

Versuch 204

Wärmeleitung von Metallen

Antonia Joëlle Bock
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.11.2019

Abgabe: 26.11.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|------------------------------|-----------|
| 1 | Theorie | 3 |
| 2 | Vorbereitungsaufgaben | 4 |
| 3 | Durchführung | 4 |
| 3.1 | Versuchsaufbau | 5 |
| 3.2 | Durchführung | 5 |
| 4 | Messdaten | 6 |
| 5 | Auswertung | 7 |
| 6 | Diskussion | 13 |
| | Literatur | 14 |

1 Theorie¹

Insgesamt sind drei verschiedene Arten des Wärmetransports zu nennen: Konvektion, Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Konvektion ist stets mit dem Transport von Materie verbunden, die die entsprechende thermische Energie mitführt. Dementsprechend findet Konvektion hauptsächlich in Flüssigkeiten und Gasen statt. Bei Wärmestrahlung hingegen ist der Träger der Energie nicht die Materie, sondern elektromagnetische Strahlung. Auf diese Weise kann Wärme auch im Vakuum übertragen werden.

Fokus dieses Experiments ist die Wärmeleitung, die materiegebunden ist. Durch Schwingungen benachbarter Moleküle und Atome – gemeinhin unter sogenannten Phononen, also Gitterschwingungen, bekannt – wird die thermische Energie durch mikroskopische Bewegungen umverteilt. Besonders im Vorteil sind hierbei elektrisch leitfähige Stoffe, folglich vor allem Metalle: Die frei beweglichen Elektronen können viel besser die thermische Energie in Form von kinetischer Energie durch Stöße untereinander weitergeben als die, von infinitesimalen Schwingungen abgesehen, ortsfesten Atome und Moleküle. Diese Korrelation bestätigt sich in der Tatsache, dass Metalle im Allgemeinen die besseren Wärmeleiter sind. Die im Vergleich dazu wenig Ausschlag gebenden Gitterschwingungen sind dort deshalb vernachlässigbar.

Unter Berücksichtigung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik wird die Richtung des Wärmefluss in Richtung des kälteren Wärmereservoirs definiert. Dies spiegelt sich in der Vorzeichenregelung der Formel

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

wider, die das Maß der Wärmemenge dQ angibt, die durch einen Metallstab der Querschnittsfläche A in der Zeit dt fließt. κ bezeichnet hierbei die materialabhängige, konstante Wärmeleitfähigkeit. $\frac{\partial T}{\partial x}$ indiziert das für die Wärmeleitung obligate, angelegte Temperaturgefälle. Aufgrund der Stabgeometrie werden hier ausschließlich die eindimensionalen Gleichungen betrachtet. Durch eine entsprechende Definition der Wärmestromdichte j_w

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

lässt sich durch Verwendung der Kontinuitätsgleichung der Thermodynamik eine Beziehung zwischen örtlicher und zeitlicher Temperaturverteilung herstellen. Sie findet Ausdruck in der sogenannten Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (3)$$

die den linearen Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen darstellt. $\frac{\kappa}{\rho c}$ mit der Wärmeleitfähigkeit κ , der Dichte ρ und der spezifischen Wärmekapazität c des verwendeten Metalls wird hierbei oft zu der invariablen Temperaturleitfähigkeit σ_T zusammengesetzt.

¹Unter Verwendung der Quellen [1], [3], [5].

Eine Temperaturwelle kann konstruiert werden, indem ein Ende eines Metallstabs periodisch erwärmt und gekühlt wird. Die Temperatur einer solchen Welle am Ort x zur Zeit t wird durch

$$T(x, t) = T_{max} e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}} x} \cos(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}} x) \quad (4)$$

angegeben, unter Verwendung der Wellenzahl $k = \sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}}$. Die Phasengeschwindigkeit ergibt sich entsprechend aus

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}}. \quad (5)$$

Um aus solch einer Temperaturwelle die Wärmeleitfähigkeit κ zu ermitteln, bestimmt man die Amplitude A_{nah} und A_{fern} an zwei verschiedenen Orten x_{nah} und x_{fern} , die sich im Abstand Δx voneinander befinden. Zusätzlich bezeichne Δt die Zeitdifferenz, die sich aus der Phasendifferenz an den beiden Messpunkten ergibt. Werden nun die Werte in die Formel

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln(A_{nah}/A_{fern})} \quad (6)$$

eingesetzt, erhält man die Wärmeleitfähigkeit κ des verwendeten Metalls.

2 Vorbereitungsaufgaben

Im Vorfeld sollten die Dichte ρ , die spezifische Wärme c und die Wärmeleitfähigkeit κ von Aluminium, Messing und Edelstahl recherchiert werden.

Tabelle 1: Literaturwerte (Umgebungstemperatur 20 °C)

| Stoff | $\rho[\text{g cm}^{-3}]$ | $c[\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$ | $\kappa[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$ |
|---------------|--------------------------|--------------------------------------|---|
| Aluminium [4] | 2,70 | 0,920 | 221 |
| Messing [2] | 8,6 | 0,375 | 112 |
| Edelstahl [4] | 7,84 | 0,460 | 46 |
| Wasser [4] | 0,998 | 4,19 | 0.600 |

3 Durchführung

Ziel des Experiments ist es, die Wärmeleitung exemplarisch an Aluminium, Messing und Edelstahl zu untersuchen.

