

Versuch Nr. 401

## **Das Michelson-Interferometer**

Antonia Joëlle Bock  
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner  
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.06.2020

Abgabe: 07.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Interferenz, Intensität und die Notwendigkeit kohärenten Lichts . . . . .	3
2.2 Das Michelson-Interferometer . . . . .	4
<b>3 Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1 Arithmetisches Mittel und Messunsicherheit . . . . .	8
4.2 Wellenlängenbestimmung des Lasers . . . . .	9
4.3 Bestimmung des Brechindexes . . . . .	9
<b>5 Diskussion</b>	<b>10</b>
<b>Anhang: Messdaten</b>	<b>11</b>
<b>Literatur</b>	<b>11</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Experiments ist das Bestimmen der Wellenlänge eines Lasers und des Brechindex der Umgebungsluft. Hierfür wird ein weit verbreitetes Messinstrument, das Michelson-Interferometer, benutzt, welches sich die Interferenzeigenschaften von Licht zunutze macht. Um das Messprinzip zu verstehen, werden Begriffe wie die Kohärenzlänge einer Lichtquelle eingeführt, und es werden Bedingungen aufgestellt, die erfüllt sein müssen, um präzise Messergebnisse zu erzielen.

## 2 Theorie

### 2.1 Interferenz, Intensität und die Notwendigkeit kohärenten Lichts

Für die Beschreibung der physikalischen Vorgänge wird das Wellenmodell des Lichts verwendet. Dies beschreibt Licht als eine in Richtung des Wellenvektors  $\vec{k}$  propagierende elektromagnetische Welle

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta)},$$

deren Intensität  $I$  beim Auftreffen auf eine Fläche gemessen werden kann. Diese ist proportional zum Amplitudenquadrat

$$I \propto |\vec{E}|^2$$

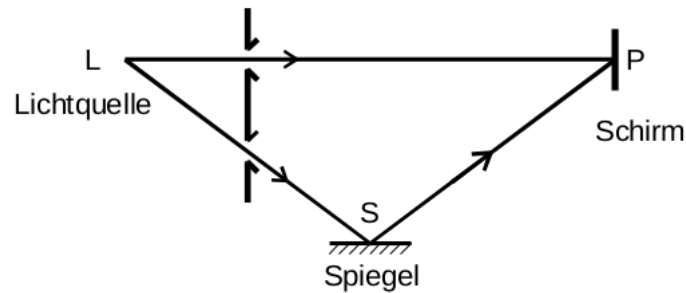
und somit bei einer einzelnen Wellenfunktion konstant. Werden zwei Lichtwellen derselben Frequenz  $\omega$  und desselben Wellenvektors  $\vec{k}$  überlagert, hängt die Intensität nach Superposition der beiden Wellen von den Phasenverschiebungen  $\delta_1$  und  $\delta_2$  ab[1]:

$$I \propto 1 + \cos(\delta_2 - \delta_1).$$

Je nach Phasenlage kann sie sich deshalb sogar ganz auslöschen und es sollten deutliche Interferenzerscheinungen sichtbar sein, wenn das Licht zweier Lichtquellen überlagert wird.

Nun muss jedoch die Entstehung des Lichts bei konventionellen Lichtquellen berücksichtigt werden. Dies entsteht für gewöhnlich durch die Emission eines Wellenpakets mit einer Frequenz im optischen Bereich, wenn ein Elektron eines angeregten Atoms wieder in den Grundzustand zurückkehrt. Da die Emissionen und Anregungen der Atome in der Zeit statisch verteilt sind, emittieren die Atome derselben Quelle zu unterschiedlichen Zeiten die räumlich begrenzten Wellenpakete. Dies führt dazu, dass die Differenz  $\delta_2 - \delta_1$  einzelner Wellen stark mit der Zeit schwankt und sich dadurch der Interferenzterm  $\cos(\delta_2 - \delta_1)$  über den Messzeitraum auslöscht[1]. Konventionelle Lichtquellen stellen somit kein für das Experiment brauchbares, sogenanntes kohärentes Licht zur Verfügung. Aus diesem Grund werden Laser – light amplification by stimulated emission of radiation – verwendet, deren Atome durch stimulierte Emission Licht fester Phasendifferenz  $\delta$  aussenden – kohärentes Licht also.

