

Versuch Nr. 903

Dopplersonographie

Antonia Joëlle Bock

antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner

rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.07.2020

Abgabe: 21.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Grundlagen und Doppler-Effekt	3
2.2 Winkelabhängigkeit des Doppler-Effekts	4
2.3 Erzeugung und Detektion von Ultraschall-Wellen	5
2.4 Strömungsprofil und Reynoldszahl	5
3 Durchführung	6
3.1 Aufbau	6
3.1.1 Schlauchsystem und Prismen	6
3.1.2 Ultraschall-Sonograph	6
3.2 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit	9
3.3 Bestimmung des Strömungsprofils	9
4 Auswertung	9
4.1 Vorbereitung und technische Daten	9
4.2 Die Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Doppler-Winkels . . .	10
4.3 Strömungsprofil der Doppler-Flüssigkeit	10
5 Diskussion	16
5.1 Strömungsgeschwindigkeit	16
5.2 Strömungsprofil	16
5.3 Fazit	16
Anhang: Messdaten	17
Literatur	17

1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden Strömungen auf ihre charakteristischen Eigenschaften untersucht. Die hier verwendete Methode ist das Impuls-Echo-Verfahren.

2 Theorie

2.1 Grundlagen und Doppler-Effekt

Um das Impuls-Echo-Verfahren zu verstehen, ist eine modellhafte Betrachtung des *Doppler-Effekts* sinnvoll. Der *Doppler-Effekt* beschreibt eine Frequenzverschiebung von Wellen, deren Sender sich zum Zeitpunkt der Wellenerzeugung relativ zum Empfänger bewegen. Dieser Effekt basiert unter anderem auf dem Huygens'schen Prinzip, nach dem jeder Punkt einer Wellenfront stets Erzeuger neuer Kreis- beziehungsweise Kugelwellen ist. Durch dieses Prinzip werden Reflexionen von Wellen beschrieben. Die reflektierten Wellen verhalten sich dann so, als wäre das reflektierende Objekt der Erzeuger der Wellen. Die geometrische Bedeutung dieser beiden Phänomene ist in den Abbildungen 1 und 2 zu sehen.

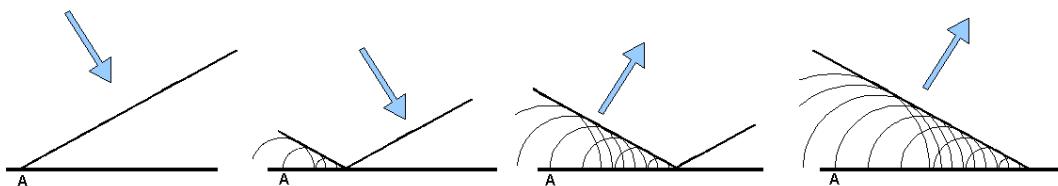


Abbildung 1: *Huygens'sches Prinzip*: Reflexion im Wellenmodell. [2]

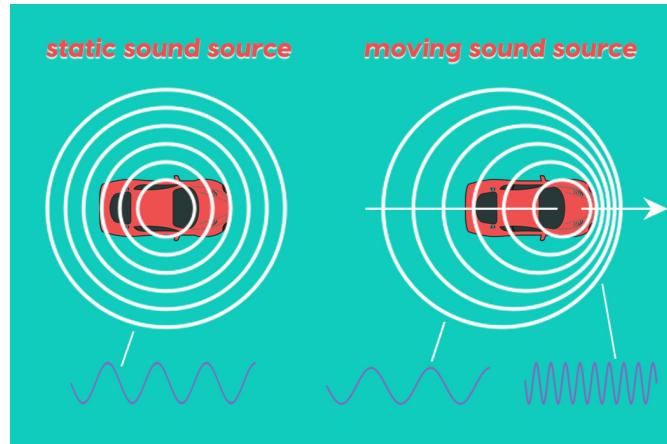


Abbildung 2: *Doppler-Effekt*: Kompression und Expansion der Wellendichte bei bewegten Erzeugern. [5]

Das in diesem Versuch angewendete Verfahren nutzt aus, dass eine Reflexion das Verhältnis zwischen Sender und Empfänger umkehrt und der Wellenerzeuger gleichzeitig ein Empfänger sein kann.

