



VEKTOR

---

Sit Dolor Amet



# KONSEP VEKTOR



# KONSEP VEKTOR

Besaran

## Besaran Skalar

Besaran yang hanya memiliki nilai dan **tidak memiliki arah**

Contoh:

- Jarak
- Luas
- Volume
- Daya
- Kelajuan
- dll

## Besaran Vektor

Besaran yang memiliki nilai dan **arah**.

Contoh :

- Perpindahan
- Kecepatan
- Percepatan
- Gaya
- dll

Jarak ?

Perpindahan ?



A

C

B

10 m

4 m

Jarak Tempuh

$$AB + BC = 10 + 4 = 14 \text{ m}$$

Perpindahan

$$AB + BC = 10 + (-4) = 6 \text{ m}$$

$$F_1 = 100 \text{ N}$$



$$F_2 = 120 \text{ N}$$

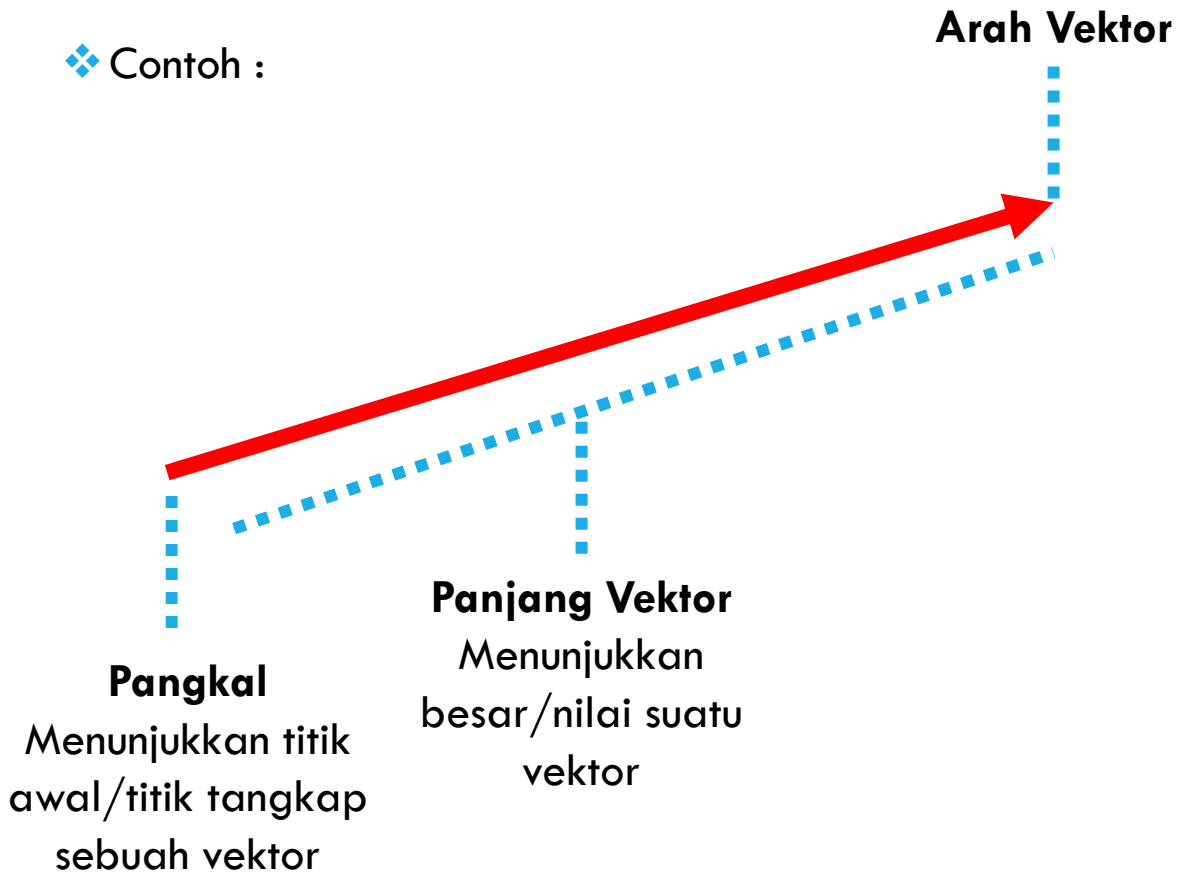


$$F_1 + F_2 = 100 + (-120) = -20 \text{ N}$$

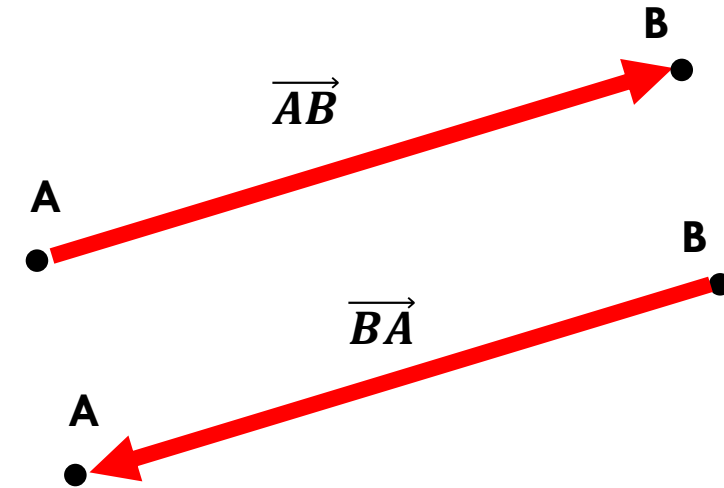
## Cara Menggambar Vektor

❖ Vektor digambarkan dengan sebuah anak panah yang terdiri atas pangkal, panjang dan arah anak panah.

❖ Contoh :



## Notasi Vektor

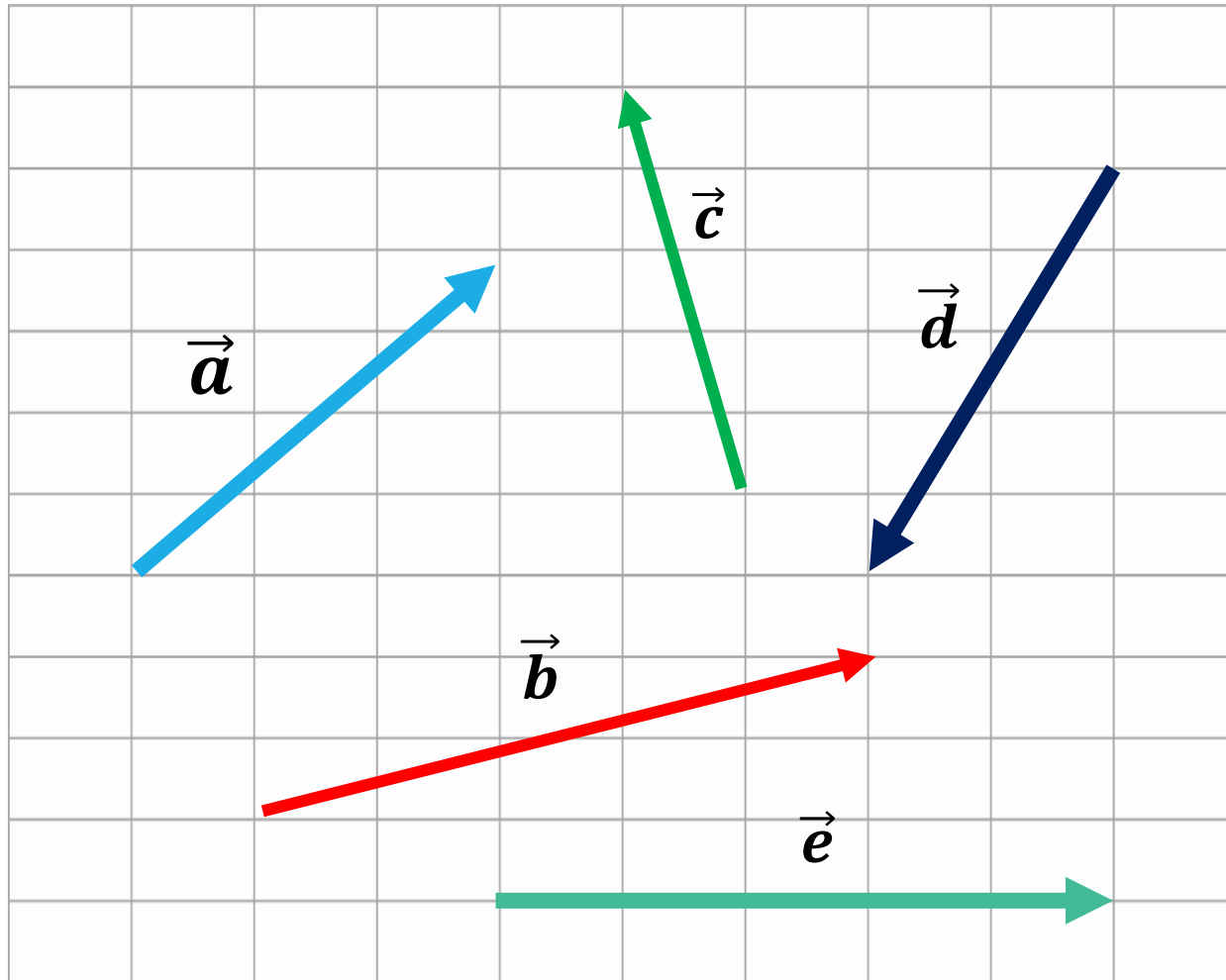


Penamaan vektor dapat menggunakan huruf **non kapital** yang diberikan tanda panah di atasnya, atau diberikan garis di bawahnya, atau ditebalkan.

