

Gekoppelte Schwingkreise

1. Einleitung

Zwei schwingungsfähige Systeme, die in irgendeiner Weise so miteinander verbunden sind, dass sie eine Rückwirkung aufeinander ausüben, bezeichnet man als **gekoppelte Systeme**. Als Beispiel dafür können zwei Fadenpendel, die über eine elastische Feder zusammenhängen, dienen (Abb.1).

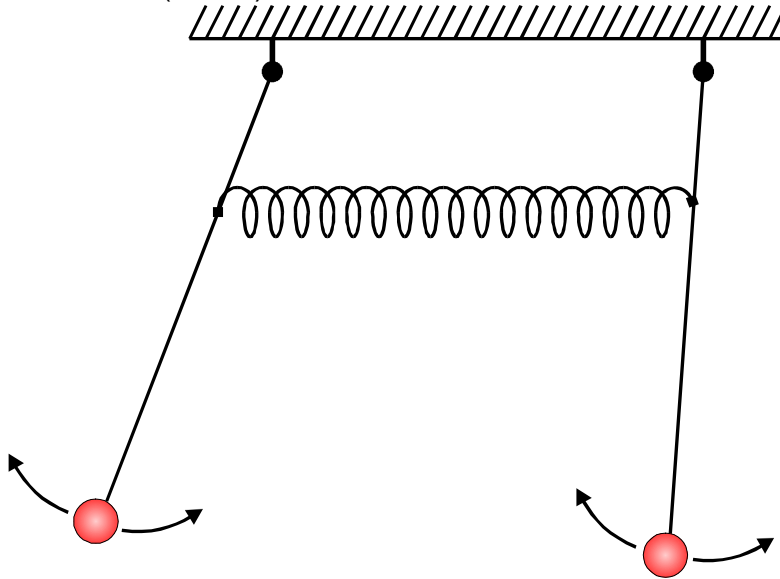


Abb.1: Beispiel für ein gekoppeltes Schwingungssystem, bestehend aus 2 Fadenpendeln, die über eine elastische Feder miteinander verbunden sind.

Von großem Interesse ist hier der Energieübergang von einem schwingendem System auf das andere in Abhängigkeit von der Zeit. Wenn man beispielsweise das linke Pendel einmal aus seiner Ruhelage auslenkt, also potentielle Energie in das System hineinsteckt, wird es mit seiner Eigenfrequenz schwingen. Gleichzeitig wird über die elastische Feder Energie in das rechte System übertragen, sodass dieses ebenfalls zu schwingen beginnt. Dadurch verliert wegen der Energieerhaltung das linke System Energie; seine Schwingungsamplitude wird also abnehmen, während sie im rechten zunimmt. Im Folgenden wird gezeigt werden, dass bei gleicher Schwingungsfrequenz und dem Fehlen von Reibungsverlusten die Energie zwischen den beiden Schwingern ad infinitum hin- und herpendelt.

Außerdem interessiert das Verhalten des Gesamtsystems, wenn es unter dem Einfluss eines von außen periodisch einwirkenden Erregers steht. In diesem Falle führt das System sogenannte erzwungene Schwingungen¹ mit speziellen Resonanzphänomenen aus.

Die Untersuchungen sollen im vorliegenden Experiment an elektrischen Schwingkreisen ausgeführt werden, da man hier Amplitude und Frequenz wesentlich einfacher und genauer bestimmen kann. Die hieran gewonnenen Ergebnisse lassen sich ohneweitere

¹ Näheres zu diesem Begriff siehe z.B. V354, Kap.3

res auf andere gekoppelte Systeme übertragen, da ihre Schwingungsgleichungen vom gleichen Typus sind.

2. Schwingungsgleichung für kapazitiv gekoppelte Schwingkreise

Im Folgenden sollen zwei gleiche elektrische Schwingkreise, die beide aus den Induktivitäten L und Kapazitäten C aufgebaut sind, betrachtet werden. Ihre Kopplung kann auf verschiedene Weise geschehen. Hier wird sie durch einen Koppelkondensator C_k realisiert (Abb.2). Beide Schwingkreise haben das in ihm herrschende elektrische Feld gemeinsam.

