

Versuch 204

## Wärmeleitung von Metallen

Antonia Joëlle Bock  
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner  
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.11.2019

Abgabe: 26.11.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Vorbereitungsaufgaben</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	5
3.2	Durchführung . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Messdaten</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>12</b>

# 1 Theorie<sup>1</sup>

Insgesamt sind drei verschiedene Arten des Wärmetransports zu nennen: Konvektion, Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Konvektion ist stets mit dem Transport von Materie verbunden, die die entsprechende thermische Energie mitführt. Dementsprechend findet Konvektion hauptsächlich in Flüssigkeiten und Gasen statt. Bei Wärmestrahlung hingegen ist der Träger der Energie nicht die Materie, sondern elektromagnetische Strahlung. Auf diese Weise kann Wärme auch im Vakuum übertragen werden.

Fokus dieses Experiments ist die Wärmeleitung, die materiegebunden ist. Durch Schwingungen benachbarter Moleküle und Atome – gemeinhin unter sogenannten Phononen, also Gitterschwingungen, bekannt – wird die thermische Energie durch mikroskopische Bewegungen umverteilt. Besonders im Vorteil sind hierbei elektrisch leitfähige Stoffe, folglich vor allem Metalle: Die frei beweglichen Elektronen können viel besser die thermische Energie in Form von kinetischer Energie durch Stöße untereinander weitergeben als die, von infinitesimalen Schwingungen abgesehen, ortsfesten Atome und Moleküle. Diese Korrelation bestätigt sich in der Tatsache, dass Metalle im Allgemeinen die besseren Wärmeleiter sind. Die im Vergleich dazu wenig Ausschlag gebenden Gitterschwingungen sind dort deshalb vernachlässigbar.

Unter Berücksichtigung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik wird die Richtung des Wärmefluss in Richtung des kälteren Wärmereservoirs definiert. Dies spiegelt sich in der Vorzeichenregelung der Formel

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

wider, die das Maß der Wärmemenge  $dQ$  angibt, die durch einen Metallstab der Querschnittsfläche  $A$  in der Zeit  $dt$  fließt.  $\kappa$  bezeichnet hierbei die materialabhängige, konstante Wärmeleitfähigkeit.  $\frac{\partial T}{\partial x}$  indiziert das für die Wärmeleitung obligate, angelegte Temperaturgefälle. Aufgrund der Stabgeometrie werden hier ausschließlich die eindimensionalen Gleichungen betrachtet. Durch eine entsprechende Definition der Wärmestromdichte  $j_w$

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

lässt sich durch Verwendung der Kontinuitätsgleichung der Thermodynamik eine Beziehung zwischen örtlicher und zeitlicher Temperaturverteilung herstellen. Sie findet Ausdruck in der sogenannten Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (3)$$

die den linearen Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen darstellt.  $\frac{\kappa}{\rho c}$  mit der Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$ , der Dichte  $\rho$  und der spezifischen Wärmekapazität  $c$  des verwendeten Metalls wird hierbei oft zu der invariablen Temperaturleitfähigkeit  $\sigma_T$  zusammengesetzt.

---

<sup>1</sup>Unter Verwendung der Quellen [demtroeder], [anleitung204], [gerthsen].

Eine Temperaturwelle kann konstruiert werden, indem ein Ende eines Metallstabs periodisch erwärmt und gekühlt wird. Die Temperatur einer solchen Welle am Ort  $x$  zur Zeit  $t$  wird durch

$$T(x, t) = T_{max} e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}} x} \cos(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}} x) \quad (4)$$

angegeben, unter Verwendung der Wellenzahl  $k = \sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}}$ . Die Phasengeschwindigkeit ergibt sich entsprechend aus

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}}. \quad (5)$$

Um aus solch einer Temperaturwelle die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  zu ermitteln, bestimmt man die Amplitude  $A_{nah}$  und  $A_{fern}$  an zwei verschiedenen Orten  $x_{nah}$  und  $x_{fern}$ , die sich im Abstand  $\Delta x$  voneinander befinden. Zusätzlich bezeichne  $\Delta t$  die Zeitdifferenz, die sich aus der Phasendifferenz an den beiden Messpunkten ergibt. Werden nun die Werte in die Formel

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln(A_{nah}/A_{fern})} \quad (6)$$

eingesetzt, erhält man die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  des verwendeten Metalls.