Contoh :

$\vec{u}$      $\underline{u}$     ***u***

## Vektor di $R_2$



$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Menyatakan arah kanan (+) atau arah kiri (-) → arah horizontal

Menyatakan arah atas (+) atau arah bawah (-) → arah vertikal

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = (6, 2) \quad \vec{b} = 6\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = (-1, 4) \quad \vec{c} = -1\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = (-2, -5) \quad \vec{d} = -2\hat{i} + (-5\hat{j})$$

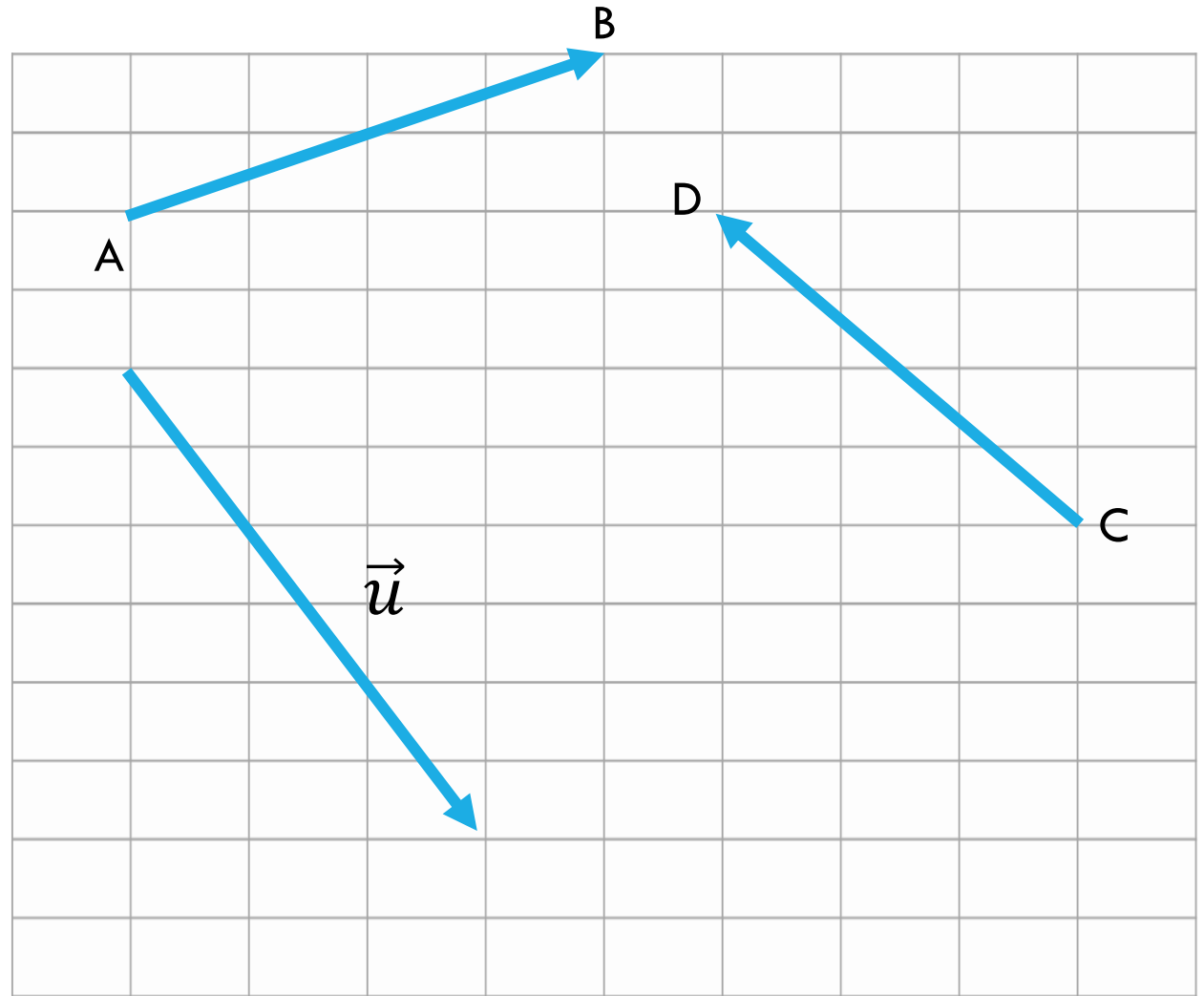
$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e} = (5, 0) \quad \vec{e} = 5\hat{i} + 0\hat{j}$$

Gambarkan vektor-vektor berikut ini !