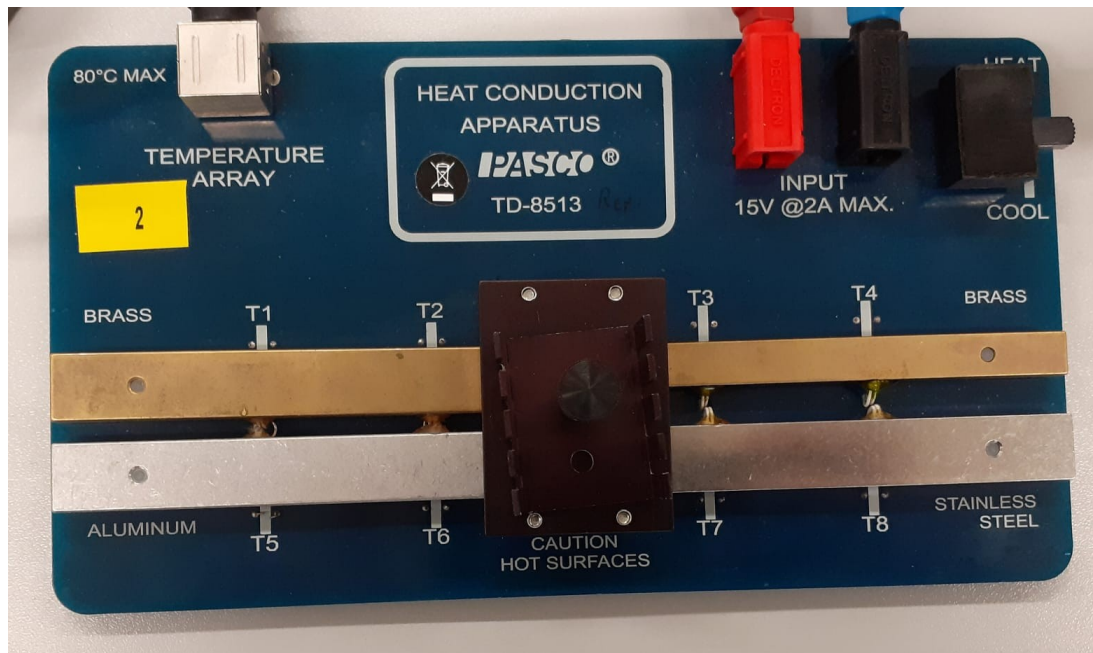


Abbildung 1: Die zu verwendene Platine.

3.1 Versuchsaufbau

Auf einer Messplatine sind die verschiedenen Metallstäbe befestigt: Jeweils ein Aluminium- und ein Edelstahlstab und zwei Messingstäbe, die sich allein durch ihre Querschnittsfläche unterscheiden. Es gibt acht Temperaturmessstellen, je zwei pro Stab, die sich in einem Abstand von $\Delta x = 3\text{ cm}$ voneinander befinden. Je ein Ende wird durch das mittig platzierte Peltier-Element erwärmt oder gekühlt. Die Platine wird über ein Temperatur-Array mit dem Xplorer GLX verbunden. Das Temperatur-Array ist dafür da, die jeweiligen Temperatursensoren zu identifizieren, sodass die gemessenen Werte den richtigen Sensoren zugeordnet werden. Die Messwerte werden über den Xplorer GLX, der mit dem Temperatur-Array verbunden ist, aufgenommen und gespeichert. Das Peltier-Element wird durch eine Spannungsquelle betrieben, bei der die Spannung reguliert werden kann. Eine Wärmeisolierung sorgt dafür, dass der Wärmeaustausch der Metalle mit der Umgebung möglichst gering bleibt. Bei jeder Messung soll sie also über die Metallstäbe gelegt werden, wohingegen sie zwischen den Messungen entfernt werden kann, um den Abkühlvorgang nicht unnötig zu verlängern.

3.2 Durchführung

Es werden insgesamt drei Messreihen aufgenommen: Die Erste mit der statischen, die beiden Folgenden mit der dynamischen Methode.

Beim ersten Durchgang soll die Temperatur an den Sensoren in einem Zeitintervall der Größenordnung von $\Delta t_{GLX} = 5\text{ s}$ gemessen werden. Dies wird an dem Xplorer unter

dem Menüpunkt **Sensoren** unter **Abtastrate/Intervall** entsprechend eingestellt. Vor der Messung empfiehlt es sich, alle auf dem Gerät eventuell gespeicherten Daten zu löschen. Die Option dazu lässt sich im Menü unter **Daten** finden und ausführen. Um sich die Temperaturen der Sensoren anzeigen zu lassen, muss man ins Unterverzeichnis **Digital** gehen. Nun wird die Spannung auf $U_P = 5\text{ V}$ eingestellt und der Schalter rechts oben auf der Platine auf **HEAT** gestellt. Gleichzeitig wird der mittige Start-Knopf am Messgerät gedrückt, wodurch die Aufnahme der Messdaten in dem vorher eingestellten Intervall gestartet wird. Nun soll so lange gemessen werden, bis der Sensor T7 eine Temperatur von 45°C erreicht. Dann wird die Messung beendet, die Wärmeisolierung wird entfernt, der Schalter auf der Platine wird auf **COOL** umgelegt und der Xplorer wird durch erneutes Drücken der Starttaste in seiner Aufnahme der Messwerte gestoppt. Bevor die dynamische Methode gestartet wird, sollten die Stäbe eine Temperatur von 30°C unterschritten haben.