Zur Veranschaulichung des Begriffs der Kohärenzlänge kann Abbildung 1 betrachtet werden. Dort wird Licht desselben Entstehungsorts – also derselben Phasenlage  $\delta$  und



**Abbildung 1:** Möglichkeit zur Erzeugung von Interferenzerscheinungen[1].

Amplitude  $\vec{E}_0$  – mittels eines Strahlteilers geteilt und auf zwei verschiedenen Wegen mittels Reflexion an einem Spiegel am Punkt P wieder zusammengebracht. Durch den (messbaren) Wegunterschied  $\Delta$  entsteht eine feste Phasendifferenz, die sich in entsprechender Interferenz zeigen sollte. Konstruktive Interferenz, also die maximal mögliche Intensität, ist bei ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge  $\lambda$  möglich

$$\Delta = n\lambda, n \in \mathbb{N}$$

und vollständige Auslöschung, destruktive Interferenz, bei ungeradzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge:

$$\Delta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{N}.$$

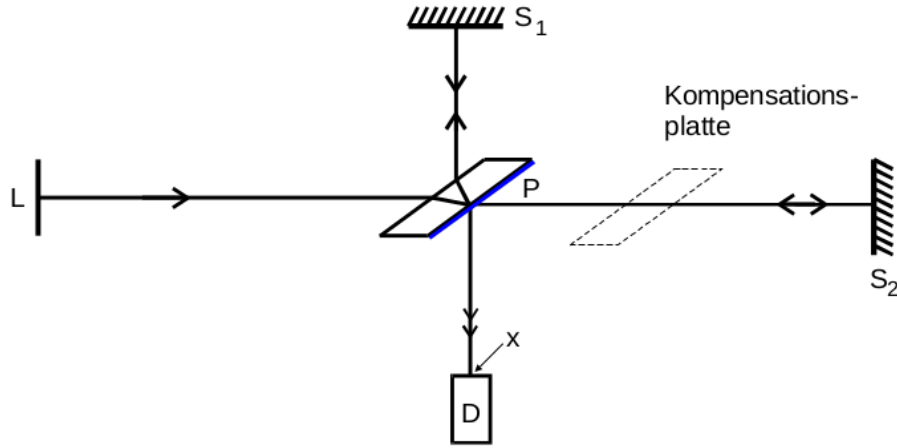
Ist der Wegunterschied  $\Delta$  jedoch zu groß gewählt und übersteigt die Länge der emittierten Wellengruppe, treffen die Teilstrahlen nacheinander am Schirm auf und es ist keine Interferenz messbar, sondern nur die Intensität der einzelnen Strahlen. Der angesichts dieser Umstände maximal mögliche Wegunterschied wird die Kohärenzlänge  $l$  einer Lichtquelle genannt. Analytisch kann diese über

$$l = N\lambda$$

formuliert werden, wobei  $N$  die maximal mögliche Anzahl der Interferenzmaxima darstellt[1]. Entsprechend haben Laser eine sehr viel größere Kohärenzlänge als die zuvor diskutierten konventionellen Lichtquellen.

## 2.2 Das Michelson-Interferometer

In Abbildung 2 ist der schematische Aufbau eines Michelson-Interferometers zu sehen. Der von der Lichtquelle L ausgehende Lichtstrahl wird mittels beispielsweise einer semipermeablen Platte P in zwei Strahlen aufgeteilt, welche nach Reflexion an den Spiegeln  $S_1$  und  $S_2$  am Detektor D wieder auftreffen. Diese sind kohärent, sofern ihr optischer Weglängenunterschied kleiner als die Kohärenzlänge ist. Zwischen P und  $S_2$  befindet sich eine Kompensationsplatte mit dem gleichen Brechindex wie die semipermeable Platte. So wird der sonst entstehende Wegunterschied durch das Durchlaufen von Materie mit



**Abbildung 2:** Prinzipieller Aufbau eines Interferometers[1].

unterschiedlichen Brechindizes (die beiden Strahlen durchlaufen P unterschiedlich oft) ausgeglichen.

