

Versuch Nr. 408

Geometrische Optik

Antonia Joëlle Bock

antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner

rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.06.2020

Abgabe: 14.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Konkave und konvexe Linsen, Konstruktion von Strahlengängen und Linsenfehler	3
2.2 Methode von Bessel	5
2.3 Methode von Abbe	6
3 Durchführung	7
3.1 Aufbau – Einfache Messreihe	8
3.2 Aufbau – Methode von Bessel	8
3.3 Aufbau – Methode von Abbe	8
4 Auswertung	9
4.1 Vorbereitung	9
4.2 Auswertung – Einfache Messreihe	9
4.3 Auswertung – Methode von Bessel	11
4.4 Auswertung – Methode von Abbe	12
5 Diskussion	12
Anhang: Messdaten	13
Literatur	13

1 Zielsetzung

Ziel des Experiments ist die Untersuchung der Strahlengänge durch verschiedene Arten von Linsen, die von Kenngrößen wie der Brennweite einer Linse festgelegt werden. Im Mittelpunkt stehen hier vor allem konvexe Sammellinsen und konkave Zerstreuungslinsen. Von Interesse sind ebenfalls Linsenfehler, die unter bestimmten Umständen auftreten. Die Methoden von Abbe und und die von Bessel werden im Folgenden näher erläutert, die eine Möglichkeit darstellen, die oben genannten Eigenschaften herauszufinden.

2 Theorie

2.1 Konkave und konvexe Linsen, Konstruktion von Strahlengängen und Linsenfehler

In Abbildung 1 sind einmal gesammelt (fast) alle Abkürzungen zu sehen, die im Folgenden gehäuft auftreten. G gibt die Größe des Gegenstands an, von dem Licht auf

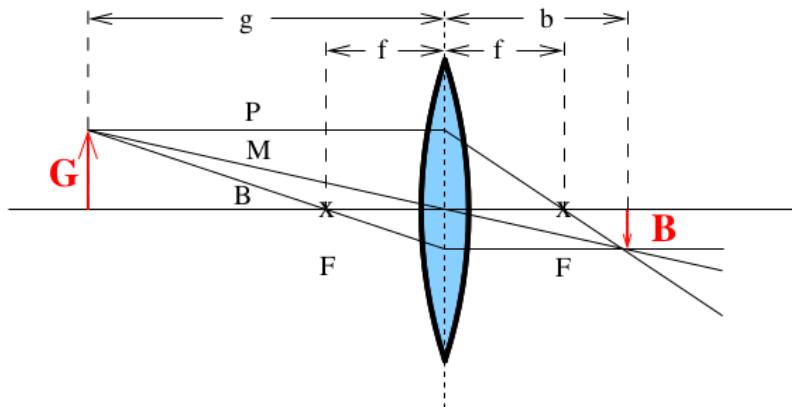


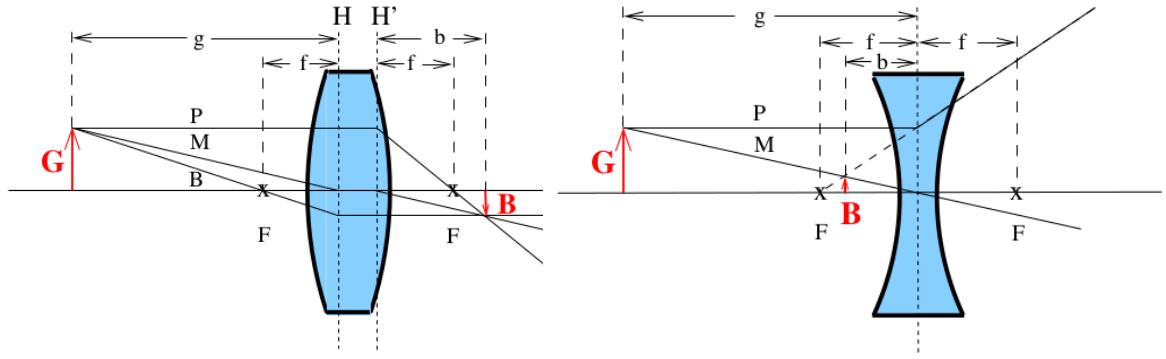
Abbildung 1: Eine dünne konvexe Linse zur Veranschaulichung der geometrischen Bedeutung der im Folgenden verwendeten Begriffe[1].