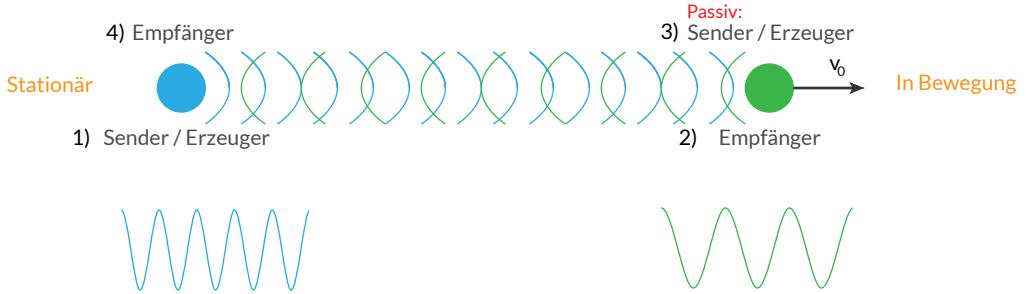


Abbildung 3: *Doppler-Effekt*: Reflexion an bewegten Objekten; Erzeuger ist auch Empfänger. [5]

Mathematisch werden zwei Perspektiven beschrieben. Befindet sich der *Sender in Ruhe*, bewegt sich die *Quelle* entweder auf den *Sender* zu, oder entfernt sich. Im ersten Fall wird die Frequenz *größer* und verschiebt sich zu ν_{gr} . Im zweiten Fall verschiebt sie sich zur kleineren Frequenz ν_{kl}

$$\nu_{kl/gr} = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{c}} .$$

Hierbei ist v die Geschwindigkeit des bewegten Objekts und ν_0 die anfängliche Senderfrequenz.

Aus der anderen Perspektive ist der *Empfänger in Ruhe*. Die *Quelle* bewegt sich also entweder auf den Empfänger zu (ν_h) oder von ihm weg, wodurch sich eine niedrigere Frequenz ν_n ergibt:

$$\nu_{h/n} = \nu_0(1 \pm \frac{v}{c}) .$$

2.2 Winkelabhängigkeit des Doppler-Effekts

Die beispielhafte Abbildung 2 mit dem Auto als Sender zeigt, dass die größten Frequenzunterschiede beobachtet werden, wenn direkt vor oder hinter dem Objekt, also entlang der Fahrtrichtung gemessen wird. Die im 90°-Winkel zur Fahrtrichtung abgegebenen Schallwellen weisen keine Frequenzverschiebung auf. Der Doppler-Effekt ist also winkelabhängig und wird durch den Cosinus beschrieben:

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{v}{c} (\cos \alpha + \cos \beta) .$$

Hier sind die Winkel α und β die Winkel zwischen der Geschwindigkeitsrichtung und der Wellennormalen der einfallenden beziehungsweise ausgehenden Welle. Eine Besonderheit

des *Impuls-Echo-Verfahren* ist, dass die Winkel der Strahlengänge durch einen Prisma normiert sind. Dadurch sind die Winkel identisch ($\alpha = \beta$). Die Gleichung vereinfacht sich zu

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \frac{v}{c} \cos \alpha. \quad (1)$$

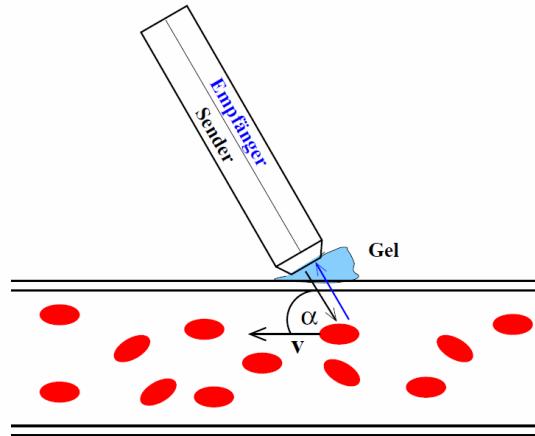


Abbildung 4: *Echo-Impuls-Verfahren.* [1]

2.3 Erzeugung und Detektion von Ultraschall-Wellen

Es gibt Festkörper, die ihre Dichte und ihr Volumen ändern, wenn ein elektrisches Feld angelegt wird. Dabei ist die Volumenänderung abhängig von der Stärke des Feldes. Dieser Effekt, auch *reziproker piezo-elektrischer Effekt* genannt, wird genutzt, um Ultraschall zu erzeugen. Sogenannte *Piezo-Kristalle* werden an eine Wechselspannung angeschlossen und so in Schwingung versetzt. Es werden Piezo-Kristalle mit Eigenfrequenzen im Ultraschall-Bereich verwendet, um den verstärkenden Effekt der Resonanz zu nutzen.

Umgekehrt können die Kristalle auch als Detektoren von Ultraschall-Wellen dienen. Wird ein Kristall von Ultraschall getroffen, sorgt der lokale Druckunterschied für Schwingungen und Dichteunterschiede innerhalb des Kristalls. Der Festkörper baut entsprechend dieser Druckunterschiede ein elektrisches Feld auf, dessen Änderung gemessen werden kann. Dies ist der ursprüngliche *piezo-elektrische Effekt*. Somit kann ein Piezo-Kristall sowohl Sender als auch Empfänger von Ultraschall-Wellen sein (s. Abb. 4), was in dem *Echo-Impuls-Verfahren* auch genutzt wird.

