

Домашнее задание

По курсу: Дискретная математика

Студент: Ростислав Лохов

АНО ВО Центральный университет

3 марта 2025 г.

Содержание

1	Дирихле, оценка+пример	2
1.1	Задача 1	2
1.2	Задача 2	2
1.3	Задача 3	2
1.4	Задача 4	2
1.5	Задача 5	2
1.6	Задача 6	3
1.7	Задача 8	3

1 Дирихле, оценка+пример

1.1 Задача 1

1. Т.к прямая - \mathbb{R} , множество расстояний между всеми элементами - \mathbb{R} нас интересует только подмножество целых чисел.
2. Т.к мощность множества целых чисел больше множества цветов, то по принципу дирихле найдется две различные точки, что расстояние между ними целое число.

1.2 Задача 2

1. Рассмотрим множество остатков деления на 100: его мощность - 100
2. Всего чисел 100, а значит сумма 100 чисел делится на 100 по принципу дирихле

1.3 Задача 3

1. Пример: 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2 - 1 неделя, упорядоченное множество по дням недели, каждый день не менее 1, сумма - 11 – Подходит
2. Вторая неделя - 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1 - 2 неделя, упорядоченное множество по дням недели, каждый день не менее 1 задачи, сумма 11 – Подходит
3. тогда со вторника первой недели включительно до сб первой недели включительно будет ровно 20 задач решено.

1.4 Задача 4

1. AB - два цвета, значит должно для двух фишек цвета A и B найтись две соседние фишки этих цветов - нашлись AB . Мощность ряда - 2. Значит всего 2 фишки. т.к меньше мы уже не сможем выбрать меньше, чем 2 цвета.

1.5 Задача 5

1. рассмотрим случай, где максимальное кол-во одинаковых элементов, тогда будет последовательность вида $0123456789 + \dots$ в таком случае минимальная допустимая мощность множества - 10. Иначе не все цвета будут представлены
2. рассмотрим, когда мы добавили 1 элемент, допустим 0, тогда 01234567890 тогда возможен такой случай, где мы выбрали два 0 и всё остальное. Значит гарантированно мы можем вытащить 9 максимальных элементов. Продолжая таким образом и добавляя всегда один и тот же элемент, мы получаем, что максимальное количество - 15.
3. хорошо, рассмотрим в таком случае 123456789000000 тогда возможен случай, что мы выбрали 6789000000 - 5 уникальных шаров, т.е гарантированно мы получим минимум 5 уникальных шаров при условии, что вместо 4х 0 будет что-то другое из набора 10 цветов.
4. добавим следующий элемент, пусть будет также 0, 123456789000000 и выбором из 10 возможен вариант 7890000000 т.е 4 уникальных шара. Что будет минимумом, т.к мы максимизировали кол-во повторяющихся элементов одного цвета.

5. 15 маркеров

1.6 Задача 6

1. Предположим обратное, не существует двух людей с совпадаю
2. Рассмотрим множество людей с одинаковыми фамилиями 2, 3, 4, ... 11 не факт, что конкретно такое множество, главное знать, что хотя бы какой то опорный элемент из этого множества существует.
3. Допустим взяли произвольное число, допустим 4 из этого множества. Оно означает сколько всего людей с такой фамилией.
4. Далее мы берем произвольного человека из этого множества. Тогда у этого человека очевидно, что существует имя.
5. По условию задачи, среди 66 написанных чисел встречается каждое из 1-10. Т.е для нашего человека могут быть 1-10 однофамильцев.
6. Тогда в группе есть 2 человека с совпадающими именем и фамилией.

1.7 Задача 8

1. на весь ряд не менее 13 сосен и 25 берез. Тогда дубов не более 112
2. Приведем пример: Березы: 6, 12, 18, ... 144, 150; Сосны: 11, 22, ..., 55, 65(сдвиг для того, чтобы не совпадали с соснами), 76, 119, 130, 141.
3. Тогда 25 берез 13 сосен и 112 дубов.