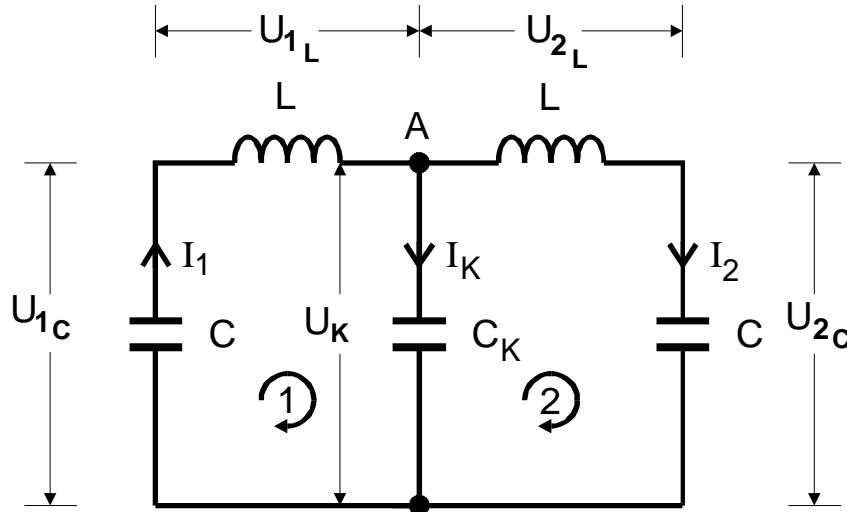


Abb.2: Prinzipschaltbild zweier kapazitiv gekoppelter Schwingkreise

Zur Berechnung der Zeitabhängigkeit der Ströme I_1 und I_2 in den beiden Schwingkreisen wendet man die Kirchhoffsche Knotenregel (V302, Kap.2) auf den Verzweigungspunkt A an. Sie liefert die Beziehung

$$(1) \quad I_K = I_1 - I_2 \quad .$$

Die Kirchhoffsche Maschenregel macht hingegen eine Aussage über die Spannungen in den Leiterkreisen 1 und 2:

$$U_{1C} + U_{1L} + U_K = 0$$

und

$$U_{2C} + U_{2L} + U_K = 0 \quad .$$

In dieses Gleichungssystem setzt man die Beziehungen

$$U_C = \frac{1}{C} \int I \, dt \quad \text{und} \quad U_L = L \dot{I}$$

ein und erhält unter Beachtung von (1)

$$\frac{1}{C} \int I_1 \, dt + L \dot{I}_1 + \frac{1}{C_K} \int (I_1 - I_2) \, dt = 0$$

sowie

$$\frac{1}{C} \int \mathbf{I}_2 dt + L \dot{\mathbf{I}}_2 - \frac{1}{C_k} \int (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) dt = 0 \quad .$$

Durch Differentiation nach der Zeit folgt hieraus

$$(2) \quad L \ddot{\mathbf{I}}_1 + \frac{1}{C} \mathbf{I}_1 + \frac{1}{C_k} (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 0$$

und

$$(3) \quad L \ddot{\mathbf{I}}_2 + \frac{1}{C} \mathbf{I}_2 - \frac{1}{C_k} (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 0 \quad .$$

Zur Lösung dieses Differentialgleichungssystems führt man zweckmäßigerweise neue Variablen ein und zwar Summe und Differenz der Einzelströme. Man bekommt dann durch Addition und Subtraktion von (2) und (3) folgende Ausdrücke

$$(4) \quad L \frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) + \frac{1}{C} (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) = 0$$

und

$$(5) \quad L \frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) + \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_k} \right) (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 0 \quad .$$

Man hat damit zwei lineare homogene Differentialgleichungen erhalten, die sich unabhängig voneinander lösen lassen. Die Lösung von (4) ist bekanntermaßen (siehe V 354, Kap.2) die Gleichung einer harmonischen Schwingung

$$(6) \quad (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)(t) = (\mathbf{I}_{10} + \mathbf{I}_{20}) \cos t / \sqrt{LC} \quad .$$

Ihre Schwingungsfrequenz

$$(7) \quad \nu^+ = 1/2 \pi \sqrt{LC} \quad .$$

ist gleich der des Einzeloszillators mit der Kapazität C und der Induktivität L. Man erkennt hieran die bemerkenswerte Tatsache, dass die Summe $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$ der Ströme in den einzelnen Kreisen der gekoppelten Oszillatoren mit der konstanten Amplitude $\mathbf{I}_{10} + \mathbf{I}_{20}$ schwingt. Das entsprechende gilt für die Differenz $\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$ der Ströme, wie die Lösung der Differentialgleichung (5) zeigt

$$(8) \quad (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2)(t) = (\mathbf{I}_{10} - \mathbf{I}_{20}) \cos \left\{ t / \sqrt{L \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_k} \right)^{-1}} \right\} \quad .$$

Hier ist nur die Frequenz

$$(9) \quad \nu^- = 1/2 \pi \sqrt{L \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_k} \right)^{-1}}$$

größer als die der Summensschwingung (7). Durch Addition und Subtraktion von (6) und (8) bekommt man die ursprünglichen Variablen \mathbf{I}_1 und \mathbf{I}_2 wieder zurück:

$$(10) \quad \mathbf{I}_1(t) = \frac{1}{2} (\mathbf{I}_{10} + \mathbf{I}_{20}) \cos 2 \pi \nu^+ t + \frac{1}{2} (\mathbf{I}_{10} - \mathbf{I}_{20}) \cos 2 \pi \nu^- t$$

$$(11) \quad I_2(t) = \frac{1}{2}(I_{10} + I_{20}) \cos 2\pi \nu^+ t - \frac{1}{2}(I_{10} - I_{20}) \cos 2\pi \nu^- t .$$

An dieser Stelle erscheint es sinnvoll, zwei Spezialfälle des Systems der gekoppelten Oszillatoren zu betrachten: Angenommen die Oszillation beginnt in den beiden Schwingkreisen mit gleicher Amplitude und Phase, d. h. $I_{10} = I_{20}$, dann verschwindet die Differenzschwingung (8), und beide Oszillatoren schwingen ständig in Phase mit der Frequenz ν^+ des Einzeloszillators. Am Koppelkondensator C_k liegt zu keinem Zeitpunkt eine Spannung an; denn die beiden Ströme I_1 und I_2 kompensieren sich ständig.

