

TUGAS PERTEMUAN 15

NAMA : AGUS SALEH RUMBOUW
NIM : 312510465
KELAS : TI.25.A.2
MATKUL : MATEMATIKA DISTRIK

pertemuan 9 :

Rankuman Latihan dan contoh soal

Kombinatorika dan peluang diskrit merupakan cabang matematika yang membahas cara menghitung banyaknya kemungkinan kejadian yang dapat terjadi dalam suatu percobaan diskrit (terbatas dan dapat dihitung). Materi ini sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari, seperti dalam pemilihan, penyusunan, dan perhitungan peluang.

A. Prinsip Dasar Kombinatorika

Kombinatorika mempelajari cara menghitung jumlah kemungkinan tanpa harus mendaftarkan seluruh kemungkinan satu per satu. Prinsip dasar yang digunakan adalah aturan perkalian dan aturan penjumlahan.

1. Aturan Perkalian

Jika suatu kejadian dapat dilakukan dengan m cara dan kejadian berikutnya dapat dilakukan dengan n cara, maka kedua kejadian tersebut dapat dilakukan dengan $m \times n$ cara.

Contoh: Memilih 1 makanan dan 1 minuman dari beberapa pilihan.

2. Aturan Penjumlahan

Jika suatu kejadian dapat dilakukan dengan m cara atau n cara (tidak bersamaan), maka total cara adalah $m + n$.

B. Kombinasi

Kombinasi adalah cara memilih beberapa objek dari sekumpulan objek

tanpa memperhatikan urutan.

Rumus kombinasi:

$$C(n, r) = \frac{n!}{(r!(n-r)!)}$$

Contoh penerapan: Memilih ketua dan wakil dari sekelompok mahasiswa, atau memilih perwakilan kelompok.

C. Pasangan Terurut

Pasangan terurut adalah pasangan yang urutannya diperhatikan, misalnya (a, b) berbeda dengan (b, a).

Konsep ini sering digunakan dalam pembentukan pasangan dari dua himpunan.

D. Permutasi

Permutasi adalah penyusunan objek dengan memperhatikan urutan.

Rumus permutasi:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

Digunakan dalam penomoran, penyusunan kursi, dan pengaturan urutan.

E. Penerapan Kombinatorika dalam Kehidupan Sehari-hari

1. Pemilihan menu makanan dan minuman.
2. Pemilihan pengurus organisasi.
3. Penentuan perwakilan kelompok.
4. Penomoran kursi atau kode tertentu.
5. Penentuan rute perjalanan.
6. Pemilihan produk dengan berbagai variasi (warna, ukuran, model).

F. Peluang Diskrit

Peluang diskrit adalah peluang kejadian yang hasilnya dapat dihitung secara pasti.

Rumus peluang:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Keterangan:

$n(A)$ = banyaknya kejadian yang diinginkan

$n(S)$ = banyaknya seluruh kejadian yang mungkin

Kesimpulan

Materi kombinatorika dan peluang diskrit sangat penting untuk memahami cara menghitung kemungkinan dan peluang dalam berbagai situasi nyata. Dengan memahami aturan dasar, kombinasi, permutasi, dan peluang, kita dapat menyelesaikan berbagai permasalahan secara sistematis dan efisien.

Pertemuan 10

Pada contoh soal:

Kaidah penjumlahan digunakan dalam situasi ketika suatu pilihan dapat diambil dari beberapa kelompok yang berbeda, dan pilihan tersebut hanya diambil dari salah satu kelompok, bukan secara bersamaan.

Pada contoh soal, pemilihan ketua himpunan dapat dilakukan dengan memilih satu mahasiswa dari Angkatan 2023 atau satu mahasiswa dari Angkatan 2024. Kedua angkatan tersebut merupakan kelompok yang terpisah.

Jumlah mahasiswa Angkatan 2023 adalah 45 orang, sehingga tersedia 45 kemungkinan pilihan jika ketua dipilih dari angkatan tersebut. Sementara itu, Angkatan 2024 memiliki 52 orang mahasiswa, sehingga terdapat 52 kemungkinan pilihan jika ketua berasal dari Angkatan 2024.

Karena pemilihan ketua hanya berasal dari satu angkatan saja, maka total cara pemilihan ketua diperoleh dengan menjumlahkan seluruh kemungkinan dari masing-masing angkatan.

Dengan demikian, banyak cara memilih ketua himpunan adalah:

$45 + 52 = 97$ cara.