Der Xplorer wird nun auf eine Abtastrate von $\Delta t_{GLX} = 2\text{ s}$ eingestellt. Die Periodendauer T der Heiz- beziehungsweise Kühlperioden soll 80 s betragen. Demnach wechselt im Folgenden alle 40 s das Peltierelement zwischen Heizen und Kühlen. Die Spannung soll auf $U_P = 8\text{ V}$ eingestellt und mindestens 10 Perioden sind zu durchlaufen, bevor die Stäbe für die dritte Messung erneut gekühlt werden.

Dieselbe Methode wird nun für möglichst viele Perioden der Länge $T = 200\text{ s}$ wiederholt, bis einer der Sensoren eine Temperatur von 80°C erreicht. Im Anschluss daran werden die Stäbe wieder auf eine hinreichend niedrige Temperatur abgekühlt und die Messungen sind beendet.

4 Messdaten

Tabelle 2: Messreihe 1 - Statische Methode in $^\circ\text{C}$

| | Messing(breit) | | Messing(schmal) | | Aluminium | | Edelstahl | |
|---------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| $t[\text{s}]$ | $T_{1,\text{fern}}$ | $T_{2,\text{nah}}$ | $T_{3,\text{nah}}$ | $T_{4,\text{fern}}$ | $T_{5,\text{fern}}$ | $T_{6,\text{nah}}$ | $T_{7,\text{nah}}$ | $T_{8,\text{fern}}$ |
| 0,0 | 23,64 | 24,10 | 24,27 | 23,69 | 23,75 | 24,72 | 23,71 | 23,68 |
| 5,0 | 23,71 | 24,90 | 25,21 | 23,79 | 24,18 | 26,03 | 23,88 | 23,69 |
| 10,0 | 23,88 | 25,79 | 26,27 | 23,99 | 24,79 | 27,31 | 24,22 | 23,68 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| 690,0 | 46,36 | 49,27 | 47,95 | 44,53 | 50,04 | 51,60 | 44,98 | 35,64 |

Für die Auswertung wird ebenfalls der Abstand Δx zwischen den beiden Temperatursensoren einer Probe benötigt. Hier wird der gemessene Wert von $\Delta x = 3,0\text{ cm}$ verwendet.

Tabelle 3: Messreihe 2 - Dynamische Methode in °C

| | Messing(breit) | | Messing(schmal) | | Aluminium | | Edelstahl | |
|----------|----------------|-------------|-----------------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|
| $t[s]$ | $T_{1,fern}$ | $T_{2,nah}$ | $T_{3,nah}$ | $T_{4,fern}$ | $T_{5,fern}$ | $T_{6,nah}$ | $T_{7,nah}$ | $T_{8,fern}$ |
| 0,0 | 33,08 | 36,21 | 36,46 | 32,47 | 34,62 | 37,16 | 33,62 | 29,54 |
| 0,5 | 33,10 | 36,25 | 36,48 | 32,50 | 34,66 | 37,19 | 33,65 | 29,55 |
| 1,0 | 33,12 | 36,27 | 36,51 | 32,52 | 34,69 | 37,25 | 33,68 | 29,54 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| 882,0 | 65,16 | 65,67 | 62,65 | 61,61 | 67,34 | 65,75 | 62,62 | 50,17 |

Tabelle 4: Messreihe 3 - Dynamische Methode - Angström in °C

| | Messing(breit) | | Messing(schmal) | | Aluminium | | Edelstahl | |
|----------|----------------|-------------|-----------------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|
| $t[s]$ | $T_{1,fern}$ | $T_{2,nah}$ | $T_{3,nah}$ | $T_{4,fern}$ | $T_{5,fern}$ | $T_{6,nah}$ | $T_{7,nah}$ | $T_{8,fern}$ |
| 0,0 | 29,48 | 28,85 | 28,20 | 28,60 | 28,13 | 26,75 | 28,24 | 27,2 |
| 2,0 | 29,43 | 28,54 | 27,85 | 28,55 | 27,93 | 26,51 | 28,16 | 27,2 |
| 4,0 | 29,37 | 28,51 | 27,85 | 28,49 | 27,76 | 27,05 | 28,06 | 27,2 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| 1400,0 | 59,88 | 58,92 | 56,03 | 56,24 | 58,68 | 57,55 | 55,66 | 50,0 |