Im zweiten Falle mögen die Oszillatoren mit entgegengesetzter Phase aber gleicher Amplitude starten ($I_{10} = -I_{20}$). Jetzt verschwindet die Summenschwingung, und beide Oszillatoren schwingen selbstständig gegenphasig mit der erhöhten Frequenz ν^- aus (9). Die beiden soeben beschriebenen Vorgänge werden als **Fundamentalschwingungen** des gekoppelten Systems bezeichnet.

Gänzlich andere Erscheinungen treten auf, wenn zur Zeit $t = 0$ nur der Oszillator 1 eine von null verschiedene Amplitude besitzt, während sich Oszillator 2 in Ruhe befindet ($I_{10} \neq 0, I_{20} = 0$). Dann bekommt man aus (10) und (11)

$$I_1(t) = \frac{1}{2} I_{10} (\cos \omega^+ t + \cos \omega^- t)$$

und

$$I_2(t) = \frac{1}{2} I_{10} (\cos \omega^+ t - \cos \omega^- t) .$$

Zur Umformung dieser Gleichungen benutzt man die Identitäten

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{1}{2}(a + b) \cos \frac{1}{2}(a - b)$$

sowie

$$\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{1}{2}(a + b) \sin \frac{1}{2}(a - b) .$$

Es wird dann

$$(12) \quad I_1(t) = I_{10} \cos \frac{1}{2}(\omega^+ + \omega^-)t \cos \frac{1}{2}(\omega^+ - \omega^-)t$$

und

$$(13) \quad I_2(t) = I_{10} \sin \frac{1}{2}(\omega^+ + \omega^-)t \sin \frac{1}{2}(\omega^+ - \omega^-)t .$$

Zur Diskussion des durch (12) und (13) beschriebenen Schwingungsvorganges werde angenommen, dass die Frequenzen ν^+ und ν^- nur wenig voneinander verschieden sind (d.h. $C_k \gg C$); dann gilt

$$\frac{1}{2}(\omega^+ + \omega^-) \approx \omega^+$$

und

$$\omega^- - \omega^+ \ll \omega^+ .$$

Man erkennt an (12) und (13), dass jetzt die Oszillatoren mit einer Frequenz $\frac{1}{2}(\nu^+ + \nu^-)$ schwingen, die mit der Frequenz des Einzeloszillators ungefähr übereinstimmt. Doch die Amplitude der Schwingungen ändert sich periodisch zwischen den Extremwerten 0 und I_{10} mit der niedrigen Frequenz $\nu^- - \nu^+$, wie es in Abb.3 dargestellt ist. Einen solchen Schwingungsvorgang bezeichnet man als **Schwebung**, und die Größe $\nu^- - \nu^+$ heißt

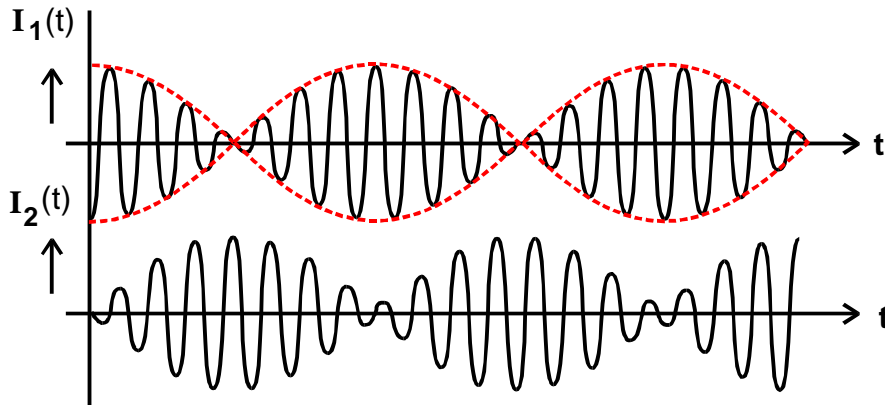


Abb.3: Zeitabhängigkeit der Ströme in den Schwingkreisen im Falle einer Schwebung

Schwebungsfrequenz. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Amplitude des Oszillators 1 maximal und die von Oszillator 2 null; die gesamte Energie des gekoppelten Systems steckt also im Oszillator 1. Mit zunehmender Zeit verringert sich die Amplitude des Oszillators 1, während die von 2 ständig zunimmt, bis sich zur Zeit T^* , die gegeben ist durch

$$\frac{1}{2}(\omega^- - \omega^+)T^* = \frac{\pi}{2},$$

die Verhältnisse gerade umgekehrt haben. Die Gesamtenergie steckt jetzt im Oszillator 2. Bei dem hier vorliegenden Schwebungsvorgang pendelt also die Energie periodisch mit der Frequenz $\nu^- - \nu^+$ zwischen den beiden Oszillatoren hin und her.