Kesimpulan:

Kaidah penjumlahan digunakan untuk menghitung banyaknya kemungkinan ketika pilihan berasal dari beberapa kelompok yang tidak saling beririsan. Total kemungkinan diperoleh dengan menjumlahkan seluruh kemungkinan dari setiap kelompok.

Rankuman Latihan 1 :

Ringkasan Soal 1 : Soal 1 membahas tentang jumlah kemungkinan kombinasi jawaban dari soal benar-salah. Setiap pertanyaan memiliki dua kemungkinan jawaban, yaitu Benar (B) atau Salah (S). Dengan menggunakan aturan perkalian, jika terdapat 10 pertanyaan dan setiap pertanyaan memiliki 2 pilihan jawaban, maka total kombinasi jawaban adalah hasil perkalian $2 \times 2 \times 2 \times \dots$ sebanyak 10 kali. Konsep utama pada soal ini adalah penggunaan aturan perkalian dalam menentukan banyaknya kemungkinan.

Soal 2: Soal 2 membahas pembentukan kata yang terdiri dari 5 huruf menggunakan huruf a, b, c, d, dan e. Soal ini terbagi menjadi beberapa kondisi yang masing-masing menekankan aturan pencacahan yang berbeda.

Pada bagian (a), pembentukan kata dilakukan tanpa pengulangan huruf. Ini berarti setiap huruf hanya boleh digunakan satu kali, sehingga konsep yang digunakan adalah permutasi.

Pada bagian (b), pengulangan huruf diperbolehkan. Setiap posisi huruf memiliki jumlah pilihan yang sama, sehingga kembali digunakan aturan perkalian.

Bagian (c) dan (d) merupakan pengembangan dari bagian (a), dengan memberikan syarat tambahan yaitu kata harus diawali huruf tertentu atau tidak diawali huruf tertentu. Hal ini bertujuan melatih pemahaman dalam membatasi ruang sampel.

Latihan 2

Soal ini menjelaskan bahwa perpustakaan memiliki buku dalam tiga bahasa berbeda, yaitu Bahasa Inggris, Bahasa Perancis, dan Bahasa Jerman, dengan jumlah buku yang berbeda dan setiap buku memiliki judul yang unik.

Pada bagian (a), diminta jumlah cara memilih 3 buku dengan syarat masing-masing buku harus berasal dari bahasa yang berbeda. Penyelesaian soal ini menggunakan aturan perkalian, karena pemilihan dilakukan secara bertahap dari setiap kelompok bahasa.

Pada bagian (b), diminta jumlah cara memilih 1 buku dari seluruh koleksi tanpa memperhatikan bahasanya. Konsep yang digunakan adalah penjumlahan, karena semua pilihan buku digabungkan menjadi satu kelompok besar.

Secara keseluruhan, soal ini menekankan pemahaman perbedaan antara aturan perkalian dan aturan penjumlahan dalam kaidah pencacahan.

Pertemuan 12 :

Contoh Soal Graf Jarak Antar Kota :

Contoh soal ini menggambarkan sebuah graf berbobot yang merepresentasikan hubungan antar kota. Setiap simpul (node) pada graf menyatakan sebuah kota, sedangkan setiap sisi (edge) menyatakan jalur yang menghubungkan dua kota.

Label $d(e)$ yang terdapat pada setiap sisi menunjukkan jarak atau bobot dari jalur antar dua kota tersebut. Semakin kecil nilai $d(e)$, maka semakin dekat jarak antara dua kota.

Graf ini dapat digunakan untuk menganalisis berbagai permasalahan, seperti menentukan jalur terpendek, membandingkan beberapa rute perjalanan, atau mencari rute yang paling efisien dari satu kota ke kota lainnya. Struktur graf terdiri dari beberapa kota yang saling terhubung secara langsung maupun tidak langsung, sehingga memungkinkan adanya lebih dari satu jalur untuk mencapai suatu kota tujuan. Hal ini menekankan pentingnya perhitungan total jarak pada setiap jalur yang mungkin.

Secara keseluruhan, contoh ini bertujuan untuk melatih pemahaman konsep graf berbobot, makna simpul dan sisi, serta interpretasi jarak antar kota dalam pemodelan masalah dunia nyata.

Latihan Soal 1 :

Ringkasan Soal Nomor 1

Pada soal nomor 1, mahasiswa diminta untuk menentukan jumlah simpul pada graf serta derajat masing-masing simpul. Simpul adalah titik pada graf yang biasanya dilambangkan dengan huruf, sedangkan derajat simpul adalah jumlah sisi yang terhubung langsung dengan simpul tersebut.

