

Guía de Ejercicios — Econometría II

Máxima Verosimilitud (MLE), Elección Discreta (RUM), Elección Binaria y Probit

Autor: Ricardo Jara

Fecha: 11 de septiembre de 2025

Pregunta 1: En el Modelo de Utilidad Aleatoria (RUM)

1. Describa cómo un tomador de decisiones elige entre alternativas.
2. Derive la fórmula general para las probabilidades de elección.
3. ¿Qué supuestos sobre $f(\varepsilon_n)$ hay que hacer para llegar al modelo logit?
4. Asuma que la utilidad representativa es lineal. Demuestre que **solo diferencias** entre alternativas pueden ser capturadas bajo este modelo.

-

Pregunta 2: Si asumimos que $F(\beta'X_i) = \beta'X_i$

1. ¿Qué desventajas tiene asumir esta función de distribución $F(\cdot)$?
2. Demuestre que los términos del error son **heterocedásticos**.

Pregunta 3: MLE Gaussiano y conexión con MCO

Considere el modelo lineal $y = X\beta + \varepsilon$, con $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I)$.

1. Escriba la log-verosimilitud $\ell(\beta, \sigma^2)$.
2. Muestre que el EMV de β coincide con **MCO**.
3. Deduzca $\hat{\sigma}_{\text{MLE}}^2$ y comente su sesgo finito-muestral frente a s^2 con $n - k$.

Pregunta 4: Elección discreta (RUM) e identificación

Considere $U_{nj} = V_{nj} + \varepsilon_{nj}$, con $V_{nj} = \alpha_j + x'_{nj}\beta$.

1. Explique por qué solo están identificadas **diferencias de utilidad** y por qué la **escala** ($\text{var}(\varepsilon)$) debe normalizarse.
2. Justifique por qué solo podemos incluir $J - 1$ constantes específicas.
3. Discuta el significado de “**escala**” y cómo afecta la comparación entre modelos o sub-muestras.

Pregunta 5: Probit: probabilidad y efecto marginal

Sea el modelo latente $y_i^* = X_i'\beta + u_i$, con $u_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ y $y_i = \mathbf{1}\{y_i^* > 0\}$.

1. Demuestre que $\Pr(y_i = 1 \mid X_i) = \Phi(X_i'\beta)$.
2. Con $\beta_0 = -0,5$, $\beta_1 = 0,8$ y $x_{i1} = 1,2$, calcule la **probabilidad prevista** $\Pr(y_i = 1 \mid X_i)$.
3. Para una variable continua x_{ik} , escriba el **efecto marginal** en probit y evalúelo en el punto del ítem (b).
4. Si x_{i1} fuera **binaria** ($0 \rightarrow 1$), escriba el **cambio discreto** en la probabilidad manteniendo constantes el resto de covariables.