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

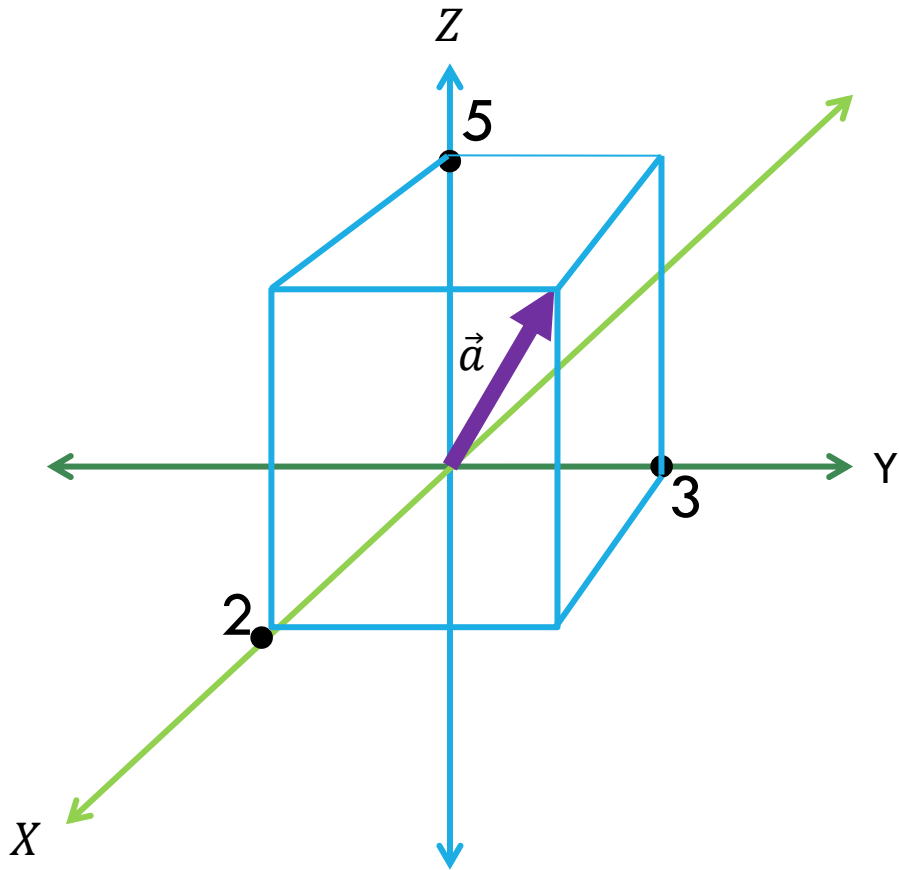
$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} = 3\hat{i} - 6\hat{j}$$





## Vektor di $R_3$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix}$$

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$$



**VEKTOR POSISI**



# VEKTOR POSISI

Vektor posisi adalah vektor yang menyatakan posisi suatu titik terhadap titik pangkal koordinat.

□ Vektor posisi  $A$  adalah :

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ atau } \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