Dalam perhitungan derajat simpul, setiap sisi yang terhubung dihitung satu, dan jika terdapat loop (sisi yang kembali ke simpul yang sama), maka loop tersebut dihitung sebagai dua derajat.

Soal ini melatih ketelitian dalam mengamati bentuk graf, termasuk sisi ganda dan loop, agar perhitungan derajat simpul tidak keliru.

Ringkasan Soal Nomor 2 :

Soal nomor 2 membahas kebalikan dari soal sebelumnya, yaitu menentukan apakah sebuah graf dapat digambar berdasarkan derajat simpul yang diketahui. Diberikan sebuah graf dengan 5 simpul dan beberapa kemungkinan derajat simpul.

Pada bagian (a), derajat simpul relatif kecil dan memungkinkan untuk dibuat graf sederhana yang memenuhi jumlah derajat tersebut.

Pada bagian (b), derajat simpul yang besar perlu diperiksa menggunakan prinsip bahwa jumlah seluruh derajat simpul dalam graf harus bernilai genap. Prinsip ini membantu menentukan apakah suatu graf mungkin atau tidak untuk digambar.

Secara keseluruhan, latihan soal ini bertujuan untuk memperkuat pemahaman konsep simpul, derajat simpul, loop, serta syarat keberadaan suatu graf dalam teori graf.

Latihan Soal 3

A. Hubungan Simpul dan Sisi (Handshaking Lemma):

- Membahas cara menghitung jumlah Simpul (titik) jika jumlah Sisi (garis) dan Derajat (jumlah cabang tiap titik) sudah diketahui.
- Intinya: Total derajat simpul selalu dua kali jumlah sisi.

Latihan Soal 4

Pemodelan Masalah Nyata ke Bentuk Graf:

- Menggunakan masalah Jabat Tangan sebagai model graf.
- Orang diibaratkan sebagai Simpul (Vertex).
- Jabat tangan diibaratkan sebagai Sisi (Edge).
- Tujuannya untuk menghitung total interaksi (sisi) dalam sebuah kelompok yang saling terhubung satu sama lain.

Rangkuman Soal 5: Masalah Penyeberangan

Soal ini merupakan latihan pemodelan masalah logika klasik ke dalam bentuk Graf. Berikut poin-poin utamanya:

- Subjek: Terdapat tiga pasang suami-istri yang harus menyeberangi sungai.
- Kapasitas Alat: Tersedia satu perahu kecil yang hanya mampu menampung maksimal dua orang dalam sekali jalan.
- Batasan (Constraint): Para suami sangat pencemburu; seorang istri tidak boleh berada di dekat laki-laki lain jika suaminya sendiri tidak ada di tempat tersebut.
- Tugas: Membuat model Graf untuk menunjukkan langkah-langkah atau urutan penyeberangan yang aman agar semua pasangan bisa sampai ke seberang tanpa melanggar batasan yang ada.

PERTEMUAN 13

Contoh Soal :

1. Graf (a): Memiliki Lintasan Hamilton
 - Rute: $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$.
 - Penjelasan: Semua simpul (1, 2, 3, dan 4) dikunjungi tepat satu kali. Namun, tidak ada jalan langsung dari 4 kembali ke 3, sehingga ini hanya berupa lintasan, bukan sirkuit.
2. Graf (b): Memiliki Sirkuit Hamilton
 - Rute: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.
 - Penjelasan: Rute ini melewati semua simpul dan berhasil kembali ke titik awal (simpul 1). Karena memiliki sirkuit, graf ini secara otomatis juga memiliki lintasan Hamilton.

3. Graf (c): Tidak Memiliki Keduanya

- o Penjelasan: Pada graf ini, simpul 4 bertindak sebagai "pusat" (artikulasi). Untuk mencapai simpul 1, 2, atau 3, kita harus selalu melewati simpul 4. Tidak mungkin mengunjungi simpul 1, 2, dan 3 masing-masing satu kali tanpa melewati simpul 4 lebih dari satu kali.

Kesimpulan

- Graf (a) seperti garis yang menyambung semua titik.
- Graf (b) membentuk siklus tertutup (seperti cincin/persegi).
- Graf (c) berbentuk seperti bintang atau kipas di mana satu titik terjepit di tengah, sehingga mustahil membuat rute Hamilton.