2.4 Strömungsprofil und Reynoldszahl

Das Strömungsprofil einer Röhre mit Radius R ist gegeben [4] durch

$$v(r) = v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}, \quad (2)$$

wobei r den Abstand zur Symmetriearchse des Rohrs angibt (also immer $r > 0$). Ist die Strömung laminar (Reynoldszahl kleiner als etwa 2000), ist die Geschwindigkeitskurve parabelförmig, also $n = 2$. n ist schwach von der Reynoldszahl abhängig; außerdem hat die Rauheit der Rohrinnenwand Einfluss auf die Größe der Zahl. Für eine sehr große Reynoldszahl $> 2 \cdot 10^6$ konvergiert der invertierte Exponent n gegen $n = 10$.

Die Reynoldszahl einer Röhre berechnet sich über

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}, \quad (3)$$

mit der Dichte ρ , der mittleren Geschwindigkeit v , der charakteristischen Länge d , die bei Rohren auf den Durchmesser festgelegt ist, sowie der dynamischen Viskosität η . Übersteigt die Reynoldszahl die kritische Reynoldszahl von etwa 2000, ist die Strömung nicht mehr laminar, sondern turbulent.

3 Durchführung

3.1 Aufbau

3.1.1 Schlauchsystem und Prismen

Für den Veruschaufbau wird ein ringförmiges Schlauchsystem aus transparenten Schläuchen verwendet. An drei Stellen des Rings gibt es ausgedehnte, gerade Strecken aus einem härteren Material. Die drei Abschnitte sind äquidistant verteilt, etwa 50 cm lang, ebenfalls transparent und besitzen verschiedene Durchmesser (je 10 mm, 15 mm und 20 mm). An einer anderen Stelle ist eine elektrische Zentrifugalpumpe in dem System integriert, über die die Strömungsgeschwindigkeit eingestellt werden kann. Die Einstellungsmöglichkeiten reichen von 800 rpm bis 9200 rpm.

Für jeden geraden Schlauchabschnitt gibt es ein Prisma, das durch eine passende Wölbung genau auf den Schlauch gelegt werden kann. Über einen Spalt unter der Wölbung kann das Prisma am Schlauch festgeklemmt werden. Die Acrylprismen haben drei verschiedene, glatt geschliffene Oberflächen, dessen Flächennormalen je unterschiedlich zur Hauptachse zeigen. Dadurch werden alle Strahlengänge auf diesen Winkel normiert. Die Winkel sind je 15°, 30° und 45°. Der reale Versuchsaufbau ist in Abbildung 5 zu sehen.

3.1.2 Ultraschall-Sonograph

Für die Aufnahme von Messwerten wird ein Ultraschall-Sonograph verwendet. Dieser besteht aus einer Sonde, welche gleichzeitig Ultraschall-Wellen senden und empfangen kann. Der für diesen Versuch verwendete Sonograph ist in Abbildung 7 dargestellt. Es können verschiedene Eindringtiefen durch zeitversetztes Senden und Empfangen eingestellt werden. Außerdem gibt es diverse Stärkeregelungen und Signalverstärkemöglichkeiten. Der Sonograph ist an einem Computer angeschlossen, auf dem ein Programm zum Auslesen der Daten installiert ist. Über das Programm lassen sich die verschiedenen Charakteristika der empfangenen Wellen bestimmen, wie etwa Signalstärke und Frequenzunterschied.