Um die Wellenlänge zu messen, kann die Verschiebung des Interferenzmusters genutzt werden, die auftritt, wenn ein Spiegel um  $\Delta d$  verrückt wird. Dies lässt sich über (o.B.d.A. sei  $\vec{k} \parallel \vec{e}_x$ )

$$\begin{aligned} I &\propto |E_0|^2 (e^{ikx} + e^{ik(x+2\Delta d+\pi)}) (e^{-ikx} + e^{-ik(x+2\Delta d+\pi)}) \\ &= 2|E_0|^2 (1 + \cos(2k\Delta d + \pi)) \end{aligned}$$

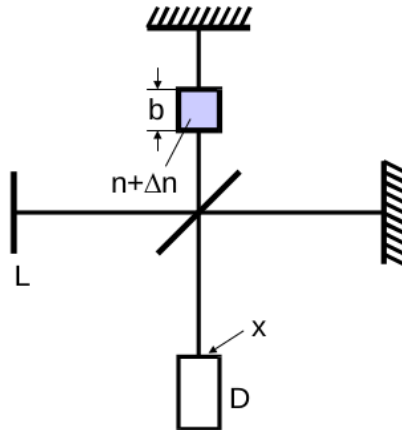
erklären, wobei berücksichtigt wird, dass bei der Reflexion an P eine zusätzliche Phasenverschiebung von  $\pi$  hinzukommt. Mit  $k = 2\pi/\lambda$  ist ersichtlich, dass die Interferenzmaxima hinsichtlich der Differenz  $\Delta d$  in Abständen von  $\lambda/2$  auftreten[1]. Wird nun mithilfe einer hinreichend präzisen Mikrometerschraube ein Spiegel um eine entsprechende Differenz  $\Delta d$  verschoben und wird die Anzahl  $z \gg 1$  der vorbeiziehenden Interferenzmaxima gezählt, kann die Wellenlänge über

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2}$$

bestimmt werden. Die große Anzahl  $z$  ist für ein möglichst genaues Messergebnis notwendig, da die durch Mikrometerschrauben hergestellten Abstände groß gegenüber der Wellenlänge von Licht sind.

Eine Möglichkeit, Brechindexunterschiede zu messen, eröffnet sich mithilfe des in Abbildung 3 dargestellten Aufbaus. Dort wird eine Probe des entsprechenden Mediums mit Länge  $b$  in einen der beiden Strahlgänge gehalten; der Brechindex im Vergleich zur Umgebung mit Brechindex  $n$  betrage  $n + \Delta n$ . Der optische Weglängenunterschied beläuft sich dann auf  $b \cdot \Delta n$  und mit bekannter Wellenlänge kann der Brechindexunterschied bequem über