5 Auswertung

Aufgrund der zahlreichen Messwerte kann man die zeitlichen Temperaturverläufe sehr genau darstellen. In den beiden folgenden Abbildungen sind die Temperaturen der äußeren Sensoren von Messing(breit)[T1], Messing(schmal)[T4] sowie Aluminium[T5] und Edelstahl[T8] gegenübergestellt, die bei der statischen Methode aufgenommen worden sind. Sowohl beide Messingproben als auch Aluminium weisen einen ähnlichen Funktionsgraphen auf, der augenscheinlich nur in horizontaler und vertikaler Skalierung variiert. In den etwa ersten 180 Sekunden steigt die Temperatur des schmalen Messingstabs minimal schneller an als der breite Stab. Danach hat der Graph des breiteren Stabs eine größere Steigung und beide Graphen steigen in gleichem Maße, um einen stetig wachsenden Temperaturunterschied versetzt, bis zur Endzeit. Aluminium erreicht insgesamt die höchste Endtemperatur mit etwa 50 °C. Im Gegensatz dazu steht Edelstahl: Nach einer kurzen anfänglichen Phase, in der die Temperatur kaum steigt, wächst der Graph nahezu linear an, was sich merklich von den Graphen unterscheidet. Diese besitzen vielmehr die geschwungene Form einer Wurzel- oder Logarithmus-Funktion.

Um die Wärmeleitung besser zu untersuchen, sind hier die Endtemperaturen nach annähernd 700 s aufgeführt: Wie bereits erwähnt hat Aluminium die höchste Endtemperatur erreicht, danach folgen der breite, der schmale Messingstab und Edelstahl in ebendieser Reihenfolge. Dementsprechend staffelt sich ebenfalls das zugehörige Maß der Wärmeleitung der einzelnen Proben.

Nun soll für fünf verschiedene Messzeiten der Wärmestrom bestimmt werden, die sich

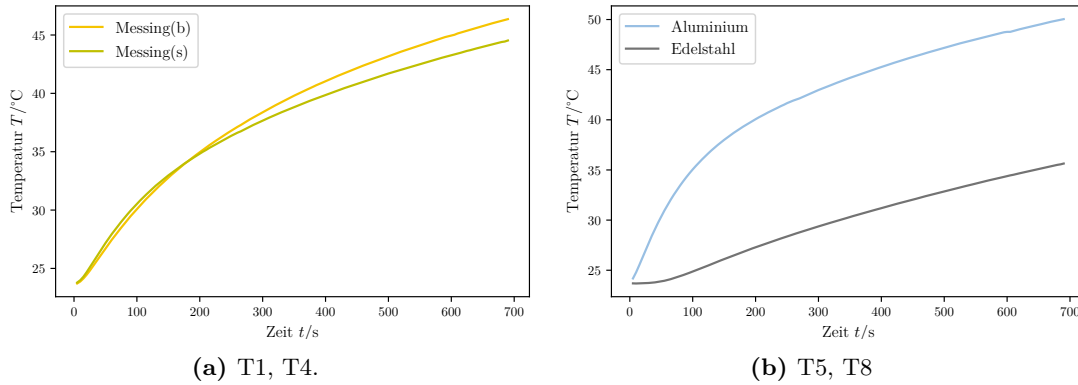


Abbildung 2: Zeitliche Temperaturverläufe an den äußeren Sensoren

Tabelle 5: Äußere Temperatur nach 690 s in °C.

| t | Messing(b) | Messing(s) | Aluminium | Edelstahl |
|-------|------------|------------|-----------|-----------|
| 690,0 | 46,36 | 44,53 | 50,04 | 35,64 |

über die Formel

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (7)$$

berechnen lässt (vgl. dazu die Gleichung (1)). Hierbei gelten für Aluminium und Edelstahl ebenso die Maße der breiten Querschnittsfläche

$$A_{\text{breit}} = 1,2 \text{ cm} \times 0,4 \text{ cm} = 0,48 \text{ cm}^2,$$

wohingegen der schmale Messingstab die Maße

$$A_{\text{schmal}} = 0,7 \text{ cm} \times 0,4 \text{ cm} = 0,28 \text{ cm}^2$$

erfüllt. Bewusste Messwerte zu fünf verschiedenen Messzeiten und die sich daraus ergebenden Temperaturdifferenzen sind in Tabelle 6 und 7 dargestellt.

Die Werte für die materialabhängige Wärmeleitfähigkeit werden der Tabelle 1 mit den im Vorraus recherchierten Literaturwerten entnommen, der Abstand zweier Temperatursensoren ist gemäß der Messung $\Delta x = 3,0 \text{ cm}$. Daraus ergeben sich die in Tabelle 8 dargestellten Zahlenwerte für den Wärmestrom.

Des Weiteren sollen die an den Sensoren T7 und T8 beziehungsweise T2 und T1 gemessenen Temperaturdifferenzen in einem Diagramm der Zeit t aufgetragen werden, also die Temperaturunterschiede an zwei verschiedenen Orten desselben Stabs, hier Edelstahl und Messing.