3. Berechnung des Stromes in einem gekoppelten Schwingkreis in Abhängigkeit von der Frequenz

In diesem Kapitel wird das Verhalten gekoppelter Schwingkreise untersucht, wenn sie durch eine eingepreßte Sinusspannung zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden. Zur Berechnung wird die Schaltung nach Abb.4 zu Grunde gelegt. Da sich in der Praxis kein Schwingkreis ohne Dämpfung realisieren lässt, sollen hier sämtliche Verlustmechanismen, die in realen Schwingkreisen auftreten können, durch je einen ohmschen Widerstand R in den beiden Zweigen repräsentiert werden.²

Mit Hilfe der Kirchhoffschen Maschenregel leitet man aus Abb.4 die folgenden Beziehungen ab:

² Der Widerstand R im linken Schwingkreis soll gleichzeitig den Innenwiderstand des Sinusgenerators darstellen.

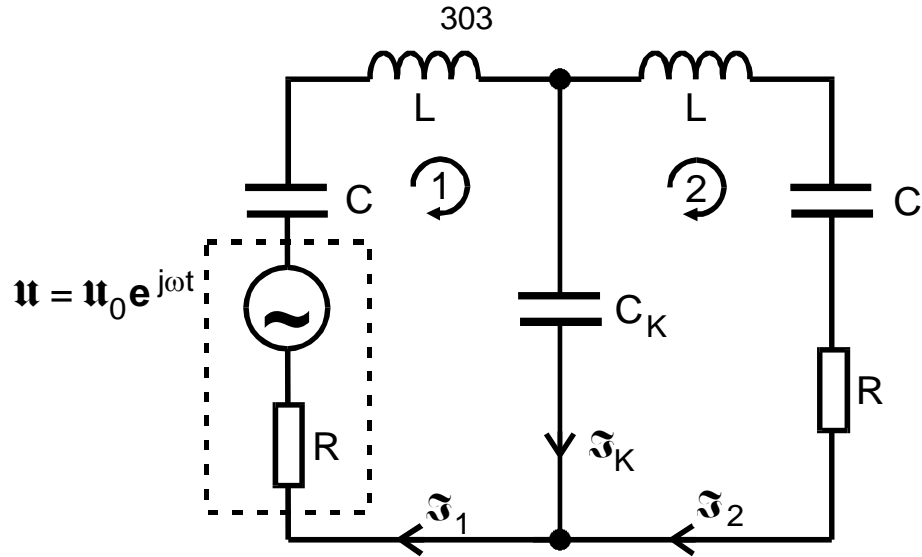


Abb.4: Gekoppelte und verlustbehaftete Schwingkreise mit eingebautem Sinusgenerator

$$\text{Kreis 1:} \quad (14) \quad (j\omega C + j\omega L + j\omega C_K + R) \mathfrak{I}_1 - j\omega C_K \mathfrak{I}_2 = u$$

$$\text{Kreis 2:} \quad (15) \quad (j\omega C + j\omega L + j\omega C_K + R) \mathfrak{I}_2 - j\omega C_K \mathfrak{I}_1 = 0$$

$$\text{mit} \quad j\omega C = -j \frac{1}{\omega C}, \quad j\omega L = j\omega L, \quad j\omega C_K = -j \frac{1}{\omega C_K} \quad \text{und} \quad R = R.$$

Nach Elimination von \mathfrak{I}_1 folgt daraus für \mathfrak{I}_2

$$\mathfrak{I}_2 = u \frac{-j \frac{1}{\omega C_K}}{\left(j\omega L - j \left\{ \frac{1}{\omega C} + \frac{1}{\omega C_K} \right\} + R \right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C_K^2}}.$$

Nach Trennung in Real- und Imaginärteil erhält man für \mathfrak{I}_2 mit der Abkürzung

$$Z(\omega) := \omega L - \frac{1}{\omega} \left\{ \frac{1}{C} + \frac{1}{C_K} \right\}$$

$$\mathfrak{I}_2 = u \frac{-2\omega C_K R Z(\omega) + j \left(-\frac{1}{\omega C_K} + \omega C_K Z(\omega)^2 - \omega R^2 C_K \right)}{4\omega^2 C_K^2 R^2 Z(\omega)^2 + \left(\frac{1}{\omega C_K} - \omega C_K Z(\omega)^2 + \omega R^2 C_K \right)^2}.$$