## 2 Vorbereitungsaufgaben

Im Vorfeld sollten die Dichte  $\rho$ , die spezifische Wärme  $c$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  von Aluminium, Messing und Edelstahl recherchiert werden.

**Tabelle 1:** Literaturwerte (Umgebungstemperatur 20 °C)

Stoff	$\rho [\text{g cm}^{-3}]$	$c [\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$	$\kappa [\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
Aluminium [taschenbuch]	2,70	0,920	221
Messing [formelsammlung]	8,6	0,375	112
Edelstahl [taschenbuch]	7,84	0,460	46
Wasser [taschenbuch]	0,998	4,19	0.600

## 3 Durchführung

Ziel des Experiments ist es, die Wärmeleitung exemplarisch an Aluminium, Messing und Edelstahl zu untersuchen.

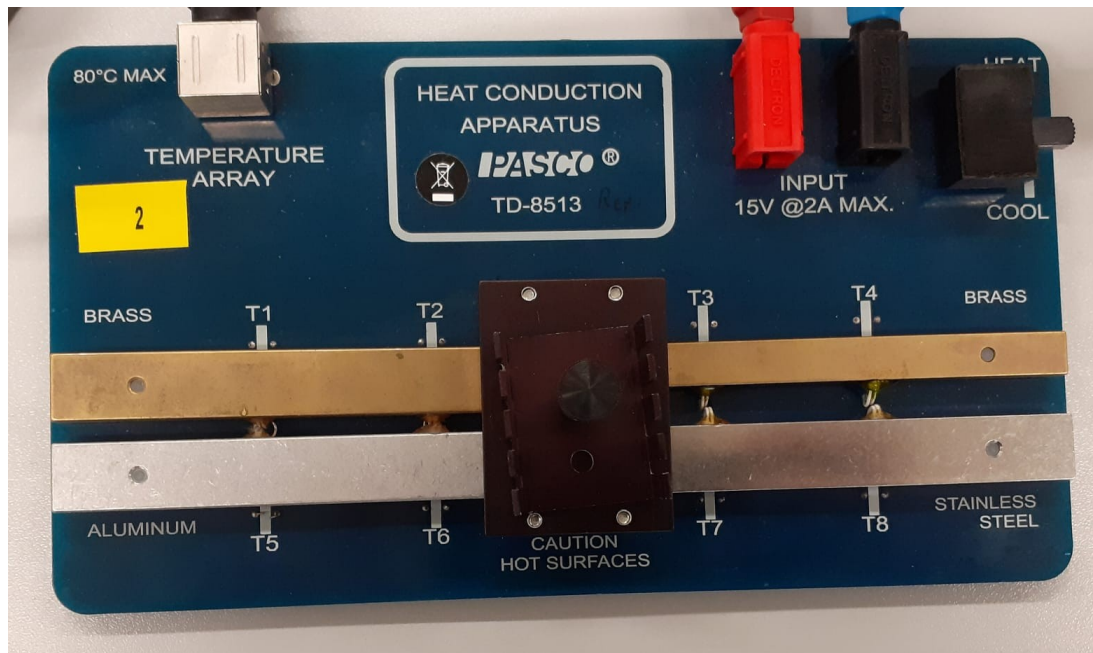


Abbildung 1: Die zu verwendene Platine.