die entsprechende Linse fällt, B ist die Größe des entstehenden, scharf gestellten Bildes. Die Größen werden jeweils immer bis zur optischen Achse (horizontale Linie in der Abbildung) gemessen. Vom Gegenstand ausgehend können drei Strahlen eingezeichnet werden, um das Bild der Lichtstrahlen nach Kontakt mit der Linse zu konstruieren: Der Parallelstrahl P geht parallel zur optischen Achse von der Spitze des Gegenstands zur Linse und wird nach Brechung zu einem Brennpunktstrahl B , da er durch den hinter der Linse befindlichen Brennpunkt F geht. Analog dazu gibt es einen Brennpunktstrahl B , der auf der Seite des Gegenstands durch den Brennpunkt F geht, und nach der Brechung an der Linse zum Parallelstrahl P wird. Der dritte Strahl ist der Mittelpunktstrahl M , der gerade durch die Mitte der Linse hindurchgeht und mit den beiden anderen Strahlen auf der anderen Seite in einem Punkt zusammentrifft.

Die Linsen haben auf jeweils einer Seite einen Brennpunkt F , der den Abstand f von der Hauptebene der Linse – das ist in dem Fall die Mittelebene beziehungsweise Symmetrieachse – hat. Der Gegenstand hat einen Abstand von g , das Bild einen von b zur Linse.

Damit wäre auch der Strahlengang durch eine dünne konvexe Linse erklärt, die auch als Sammellinse bezeichnet wird, da sie parallel einfallendes Licht in dem Brennpunkt auf der anderen Seite sammelt.

Eine Besonderheit ergibt sich bei dickeren Linsen, hier beispielsweise wieder eine konvexe Linse, wie sie in Abbildung 2a zu sehen ist. Die Mittelebene kann hier nicht als Näherung



(a) Eine dicke konvexe Linse[1].

(b) Eine konkave Linse[1].

Abbildung 2: Eine dicke Sammellinse und eine Zerstreuungslinse.

für den Ort des Abknicken der Strahlen genommen werden, sondern es muss zwischen den zwei eingezeichneten Hauptebenen H und H' unterschieden werden. Wie in der Abbildung deutlich wird, müssen alle Strahlen in dem Bereich zwischen den beiden Hauptebenen parallel zur optischen Achse verlaufen, bevor oder nachdem sie brechen. Außerdem werden die Abstände bis zur jeweiligen Hauptebene und nicht zur Mitte der Linse gemessen.

Da bei dünnen Linsen der Abstand zwischen den beiden Hauptebenen verschwindend gering ist, ist es in dem Fall eine gute Näherung, die Hauptebenen in der Mittelebene als vereint anzusehen.

Die andere, hier interessante Linsenform ist die konkave Zerstreuungslinse. Sie verdankt ihren Namen dem Umstand, dass sie parallel einfallendes Licht in alle Richtungen streut, wie in Abbildung 2b zu sehen ist. Dass sich einfallende Strahlen wieder in einem Punkt treffen, ist also nicht auf der anderen Seite der Linse möglich, jedoch auf der Gegenstandsseite. Da die Größen f und b für die Seite hinter der Linse als positiv angenommen werden, wie es bei den Sammellinsen der Fall ist, sind sie für Zerstreuungslinsen negativ definiert.

Da das Bild einer Zerstreuungslinse auf der gleichen Seite wie der Gegenstand entsteht, bekommt es die Bezeichnung *virtuelles Bild*, im Gegensatz zum *reellen Bild* einer Sammellinse[1].