Daraus ergibt sich dann für den Betrag von \mathfrak{I}_2

$$(16) \quad |\mathfrak{I}_2| = |u| \frac{1}{\sqrt{4\omega^2 C_K^2 R^2 Z(\omega)^2 + \left(\frac{1}{\omega C_K} - \omega C_K Z(\omega)^2 + \omega R^2 C_K \right)^2}} := |u| \cdot |\mathfrak{Y}|.$$

Man erkennt an (16), dass $|\mathfrak{I}_2|$ für $\omega \rightarrow 0$ und für $\omega \rightarrow \infty$ gegen null geht. Dazwischen liegen bei den sogenannten Fundamentalfrequenzen ω^+ und ω^- (siehe (7) und (9)) zwei Resonanzstellen, wo der Leitwert $|\mathfrak{Y}|$ des Systems ein Maximum erreicht. Setzt man (7) und (9) in (16) ein, dann erhält man für diese Frequenzen die maximalen Leitwerte

$$(17) \quad \left| \mathfrak{Z}(\omega^+) \right| = \frac{1}{R \sqrt{4 + \frac{R^2 C_K^2}{LC}}}$$

und

$$(18) \quad \left| \mathfrak{Z}(\omega^-) \right| = \frac{1}{R \sqrt{4 + \frac{R^2 C_K^2}{LC} \left(1 + \frac{C}{C_K} \right)}}$$

Wie man durch Einsetzen üblicher Zahlenwerte für R , L , C und C_K schnell feststellt, sind die Ausdrücke unter der Wurzel in (17) und (18) zumeist klein gegen 4, sodass die Näherung

$$\left| \mathfrak{Z}(\omega^+) \right| \approx \left| \mathfrak{Z}(\omega^-) \right| \approx \frac{1}{2R}$$

gültig ist. Die Stromkurve erreicht also bei den Fundamentalfrequenzen jeweils maximale Werte, die sich nur unmerklich unterscheiden. Da in die Frequenz ν^+ die Kapazität der Koppelkapazität nicht eingeht, kann in diesem Falle (praktisch) kein Strom durch die Koppelleitung fließen. Man kann daher die beiden gekoppelten Schwingkreise als **einen** Schwingkreis mit der Induktivität

$$L_{\text{ges}} = 2L$$

und der Kapazität

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \quad \text{oder} \quad C_{\text{ges}} = \frac{1}{2} C$$

auffassen, welcher die gleiche Resonanzfrequenz wie der einfache Schwingkreis hat. Ein periodischer Austausch der Energien findet also bei dieser Frequenz nicht statt. Dasselbe gilt für die Frequenz ν^- . Man erkennt an (9), dass man hier die Schaltung in Abb.2 bzw. 4 in 2 Schwingkreise mit den Induktivitäten L und den Kapazitäten

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C} + \frac{2}{C_K} \quad \text{oder} \quad C_{\text{ges}} = \frac{C C_K}{C_K + 2C}$$

zerlegen kann. Die Gesamtkapazität entsteht also hier durch eine Reihenschaltung von C und $C_K/2$. Es liegt nahe anzunehmen, dass bei der Frequenz ν^- ein maximaler Strom durch die Koppelleitung fließt. Beweisen lässt sich diese Vermutung, indem man aus den Gleichungen (14) und (15) die Größe $|\mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}_1|$ berechnet, was hier nicht vorgeführt werden soll.

4. Vorbereitende Justierungen

Damit der Energieaustausch zwischen den gekoppelten Schwingkreisen vollständig erfolgen kann, müssen beide auf die gleiche Resonanzfrequenz abgestimmt werden³.

³ Strenggenommen müssten in den beiden Schwingkreisen die L - und C -Werte paarweise gleich sein. Das lässt sich experimentell leider nur angenähert realisieren.

Zu diesem Zwecke besitzt der zweite Schwingkreis eine abstimmbare Kapazität. Man baue daher zunächst die Schaltung nach Abb.5 auf und messe damit die Resonanzfre-

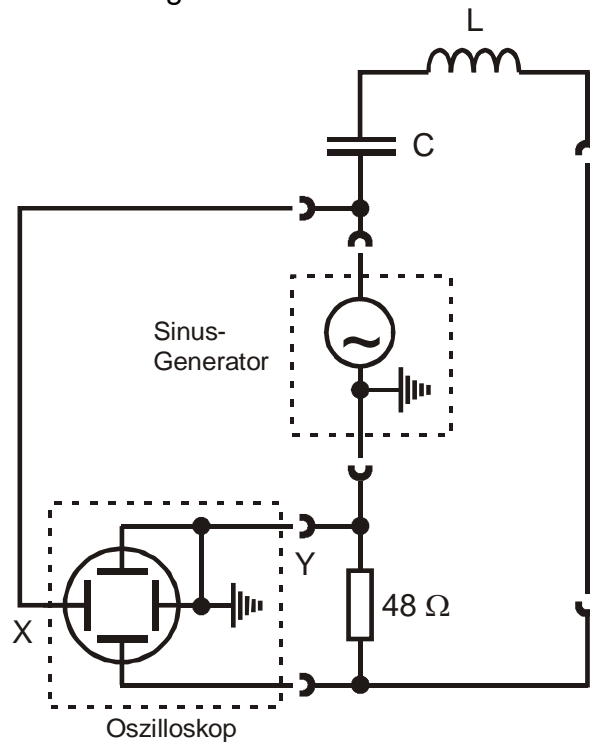


Abb.5: Messschaltung zur genauen Bestimmung der Resonanzfrequenz eines Schwingkreises