### 3.1 Versuchsaufbau

Auf einer Messplatine sind die verschiedenen Metallstäbe befestigt: Jeweils ein Aluminium- und ein Edelstahlstab und zwei Messingstäbe, die sich allein durch ihre Querschnittsfläche unterscheiden. Es gibt acht Temperaturmessstellen, je zwei pro Stab, die sich in einem Abstand von  $\Delta x = 3 \text{ cm}$  voneinander befinden. Je ein Ende wird durch das mittig platzierte Peltier-Element erwärmt oder gekühlt. Die Platine wird über ein Temperatur-Array mit dem Xplorer GLX verbunden. Das Temperatur-Array ist dafür da, die jeweiligen Temperatursensoren zu identifizieren, sodass die gemessenen Werte den richtigen Sensoren zugeordnet werden. Die Messwerte werden über den Xplorer GLX, der mit dem Temperatur-Array verbunden ist, aufgenommen und gespeichert. Das Peltier-Element wird durch eine Spannungsquelle betrieben, bei der die Spannung reguliert werden kann. Eine Wärmeisolierung sorgt dafür, dass der Wärmeaustausch der Metalle mit der Umgebung möglichst gering bleibt. Bei jeder Messung soll sie also über die Metallstäbe gelegt werden, wohingegen sie zwischen den Messungen entfernt werden kann, um den Abkühlvorgang nicht unnötig zu verlängern.

### 3.2 Durchführung

Es werden insgesamt drei Messreihen aufgenommen: Die Erste mit der statischen, die beiden Folgenden mit der dynamischen Methode.

Beim ersten Durchgang soll die Temperatur an den Sensoren in einem Zeitintervall der Größenordnung von  $\Delta t_{GLX} = 5 \text{ s}$  gemessen werden. Dies wird an dem Xplorer unter

dem Menüpunkt **Sensoren** unter **Abtaste/Intervall** entsprechend eingestellt. Vor der Messung empfiehlt es sich, alle auf dem Gerät eventuell gespeicherten Daten zu löschen. Die Option dazu lässt sich im Menü unter **Daten** finden und ausführen. Um sich die Temperaturen der Sensoren anzeigen zu lassen, muss man ins Unterverzeichnis **Digital** gehen. Nun wird die Spannung auf  $U_P = 5\text{ V}$  eingestellt und der Schalter rechts oben auf der Platine auf **HEAT** gestellt. Gleichzeitig wird der mittige Start-Knopf am Messgerät gedrückt, wodurch die Aufnahme der Messdaten in dem vorher eingestellten Intervall gestartet wird. Nun soll so lange gemessen werden, bis der Sensor T7 eine Temperatur von  $45^\circ\text{C}$  erreicht. Dann wird die Messung beendet, die Wärmeisolierung wird entfernt, der Schalter auf der Platine wird auf **COOL** umgelegt und der Xplorer wird durch erneutes Drücken der Starttaste in seiner Aufnahme der Messwerte gestoppt. Bevor die dynamische Methode gestartet wird, sollten die Stäbe eine Temperatur von  $30^\circ\text{C}$  unterschritten haben.

Der Xplorer wird nun auf eine Abtaste von  $\Delta t_{GLX} = 2\text{ s}$  eingestellt. Die Periodendauer  $T$  der Heiz- beziehungsweise Kühlperioden soll  $80\text{ s}$  betragen. Demnach wechselt im Folgenden alle  $40\text{ s}$  das Peltierelement zwischen Heizen und Kühlen. Die Spannung soll auf  $U_P = 8\text{ V}$  eingestellt und mindestens 10 Perioden sind zu durchlaufen, bevor die Stäbe für die dritte Messung erneut gekühlt werden.

Dieselbe Methode wird nun für möglichst viele Perioden der Länge  $T = 200\text{ s}$  wiederholt, bis einer der Sensoren eine Temperatur von  $80^\circ\text{C}$  erreicht. Im Anschluss daran werden die Stäbe wieder auf eine hinreichend niedrige Temperatur abgekühlt und die Messungen sind beendet.

## 4 Messdaten

**Tabelle 2:** Messreihe 1 - Statische Methode

$t[\text{s}]$	Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl	
	$T_{1,\text{fern}}[^\circ\text{C}]$	$T_{2,\text{nah}}[^\circ\text{C}]$	$T_{3,\text{nah}}[^\circ\text{C}]$	$T_{4,\text{fern}}[^\circ\text{C}]$	$T_{5,\text{fern}}[^\circ\text{C}]$	$T_{6,\text{nah}}[^\circ\text{C}]$	$T_{7,\text{nah}}[^\circ\text{C}]$	$T_{8,\text{fern}}[^\circ\text{C}]$
0,0	23,64	24,10	24,27	23,69	23,75	24,72	23,71	23,68
5,0	23,71	24,90	25,21	23,79	24,18	26,03	23,88	23,69
10,0	23,88	25,79	26,27	23,99	24,79	27,31	24,22	23,68
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
690,0	46,36	49,27	47,95	44,53	50,04	51,60	44,98	35,64

Für die Auswertung wird ebenfalls der Abstand  $\Delta x$  zwischen den beiden Temperatursensoren einer Probe benötigt. Hier wird der gemessene Wert von  $\Delta x = 3,0\text{ cm}$  verwendet.