Es gibt zwei Gleichungen, die die Geometrie der Strahlengänge zusammenfassen; zum

einen wäre da das Abbildungsgesetz

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}, \quad (1)$$

in dem V der sogenannte Abbildungsmaßstab ist, sowie die Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}, \quad (2)$$

die Aussagen über die linsenspezifische Brennweite f zulässt. Unbedingt zu beachten hierbei ist, dass bei dicken Linsen die Abstände nicht bis zur Mittelebene, sondern bis zur jeweiligen Hauptebene aufgenommen werden. Nur so verliert die Linsengleichung nicht ihre Gültigkeit[1].

Eine weitere wichtige Größe ist die Brechkraft $D := 1/f$, die in der Einheit $1/\text{m} = \text{dpt}$ angegeben wird. Werden mehrere Linsen hintereinander positioniert, können ihre Brechkräfte addiert werden, um diese modellierend zu einer gesamten Linse zusammenzufassen[1]:

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{1}{f_i} = \frac{1}{f}.$$

Eine weitere Näherung ist, dass im Prinzip der optischen Achse fernere Strahlen stärker von der Linse gebrochen werden, als solche, die nahe der optischen Achse verlaufen. Dies wird sphärischen Abberation genannt. Dadurch wird das Bild im Allgemeinen unscharf, da der Brennpunkt der achsenfernen Strahlen sich näher bei der Linse befindet. Die Unschärfe kann vermieden werden, indem mit einer Irisblende oder auf anderen Wegen die äußeren Strahlen ausgeblendet werden.

Eine weiterer Linsenfehler ist die sogenannte chromatische Abberation. Diese beschreibt das unterschiedliche Brechungsverhalten von Licht mit verschiedener Wellenlänge, was der wellenlängenabhängigen Dispersion geschuldet ist. Rotes Licht mit einer größeren Wellenlänge wird dabei weniger stark gebrochen als blaues Licht, welches eine geringere Wellenlänge besitzt. Dadurch verschiebt sich der Brennpunkt blauen Lichts näher zur Linse hin und der von rotem Licht entfernt sich[1].

2.2 Methode von Bessel

Ziel der Methode ist die Bestimmung der unbekannten Brennweite einer Linse. Demnach wird der Abstand zwischen Gegenstand und Bild (meist ein Schirm, auf dem die Lichtstrahlen sichtbar gemacht werden) konstant gehalten und eine Linse in dem Zwischenraum verschoben. Der Abstand $e = g + b$ verändert sich also nicht. Es werden zwei verschiedene Positionen der Linsen durch Verschieben gesucht, bei denen das Bild auf dem Schirm scharf wird. Aufgrund der Symmetrie ergibt sich, dass $b_1 = g_2$ und $b_2 = g_1$ gilt. Im Allgemeinen kann festgestellt werden, dass bei $g < b$ das Bild den Gegenstand vergrößert abbildet, bei $g > b$ genau anders herum. Dies wird in Abbildung 3 unter anderem veranschaulicht.

Dem entsprechend bleibt die Differenz zum Betrag $d = |g - b|$ ebenfalls unverändert. Setzt man die Ausdrücke in die Linsengleichung (2) ein, erhält man den Ausdruck[1]

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (3)$$

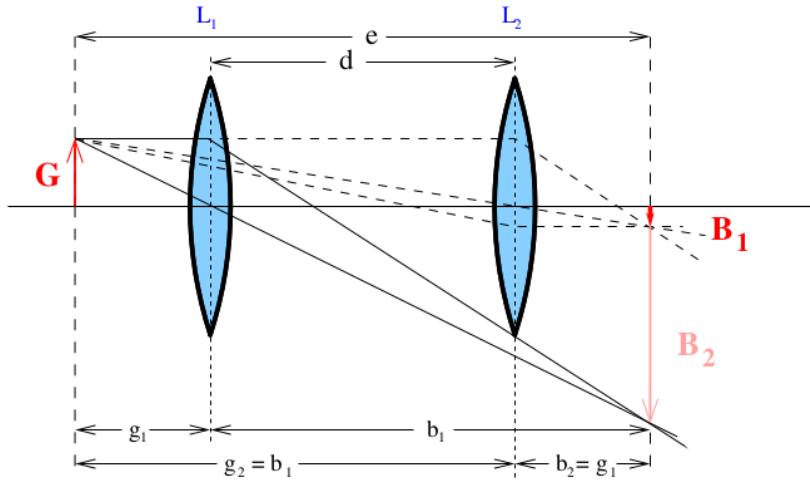


Abbildung 3: Die schematische Versuchsanordnung bei der Methode von Bessel[1].