Beide Graphen haben anfänglich einen starken Anstieg, bei dem Edelstahl einen etwa doppelt so großen Wert erreicht wie Messing. Danach flacht die Differenz des Messings exponentiell ab, wohingegen die des Edelstahl sich asymptotisch einem Maximalwert

Tabelle 6: Temperatur fünf verschiedener Messzeiten in °C.

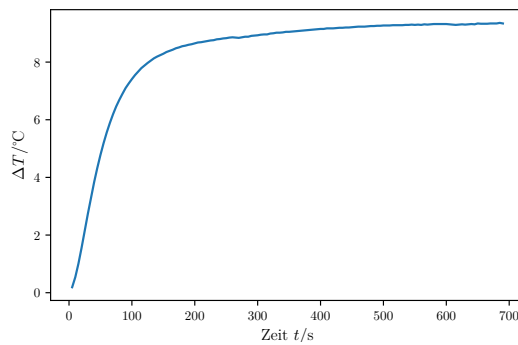
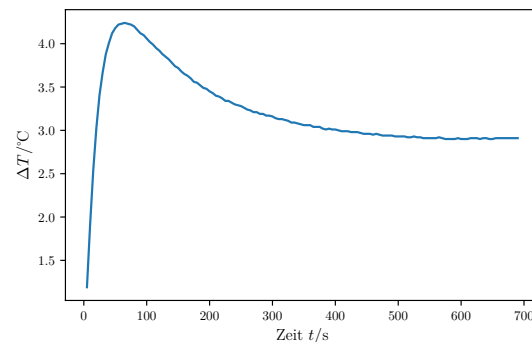
| | Messing(breit) | | Messing(schmal) | | Aluminium | | Edelstahl | |
|--------|----------------|-------------|-----------------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|
| $t[s]$ | $T_{1,fern}$ | $T_{2,nah}$ | $T_{3,nah}$ | $T_{4,fern}$ | $T_{5,fern}$ | $T_{6,nah}$ | $T_{7,nah}$ | $T_{8,fern}$ |
| 60 | 27,45 | 31,68 | 32,57 | 27,94 | 31,50 | 34,49 | 29,59 | 24,03 |
| 150 | 32,77 | 36,49 | 36,83 | 32,97 | 38,00 | 40,03 | 34,40 | 26,11 |
| 295 | 38,24 | 41,41 | 40,97 | 37,54 | 42,83 | 44,47 | 38,19 | 29,27 |
| 475 | 42,69 | 45,63 | 44,63 | 41,26 | 46,73 | 48,27 | 41,70 | 32,46 |
| 640 | 45,61 | 48,52 | 47,26 | 43,85 | 49,33 | 50,89 | 44,27 | 34,95 |

Tabelle 7: Temperaturunterschied nah zu fern in K.

| $t[s]$ | $\Delta T_{Messing(breit)}$ | $\Delta T_{Messing(schmal)}$ | $\Delta T_{Aluminium}$ | $\Delta T_{Edelstahl}$ |
|--------|-----------------------------|------------------------------|------------------------|------------------------|
| 60 | 4,23 | 4,63 | 2,99 | 5,56 |
| 150 | 3,72 | 3,86 | 2,03 | 8,29 |
| 295 | 3,17 | 3,43 | 1,64 | 8,91 |
| 475 | 2,94 | 3,37 | 1,54 | 9,24 |
| 640 | 2,91 | 3,41 | 1,56 | 9,32 |

Tabelle 8: Wärmestrom $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ in J/s.

| Stoff | 60 s | 150 s | 295 s | 475 s | 640 s |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Messing(breit) | 0,7580 | 0,6666 | 0,5681 | 0,5268 | 0,5215 |
| Messing(schmal) | 0,4840 | 0,4035 | 0,3585 | 0,3523 | 0,3565 |
| Aluminium | 1,0573 | 0,7178 | 0,5799 | 0,5445 | 0,5516 |
| Edelstahl | 0,4092 | 0,6101 | 0,6565 | 0,6801 | 0,6860 |

**(a)** $T_7 - T_8$ (Edelstahl).**(b)** $T_2 - T_1$ (Messing).**Abbildung 3:** Temperaturdifferenzen

nähert. Das zu Beginn starke Ansteigen indiziert das Anlegen einer dem Metall gegenüber höheren Temperatur, die zuerst am nahen Sensor registriert wird und erst mit einiger Zeitverzögerung an der weiter entfernten Messstelle. Die Temperaturdifferenz des Edelstahls steigt weiter an, das Temperaturgefälle nimmt also zu. Dahingegen findet beim Messing ein schleichender Ausgleich der hohen Differenz statt, die Wärme verteilt sich gleichmäßiger auf dem Stab.