**Tabelle 3:** Messreihe 2 - Dynamische Methode

$t$	Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl	
	$T_{1,fern}$	$T_{2,nah}$	$T_{3,nah}$	$T_{4,fern}$	$T_{5,fern}$	$T_{6,nah}$	$T_{7,nah}$	$T_{8,fern}$
0,0	33,08	36,21	36,46	32,47	34,62	37,16	33,62	29,54
0,5	33,10	36,25	36,48	32,50	34,66	37,19	33,65	29,55
1,0	33,12	36,27	36,51	32,52	34,69	37,25	33,68	29,54
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
882,0	65,16	65,67	62,65	61,61	67,34	65,75	62,62	50,17

**Tabelle 4:** Messreihe 3 - Dynamische Methode - Angström

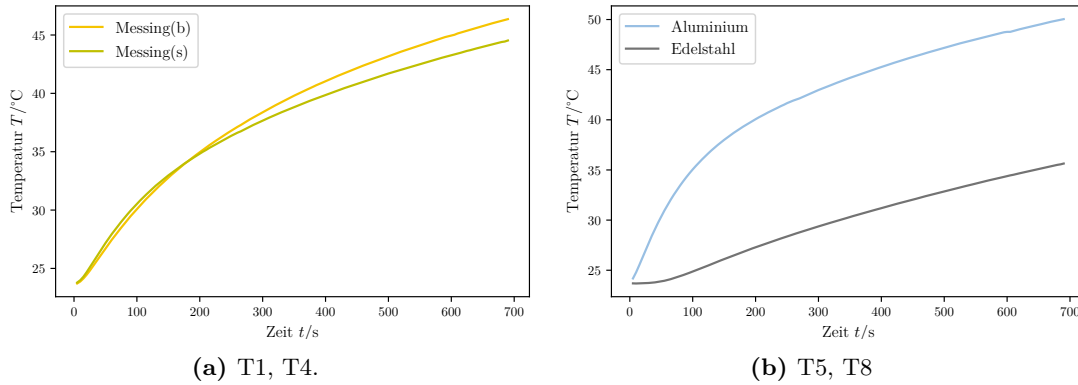
Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl		$t$
$T_{1,fern}$	$T_{2,nah}$	$T_{3,nah}$	$T_{4,fern}$	$T_{5,fern}$	$T_{6,nah}$	$T_{7,nah}$	$T_{8,fern}$	
29,48	28,85	28,20	28,60	28,13	26,75	28,24	27,16	0,0
29,43	28,54	27,85	28,55	27,93	26,51	28,16	27,16	2,0
29,37	28,51	27,85	28,49	27,76	27,05	28,06	27,15	4,0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
59,88	58,92	56,03	56,24	58,68	57,55	55,66	50,00	1400,0

## 5 Auswertung

Aufgrund der zahlreichen Messwerte kann man die zeitlichen Temperaturverläufe sehr genau darstellen. In den beiden folgenden Abbildungen sind die Temperaturen der äußeren Sensoren von Messing(breit)[T1], Messing(schmal)[T4] sowie Aluminium[T5] und Edelstahl[T8] gegenübergestellt, die bei der statischen Methode aufgenommen worden sind. Sowohl beide Messingproben als auch Aluminium weisen einen ähnlichen Funktionsgraphen auf, der augenscheinlich nur in horizontaler und vertikaler Skalierung variiert. In den etwa ersten 180 Sekunden steigt die Temperatur des schmalen Messingstabs minimal schneller an als der breite Stab. Danach hat der Graph des breiteren Stabs eine größere Steigung und beide Graphen steigen in gleichem Maße, um einen stetig wachsenden Temperaturunterschied versetzt, bis zur Endzeit. Aluminium erreicht insgesamt die höchste Endtemperatur mit etwa 50 °C. Im Gegensatz dazu steht Edelstahl: Nach einer kurzen anfänglichen Phase, in der die Temperatur kaum steigt, wächst der Graph nahezu linear an, was sich merklich von den Graphen unterscheidet. Diese besitzen vielmehr die geschwungene Form einer Wurzel- oder Logarithmus-Funktion.