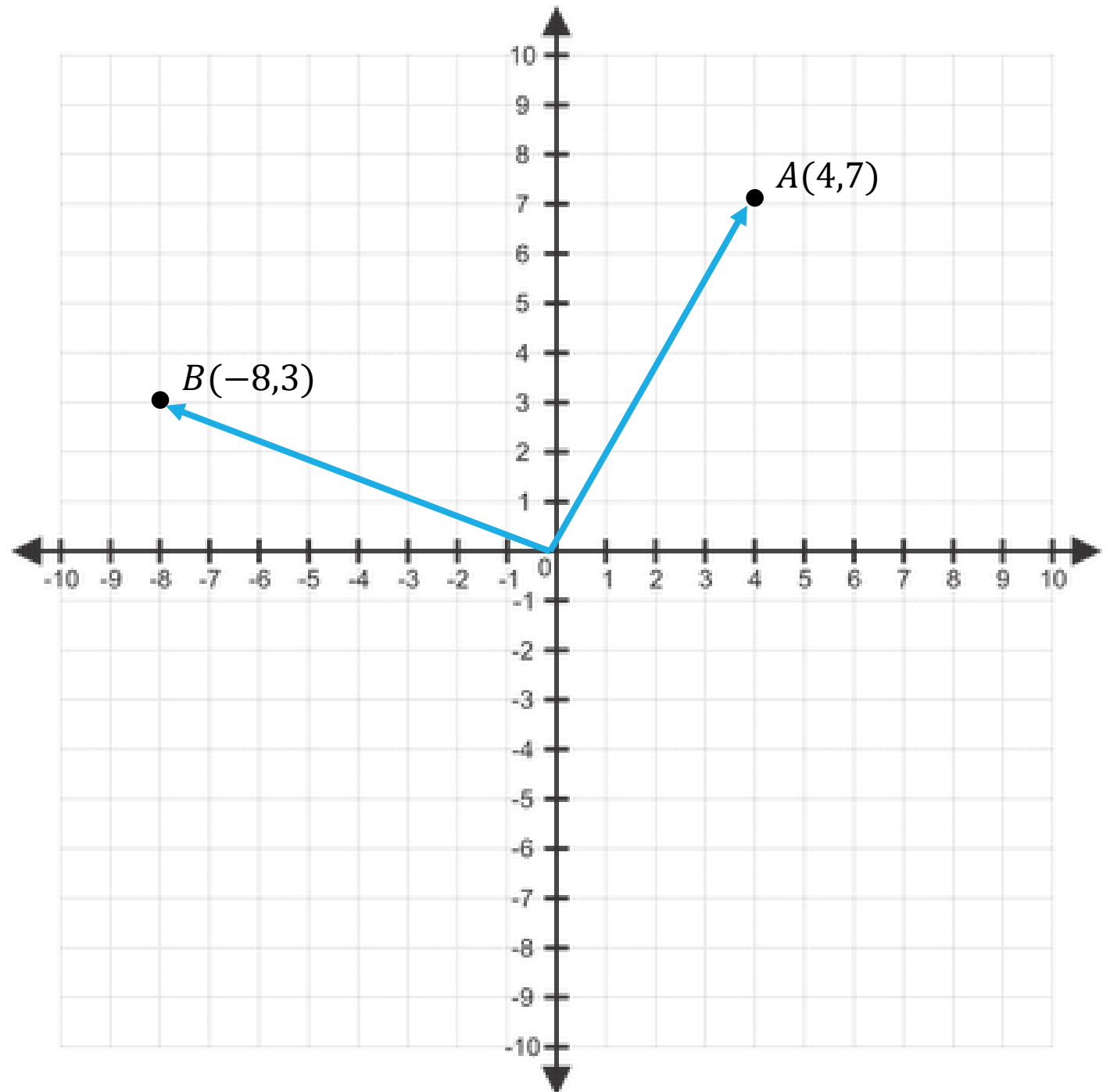
□ Vektor posisi  $B$  :

$$\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ atau } \vec{b} = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jika koordinat titik adalah  $C(-2020, 2021)$ . Tentukan vektor posisi titik  $C$  ?

**Jawab :**

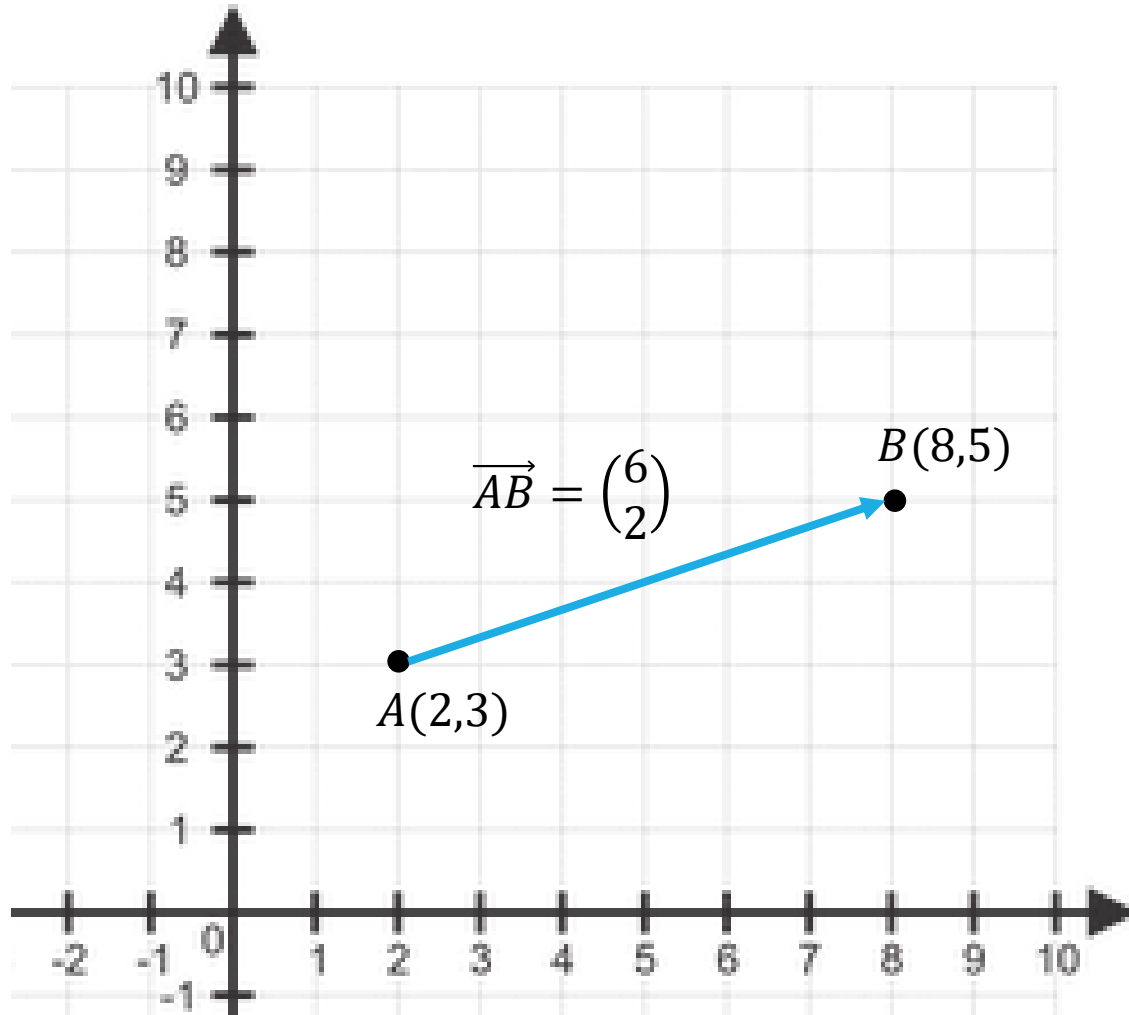
$$\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} -2020 \\ 2021 \end{pmatrix}$$