2.3 Methode von Abbe

Mit der Methode von Abbe kann zusätzlich zu der Brennweite die Lage der Hauptebenen zweier Linsen bestimmt werden. Hierzu wird Abbildung 4 betrachtet. Da die genaue Lage

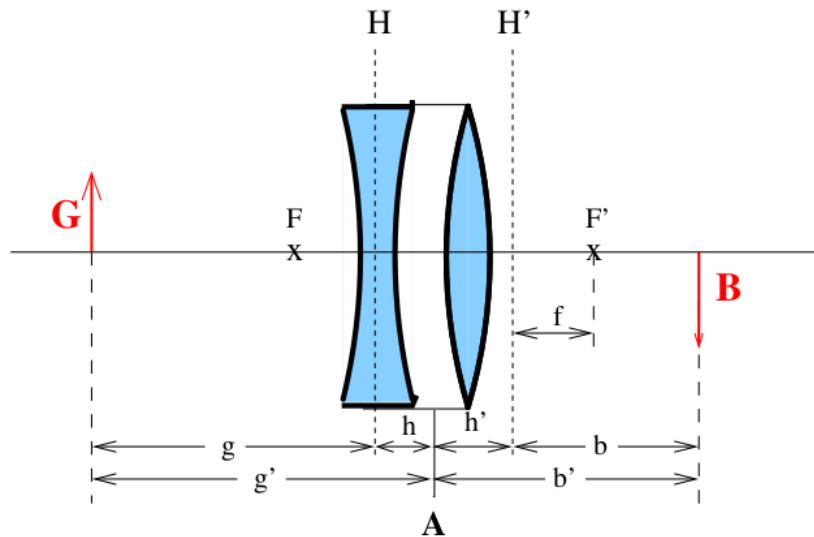


Abbildung 4: Strahlengangkonstruktion bei der Methode von Abbe[1].

der Hauptebenen unbekannt ist, wird ein bezüglich der Linsen fester Punkt A gewählt, zu dem die Abstände g' und b' gemessen werden. Dementsprechend darf die Lage der Linsen zueinander während der Messung ebenfalls nicht verändert werden. Es werden je Linsenposition die Werte für den Abbildungsmaßstab V und für die Abstände g' und b' aufgenommen. Mithilfe der Linsengleichung (2) und dem Abbildungsgesetz (1) ergeben

sich die Zusammenhänge

$$g' = g + h = f \cdot (1 + \frac{1}{V}) + h \quad \text{und} \quad (4)$$

$$b' = b + h' = f \cdot (1 + V) + h' \quad (5)$$

Mithilfe zweier linearer Regressionen zu den Wertepaaren $(1 + 1/V, g')$ und $(1 + V, b')$ lassen sich aus den Geradenparametern die Größen h , h' und f bestimmen[1].

3 Durchführung

Für alle Versuchsreihen wird eine optische Bank verwendet, also eine Messschiene, auf der alle optischen Elemente befestigt sind und dessen absolute Positionen auf der Schiene abgelesen werden können. Der Aufbau besteht aus einer Halogenlampe, einem weißen Schirm, verschiedenen Streu- und Sammellinsen und einer Schablone (*Perl L*, Abb. 6), die durch punktweise Öffnungen ein L formt. Die Schablone dient zur Erzeugung eines Bildes, welches auf dem Schirm abgebildet und scharfgestellt werden kann und als Referenzgröße dient.

