已知y=sinx+cosx在[0，pi]，求hermite插值函数

代码：

for t=2:7

xfirst=0:pi/t:pi;

yfirst=sin(xfirst)+cos(xfirst);

syms x;

yf=0;

ydiff=diff(sin(xfirst)+cos(xfirst));

n=length(xfirst)-1;

for i=1:n

list=1;

for j=1:n

if i~=j

list=(x-xfirst(j))/(xfirst(i)-xfirst(j))\*list;

end

end

a=list^2\*(1-2\*subs(diff(list),'x',xfirst(i))\*(x-xfirst(i)));

b=list^2\*(x-xfirst(i));

yf=yf+a\*yfirst(i)+b\*ydiff(i);

end

t

yf=simplify(yf)

xsecond=0:pi/t:pi;

ysecond=subs(yf,'x',xsecond)

plot(xsecond,ysecond)

title('Ñ¡È¡t=2µ½6½Úµã')

subplot(2,3,t-1)

end

plot(xfirst,yfirst)

title('Ô­º¯Êý')

subplot(2,3,t-1)

以下为结果演示：

>> hermite

t =

2

yf =

(- 8\*x^3 + 4\*pi\*x^2 + pi^2)/pi^2

ysecond =

[ 1, 1, (pi^2 - 4\*pi^3)/pi^2]

t =

3

yf =

(3296863744183468\*x\*pi^5 - 1236199859875408338\*pi\*x^4 - 911978924542525359\*pi\*x^5 + 9007199254740992\*pi^5 + 1040708646799109478\*x^5 + 28749310499323782\*x^2\*pi^3 + 299199715464661794\*x^3\*pi^2 + 96870711857627376\*x^2\*pi^4 - 690505790561885115\*x^3\*pi^3 + 1414658618721563778\*x^4\*pi^2)/(9007199254740992\*pi^5)

ysecond =

[ 1, 3076015749731115/2251799813685248, 412107968022933/1125899906842624, (141465012142427708\*pi^5 - 87658520781035852\*pi^6)/(9007199254740992\*pi^5)]

t =

4

yf =

(193690812773950305024\*pi\*x^6 + 12591801304798113\*x\*pi^7 - 46048982503639425024\*pi\*x^7 + 124515522497539473408\*2^(1/2)\*x^7 + 30399297484750848\*pi^7 - 73786976294838212096\*x^7 - 648518346341351352\*x^2\*pi^5 - 8935141660703065016\*x^3\*pi^4 + 73498745918686499520\*x^4\*pi^3 - 184467440737095527648\*x^5\*pi^2 + 856344845874209472\*x^2\*pi^6 - 11226626748705223452\*x^3\*pi^5 + 52149613126378020624\*x^4\*pi^4 - 113315167559561795904\*x^5\*pi^3 + 116764932679332118272\*x^6\*pi^2 + 17509995351216488448\*2^(1/2)\*x^3\*pi^4 - 116733302341443256320\*2^(1/2)\*x^4\*pi^3 + 287942145775560032256\*2^(1/2)\*x^5\*pi^2 - 311288806243848683520\*pi\*2^(1/2)\*x^6)/(30399297484750848\*pi^7)

ysecond =

[ 1, 2^(1/2), 1, 1/9007199254740992, -(618119048856600720\*pi^7 - 1945555039024054272\*2^(1/2)\*pi^7 + 807294359017297899\*pi^8)/(30399297484750848\*pi^7)]

t =

5

yf =

(6176004883998926976\*x\*pi^9 - 4601846232802655721875000\*pi\*x^8 - 407764244802116921484375\*pi\*x^9 + 15564440312192434176\*pi^9 + 1330785801977231289062500\*x^9 - 2746572805182711261600\*x^2\*pi^7 + 62309594704797131622000\*x^3\*pi^6 - 511312334764324631615000\*x^4\*pi^5 + 2123845487822814565412500\*x^5\*pi^4 - 4949067849399479291750000\*x^6\*pi^3 + 6552425418709234766875000\*x^7\*pi^2 + 1280777119939305930960\*x^2\*pi^8 - 24611234669214424602300\*x^3\*pi^7 + 185397593357515044771000\*x^4\*pi^6 - 729378134501054285604375\*x^5\*pi^5 + 1634014588580203216275000\*x^6\*pi^4 - 2098604578364487948093750\*x^7\*pi^3 + 1438447451143670977500000\*x^8\*pi^2)/(15564440312192434176\*pi^9)

ysecond =

[ 1, 6290638077601667/4503599627370496, 1418716648278325/1125899906842624, 5782977903353945/9007199254740992, -249084797801289/1125899906842624, (4408877882747588904576\*pi^9 - 1211606130661036380864\*pi^10)/(15564440312192434176\*pi^9)]