$$b \cdot \Delta n = z \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

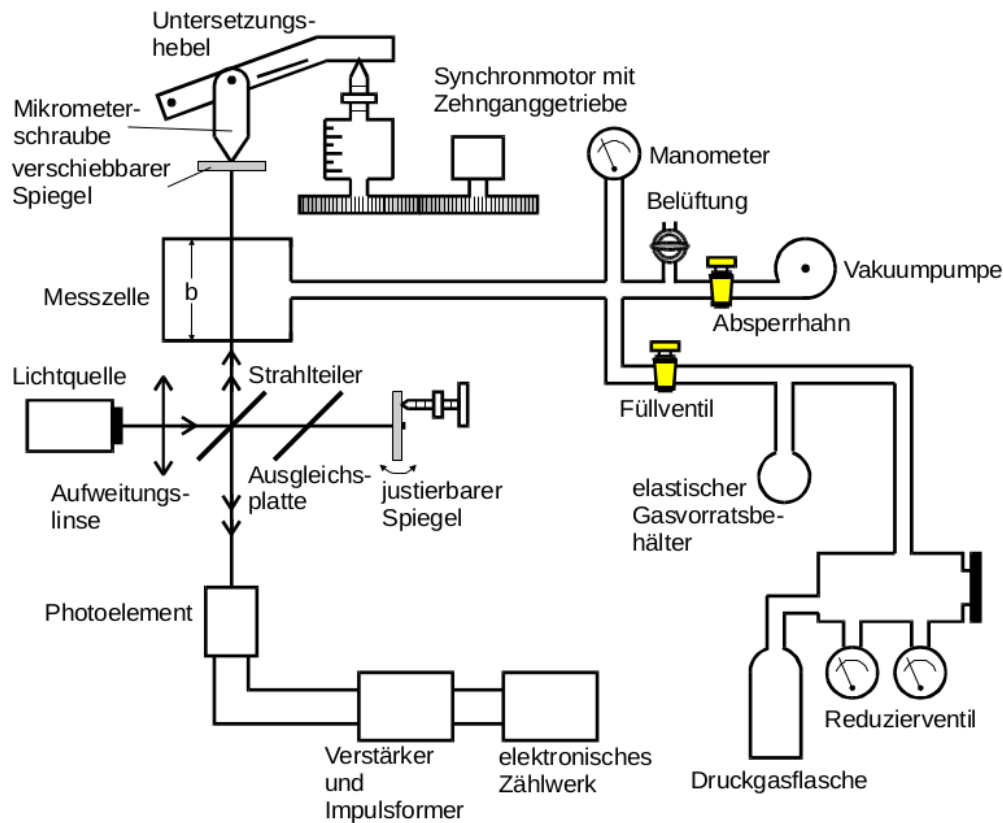


**Abbildung 3:** Eine Möglichkeit, mithilfe des Interferometers Brechindexunterschiede zu messen[1].

ermittelt werden. Da im Allgemeinen  $\lambda \ll b$  gilt, können mit dieser Methode gut Brechindexunterschiede der Größenordnung von etwa  $10^{-5}$  gemessen werden[1].

### 3 Durchführung

In Abbildung 4 ist die gesamte Messapparatur ersichtlich. Eine Lichtquelle, im Folgenden ein Laser mit vorteilhaft großer Kohärenzlänge, trifft auf den Strahlteiler; die beiden Strahlen werden an Spiegeln jeweils reflektiert und von einem Photoelement aufgefangen, welches die Impulse an ein Zählwerk weiterleitet. In einem der beiden Strahlengänge befindet sich die Ausgleichsplatte, sowie lässt sich einer der beiden Spiegel mittels dahinter befestigter Rändelschrauben minimal justieren, um anfangs die Lichtzentren beider Teilstrahlen auf einen Punkt am Photoelement zu lenken. An dem anderen Spiegel befindet sich die Mikrometerschraube, die den anderen Spiegel ausschließlich vor- und rückwärts bewegt. Dies bewirkt einen optischen Wegunterschied durch die geometrische Veränderung der Weglängendifferenz. Da die Apparatur sehr präzise Justierungen benötigt, werden die Mikrometerschrauben über einen Synchronmotor verstellt, der durch einfaches Bedienen der Schaltknöpfe in Gang gesetzt werden kann. Die Übersetzung von der Anzeige der Weglänge beträgt  $1 : 5.017$ . In der Messzelle der Länge  $b = 50 \text{ mm}$  kann mithilfe einer Vakuumpumpe eine Druckdifferenz zur Umgebungsluft hergestellt werden, um entsprechend den Brechindex der Umgebungsluft zu bestimmen.



**Abbildung 4:** Der gesamte Aufbau bei der Verwendung des Interferometers[1].

Nach der beschriebenen Justierung durch die Rändelschrauben wird die Anzahl der

vorbeziehenden Interferenzstreifen mittels des Zählwerks gemessen, während zeitgleich der Synchronmotor die Mikrometerschrauben bedient. Die Weglängendifferenz muss zusammen mit der Impulszahl notiert werden und entsprechend der Übersetzung des Getriebe umgerechnet werden. Um hinreichend genaue Ergebnisse zu erzielen ist eine möglichst hohe Impulszahl nötig; vorgeschlagen werden Werte in der Größenordnung von  $10^3$ .