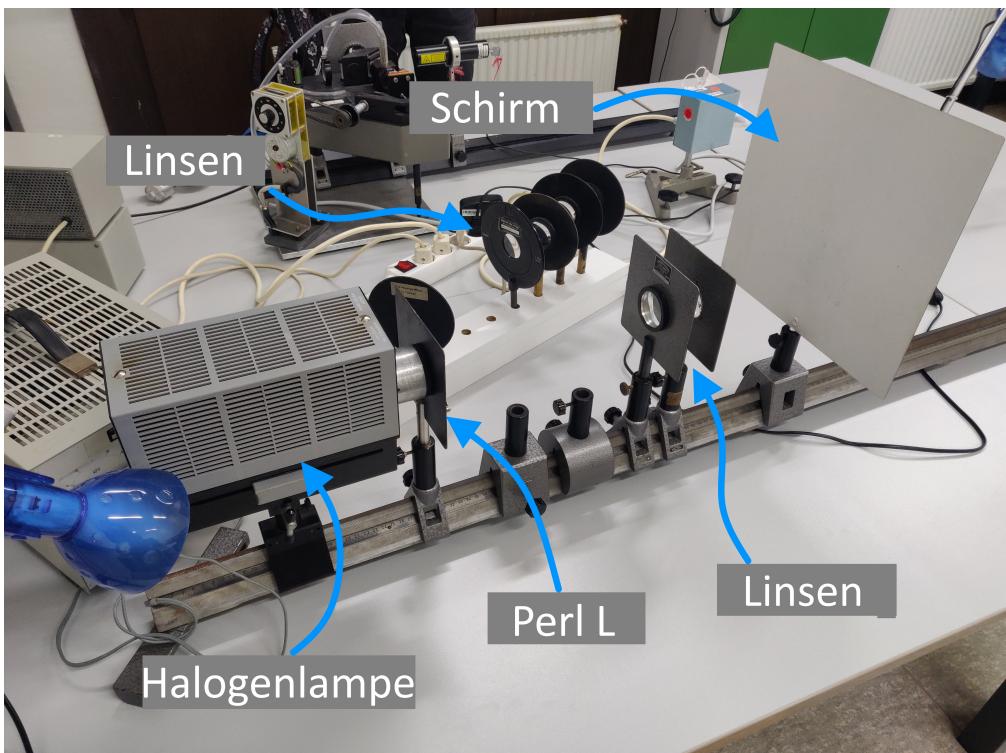


Abbildung 5: Realer Versuchsaufbau.

Das *Perl L* wird direkt vor der Halogenlampe befestigt und die Position auf der optischen Bank notiert. Die Schablone wird anschließend für alle Messreihen nicht mehr bewegt.

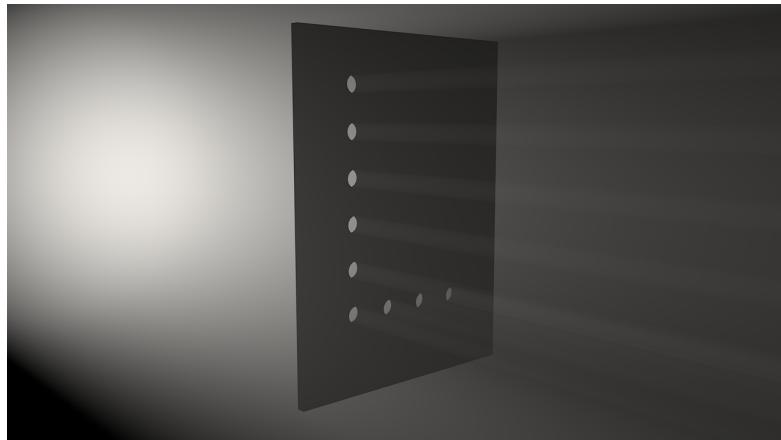


Abbildung 6: Modellhafte Darstellung der Schablone *Perl L*.

3.1 Aufbau – Einfache Messreihe

Für die erste Messreihe werden die optischen Elemente auf der Schiene befestigt und in ihrer Höhe aufeinander abgestimmt. Die Halogenlampe wird über einen Generator eingeschaltet und die Intensität an die Lichtverhältnisse angepasst. Zudem wird die Lampe an der Austrittslinse durch entsprechendes Drehen scharfgestellt. Dies vereinfacht das Erkennen von Schärfe/Unschärfe im weiteren Verlauf des Versuches.

