
Sehingga susunan koefisiennya:

s^5	1	24	-25	
s^4	2	48	-50	
s^3	8	96		← Koefisien dari $dP(s)/ds$
s^2	24	-50		
s^1	112,7	0		
s^0	-50			

Ada satu perubahan tanda, berarti ada satu akar positif. Sistem tidak stabil.

Aplikasi K.K.Routh untuk analisa sistem Kontrol

- Tinjau sistem berikut



- Fungsi alih loop tertutup

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s(s^2 + s + 1)(s + 2) + K}$$

Persamaan karakteristik

$$s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$$

- Susunan koefisien

s^4	1	3	K
s^3	3	2	0
s^2	$\frac{7}{3}$	K	
s^1	$2 - \frac{9}{7}K$		
s^0	K		

Untuk kestabilan, K harus positif dan semua koefisien pada kolom pertama harus positif. Oleh karena itu,

$$14/9 > K > 0$$