Um anschließend den Brechindex der Umgebungsluft zu berechnen, wird mittels der Vakuumpumpe ein Unterdruck von etwa 0,8 bar in der Messzelle hergestellt. Mithilfe der an der Pumpe befestigten Schraube wird langsam der Druck wieder ausgeglichen; zeitgleich dazu werden die vorbeziehenden Interferenzringe vom Zählwerk gezählt. Durch den Druckunterschied verändert sich der Brechindex und somit der optische Wegunterschied, was das Verschieben des Interferenzmusters erklärt.

Unter der Annahme, dass es sich bei der Umgebungsluft um ideales Gas handelt, lässt sich mithilfe der idealen Gasgleichung

$$pV = RT$$

mit dem Druck  $p$ , dem Volumen  $V$ , der Temperatur  $T$  und der idealen Gaskonstante  $R$  ein Ausdruck für den Brechindex der Umgebungsluft

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p_0 - p} \stackrel{T \approx T_0}{=} 1 + \Delta n \cdot \frac{p_0}{p_0 - p}$$

herleiten. Hierbei stellen  $p_0 = 1013,2 \text{ mbar}$  und  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  die typischen Normalbedingungen dar[1]. Die Brechindexdifferenz  $\Delta n$  wird mit Gleichung (1) ersetzt und so ergibt sich der Brechindex zu

$$n = 1 + \frac{z\lambda}{2b} \cdot \frac{p_0}{p_0 - p}. \quad (2)$$

## 4 Auswertung

### 4.1 Arithmetisches Mittel und Messunsicherheit

Das arithmetische Mittel einer Größe  $x$ , also das dem unbekannten wahren Wert am nächsten kommende Ergebnis aus einer Messung mit  $N$  Messwerten, berechnet sich über

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (3)$$

Die Messunsicherheit beläuft sich auf

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2} \quad (4)$$



**Tabelle 1:** Messwerte zur Bestimmung der Wellenlänge, sowie diese selbst.

$\Delta d_{\text{mess}} / \text{mm}$	$\Delta d_{\text{skal.}} / \text{mm}$	$z$	$\lambda / \text{nm}$
3.72	0.741	2256	657
1.93	0.385	2133	361
4.75	0.947	3000	631
1.75	0.349	1135	615
3.00	0.598	1831	653

## 4.2 Wellenlängenbestimmung des Lasers

Die Werte der ersten Messung sind in Tabelle 1 dargestellt. Hierbei sind ebenfalls die mit der Übersetzung 1 : 5.017 skalierten Werte für den Weglängenunterschied aufgeführt, sowie die sich jeweils aus einem Wertepaar ergebenden Werte für die Wellenlänge.

Durch Mittelwertbildung und eine entsprechende Berechnung der Messunsicherheit mit (3) und (4) ergibt sich das experimentelle Ergebnis von

$$\lambda_{\text{exp},1} = (583 \pm 126) \text{ nm} . \quad (5)$$

Auffällig ist der zweite Messwert, der eine sehr viel geringere Wellenlänge ergibt. Wird dieser Wert nicht in die Berechnung miteinbezogen, beläuft sich das experimentelle Ergebnis auf

$$\lambda_{\text{exp},2} = (639 \pm 20) \text{ nm} . \quad (6)$$

Der theoretisch zu erwartende Wert gemäß der Herstellerangabe ist

$$\lambda_{\text{theo}} = 635 \text{ nm} . \quad (7)$$

## 4.3 Bestimmung des Brechindexes

Der im Experiment hergestellte Druckunterschied zur Umgebung beläuft sich auf etwa  $\Delta p = p_0 - p = 0,8 \text{ bar}$ , die Länge der Messzelle ist  $b = 50 \text{ mm}$ . Die gemessene Anzahl der Interferenzstreifen sowie der sich mit Gleichung (2) daraus ergebende Brechindex für die Umgebung sind in Tabelle 2 aufgeführt.

**Tabelle 2:** Die Messwerte zur Bestimmung des Brechindexes.

$z$	$n$
33	1.00027
33	1.00027
32	1.00026
32	1.00026
33	1.00027

Der experimentelle Wert dieser Messung ergibt sich (wohlgerundet unter Aufrundung des Messfehlers) zu

$$n_{\text{exp}} = 1,000\,26 \pm 0,000\,01 . \quad (8)$$

Theoretisch zu erwarten bei einer Temperatur von 15 °C und einem Druck von 1013,25 mbar wäre laut [2]

$$n_{\text{theo}} = 1,000\,276\,5 . \quad (9)$$

Da bei der Berechnung des Werts in (8) die Temperatur nicht miteingeht, kann dieser Wert trotz der vermutlich höheren Temperatur im Experiment (Raumtemperatur im Sommer) zum Vergleich herangezogen werden.