Tabelle 9: Messreihe 2 - Dynamische Methode

| | Messing(breit) | | Messing(schmal) | | Aluminium | | Edelstahl | |
|----------|----------------|-------------|-----------------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|
| t | $T_{1,fern}$ | $T_{2,nah}$ | $T_{3,nah}$ | $T_{4,fern}$ | $T_{5,fern}$ | $T_{6,nah}$ | $T_{7,nah}$ | $T_{8,fern}$ |
| 0,0 | 33,08 | 36,21 | 36,46 | 32,47 | 34,62 | 37,16 | 33,62 | 29,54 |
| 0,5 | 33,10 | 36,25 | 36,48 | 32,50 | 34,66 | 37,19 | 33,65 | 29,55 |
| 1,0 | 33,12 | 36,27 | 36,51 | 32,52 | 34,69 | 37,25 | 33,68 | 29,54 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| 882,0 | 65,16 | 65,67 | 62,65 | 61,61 | 67,34 | 65,75 | 62,62 | 50,17 |

Bei der dynamischen Messung sollen nach dem ersten Durchgang beide Temperaturverläufe der Messstellen am breiten Messingstab aufgetragen und die Amplituden A_1 und A_2 bei den jeweiligen Sensoren bestimmt werden. Dafür wurde eine Ausgleichskurve durch die Minima gezogen und die Differenz der Maxima zu dem entsprechenden Funktionswert der Ausgleichskurve berechnet (vgl. Tabelle 10). Die Maxima der

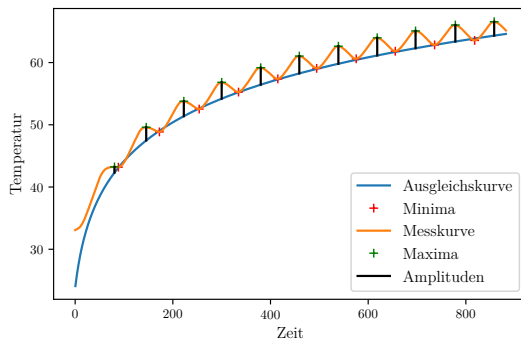


Abbildung 4: T1, fern.

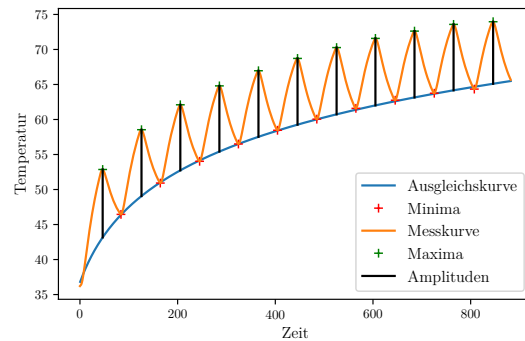


Abbildung 5: T2, nah.

Abbildung 6: Messwertanalyse zu Messing(breit).

Temperaturkurve werden aus der Messtabelle abgelesen, da hinreichend viele Werte gegeben sind. Zur Berechnung der Ausgleichskurve durch die Minima wird der Ansatz $f(x) = c * np.log(x - a) + b$ mit den Parametern a, b, c verwendet. Mithilfe der numerischen Methode der kleinsten Quadrate, die durch ein entsprechendes Computerprogramm durchgeführt wird, werden diese Parameter dann bestimmt. So ergibt sich für die Parameter von T1 $(a, b, c) = (-14.69279466, -2.94742813, 9.93498876)$ und für T2

Tabelle 10: Amplituden von Messing, nah und fern, in K.

| $\Delta t[\text{s}]$ | Messing _{nah} | | Messing _{fern} | |
|----------------------|------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|
| | $t[\text{s}]$ | $\Delta T[\text{K}]$ | $t[\text{s}]$ | $\Delta T[\text{K}]$ |
| 34,0 | 46,5 | 9,64±0,23 | 80,5 | 0,89±0,20 |
| 19,5 | 126,0 | 9,54±0,23 | 145,5 | 2,13±0,20 |
| 17,0 | 205,5 | 9,49±0,23 | 222,5 | 2,53±0,20 |
| 14,5 | 285,5 | 9,45±0,23 | 300,0 | 2,67±0,20 |
| 14,5 | 365,5 | 9,42±0,23 | 380,0 | 2,71±0,20 |
| 13,5 | 445,5 | 9,39±0,23 | 459,0 | 2,71±0,20 |
| 13,5 | 525,5 | 9,37±0,23 | 539,0 | 2,70±0,20 |
| 13,5 | 605,0 | 9,35±0,23 | 618,5 | 2,68±0,20 |
| 12,0 | 685,0 | 9,34±0,23 | 697,0 | 2,65±0,20 |
| 13,5 | 765,0 | 9,32±0,23 | 778,5 | 2,62±0,20 |
| 12,0 | 846,0 | 9,31±0,23 | 858,0 | 2,59±0,20 |

$(a, b, c) = (-50.49563487, -1.97913302, 9.86737879)$. Dasselbe wird nun für die Maxima gemacht. Die Differenz der abgelesenen Werte und der an der entsprechenden Stelle ausgewerteten Funktion wird berechnet. Mittels dieser Differenzen werden die Varianz $V(X)$ und somit die Standardabweichung σ_x ermittelt (bei N Messwerten).

$$V(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \Delta x_i^2 \sigma_x = \sqrt{V(X)}$$