Um die Wärmeleitung besser zu untersuchen, sind hier die Endtemperaturen nach annähernd 700 s aufgeführt: Wie bereits erwähnt hat Aluminium die höchste Endtemperatur erreicht, danach folgen der breite, der schmale Messingstab und Edelstahl in ebendieser Reihenfolge. Dementsprechend staffelt sich ebenfalls das zugehörige Maß der Wärmeleitung der einzelnen Proben.

Nun soll für fünf verschiedene Messzeiten der Wärmestrom bestimmt werden, die sich



**Abbildung 2:** Zeitliche Temperaturverläufe an den äußeren Sensoren

**Tabelle 5:** Äußere Temperatur nach 690 s in °C.

$t$	Messing(b)	Messing(s)	Aluminium	Edelstahl
690,0	46,36	44,53	50,04	35,64

über die Formel

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (7)$$

berechnen lässt (vgl. dazu die Gleichung (??)). Hierbei gelten für Aluminium und Edelstahl ebenso die Maße der breiten Querschnittsfläche  $A_{\text{breit}} = 1,2 \text{ cm} \times 0,4 \text{ cm} = 0,48 \text{ cm}^2$ , wohingegen der schmale Messingstab die Maße  $A_{\text{schmal}} = 0,7 \text{ cm} \times 0,4 \text{ cm} = 0,28 \text{ cm}^2$  erfüllt. Bewusste Messwerte zu fünf verschiedenen Messzeiten und die sich daraus ergebenden Temperaturdifferenzen sind in Tabelle 6 und 7 dargestellt.

**Tabelle 6:** Temperatur fünf verschiedener Messzeiten in °C.

$t[\text{s}]$	Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl	
	$T_{1,\text{fern}}$	$T_{2,\text{nah}}$	$T_{3,\text{nah}}$	$T_{4,\text{fern}}$	$T_{5,\text{fern}}$	$T_{6,\text{nah}}$	$T_{7,\text{nah}}$	$T_{8,\text{fern}}$
60	27,45	31,68	32,57	27,94	31,50	34,49	29,59	24,03
150	32,77	36,49	36,83	32,97	38,00	40,03	34,40	26,11
295	38,24	41,41	40,97	37,54	42,83	44,47	38,19	29,27
475	42,69	45,63	44,63	41,26	46,73	48,27	41,70	32,46
640	45,61	48,52	47,26	43,85	49,33	50,89	44,27	34,95

Die Werte für die materialabhängige Wärmeleitfähigkeit werden der Tabelle 1 mit den im Vorraus recherchierten Literaturwerten entnommen, der Abstand zweier Temperatursensoren ist gemäß der Messung  $\Delta x = 3,0 \text{ cm}$ . Daraus ergeben sich die in Tabelle 8 dargestellten Zahlenwerte für den Wärmestrom.



**Tabelle 7:** Temperaturunterschied nah zu fern in K.

$t[s]$	$\Delta T_{\text{Messing(breit)}}$	$\Delta T_{\text{Messing(schmal)}}$	$\Delta T_{\text{Aluminium}}$	$\Delta T_{\text{Edelstahl}}$
60	4,23	4,63	2,99	5,56
150	3,72	3,86	2,03	8,29
295	3,17	3,43	1,64	8,91
475	2,94	3,37	1,54	9,24
640	2,91	3,41	1,56	9,32