## 5 Diskussion

Bei der Messung zur Bestimmung der Wellenlänge zeigt das zweite Messwertepaar eine auffällig hohe Abweichung. Da an sich die Anzahl der Messwerte vergleichsweise gering ist, führt dies unter Vergleich von (5) zu einer sehr hohen experimentellen Unsicherheit von 22 %. Geht hingegen der missglückte Messwert nicht mit ein – betrachte hierzu (6) –, reduziert sich die relative Abweichung auf den sehr viel geringeren Wert von 3 %. Vor allem mit Blick auf den theoretisch zu erwartenden Wert (7), zeigt das Auslassen des einen Messwerts eine deutlich zufriedenstellende Übereinstimmung. Zwar liegt die Wellenlänge von  $\lambda_{\text{theo}} = 635\text{ mm}$  in dem Fehlerintervall von (??); die Größe des Fehlerintervalls bleibt jedoch.

Unter Vergleich der Messwertpaare in Tabelle 1 wird deutlich, dass die Weglängendifferenz des zweiten Messwerts sehr viel geringer ist, als erwartet werden würde. Da das Zählwerk voll automatisch die Anzahl der Interferenzstreifen liefert, die schlichtweg an der Anzeige abgelesen werden können, legt dies nahe, dass der Fehler beim Ablesen des Weglängenunterschieds zu finden ist. Der Versuch muss unter Verdunkelung der Umgebung durchgeführt werden, was hinsichtlich dieser Beobachtung zu einem erschwerten Ablesen der Messskala mit Handy-Taschenlampen zur Folge hat. Gut vorstellbar ist also dies als eine mögliche Fehlerquelle für den ausfallenden Messwert. Abgesehen von diesem deckt sich das Messergebnis in (6) sehr gut mit dem in (7), das Fehlerintervall ist gering und das theoretische Ergebnis liegt in der statistischen experimentellen Messunsicherheit.

Der experimentell bestimmte Messwert für den Brechindex in (8) hat eine bemerkenswert geringe Messunsicherheit (relative Abweichung von 0.001 %) und nähert sich gut an den theoretischen Wert in (9). Dieser liegt jedoch ganz knapp außerhalb des Fehlerintervalls. Als möglichen Grund für die Abweichung lassen sich die Näherungen anführen, die bei der Herleitung der Formel für den Brechindex in (2) angestellt werden. Nicht beachtet werden Temperaturdifferenzen bei Druckverringerung, sowie generell die Abhängigkeit eines Brechindexes von der Temperatur fließen nicht in die Berechnung mit ein. Zusätzlich ist die Idee vom idealen Gas zwar ein gutes Modell für die Umgebungsluft, jedoch auch nur eine Näherung.

Ein leichtes Abweichen des Theoriewerts vom experimentellen Ergebnisbereich ist somit gut mit der Anzahl an nähernden Vorüberlegungen vereinbar.

## Anhang: Messdaten

V401 30.6.2020

Wellenlänge: 5,  $\lambda = 1:5.013$ , Länge Gasbehälter: 38 mm  
Laser: 685 nm

a) Messung Wellenlänge Laser:

$\Delta d$ in [mm]	Anzahl Interferenzstreifen
5,65 - 1,93 mm	2256
1,93 mm	2133
4 <del>4</del> ,75 mm	3000
1 <del>1</del> ,75 mm	1135
3 mm	1831

b)  $\Delta p = 0,8$  bar

Anzahl Interferenzstreifen
33
33
32
32
33

*Georg*

Abbildung 5: Originale Messwerte.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V401: Das Michelson-Interferometer*. 2020.
- [2] Friedrich Kohlrausch. *Praktische Physik* 3. 24. Aufl. B. G. Teubner Stuttgart 1996, 1996.