

Guía de Ejercicios 2: Econometría II

Ricardo Jara

1 de octubre de 2025

Pregunta 1. Logit binario: $F(\beta'X_i) = \Lambda(\beta'X_i)$

Sea $y_i \in \{0, 1\}$ y $\mathbb{P}(y_i = 1 \mid X_i) = \Lambda(\eta_i)$, con $\eta_i = X_i'\beta$.

- (a) **Interpretación de magnitudes.** ¿Es posible interpretar directamente la *magnitud* de los coeficientes β_k ?
- (b) **Calcule los efectos marginales del logit.** Derive $\frac{\partial \mathbb{P}(y_i = 1 \mid X_i)}{\partial x_{ik}}$

Pregunta 2. Elasticidades en Logit Multinomial (MNL)

Considere el MNL con probabilidades

$$P_{ni} = \frac{\exp(V_{ni})}{\sum_j \exp(V_{nj})}, \quad V_{ni} = \alpha_i + x'_{ni}\beta.$$

Considerando las *elasticidades* del MNL, explique por qué algunas no resultan muy realistas (p. ej., *IIA* y sustitución proporcional).

Pregunta 3. Logit Multinomial: verosimilitud y efectos

En el MNL anterior:

$$P_{ni}(x_n, \theta) = \frac{\exp(V_{ni}(x_n, \theta))}{\sum_j \exp(V_{nj}(x_n, \theta))}.$$

- (a) Derive la función de log-verosimilitud para el logit multinomial.
- (b) Derive los efectos marginales *propios* $\partial P_{ni}/\partial x_{nik}$ y *cruzados* $\partial P_{nj}/\partial x_{nik}$, $j \neq i$.
- (c) Explique el supuesto de independencia de alternativas irrelevantes (IIA) y su relación con los efectos en (b). ¿Por qué puede resultar implausible?
- (d) Mencione que modelos podría ocupar para solucionar IIA.
- (e) Si el modelo incluye ingreso como variable explicativa, y asumimos que la utilidad es lineal en el ingreso, derive el excedente del consumidor ante un cambio en el entorno de elección (e.j., en precios)

Pregunta 4. Logit anidado

Sea un NNL con nidos B_k y parámetros de descomposición $\lambda_k \in (0, 1]$.

- (a) Demuestre que si $\lambda_k = 1$ para todo k , el modelo se reduce al MNL.
- (b) Interprete qué capturan los parámetros λ_k (correlación intranido/escala).
- (c) Explique por qué la probabilidad total puede escribirse como

$$P_{ni} = P_{nB_k} \cdot P_{ni|B_k},$$

donde $i \in B_k$.

- (d) Escriba las **elasticidades cruzadas** y discuta por qué el supuesto de IIA se relaja *entre* nidos pero se mantiene *dentro* de cada nido.

Pregunta 5. Logit Mixto (Mixed Logit)

Considere $U_{nj} = \beta_n' x_{nj} + \varepsilon_{nj}$, con β_n aleatorio.

- (a) Descomponga el parámetro aleatorio (media + desviación + shocks) e interprete la ecuación.
- (b) Derive la **probabilidad incondicional** de elegir i para el individuo n integrando sobre la distribución de β_n .
- (c) Muestre que el logit anidado y el MNL son **casos especiales** del logit mixto.
- (d) ¿Qué métodos hay que ocupar para estimar un logit mixto?

Notas de notación útiles.

$$\Lambda(t) = \frac{1}{1 + e^{-t}}, \quad \Lambda'(t) = \Lambda(t)(1 - \Lambda(t)),$$

$$\Phi(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz, \quad \phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}.$$