quenz des fest abgestimmten Schwingkreises. Für eine Grobmessung kann die Leitung zwischen dem X-Eingang und dem Generator zunächst weggelassen werden. Man findet die Resonanzstelle ungefähr in der Nähe des Strommaximums. Für eine genaue Messung wird die Leitung wieder angeklemmt und die Phase zwischen Generatorspannung und Schwingkreisstrom im XY-Betrieb über Lissajous-Figuren (siehe V351) beobachtet. Sie verschwindet im Falle der Resonanz. Wie gut stimmt die mit einem Frequenzzähler gemessene Resonanzfrequenz mit dem aus L und C berechneten Wert überein? Wodurch können eventuell auftretende Abweichungen bedingt sein?

Als nächstes baue man noch einmal die Schaltung nach Abb.5 auf, diesmal jedoch mit dem abstimmbaren Schwingkreis, und regle seine Resonanzfrequenz auf den eben gemessenen Wert ein.

5. Messprogramm

a) Man beobachte den Austausch der Schwingungsenergie zwischen den beiden Kreisen: Mit Hilfe eines Nadelimpulses oder notfalls auch mit einem Rechtecksignal stoße man in der Schaltung nach Abb.6 den linken Schwingkreis zu Schwingungen an; der rechte wird extern nicht erregt. Die Schwingungsenergie kann also nur über den Kopplkondensator C_K in den rechten Stromkreis gelangen. Der zeitliche Verlauf des Stromes kann dort oszillographisch beobachtet werden, wenn man die am $50\ \Omega$ -Widerstand abfallende Spannung auf den Y_A -Eingang gibt. Aus dem Schirmbild lässt sich nun das Verhältnis zwischen Schwingungs- und Schwebungsfrequenz ermitteln, indem man die Zahl der Schwingungsmaxima innerhalb einer Schwebungsperiode abzählt. Man

schalte hierzu verschiedene Koppelkondensatoren C_K mit $2 \leq C_K \leq 12 \text{ nF}$ ein, ermittle jedesmal das Verhältnis der beiden Frequenzen.

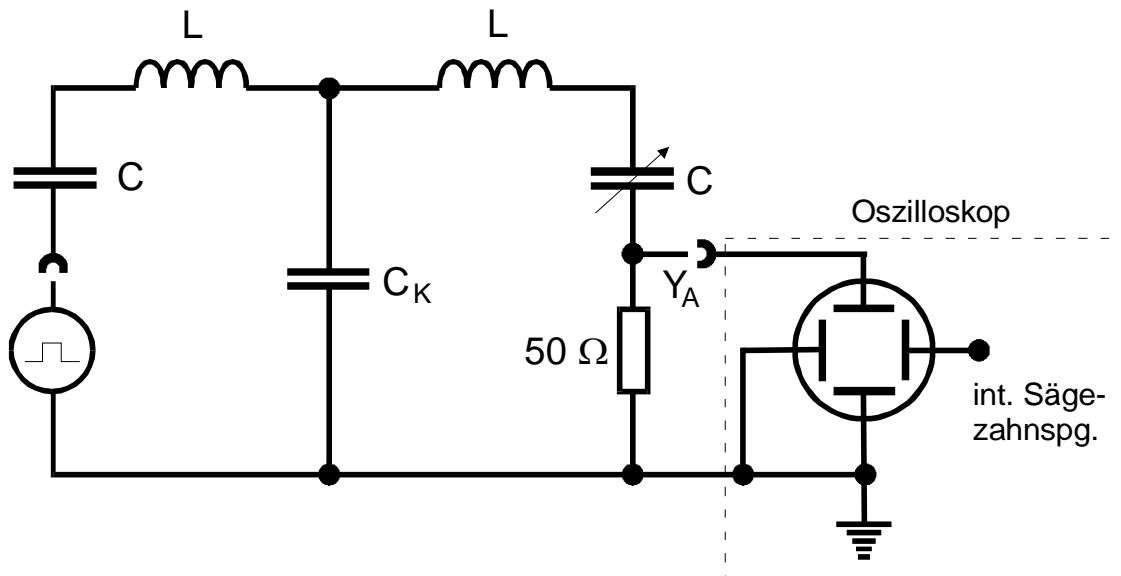


Abb.6: Schaltung zur Untersuchung von Schwebungsvorgängen in einem gekoppelten System

b) Man messe die Frequenzen ν^- und ν^+ der Fundamentalschwingungen in Abhängigkeit von der Koppelkapazität C_K . Hierzu ersetze man in der Schaltung nach Abb.6 den Rechteck- durch einen Sinusgenerator, gebe die Generatorspannung auch auf die X-Ablenkung des Oszillographen und suche mit Hilfe von Lissajous-Figuren diejenigen Frequenzen in Abhängigkeit von C_K auf, bei denen die Phase 0 oder π ist.