Anschließend wird eine Sammellinse zwischen Schirm und Halogenlampe befestigt. Die Linse wird auf der Schiene hin- und her bewegt, bis das Bild L auf dem Schirm scharf erscheint. Die Position der Linse und des Schirms werden aufgeschrieben. Danach wird der Schirm beliebig verschoben. Daraufhin wird wieder die Linse verschoben, bis das Bild scharf ist. Das Wertepaar wird notiert und dieser Vorgang insgesamt 10 Mal wiederholt. In einer Messreihe hat der Schirm niemals mehrfach dieselbe Position auf der Messschiene.

3.2 Aufbau – Methode von Bessel

Für jede Linsenposition zwischen Schirm und Bilderzeuger gibt es zwei Punkte, an denen das Bild auf dem Schirm scharf wird. Für ein f der Linsengleichung (2) bei dünnen Sammellinsen gibt es also stets zwei Lösungen für die gilt $b_1 = g_2$ und $b_2 = g_1$ (s. Abb. 3). Für die Messreihe bedeutet das, dass der Schirm wieder in eine beliebige Position gebracht wird und durch Verschieben der Linse die beiden Fokuspunkte gefunden und die entsprechenden Wertepaare notiert werden. Es werden für insgesamt 10 verschiedene Schirmpositionen Messungen durchgeführt.

3.3 Aufbau – Methode von Abbe

Für diese Methode werden eine Sammellinse und eine Zerstreuungslinse mit den Brennweiten ± 100 mm auf der Schiene befestigt und nah aneinander gestellt. Die beiden Linsen brauchen einen kleinen Abstand zueinander, um scharfe Bilder zu erzeugen. Es empfiehlt sich, die Reiter so zu drehen, dass eine Verstellschraube eines Reiters zwischen den beiden

Halterungen ist und als Abstandshalter dient. Hierdurch können beide Linsen gleichsam bewegt werden und den normierten Abstand beibehalten. Für alle kommenden Messungen wird ein Referenzpunkt zwischen den beiden Linsen festgelegt, an dem die absolute Position auf der Messschiene abgelesen werden kann. Danach wird die Schirmposition wie in der ersten Messreihe beliebig verstellt und das Bild über Verschiebung des Linsenpaars scharfgestellt. Für diese Methode kommt noch hinzu, dass die Größe des Bildes auf dem Schirm gemessen wird. Zu Beginn der Messreihe wird einmalig die Größe des *Perl L* als Referenzwert gemessen. Das Verschieben und Messen der Positionen wird insgesamt 10 Mal wiederholt.

4 Auswertung

4.1 Vorbereitung

Die gemessenen Werte sind absolute Positionen auf der Messschiene. Der reale Abstand zum Bilderzeuger ist also die Differenz zwischen der Position des entsprechenden optischen Objektes und der Position der Schablone. Für alle Messreihen ist die Schablonenposition sowie -größe konstant. Die Schablonenhöhe wird von dem obersten zum untersten Punkt der langen Kante gemessen.

Tabelle 1: Allgemeine Randdaten.

Ursprung U / cm	Höhe der Schablone h / cm
29.4	3

Die einzelnen Abstände berechnen sich wie in den folgenden Gleichungen.

$$\begin{aligned} g_i &= |U - L_i| \\ b_i &= |S_i - L_i| \\ e_i &= |U - S_i| \end{aligned} \tag{6}$$

Hierbei sind S_i und L_i die Messgrößen für die absoluten Positionen des Schirms und der Linse.

4.2 Auswertung – Einfache Messreihe

Die sich aus den Messdaten errechneten Werte für g_i , b_i und f_i sind in Tabelle 2 festgehalten.

Daraus ergibt sich eine Brennweite von $f = (16,31 \pm 0,06)$ cm mit einer relativen Messunsicherheit von etwa 0.4%. Die reale Brennweite der Linse beträgt laut Herstellerangabe $f_H = 15$ cm. Somit ergibt sich eine Abweichung von etwa 8.7% zum Realwert.

In der Abbildung 7 sind die Wertepaare (g_i, b_i) graphisch gegeneinander aufgetragen. Der gemeinsame Schnittpunkt entspricht dem für die Brennweite berechnete Wert von $x = y = 16,31$ cm.

