Práctica 4
Principios de Mecatrónica

Jorge Alejandro Ramírez Gallardo
Ingeniería Mecatrónica e Ingeniería Industrial
Instituto Tecnológico Autónomo de México
Ciudad de México
Email: ramirez-alejandro.g@outlook.com

Ricardo Edward Meadowcroft
Ingeniería en Computación y Licenciatura en Matemáticas
Instituto Tecnológico Autónomo de México
Ciudad de México
Email: rmeadowc@itam.mx

***Abstract*—Se presenta a MATLAB Simulink como una herramienta para la modelación y prueba de algunos sistemas de medición y de control, comparando la utilidad de elementos P, PI y PID para el procesamiento de las señales entrantes al sistema.**

INTRODUCCIÓN

Un elemento crucial de la mecatrónica, considerando como está representa una convergencia entre distintos campos relacionados con sistemas tanto digitales como físicos, es la manera en que se maneja tal conexión entre la lógica computacional de un sistema y las acciones físicas que efectúa sobre el mundo externo. En tal aspecto, la relación suele ser no trivial, y una acción que se puede desear, por ejemplo mover un actuador a una dirección deseada, no corresponde a un simple comando.

Para poder desarrollarse tales acciones esenciales en la mecatrónica, se requiere entonces poder manejar sistemas de control con retroalimentación que permiten considerar usar el estado actual del sistema para mejor aproximar las acciones requeridas para llegar al estado deseado de manera eficiente. Esta práctica ahondará en el conocimiento y simulación de los elementos de control PID.

MARCO TEÓRICO

El contenido de este documento se subdivide en los elementos teóricos relacionados con los P, PI y PID y con algunas señales de entrada (secciones A y B) y en la ejecución propiamente dicha de la simulación en MATLAB Simulink.

A. P vs. PI vs. PID

Si se busca usar retroalimetación en un sistema de control para aproximar un valor deseado, uno de las formas más simples es implementarlo en un sistema de control proporcional, que podemos llamar un elemento **P**. Aquí, si se tiene $e(t)$, que es el error dado entre el valor actual en un sistema y el deseado, y $P(t)$ es la magnitud de la acción que el sistema realiza en respuesta,

$$P(t) = K_P e(t) + p_0$$

donde K_p es la ganancia del sistema y p_0 es la magnitud que debe tener la acción para mantener el valor deseado cuando el error es cero. La acción de un controlador **P** tiende a hacer que el valor controlado en el sistema se acerque al ideal, pero puede estabilizarse en un valor que no es el deseado, teniendo entonces un error de estado estacionario, por ejemplo, si se acerca lo suficiente al valor deseado, $P(t)$ se puede volver lo suficiente pequeño como para que el valor que suma al valor actual es contrarrestado con fuerzas externas.[1]

Para contrarrestar mejor estos efectos, un sistema de control **PI** agrega un segundo término que se le suma al término proporcional, que de manera ideal es el integral:

$$I(t) = K_I \int e(\tau) d\tau$$

donde aquí K_I es entonces la ganancia del elemento integral. Así, al integrar sobre los errores que se obtuvieron desde un tiempo dado hasta el error actual, el tiempo que se toma en corregir el error se toma en cuenta. De este modo, entre más tiempo se mantiene un error, la fuerza de la acción va incrementando para eliminar ese error.

De este modo, el sistema anterior puede eliminar el error estacionario; sin embargo, cuando llega por primera vez al valor deseado, aun si se logra que el elemento proporcional se vuelva nulo, el elemento integral, como tiene memoria de los errores pasados, sigue proporcionando acción por encima del estacionario, causando que sobrepase inicialmente el valor y quede oscilando por un tiempo. Esto se puede mitigar usando un sistema **PID** que agrega un último término que se suma al proporcional e integral

$$D(t) = \frac{dK_D e(t)}{dt}$$

donde K_D es la ganancia del elemento diferencial. De este modo, se puede considerar que al conocer con este término la rapidez con la que cambia el error, puede aproximarse al conocimiento del error futuro, y así reducir la oscilación, ya que tiene mayor efecto cuando el error cambia rápido y se reduce en cuanto llega alrededor del valor deseado. [1]

B. Señales escalón (Heaviside) y rampa (lineal) en sistemas

Para muchos casos de uso prácticos, la función más simple conceptualmente que puede representar el estado de una variable sobre la que se quiere actuar es una señal escalón. Aquí, la señal permanece en un valor constante para los todos tiempos antes de un tiempo determinado, y adquiere otro valor distinto para todos los tiempos posteriores. El caso ejemplar de tal tipo de función es la función Heaviside, que tiene valor cero para todos los valores negativos de tiempo, y uno para todos los positivos. A pesar de la descripción simple, la discontinuidad de tal función hace difícil que un sistema mecatrónico pueda realizarlo.

