

Guía de Ejercicios: Modelos de Variable Dependiente Limitada y Conteo

Econometría II

Octubre 2025

Pregunta 1. Distinción entre Censura y Truncamiento

Explique las diferencias fundamentales entre el **Truncamiento** y la **Censura** en el contexto de los modelos de variable dependiente limitada.

1. Definición de Truncamiento: ¿Qué observaciones se excluyen de la muestra?
2. Mecanismo de Observación (Truncamiento por debajo en L): Escriba la definición formal de la variable observada y en función de la variable latente y^* para un truncamiento inferior.
3. Definición de Censura: ¿Qué observaciones se incluyen, pero se limitan?
4. Mecanismo de Observación (Censura por debajo en L): Escriba la definición formal de la variable observada y en función de y^* para una censura inferior.

Pregunta 2. El Modelo Tobit y la Función de Verosimilitud

El **Modelo Tobit** asume una variable latente $y_i^* = X_i'\beta + \epsilon_i$ con $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ y censura por debajo en $L = 0$.

1. Censura y Densidad: Explique cómo la densidad de la variable observada y se ajusta para considerar la censura. Use la Función de Distribución Acumulada (F^*) para describir la contribución de la parte censurada a la verosimilitud.
2. Función de Verosimilitud: Escriba la contribución de una observación i a la función de verosimilitud $L_i(\theta)$ de forma compacta, utilizando una variable indicadora $d_i = \mathbb{I}(y_i > 0)$.
3. Log-Verosimilitud del Tobit: Escriba la función de log-verosimilitud $l(\beta, \sigma)$ del Modelo Tobit. Identifique los dos términos dentro de la suma y a qué tipo de observaciones corresponde cada uno.

Pregunta 3. Sesgo de Selección y la Corrección de Heckman (Heckit)

El **Estimador de Heckman** corrige el sesgo de selección en un sistema de dos ecuaciones, asumiendo errores correlacionados.

1. Estructura Bivariada: ¿Cuál es la fuente del sesgo de selección en el sistema $d_i^* = z_i'\gamma + \epsilon_{i1}$ y $y_i = x_i'\beta + u_i$? ¿Bajo qué condición matemática no existiría el sesgo?
2. Corrección en Dos Pasos (Heckit):
 - **Paso 1:** Escriba la fórmula para el **Inverse Mills Ratio** ($\hat{\lambda}_i$) utilizado en este contexto.
 - **Paso 2:** Escriba la ecuación de regresión final (**OLS Aumentada**) que incluye el término de corrección del sesgo y explique brevemente el papel del término $\rho\sigma_2\hat{\lambda}_i$.

Pregunta 4. Regresión Truncada y la Razón de Mills Inversa

Considere un **Modelo de Regresión Truncada** por debajo en L , con errores normales $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$.

1. **Función de Densidad Truncada:** Escriba la función de densidad $f(y)$ de la variable observada truncada dado que $y^* > L$.
2. **Log-Verosimilitud Truncada:** Escriba la función de log-verosimilitud $l(\beta, \sigma)$ para el modelo de regresión truncada por debajo en L .
3. **Media de la Distribución Truncada:** Escriba la fórmula para la media de la distribución normal truncada $E(Z|Z \geq L)$. Identifique y defina λ .
4. **Sesgo de MCO:** Explique por qué aplicar Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO u OLS) a datos truncados resulta en estimaciones sesgadas o inconsistentes.

Pregunta 5. Regresión de Poisson y Sobredispersión

El modelo de **Regresión de Poisson** se utiliza para modelar datos de conteo.

1. **Modelo Log-Lineal:** Escriba la relación fundamental entre la media λ de la distribución y las variables independientes X que define el modelo de Poisson log-lineal.
2. **Interpretación del Coeficiente:** Si el coeficiente estimado es $\hat{\beta}_j$, ¿cómo se interpreta $\exp(\hat{\beta}_j)$ en términos del cambio multiplicativo en la media de la variable de conteo Y ?
3. **Función de Log-Verosimilitud:** Escriba la función de log-verosimilitud $l(\beta)$ para la regresión de Poisson.
4. **Sobredispersión (Overdispersion):** Defina el concepto de **Sobredispersión** y mencione al menos una consecuencia y una solución a este problema.