Nun wird nach Gleichung (6) die Wärmeleitfähigkeit berechnet. Der Mittelwert der verschiedenen Werte für κ berechnet sich durch

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (8)$$

Für die Messgröße x erhält man dann $x = \bar{x} \pm \sigma_x$. Für die Wärmeleitfähigkeit des Messings ergibt sich an dieser Stelle somit $\kappa = 75 \pm 22$

Dasselbe Vorgehen soll bei Aluminium durchgeführt werden: T5, Minima: $(a, b, c) = ([-5.43820767, 14.36801819, 7.66920384])$ T6, Minima: $(a, b, c) = ([-43.92552164, 10.56412431, 8.04223001])$

Für die Wärmeleitfähigkeit des Aluminiums ergibt sich an dieser Stelle somit $\kappa = 206 \pm 33$

Für die letzte Messreihe soll dieses Verfahren nochmal für Edelstahl durchgeführt werden: T7, Minima: $(a, b, c) = ([-78.40062517, -52.64024484, 14.83964357])$ T8, Minima: $(a, b, c) = ([-547.28040531, -111.97054179, 21.30691517])$

Für die Wärmeleitfähigkeit des Edelstahls ergibt sich an dieser Stelle somit $\kappa = 11.0 \pm 1.7$

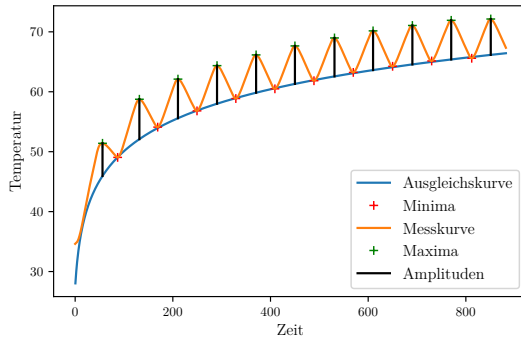


Abbildung 7: T5, fern.

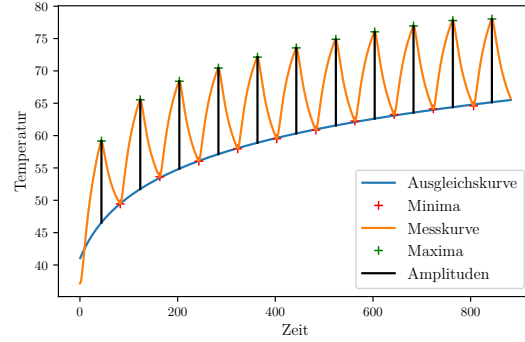


Abbildung 8: T6, nah.

Abbildung 9: Messwertanalyse zu Aluminium.

Tabelle 11: Amplituden von Aluminium, nah und fern, in K.

| $\Delta t[\text{s}]$ | Aluminium _{nah} | | Aluminium _{fern} | |
|----------------------|--------------------------|----------------------|---------------------------|----------------------|
| | $t[\text{s}]$ | $\Delta T[\text{K}]$ | $t[\text{s}]$ | $\Delta T[\text{K}]$ |
| 12,0 | 44,0 | $12,68 \pm 0,24$ | 56,0 | $5,50 \pm 0,21$ |
| 8,0 | 123,5 | $13,44 \pm 0,24$ | 131,5 | $6,41 \pm 0,21$ |
| 7,0 | 203,5 | $13,54 \pm 0,24$ | 210,5 | $6,53 \pm 0,21$ |
| 7,0 | 283,5 | $13,51 \pm 0,24$ | 290,5 | $6,53 \pm 0,21$ |
| 7,0 | 363,5 | $13,46 \pm 0,24$ | 370,5 | $6,50 \pm 0,21$ |
| 7,0 | 443,0 | $13,39 \pm 0,24$ | 450,0 | $6,45 \pm 0,21$ |
| 7,0 | 524,0 | $13,32 \pm 0,24$ | 531,0 | $6,41 \pm 0,21$ |
| 6,5 | 603,5 | $13,26 \pm 0,24$ | 610,0 | $6,37 \pm 0,21$ |
| 7,5 | 683,0 | $13,20 \pm 0,24$ | 690,5 | $6,33 \pm 0,21$ |
| 6,5 | 763,5 | $13,14 \pm 0,24$ | 770,0 | $6,29 \pm 0,21$ |
| 7,5 | 843,5 | $13,09 \pm 0,24$ | 851,0 | $6,25 \pm 0,21$ |

Tabelle 12: Amplituden von Edelstahl, nah und fern, in K.

| $\Delta t[\text{s}]$ | Edelstahl _{nah} | | Edelstahl _{fern} | |
|----------------------|--------------------------|----------------------|---------------------------|----------------------|
| | $t[\text{s}]$ | $\Delta T[\text{K}]$ | $t[\text{s}]$ | $\Delta T[\text{K}]$ |
| 66,0 | 110,0 | $17,1 \pm 0,4$ | 176,0 | $2,1 \pm 0,5$ |
| 84,0 | 310,0 | $15,2 \pm 0,4$ | 394,0 | $1,6 \pm 0,5$ |
| 78,0 | 510,0 | $14,8 \pm 0,4$ | 588,0 | $1,4 \pm 0,5$ |
| 64,0 | 714,0 | $14,6 \pm 0,4$ | 778,0 | $1,4 \pm 0,5$ |
| 64,0 | 910,0 | $14,6 \pm 0,4$ | 974,0 | $1,5 \pm 0,5$ |
| 54,0 | 1110,0 | $14,6 \pm 0,4$ | 1164,0 | $1,6 \pm 0,5$ |
| 60,0 | 1310,0 | $14,6 \pm 0,4$ | 1370,0 | $1,7 \pm 0,5$ |