Tabelle 2: Messwerte der ersten Messreihe.

S_i / cm	L_i / cm	g_i / cm	b_i / cm	f_i / cm
100.0	74.4	45.0	25.6	16.32
103.5	79.1	49.7	24.4	16.37
94.4	60.9	31.5	33.5	16.23
114.6	92.6	63.2	22.0	16.32
110.5	88.1	58.7	22.4	16.21
104.2	80.2	50.8	24.0	16.30
97.1	69.7	40.3	27.4	16.31
95.9	58.2	28.8	37.7	16.33
117.9	51.2	21.8	66.7	16.43

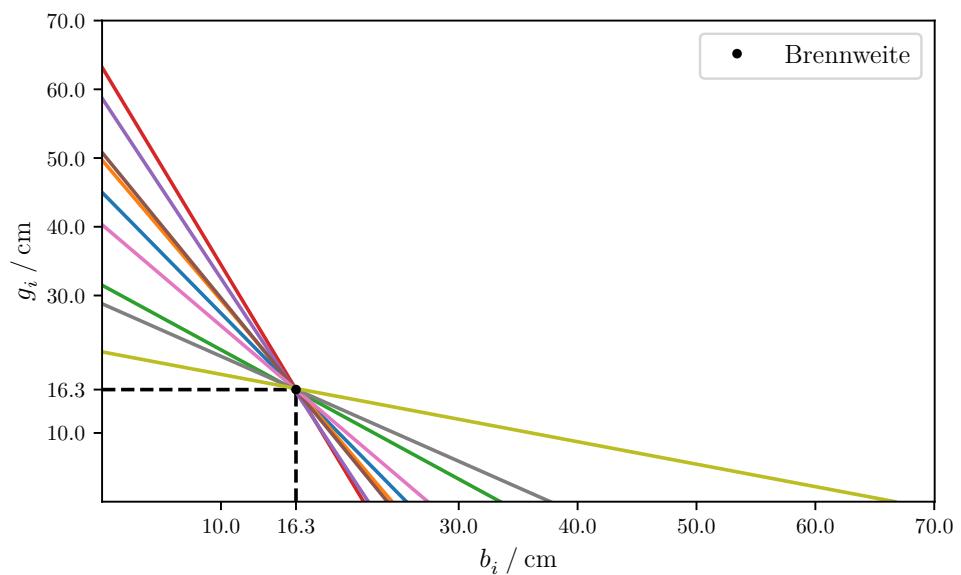


Abbildung 7: Graphische Darstellung der ersten Messreihe.

4.3 Auswertung – Methode von Bessel

Die mit Hilfe von (6) berechneten Werte sind in Tabelle 3 eingetragen.

Tabelle 3: Zweite Messreihe.

S_i / cm	$L_{n,i}$ / cm	$L_{f,i}$ / cm	$g_{n,i}$ / cm	$b_{n,i}$ / cm	$g_{f,i}$ / cm	$b_{f,i}$ / cm
81.3	43.2	67.9	13.8	38.1	38.5	13.4
89.1	42.4	76.3	13.0	46.7	46.9	12.8
72.7	45.4	57.0	16.0	27.3	27.6	15.7
77.7	43.9	63.5	14.5	33.8	34.1	14.2
81.2	43.2	67.7	13.8	38.0	38.3	13.5
88.4	42.7	75.5	13.3	45.7	46.1	12.9
93.4	42.2	81.1	12.8	51.2	51.7	12.3
100	41.9	87.8	12.5	58.1	58.4	12.2
104.8	41.7	93.1	12.3	63.1	63.7	11.7

Die Methode von Bessel nimmt an, dass für jedes Messpaar $b_1 = g_2$ und $b_2 = g_1$ gilt. In der Realität sind die Werte jedoch leicht verschieden, wie die Daten in der Wertetabelle 3 zeigen. Ein Wertepaar besteht jeweils aus (g_n, b_n) für die beiden Messgrößen des nahen Fokuspunktes und (g_f, b_f) für den vom Bilderzeuger entfernteren Fokuspunkt. Daraus ergeben sich unterschiedliche Werte für die Distanz $d = |g_i - b_i|$. Der Abstand $e = |S - U|$ ist für beide Fokuspunkte konstant. Die durch diese Methode berechneten Werte sind in Tabelle 4 gegenübergestellt.