## Menentukan Vektor jika diketahui kordinat titik pangkal dan koordinat titik ujung

□ Contoh :

Jika diketahui titik  $A(2,3)$  dan  $B(8,5)$ , tentukanlah vektor  $\overrightarrow{AB}$



Cara lain selain dengan membuat gambar

*Vektor = vektor posisi ujung – vektor posisi pangkal*

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Diketahui koordinat titik  $P(-2,5)$  dan  $Q(7,-3)$ . Tentukan vektor  $\overrightarrow{PQ}$ .

$$\overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \end{pmatrix}$$

### □Contoh 1 :

Diketahui koordinat titik  $A(8, -3)$  dan  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ ,  
tentukanlah koordinat titik  $B$ .

**Penyelesaian :**

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AB} + \vec{a} = \vec{b}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix} = \vec{b}$$

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 4 \end{pmatrix} = \vec{b}$$

Maka koordinat titik  $B$  adalah  $B(11,4)$

### □Contoh 2 :

Diketahui koordinat titik  $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$  dan titik  
 $Q(5,2,3)$ . Tentukan koordinat  $P$ .

**Penyelesaian :**

$$\overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p}$$

$$\vec{p} = \vec{q} - \overrightarrow{PQ}$$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Maka koordinat titik  $P$  adalah  $P(3,3,-2)$

### □ Contoh 3 :

Diketahui koordinat titik  $A(5,2)$ ,  $B(-5,1)$  dan  $D(7,-2)$ . Jika  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ . Tentukan koordinat titik  $C$

**Penyelesaian :**

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

$$\vec{b} - \vec{a} = \vec{d} - \vec{c}$$

$$\vec{c} = \vec{d} - \vec{b} + \vec{a}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 17 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Maka koordinat titik  $C$  adalah  $C(17, -1)$

### □ Contoh 4 :

Diketahui koordinat titik  $P(-1,3,2)$  dan  $Q(2,3,5)$ .

Jika  $\vec{p} = \overrightarrow{QR}$ . Tentukan vektor posisi  $R$

**Penyelesaian :**

$$\vec{p} = \overrightarrow{QR}$$

$$\vec{p} = \vec{r} - \vec{q}$$

$$\vec{p} + \vec{q} = \vec{r}$$

$$\vec{r} = \vec{p} + \vec{q}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Maka koordinat titik  $R$  adalah  $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$



# OPERASI VEKTOR



## ❑ Pengurangan Vektor

### ➤ Operasi Penjumlahan Vektor Secara Aljabar/Analitik

**Untuk  $\vec{u}$  dan  $\vec{v}$  pada dimensi dua  $R_2$**

Jika  $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  dan  $\vec{v} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$  maka :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + c \\ b + d \end{pmatrix}$$

**Contoh :**

Diketahui vektor  $\vec{p} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{r} = \vec{p} + \vec{q}$ .

Tentukanlah vektor  $\vec{r}$ .

**Jawab :**

$$\vec{r} = \vec{p} + \vec{q}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Untuk  $\vec{u}$  dan  $\vec{v}$  pada dimensi dua  $R_3$**

Jika  $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  dan  $\vec{v} = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$  maka :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + d \\ b + e \\ c + f \end{pmatrix}$$

**Contoh :**

Diketahui vektor  $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{r} = \vec{p} + \vec{q}$ .