Para un sistema simple P, muy poca ganancia implica mayor tiempo en llegar a un nuevo estado estacionario. Si el sistema a tomar en cuenta es además de al menos segundo orden, al incrementar la ganancia, la velocidad inicial de cambio causa oscilaciones alrededor del valor buscado. Un sistema PID bien configurado puede reducir tales efectos, haciendo que el valor llegue al deseado con error mínimo un tiempo breve después del tiempo de la discontinuidad; aún así, entre estos dos tiempos la discontinuidad resultará en oscilaciones transitorias por la naturaleza del sistema.

Por otro lado, otra función importante a considerar es una función rampa, que tiene un valor constante antes de un tiempo determinado, y posterior adquiere una pendiente constante positiva. Aquí, aún con sistemas de primer orden es notable que tiende a un error constante: hay un constante retraso entre el valor a que llega y el valor a que cambió en un intervalo de tiempo.

DESARROLLO

C. MATLAB Simulink

El controlador PID es un dispositivo que permite controlar un sistema en lazo cerrado para que alcance el estado de salida deseado, en este caso de un motor. [2] Para poder implementar los controladores se utilizó MATLAB Simulink. El esquema, mostrado en la Figura 1, contiene una señal de entrada (escalón unitario), en controlador PID, el motor y un lazo de retroalimentación que pasa por un sensor para determinar si el sistema está respondiendo de forma correcta.

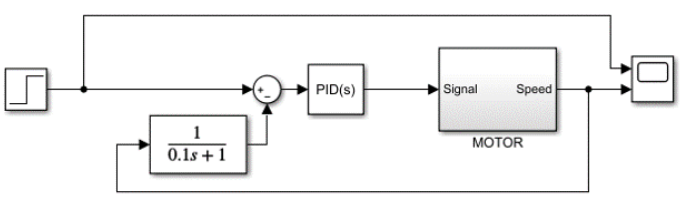

Figura 1. Esquema del motor con el controlador PID.

Debido a que no se conocían las ecuaciones del motor en cuestión se utilizó el método de Ziegler-Nichols para poder ajustar el controlador PID correspondiente. [3] Para ello, se identifica un valor estimado de ganancia proporcional y se establece el controlador en modo P. Una vez efectuado ello, se incrementa la ganancia K_p lentamente hasta obtener una respuesta estable con oscilaciones periódicas y se define K_u como K_p y el periodo P_u como el periodo de oscilación. Con los resultados obtenidos, se redefinen los valores de las ganancias K_p, $_i$ y K_d, como lo señala la siguiente imagen, extraída del documento original de la práctica.

Controlador	k_p	τ_i	τ_d
P	$0.5k_u$	∞	0
PI	$k_u/2{,}2$	$P_u/1{,}2$	0
PID	$0.6k_u$	$0.5P_u$	$P_u/8$

Figura 2. Parámetros de Ziegler-Nichols.

Después de evaluaciones empíricas, se encontró que el valor adecuado para percibir las oscilaciones era $K_p = 20.$ y el periodo de oscilación fue de 210 milisegundos, como se muestra en el siguiente gráfico.

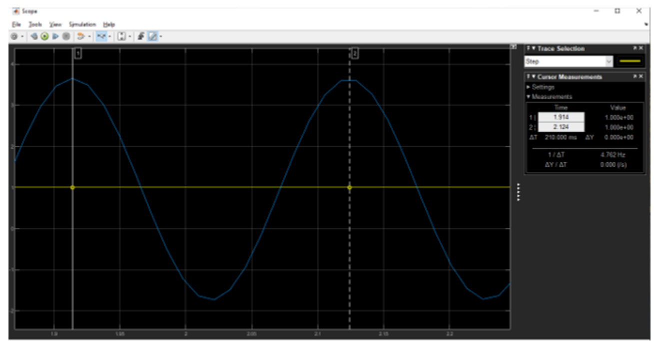

Figura 3. Determinación del periodo de oscilación.

Considerando que las ecuaciones

$$k_i = kp/\tau_i$$

$$kd = kp * \tau_d$$

definen las ganancias de cada elemento del PID, como se explicó con la figura anterior. Así, se obtuvieron que los valores correspondientes a un controlador PID serían los mostrados en la siguiente tabla.

Controlador	kp	Ti	Td		kp	ki	kd
P	10	1E+22	0		10.00	0.00	0.00
PI	9.090909	0.175	0		9.09	51.95	0.00
PID	12	0.105	0.02625		12.00	114.29	0.32

Figura 4. Valores para el controlador PID.

Los resultados relacionados con la implementación de cada una de las configuraciones para el PID se muestran en la siguiente sección.

RESULTADOS

Los resultados para cada una de las configuraciones (P, PI y PID) se ejemplifican a través de la comparación de la señal de entrada u(t) y la señal de salida del sistema descrito. Las siguientes tres figuras contienen dicha información.