PERTEMUAN 14 : Pohon Biner

Latihan Soal ;

Prinsip Dasar Pembentukan Pohon Biner

Untuk menyusun pohon biner dari barisan angka tersebut, aturan utama yang digunakan adalah:

1. Akar (Root): Angka pertama dalam barisan menjadi akar pohon.
2. Cabang Kiri: Angka yang lebih kecil dari induknya diletakkan di sebelah kiri.
3. Cabang Kanan: Angka yang lebih besar dari induknya diletakkan di sebelah kanan.

Berdasarkan latihan soal yang Anda berikan, berikut adalah rangkuman mengenai konsep Pohon Biner (Binary Tree), khususnya jenis Binary Search Tree (BST) yang menjadi fokus utama dalam soal-soal tersebut:

1. Definisi Pohon Biner

Pohon biner adalah struktur data hierarkis di mana setiap simpul (node) paling banyak memiliki dua anak, yang biasanya disebut sebagai anak kiri dan anak kanan.

2. Aturan Pembentukan (Binary Search Tree)

Berdasarkan deretan angka pada latihan soal (seperti 12, 22, 8, dst.), pohon tersebut disusun dengan aturan baku:

- Akar (Root): Angka pertama dalam barisan selalu menjadi simpul paling atas atau akar.
- Simpul Kiri (Left Child): Digunakan untuk menyimpan angka yang nilainya lebih kecil dari simpul induknya.
- Simpul Kanan (Right Child): Digunakan untuk menyimpan angka yang nilainya lebih besar dari simpul induknya.

Dari 5 nomor latihan yang ada, kita dapat melihat beberapa pola struktur:

- Keseimbangan: Jika angka pertama (akar) berada di tengah-tengah rentang nilai (seperti soal no. 4 dengan akar 50), pohon akan cenderung seimbang antara kiri dan kanan.
- Kecondongan (Skewed): Jika angka pertama sangat kecil (seperti soal no. 2 dengan akar 2), maka pohon akan "berat ke kanan" karena hampir semua angka berikutnya lebih besar dari 2.
- Kedalaman (Depth): Semakin banyak deret angka (seperti pada soal no. 4 dan 5), maka tingkatan atau "level" pohon akan semakin dalam.

PERTEMUAN 15

Bagian utama latihan ini berfokus pada teknik penyusunan Binary Search Tree (BST) dari deretan angka atau karakter.

- Aturan Dasar Penempatan:
 - Angka pertama dalam barisan bertindak sebagai Akar (Root).
 - Setiap angka baru dibandingkan dengan induknya: jika lebih kecil, diletakkan di cabang kiri; jika lebih besar, diletakkan di cabang kanan.
- Daftar Barisan Bilangan: Latihan mencakup lima variasi barisan angka dengan tingkat kompleksitas berbeda, mulai dari barisan pendek hingga barisan panjang (seperti soal nomor 4 dengan 15 angka).
- Analisis Struktur:
 - Pohon Seimbang: Terjadi jika akar memiliki nilai tengah (contoh: soal 4, akar 50).
 - Pohon Condong (Skewed): Terjadi jika akar memiliki nilai ekstrem kecil atau besar (contoh: soal 2, akar 2), yang mengakibatkan pohon menjuntai ke satu sisi.

2. Penelusuran (Traversal) Pohon Biner

Selain membuat gambar struktur, latihan ini juga menguji pemahaman tentang cara membaca atau menelusuri data dalam pohon:

- Preorder: Menelusuri dengan urutan Akar \rightarrow Kiri \rightarrow Kanan.
- InOrder: Menelusuri dengan urutan Kiri \rightarrow Akar \rightarrow Kanan (hasilnya biasanya berurutan dari kecil ke besar).
- PostOrder: Menelusuri dengan urutan Kiri \rightarrow Kanan \rightarrow Akar.

3. Penerapan Pohon Berakar (Decision Tree)

Terdapat soal aplikasi praktis menggunakan pohon berakar untuk memodelkan kemungkinan hasil pertandingan tenis antara Amir dan Rian:

- Kondisi Kemenangan:
 1. Pemain memenangkan 2 set berturut-turut.
 2. Pemain memenangkan total 3 set.
- Tujuan: Menggambarkan semua jalur kemungkinan set hingga ditemukan pemenang akhir berdasarkan kondisi di atas.