c) Man untersuche den Verlauf der Ströme I_2 und I_K in dem gekoppelten Schwingungssystem in Abhängigkeit von der Frequenz mit der in Abb.7 dargestellten Schaltung.

6. Praktische Hinweise

zu 5a: Vor Beginn dieser Messung überlege man sich, in welchem Frequenzbereich die Schaltung durch den Nadelimpuls- oder Rechteckgenerator angestoßen werden muss, damit der Energieaustausch zwischen den beiden Schwingkreisen zu beobachten ist.

Es ist schwierig, bei diesem Experiment ein einfaches und stehendes Schirmbild auf dem Oszillographen zu erzeugen, da sich eine Schwebungsfigur nur schwer triggern lässt. Hier ist es zweckmäßig, das Oszilloskop auf „externe Triggerung“ umzuschalten und die Generatorspannung auch auf seinen **Trigger-Eingang** zu geben.

Großen Einfluss auf die Gestalt der Schwebungskurve hat der Innenwiderstand des Generators. Man überzeuge sich davon, indem man die Schaltung der Reihe nach an beide Ausgänge des Generators anschließe. Nicht benötigte Widerstände sind in der vorverdrahteten Schaltung auf jeden Fall zu brücken.

Der Energieaustausch lässt sich unmittelbar an zwei Fadenpendeln beobachten, die über eine Spiralfeder miteinander gekoppelt sind.