Tentukanlah vektor  $\vec{r}$ .

**Jawab :**

$$\vec{r} = \vec{p} + \vec{q}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$



## □ Penjumlahan Vektor

### ➤ Operasi Pengurangan Vektor Secara Aljabar/Analitik

**Untuk  $\vec{u}$  dan  $\vec{v}$  pada dimensi dua  $R_2$**

Jika  $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  dan  $\vec{v} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$  maka :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - c \\ b - d \end{pmatrix}$$

**Contoh :**

Diketahui vektor  $\vec{p} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{r} = \vec{p} - \vec{q}$ .  
Tentukanlah vektor  $\vec{r}$ .

**Jawab :**

$$\vec{r} = \vec{p} - \vec{q}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

**Untuk  $\vec{u}$  dan  $\vec{v}$  pada dimensi dua  $R_3$**

Jika  $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  dan  $\vec{v} = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$  maka :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - d \\ b - e \\ c - f \end{pmatrix}$$

**Contoh :**

Diketahui vektor  $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{r} = \vec{p} - \vec{q}$ .  
Tentukanlah vektor  $\vec{r}$ .

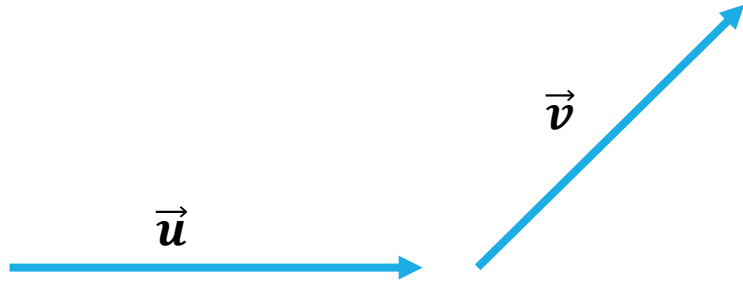
**Jawab :**

$$\vec{r} = \vec{p} - \vec{q}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ -1 \end{pmatrix}$$

➤ **Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Vektor Secara Geometri**

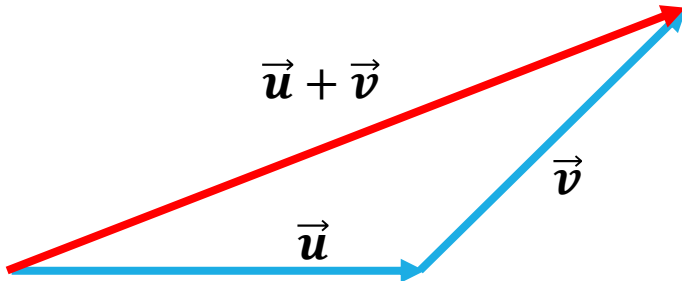
Misal diketahui vektor  $\vec{u}$  dan vektor  $\vec{v}$



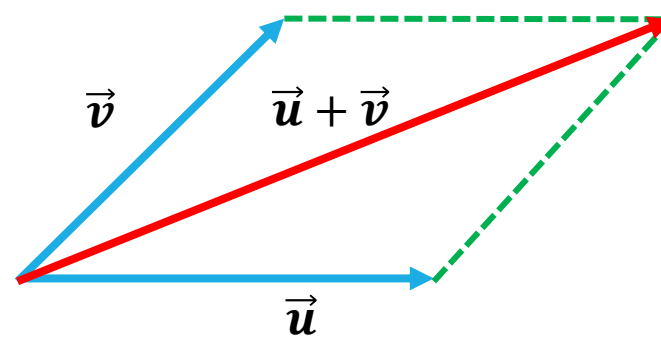
$$\vec{u} + \vec{v} = ??$$

□ **Penjumlahan vektor secara geometri**

▪ **Aturan Segitiga**

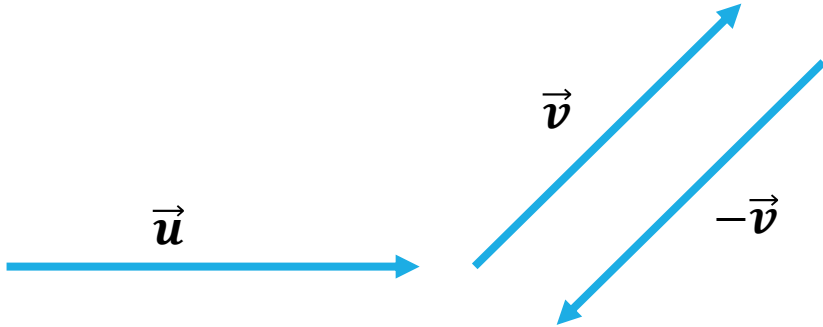


▪ **Aturan Jajargenjang**



➤ **Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Vektor Secara Geometri**