**Tabelle 8:** Wärmestrom  $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$  in J/s.

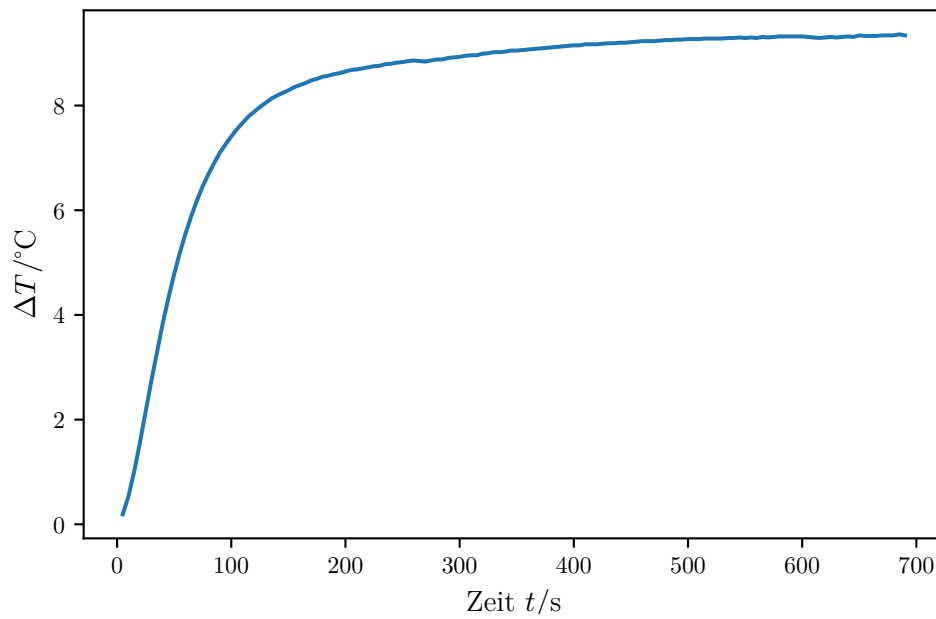
Stoff	60 s	150 s	295 s	475 s	640 s
Messing(breit)	0,7580	0,6666	0,5681	0,5268	0,5215
Messing(schmal)	0,4840	0,4035	0,3585	0,3523	0,3565
Aluminium	1,0573	0,7178	0,5799	0,5445	0,5516
Edelstahl	0,4092	0,6101	0,6565	0,6801	0,6860

Des Weiteren sollen die an den Sensoren T7 und T8 beziehungsweise T2 und T1 gemessenen Temperaturdifferenzen in einem Diagramm der Zeit  $t$  aufgetragen werden, also die Temperaturunterschiede an zwei verschiedenen Orten desselben Stabs, hier Edelstahl und Messing.

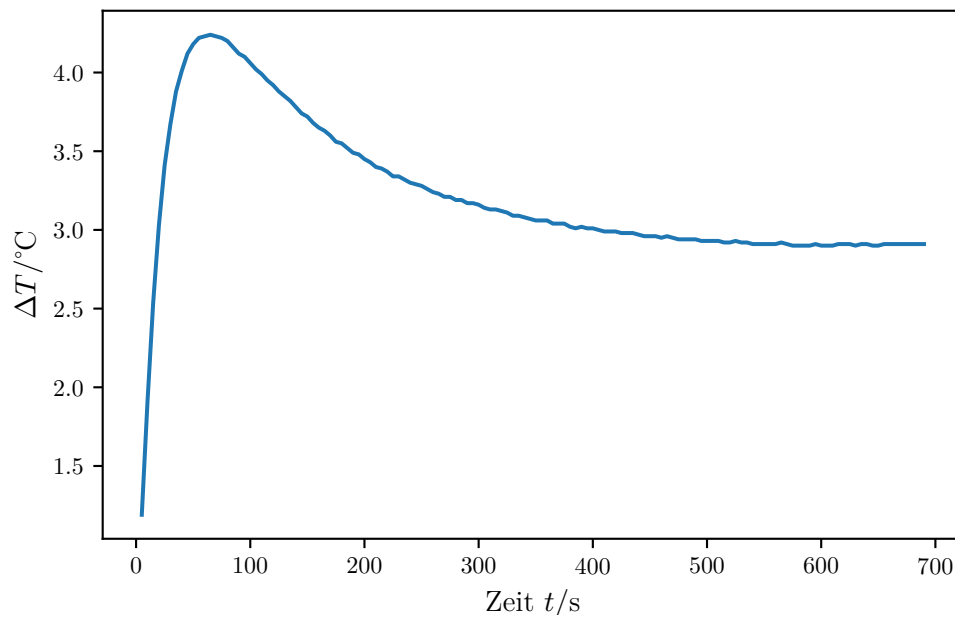
Beide Graphen haben anfänglich einen starken Anstieg, bei dem Edelstahl einen etwa doppelt so großen Wert erreicht wie Messing. Danach flacht die Differenz des Messings exponentiell ab, wohingegen die des Edelstahls sich asymptotisch einem Maximalwert nähert. Das zu Beginn starke Ansteigen indiziert das Anlegen einer dem Metall gegenüber höheren Temperatur, die zuerst am nahen Sensor registriert wird und erst mit einiger Zeitverzögerung an der weiter entfernten Messstelle. Die Temperaturdifferenz des Edelstahls steigt weiter an, das Temperaturgefälle nimmt also zu. Dahingegen findet beim Messing ein schleichender Ausgleich der hohen Differenz statt, die Wärme verteilt sich gleichmäßiger auf dem Stab.

