Modelado SEIR del COVID-19 y sus dinámicas

Rafael Mejía Zuluaga - rmejiaz@unal.edu.co

I. Introducción

El presente documento es una réplica del artículo *SEIR* modeling of the *COVID-19* and its dynamics. En este se simula el modelo propuesto por los autores y se realiza un análisis de bifurcaciones.

II. MODELO SEIR

El modelo SEIR clásico parte de un principio fundamental el cual consiste en dividir a la población total en cuatro grupos diferentes: S (susceptibles), E (expuestos), I (infectados) y R (recuperados). La idea es que a media que pasa el tiempo, todos los individuos de la población van a pertenecer a todos los grupos, siguiendo la ruta $S \to E \to I \to R$. Las variables del sistema son prescisamente la cantidad de personas en cada uno de estos grupos. El modelo también parte de la base que la cantidad total de individuos N se mantiene constante (no toma en cuenta los nacimientos ni las muertes), por lo que la cantidad de personas que salen de un grupo necesariamente deben entrar a otro de los grupos, y en todo momento se cumple N = S + E + I + R.

El modelo propuesto por los autores es una versión ampliada de este modelo, en el cual se incluyen dos categorías más: H (hospitalizados) y Q (en cuarentena). Además, se divide la categoría de infectados en dos grupos: I_1 (infecados sin intervención) e I_2 (infectados con intervención).

A diferencia del modelo SEIR clásico, en este modelo se tienen dos canales principales, el primero es $S \to E \to I_1 \to R$ y el segundo $S \to Q \to I_2 \to H \to R$. El primer caso ilustra el comportamiento natural de una pandemia y equivale al SEIR clásico, mientras que el segundo hace referencia a los mecanismos de control impuestos por los gobiernos tales como cuarentenas y hospitazaciones. Por último, otra diferencia importante de este modelo con respecto al SEIR clásico es que en este los individuos pueden pasar de R nuevamente a S, pues se ha demostrado que es posible volver a contagiarse después de haber estado infectado y haberse recuperado. A continuación se muestra el modelo propuesto:

$$\begin{cases} \dot{S} = -\frac{S}{N} \left(\beta_{1} I_{1} + \beta_{2} I_{2} + \chi E \right) + \rho_{1} Q - \rho_{2} S + \alpha R \\ \dot{E} = \frac{S}{N} \left(\beta_{1} I_{1} + \beta_{2} I_{2} + \chi E \right) - \theta_{1} E - \theta_{2} E \\ \dot{I}_{1} = \theta_{1} E - \gamma_{1} I_{1} \\ \dot{I}_{2} = \theta_{2} E - \gamma_{2} I_{2} - \varphi I_{2} + \lambda \left(\Lambda + Q \right) \\ \dot{R} = \gamma_{1} I_{1} + \gamma_{2} I_{2} + \phi H - \alpha R \\ \dot{H} = \varphi I_{2} - \phi H \\ \dot{Q} = \Lambda + \rho_{2} S - \lambda \left(\Lambda + Q \right) - \rho_{1} Q \end{cases}$$
(1)

La figura 1 muestra un diagrama de flujo del modelo con los diferentes canales.

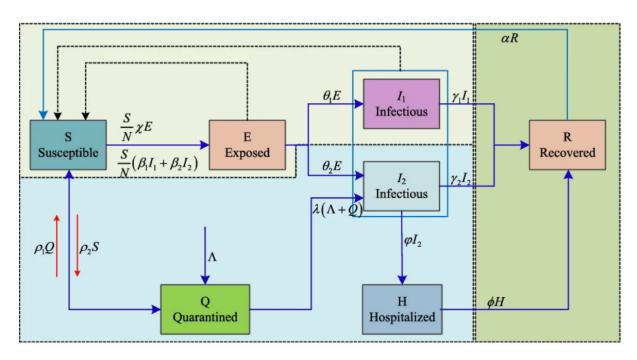


Figura 1. Diagrama de flujo del modelo