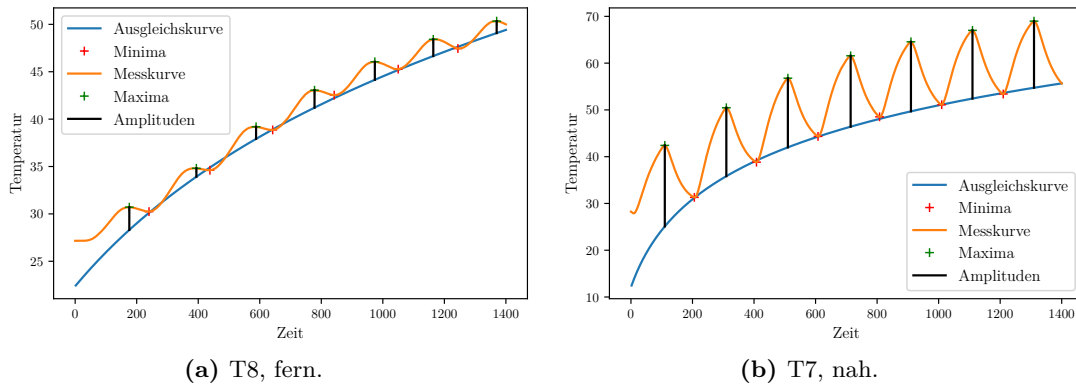


Abbildung 10: Messwertanalyse zu Aluminium.

6 Diskussion

Für die drei Metalle Aluminium, Messing und Edelstahl wurden in diesem Versuch mithilfe der Angström-Methode die jeweiligen Wärmeleitfähigkeiten κ bestimmt. Für Messing wurde ein Wert von $\kappa = (75 \pm 22) \text{ W/(m K)}$ ermittelt, der Literaturwert liegt hingegen mit 112 W/(m K) nicht im berechneten Fehlerintervall. Dies könnte darin begründet sein, dass Messing an sich kein reines Element ist, sondern teilweise auch stark schwankende Mischverhältnisse verschiedener Reinmetalle enthalten kann. Somit ist Messing an sich nicht eindeutig identifizierbar und weist je nach Mischverhältnis verschiedene Materialeigenschaften auf. Dies bezieht sich ebenfalls auf die Wärmeleitfähigkeit: Diese hängt von den verschiedenen, in dem verwendeten Messing enthaltenen Metallen ab, die nicht angegeben waren. So bezieht sich der Literaturwert vermutlich auf eine andere Messingzusammensetzung, als in dem Experiment verwendet wurde.

Aluminium hat gemäß der Auswertung eine Wärmeleitfähigkeit von $\kappa = (206 \pm 33) \text{ W/(m K)}$. Der Literaturwert von 221 W/(m K) liegt somit berechneten Fehlerintervall.

Edelstahl besitzt wiederum laut Rechnung eine Wärmeleitfähigkeit von $\kappa = (11,0 \pm 1,7) \text{ W/(m K)}$, was im Widerspruch zum Literaturwert 46 W/(m K) steht. Wieder ist hier die nicht eindeutige Definition des Stoffs Edelstahl als Ursache möglich. Edelstahl ist eine besonders reine Form des Stahls, der zu großen Teilen aus Eisen besteht. Jedoch sorgen auch hier verschiedene Legierungen für unterschiedliche Stoffzusammensetzungen, die die Wärmeleitfähigkeit von Produkt zu Produkt schwanken lassen können.

Eine weitere Beobachtung ist die um einiges stärkere Wärmeleitung des Aluminiums: Es erreicht insgesamt eine höhere Temperatur als die anderen Metalle. Messing, aber vor allem Edelstahl bestehen meist aus edleren Metallen, die weniger freie Elektronen aufweisen als Unedlere, wie Aluminium eins ist. Durch weniger freie Elektronen kann tendenziell weniger thermische Energie transportiert werden, wie bereits in Kapitel 1 Theorie erwähnt wird.

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme*. 4. Aufl. Springer, 2006.
- [2] Hans-Jerg Dorn und Tilo Fischer. *Formeln und Daten zur Physik*. 1. Aufl. Klett, 2009.
- [3] TU Dortmund. *V204: Wärmeleitung von Metallen*.
- [4] Ekbert Hering, Rolf Martin und Martin Stohrer. *Taschenbuch der Mathematik und Physik*. 6. Aufl. Springer Vieweg, 2017.
- [5] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. 23. Aufl. Springer, 2006.