**Tabelle 9:** Messreihe 2 - Dynamische Methode

	Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl	
$t$	$T_{1,\text{fern}}$	$T_{2,\text{nah}}$	$T_{3,\text{nah}}$	$T_{4,\text{fern}}$	$T_{5,\text{fern}}$	$T_{6,\text{nah}}$	$T_{7,\text{nah}}$	$T_{8,\text{fern}}$
0,0	33,08	36,21	36,46	32,47	34,62	37,16	33,62	29,54
0,5	33,10	36,25	36,48	32,50	34,66	37,19	33,65	29,55
1,0	33,12	36,27	36,51	32,52	34,69	37,25	33,68	29,54
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
882,0	65,16	65,67	62,65	61,61	67,34	65,75	62,62	50,17



**Abbildung 3:** Temperaturdifferenz  $T_7 - T_8$  (Edelstahl).



**Abbildung 4:** Temperaturdifferenz  $T_2 - T_1$  (Messing).

## 6 Diskussion

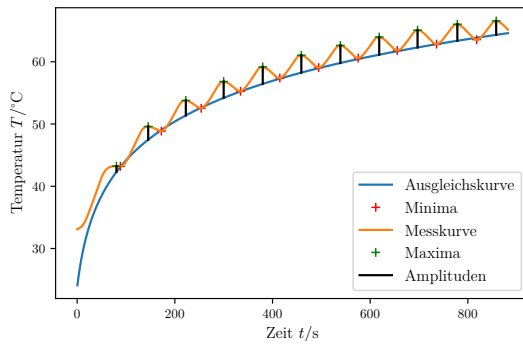


Abbildung 5

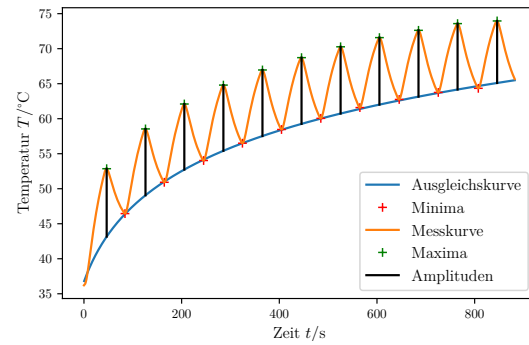


Abbildung 6

Abbildung 7: Messwertanalyse zu T1 und T2, Messing(breit), fern und nah.

Tabelle 10: Amplituden von Messing, nah und fern, in K.

Messing <sub>nah</sub>		Messing <sub>fern</sub>	
$t[s]$	$\Delta T[K]$	$t[s]$	$\Delta T[K]$
46,5	9,70	80,5	0,91
126,0	9,47	145,5	2,11
205,5	9,36	222,5	2,39
285,5	9,38	300,0	2,63
365,5	9,43	380,0	2,72
445,5	9,46	459,0	2,78
525,5	9,53	539,0	2,81
605,0	9,57	618,5	2,84
685,0	9,47	697,0	2,78
765,0	9,40	1778,5	2,65