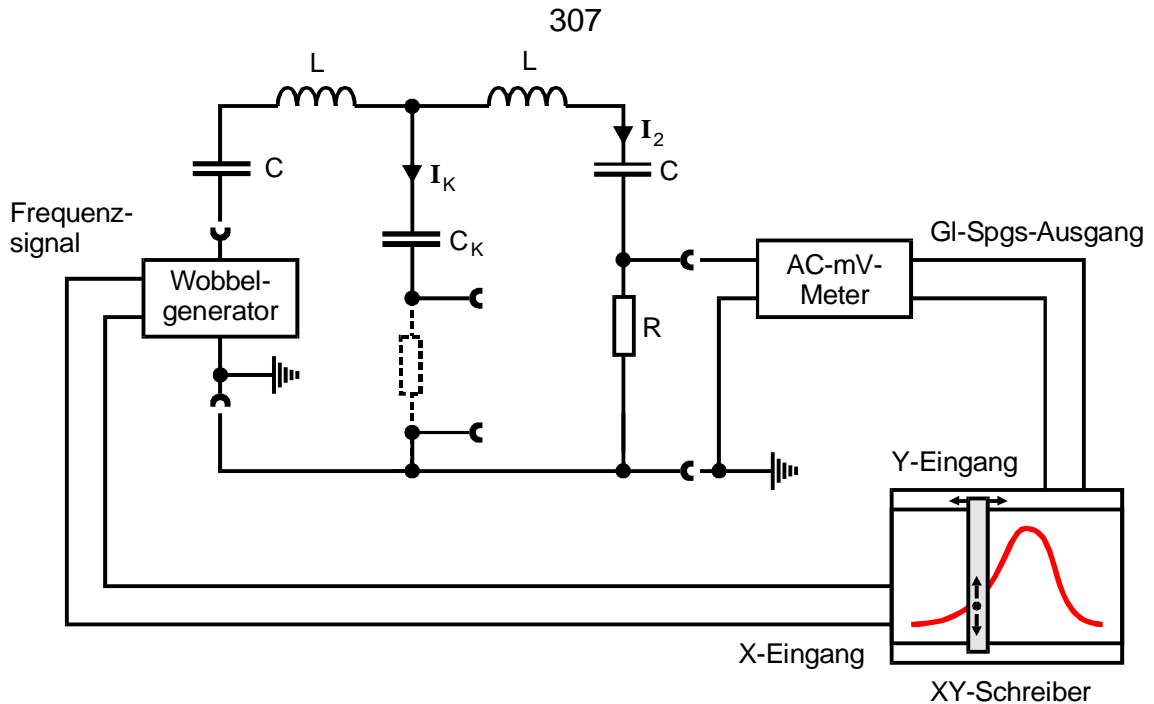


Abb.7: Schaltung zur Aufnahme von Stromkurven

zu 5c: Der Spannungsabfall an den in die Schaltung eingebauten 48Ω -Widerständen ist ein Maß für die in den einzelnen Zweigen auftretenden Ströme I_2 und I_K . Er wird mit einem AC-Breitband-Millivoltmeter gemessen. Dieses Gerät erzeugt ein Gleichspannungssignal, welches proportional zum Effektivwert der Eingangsspannung ist. Der Wobbelgenerator gibt neben der Wechselspannung noch ein Gleichspannungssignal ab, das proportional zur Momentanfrequenz ist. Mit diesen Spannungen kann man einen XY-Schreiber aussteuern, der dann den Strom in Abhängigkeit von der Frequenz aufzeichnet. Zur Berechnung des Leitwertes der Schaltung aus dem Strom muss auch die Generatorspannung bekannt sein. Leider ist diese nicht ganz unabhängig von der Frequenz. In der Nähe der Resonanzstelle bricht sie um einen bestimmten Prozentsatz zusammen,⁴ da die Schaltung dort sehr niederohmig wird (siehe Gl. (17)). Eventuell muss daher auch die Generatorspannung in Abhängigkeit von der Frequenz bei angeschlossener Schaltung aufgenommen werden, um einen Vergleich zwischen Theorie und Experiment zu ermöglichen.

7. Hinweise zur Auswertung

zu 5a und 5b: (Berechnung von v^- und v^+)

Bei einem Vergleich zwischen den gemessenen und den gerechneten Werten in 5a und 5b werden vermutlich systematische Abweichungen auftreten. Sie beruhen zum Teil darauf, dass in der Messschaltung nach Abb.6 einige Details weggelassen wurden. So besitzt beispielsweise eine reale Spule neben ihrer Induktivität immer auch eine Kapazität. Diese kann man sich parallel zur Induktivität geschaltet denken so, wie es in Abb.8 dargestellt ist.

⁴ Näheres zu diesem Effekt, siehe V301, Kap. 1

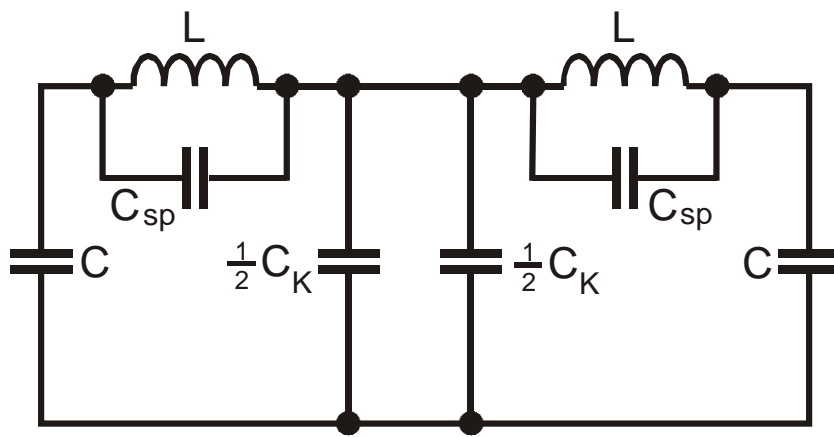


Abb.8: Berücksichtigung der Spulenkapazität C_{sp} bei der Berechnung der Fundamentalfrequenzen

Im Falle der Fundamentalschwingung mit der Frequenz ν^+ ist dann in dem Schwingkreis jeweils die Gesamtkapazität $C_{ges} = C + C_{sp}$ wirksam, während bei der Schwingung mit der Frequenz ν^- die Gesamtkapazität pro Schwingkreis aus einer Reihenschaltung von C und $\frac{1}{2} C_k$ mit dazu parallelgeschaltetem C_{sp} besteht.

zu 5c: Bei dem in 5c gewonnenen Diagramm ist es notwendig, die Frequenz- und die Stromachse zu kalibrieren. Die jeweilige Frequenz kann an einem an den Wobbelgenerator angeschlossenen Frequenzzähler abgelesen und auf das Diagramm übertragen werden. Den Strom kann man aus der am 48Ω -Widerstand abfallenden Spannung errechnen. In das vom XY-Schreiber gezeichnete Diagramm sind einige mit Hilfe von (16) berechnete Wertepaare einzutragen. $|u|$ bedeutet in (16) die vom Generator gelieferte Spannung.

Bei einer Messung der Dämpfung⁵ der eingebauten Schwingkreise stellt sich heraus, dass nicht allein der eingebaute Widerstand $R = 48\Omega$ die Abklingkurve bestimmt sondern dass der ferrimagnetische Spulenkern eine zusätzliche Dämpfung durch Ummagnetisierungsverluste verursacht. Fasst man alle Dämpfungseffekte zusammen, so ist für R ein effektiver Wert von 85Ω (Kreis 1) bzw. 73Ω (Kreis 2) in die Gleichung (16) einzusetzen.

⁵ Ein Messverfahren für diese Größe wird in V354, Kap.6 beschrieben.