Tabelle 4: Berechnete Brennweiten nach Bessel.

e / cm	$d_{n,i}$ / cm	$d_{f,i}$ / cm	$f_{n,i}$ / cm	$f_{f,i}$ / cm
51.9	24.3	25.1	10.1	9.9
59.7	33.7	34.1	10.2	10.1
43.3	11.3	11.9	10.1	10.0
48.3	19.3	19.9	10.1	10.0
51.8	24.2	24.8	10.1	10.0
59.0	32.4	33.2	10.3	10.1
64.0	38.4	39.4	10.2	9.9
70.6	45.6	46.2	10.3	10.1
75.4	50.8	52.0	10.3	9.9

Für die nahen und fernen Fokuspunkte ergeben sich somit die Brennweiten $f_n = (10,20 \pm 0,08)$ cm und $f_f = (10,00 \pm 0,07)$ cm. Zusammen ergibt das eine Brennweite von $f = (10,10 \pm 0,05)$ cm. Die relative Messunsicherheit beträgt 0.5%. Die Herstellerangabe der verwendeten Linse ist $f_H = 10$ cm. Damit beträgt die Abweichung etwa 1%.

4.4 Auswertung – Methode von Abbe

5 Diskussion

Anhang: Messdaten

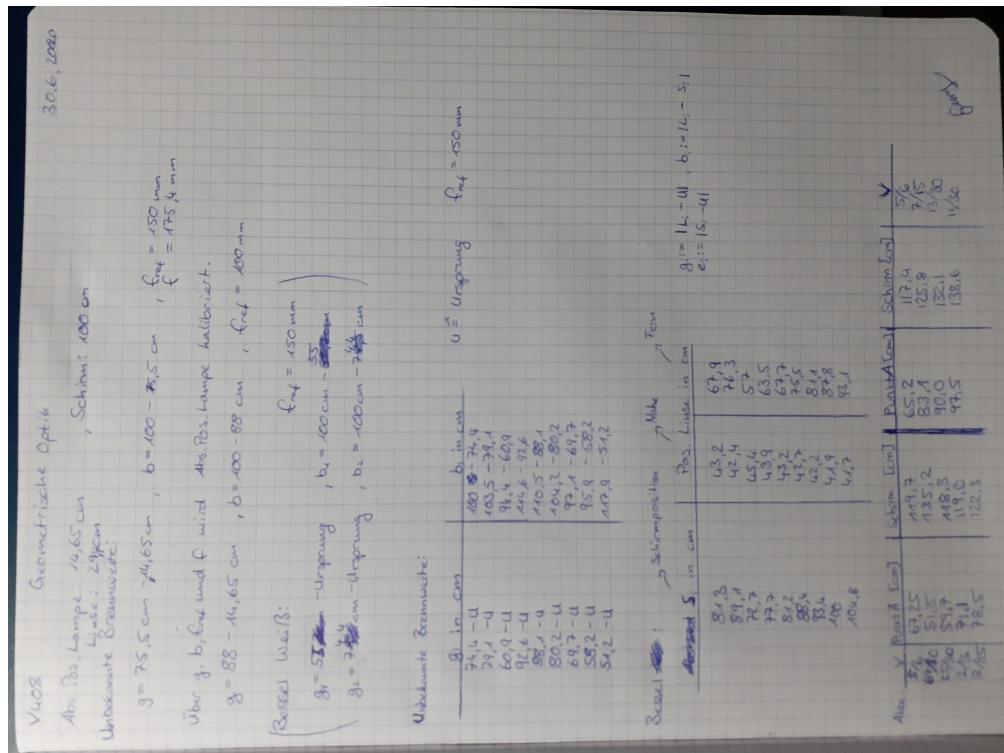


Abbildung 8: Originale Messdaten.

Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuch V408: Geometrische Optik. 2020.