t =

6

yf =

(1648431872091733000\*x\*pi^11 - 43087805050757186756553840\*pi\*x^10 - 2242238198583722676284160\*pi\*x^11 + 4503599627370496000\*pi^11 + 9622554877473770249218656\*x^11 - 3989018215318211500020\*x^2\*pi^9 + 107949040829145745797516\*x^3\*pi^8 - 1188008586129628430730375\*x^4\*pi^7 + 7145000126128651718928780\*x^5\*pi^6 - 26151839035254433334402415\*x^6\*pi^5 + 60827329641479613586275078\*x^7\*pi^4 - 90392015510666113447510200\*x^8\*pi^3 + 83125817000044475662584720\*x^9\*pi^2 + 1147454671101173855200\*x^2\*pi^10 - 29330686405486485098010\*x^3\*pi^9 + 311174996450263623288000\*x^4\*pi^8 - 1821248418808025559265050\*x^5\*pi^7 + 6522072448519245776778900\*x^6\*pi^6 - 14897326627272672370414080\*x^7\*pi^5 + 21801010973687066370204000\*x^8\*pi^4 - 19786641221184168184999200\*x^9\*pi^3 + 10140296584807183386542400\*x^10\*pi^2)/(4503599627370496000\*pi^11)

ysecond =

[ 1, 6152031499462229/4503599627370496, 3076015749731115/2251799813685248, 1, 412107968022933/1125899906842624, -6593727488366935/18014398509481984, (4997988532604152603900\*pi^11 - 1081045687342853659000\*pi^12)/(4503599627370496000\*pi^11)]

t =

7

yf =

(31270760492066797824000\*x\*pi^13 - 27516607620256708432704327989054\*pi\*x^12 - 944083606138850218775636788760\*pi\*x^13 + 93386641873154605056000\*pi^13 + 5014322632408865317793009689917\*x^13 - 358040521287393857937138240\*x^2\*pi^11 + 11819779923556992782607211104\*x^3\*pi^10 - 166513248291004384395098326784\*x^4\*pi^9 + 1333265782546866034891650728172\*x^5\*pi^8 - 6779628870153414123468838589560\*x^6\*pi^7 + 23095048508585900681279713444617\*x^7\*pi^6 - 53999109404278832943697644583662\*x^8\*pi^5 + 86966208167558648833522534066311\*x^9\*pi^4 - 94839701009164524372651229491100\*x^10\*pi^3 + 66881655368548418336279075941479\*x^11\*pi^2 + 76192747246378006390540800\*x^2\*pi^12 - 2459267072029337088715580160\*x^3\*pi^11 + 34057579866436295624186289600\*x^4\*pi^10 - 268827245513455847532300596960\*x^5\*pi^9 + 1350095175815753423196210898800\*x^6\*pi^8 - 4548998920717594586747705241880\*x^7\*pi^7 + 10533044233663543000406861791200\*x^8\*pi^6 - 16816829575590568415511345278280\*x^9\*pi^5 + 18197255072243474263986940124400\*x^10\*pi^4 - 12743569352643059819025767617960\*x^11\*pi^3 + 5210167948702120785937964083200\*x^12\*pi^2)/(93386641873154605056000\*pi^13)

ysecond =

[ 1, 6011641703569705/4503599627370496, 3164502206214919/2251799813685248, 5392830177262949/4503599627370496, 6777079573534729/9007199254740992, 1426215067578491/9007199254740992, -8414257647783197/18014398509481984, (402140293126418928120019200\*pi^13 - 71733366223585456119552000\*pi^14)/(93386641873154605056000\*pi^13)]

总结：本次代码为hermit插值多项式的代码，在实现多项式计算的基础上，对原函数进行了分割。发现在割裂次数（t）的次数逐渐升高时，产生了龙格现象，即在计算方法中，有利用多项式对某一函数的近似逼近，计算相应的函数值，一般情况下，多项式的次数越多，需要的数据就越多，而预测也就越准确，插值次数越高，插值结果偏离原函数的现象。在分割量较小的左上两个图中，明显与接下来的三个图产生了巨大的差异。Hermite插值同拉格朗日插值、牛顿插值最大的不同在于其保留了原函数的导数情况，使得其插值多项式在给定区间内具有至少二阶连续可导的性质，这一性质也产生了一定的缺陷，在使用时必须先预知对应节点的函数值和导数值的数值情况，否则会使得函数的误差极大的增加，（视图1和图6），显然在[1，3]区间中，越逼近节点的插值最终数值的效果会比较好，但是越是往外扩散时，其误差将会无限放大，乃至超脱区间外的数据不具备很大的参考价值。

