Modelado SEIR del COVID-19 y sus dinámicas

Rafael Mejía Zuluaga - rmejiaz@unal.edu.co

I. Introducción

El presente documento es una réplica del artículo *SEIR* modeling of the *COVID-19* and its dynamics. En este se simula el modelo propuesto por los autores y se realiza un análisis de bifurcaciones.

II. MODELO SEIR

El modelo SEIR clásico parte de un principio fundamental el cual consiste en dividir a la población total en cuatro grupos diferentes: S (susceptibles), E (expuestos), I (infectados) y R (recuperados). La idea es que a media que pasa el tiempo, todos los individuos de la población van a pertenecer a todos los grupos, siguiendo la ruta $S \to E \to I \to R$. Las variables del sistema son prescisamente la cantidad de personas en cada uno de estos grupos. El modelo también parte de la base que la cantidad total de individuos N se mantiene constante (no toma en cuenta los nacimientos ni las muertes), por lo que la cantidad de personas que salen de un grupo necesariamente deben entrar a otro de los grupos, y en todo momento se cumple N = S + E + I + R.

El modelo propuesto por los autores es una versión ampliada de este modelo, en el cual se incluyen dos variables más: H (hospitalizados) y Q (en cuarentena). Además, se divide la categoría de infectados en dos grupos: I_1 (infecados sin intervención) e I_2 (infectados con intervención).

A diferencia del modelo SEIR clásico, en este modelo se tienen dos canales principales, el primero es $S \to E \to I_1 \to R$ y el segundo $S \to Q \to I_2 \to H \to R$. El primer caso ilustra el comportamiento natural de una pandemia y equivale al SEIR clásico, mientras que el segundo hace referencia a los mecanismos de control impuestos por los gobiernos tales como cuarentenas y hospitazaciones. Por último, otra diferencia importante de este modelo con respecto al SEIR clásico es que en este los individuos pueden pasar de R nuevamente a S, pues se ha demostrado que es posible contagiarse más de una vez. A continuación se muestra el modelo propuesto:

$$\begin{cases} \dot{S} = -\frac{S}{N} (\beta_{1}I_{1} + \beta_{2}I_{2} + \chi E) + \rho_{1}Q - \rho_{2}S + \alpha R \\ \dot{E} = \frac{S}{N} (\beta_{1}I_{1} + \beta_{2}I_{2} + \chi E) - \theta_{1}E - \theta_{2}E \\ \dot{I}_{1} = \theta_{1}E - \gamma_{1}I_{1} \\ \dot{I}_{2} = \theta_{2}E - \gamma_{2}I_{2} - \varphi I_{2} + \lambda (\Lambda + Q) \\ \dot{R} = \gamma_{1}I_{1} + \gamma_{2}I_{2} + \phi H - \alpha R \\ \dot{H} = \varphi I_{2} - \phi H \\ \dot{Q} = \Lambda + \rho_{2}S - \lambda (\Lambda + Q) - \rho_{1}Q \end{cases}$$
(1)

En los cuadros I y II se pueden ver las descripciones de las variables y los parámetros del modelo respectivamente.

Variable	Descripción
S	Susceptibles
E	Expuestos
I_1	Infectados sin intervención
I_2	Infectados con intervención
R	Recuperados
Q	En cuarentena
\dot{H}	Hospitalizados
	Cuadro I

DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES DEL SISTEMA

Parámetros	Descripción	
α	Tasa de inmunidad temporal	
β_1, β_2	Tasa de transmisión por contacto con la clase de infecados	
χ	Probabilidad de transmisión por contacto con individuos expuestos	
$ heta_1, heta_2$	Tasa de transición de individuos a la clase de infectados	
γ_1,γ_2	Tasa de recuperación de infectados sintomáticos a recuperados	
φ	Tasa de transición de infectados con síntomas a hospitalizados	
ϕ	Tasa de recuperación de individuos infectados en cuarentena	
λ	Tasa de transición de individuos en cuarentena a infectados	
$ ho_1, ho_2$	Tasa de transición entre susceptibles y en cuarentena y vice versa	
Λ	Entrada externa de otros países o regiones	
Cuadro II		

DESCRIPCIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL SISTEMA

La figura 1 muestra un diagrama de flujo del modelo con los diferentes canales.

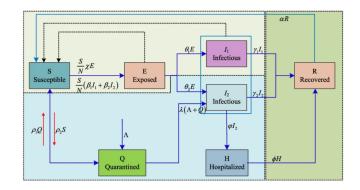


Figura 1. Diagrama de flujo del modelo