Observe que para la configuración P, el estado estacionario al que tiende no es igual al valor ideal, sino que se encuentra por debajo. Para PI, el valor a que tiende conforme avanza el tiempo ya es igual al deseado, pero presenta mayores oscilaciones, estando estas presentes por una cantidad considerable de tiempo después de la transición. Finalmente, con el PID alcanza el valor deseado, y llega a ella sin oscilaciones apreciables después de solo un periodo breve de tiempo, aunque en este periodo sigue habiendo oscilaciones transitorias.

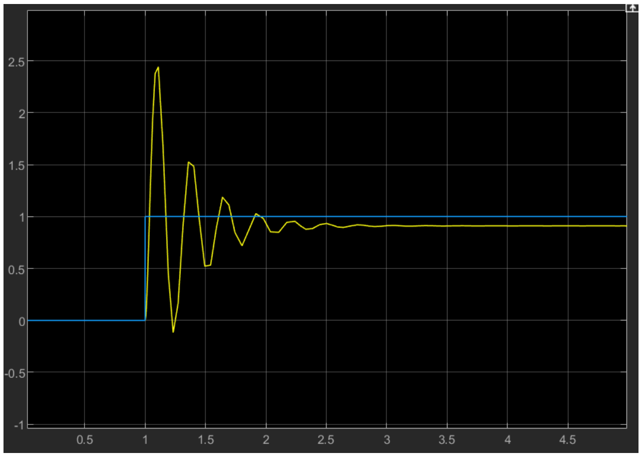

Figura 5. Respuesta del sistema P con los valores de ganancia obtenidos

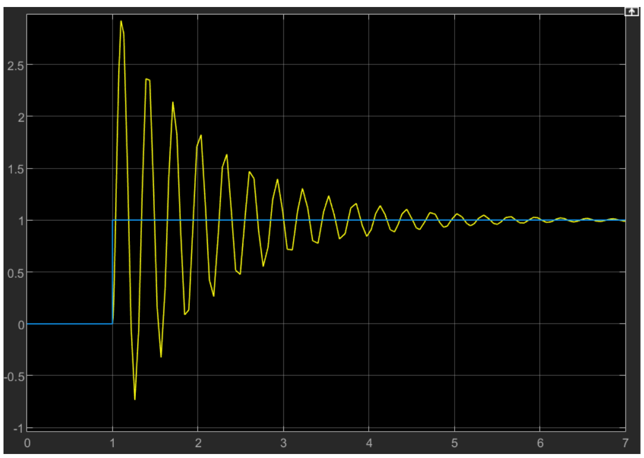

Figura 6. Respuesta del sistema PI con los valores de ganancia obtenidos

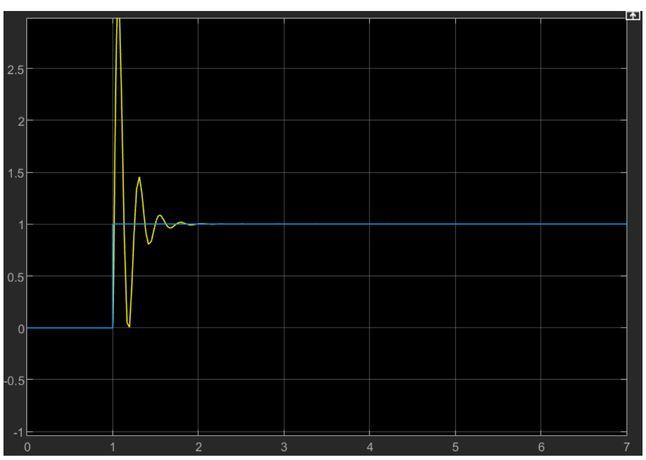

Figura 7. Respuesta del sistema PID con los valores de ganancia obtenidos

Conclusión

Se puede apreciar en el desarrollo de esta práctica que el control de la manera con la que interactúa un sistema mecatrónico con su entorno resulta ser una tarea no trivial, que requiere análisis y consideración cuidadosa para llevarse a cabo de manera óptima.

Así, en el desarrollo llevado a cabo, adquirir el entendimiento de cómo funcionan los sistemas PID y las habilidades para ajustar los parámetros de estas y optimizarlos en los diferentes casos de uso es importante para implementar un sistema efectivo y con un diseño adecuado, siendo este tipo de elementos necesarios para la adecuada formación como ingeniero.

References

[1] Messner, Bill, and Dawn Tillbury. "Introduction: PID Controller Design". *Control Tutorials For MATLAB And Simulink*, 2017, http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/-index.php?example=Introduction&section=ControlPID.

[2] Ogata, Katsuhiko. *Ingeniería de Control Moderna*. Tercera edición. Editorial Prentice Hall.

[3] Ogata, Katsuhiko. *Sistemas de control en tiempo discreto*. Segunda edición. Editorial Prentice Hall.