Misal diketahui vektor  $\vec{u}$  dan vektor  $\vec{v}$

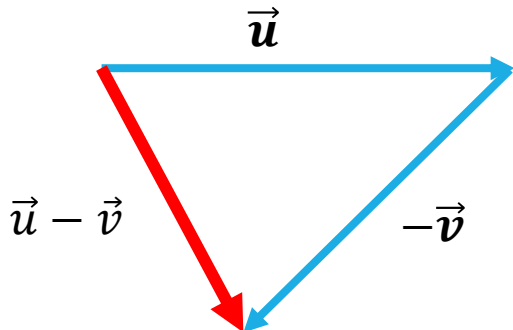


$$\vec{u} - \vec{v} = ??$$

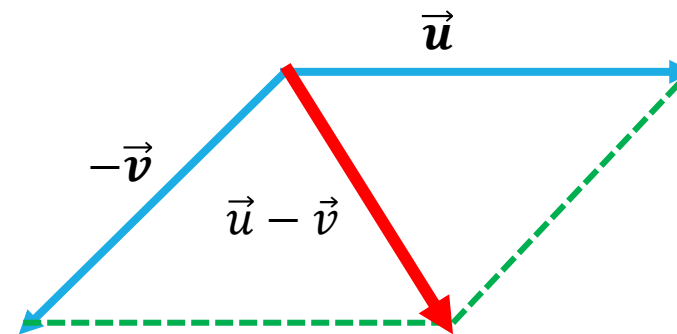
□ **Pengurangan vektor secara geometri**

▪ **Aturan Segitiga**

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$



▪ **Aturan Jajargenjang**



## ❏ Perkalian Skalar dengan Vektor

### ➤ Perkalian skalar dengan vektor secara Aljabar

Secara aljabar, perkalian skalar dengan vektor caranya dengan mengkalikan semua unsur pada vektor dengan scalar

Misal diketahui  $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  dan  $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  dan scalar  $k$

$$\text{Maka } k\vec{u} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \end{pmatrix} \text{ dan } k\vec{v} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \\ kc \end{pmatrix}$$

**Contoh :**

Diketahui  $\vec{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ , tentukan vektor  $3\vec{p}$

**Jawab :**

$$3\vec{p} = 3 \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

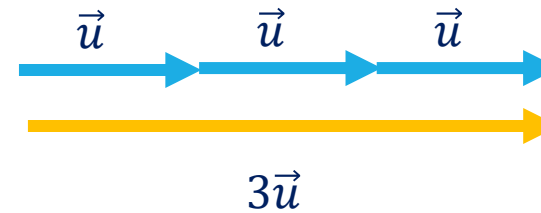
### ➤ Perkalian skalar dengan vektor secara Geometri

Misal diketahui  $\vec{u}$  

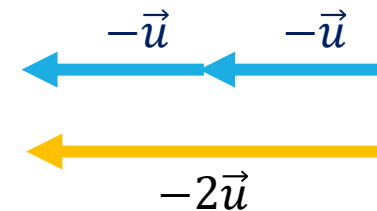
Gambarlah vektor a)  $3\vec{u}$   
b)  $-2\vec{u}$

**Jawab :**

a)  $3\vec{u} = \vec{u} + \vec{u} + \vec{u}$



b)  $-2\vec{u} = 2(-\vec{u}) = -\vec{u} + (-\vec{u})$



## ❑ Contoh 1

Diketahui vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ . Tentukanlah hasil operasi vektor berikut :

- a)  $\vec{a} + \vec{b}$
- b)  $\vec{a} - \vec{b}$
- c)  $2\vec{a} + 3\vec{b}$

**Jawab :**

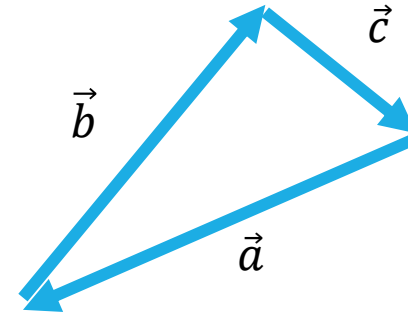
$$a) \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$b) \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} c) 2\vec{a} + 3\vec{b} &= 2 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -8 \\ 9 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

## ❑ Contoh 2

Perhatikan gambar berikut :



Pernyataan yang benar adalah :

$$a) \vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

$$b) \vec{a} + \vec{b} = -\vec{c}$$

$$c) \vec{b} - \vec{c} = \vec{a}$$

$$d) \vec{c} + \vec{b} = -\vec{a}$$

$$e) \vec{c} - \vec{a} = -\vec{b}$$