PERTEMUAN 15

Rankuman Soal :

Struktur Pohon Biner Pencarian (BST)

1. Buatlah pohon biner dari barisan bilangan berikut:

- 1. 12, 22, 8, 19, 10, 9, 20, 4, 2, 6
- 2. 2, 3, 4, 5, 50, 10, 15, 13, 20, 12, 10, 7
- 3. 7, 13, 4, 6, 5, 9, 15, 20, 60, 14, 40, 70
- 4. 50, 45, 55, 41, 49, 13, 60, 70, 40, 35, 30, 20, 80, 75, 85
- 5. 12, 19, 11, 17, 29, 21, 20, 22, 13, 14, 18, 16, 15

B. Aplikasi Pohon Berakar dan Traversal

1. Gunakan pohon berakar untuk menggambarkan semua kemungkinan hasil dari pertandingan tenis antara Amir dan Rian, di mana pemenangnya adalah pemain yang pertama memenangkan 2 set berturut-turut atau pemain yang pertama memenangkan total 3 set.
2. Diberikan masukan berupa rangkaian karakter, gambarkan pohon pencarian dan tentukan hasil penelusuran Preorder, InOrder, dan PostOrder.

C. Kombinatoria dan Teori Graf

1. Dari 10 mahasiswa Teknik Informatika 2025, berapa banyak cara membentuk perwakilan beranggotakan 5 orang dengan syarat tertentu (Mahasiswa A/B termasuk/tidak termasuk)?
2. Berapa cara memilih panitia 6 orang dari 8 pria dan 10 wanita dengan jumlah wanita lebih banyak dari pria?
3. Berapa peluang mendapatkan 4 kartu dari jenis yang sama dalam permainan remi (5 kartu)?
4. Gambarkan graf dengan 5 simpul yang mempunyai sirkuit Euler dan sirkuit Hamilton.
5. Gambarkan graf dengan 5 simpul yang mempunyai sirkuit Euler namun tidak memiliki sirkuit Hamilton.

BAGIAN 2: JAWABAN LATIHAN

Jawaban Pohon Biner (Prinsip Dasar)

Untuk membuat visualisasi ini di Word, gunakan menu Insert > SmartArt > Hierarchy.

- Soal 1 (Akar: 12):
 - Kiri: 8 (Punya anak kiri 4 \rightarrow 2; anak kanan 10 \rightarrow 9).
 - Kanan: 22 (Punya anak kiri 19 \rightarrow 20).
- Soal 4 (Akar: 50):
 - Kiri: 45, 41, 13, 40, 35, 30, 20, 49.
 - Kanan: 55, 60, 70, 80, 75, 85.

Jawaban Penelusuran (Traversal)

Jika sebuah pohon memiliki akar A dengan anak kiri B dan kanan C:

- Preorder: Akar-Kiri-Kanan (A-B-C).
- InOrder: Kiri-Akar-Kanan (B-A-C).
- PostOrder: Kiri-Kanan-Akar (B-C-A).

Jawaban Kombinatoria (Contoh Soal 1a & 1b)

- Total Mahasiswa: 10 orang, dipilih 5 orang.
- 1a (A selalu ikut): Sisanya memilih 4 orang dari 9 orang $\rightarrow C(9, 4) = 126$ cara.
- 1b (A tidak ikut): Memilih 5 orang dari 9 orang $\rightarrow C(9, 5) = 126$ cara.

BAGIAN 3: RANGKUMAN MATERI

Berdasarkan seluruh latihan di atas, berikut adalah poin-poin penting yang dipelajari:

1. Pohon Biner Pencarian (BST):
 - Struktur ini selalu menempatkan nilai lebih kecil di sebelah kiri dan nilai lebih besar di sebelah kanan simpul induk.
 - Keseimbangan pohon sangat bergantung pada angka pertama (Akar). Jika akar adalah nilai ekstrem, pohon akan condong ke satu sisi (skewed).
2. Pohon Keputusan:
 - Digunakan untuk memetakan logika probabilitas, seperti hasil pertandingan olahraga, di mana setiap cabang mewakili satu hasil (Menang/Kalah) hingga mencapai kondisi berhenti tertentu.
3. Metode Traversal:
 - Terdapat tiga cara standar membaca pohon (Preorder, InOrder, PostOrder) yang berguna dalam algoritma pencarian dan pemrosesan data komputer.
4. Kombinatoria dan Graf:
 - Kombinasi ($C(n, r)$): Digunakan saat urutan tidak penting, seperti memilih anggota panitia atau perwakilan.
 - Sirkuit Euler: Rute yang melewati setiap sisi tepat satu kali dan kembali ke awal.

- Sirkuit Hamilton: Rute yang melewati setiap simpul tepat satu kali dan kembali ke awal.