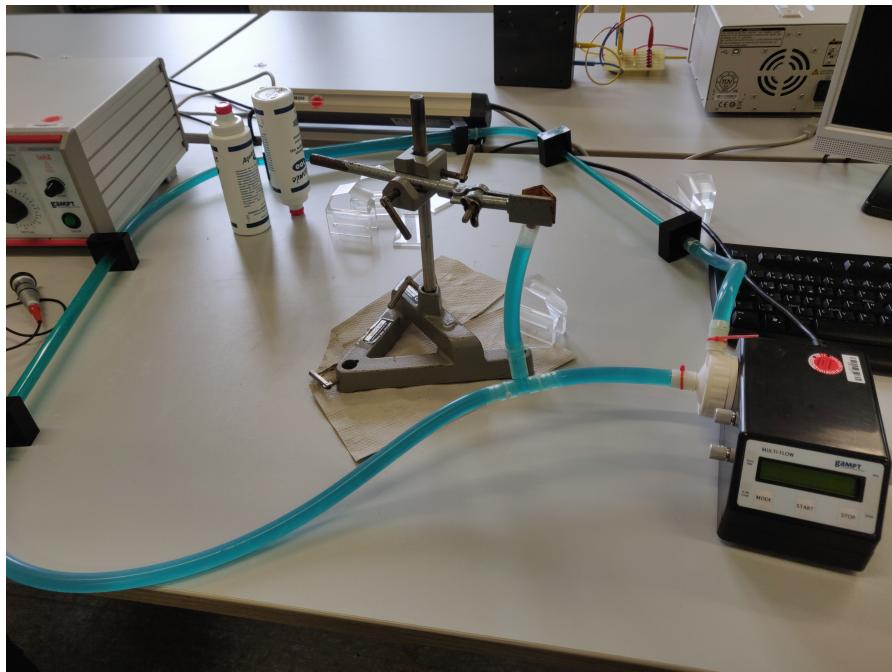


Abbildung 5: Realer Versuchsaufbau des Schlauchrings.

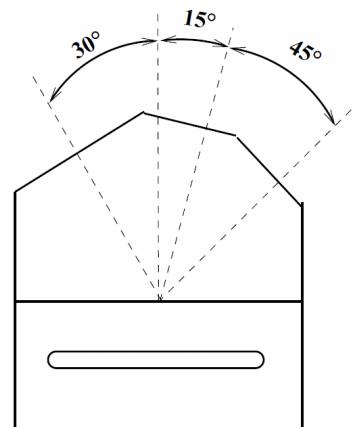


Abbildung 6: Schematische Darstellung eines Prismas. [1]

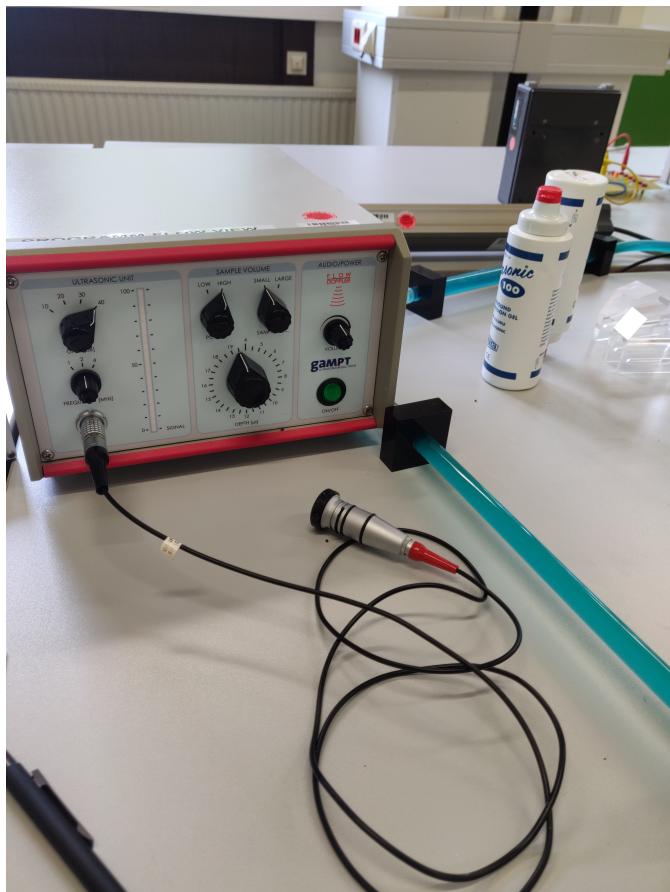


Abbildung 7: Ultraschall-Sonograph.

3.2 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit

Für diese Messreihe wird die SAMPLE VOLUME des Sonographen auf LARGE und die Frequenz der Sonde auf 2 MHz gestellt. Anschließend wird ein Prisma an einer der drei Abschnitte befestigt. Bei der Befestigung wird etwas Ultraschall-Gel auf das Rohr gegeben. Es folgen Messungen aller drei Winkel bei fünf verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten, die über die Zentrifugalpumpe willkürlich eingestellt werden. Dabei sollten zu hohe Drehzahlen vermieden werden, um turbulente Strömungen zu meiden. Es wird etwas Ultraschall-Gel auf die Sonde gegeben und diese dann auf Flächen des Prismas gedrückt. An dem Programm werden Signalstärke und Frequenzverschiebung abgelesen.

3.3 Bestimmung des Strömungsprofils

Diese Messungen werden an dem Schlauchabschnitt mit dem Durchmesser 15 mm und bei einem Doppler-Winkel von 15° durchgeführt. Die SAMPLE VOLUME wird auf SMALL gestellt. In beiden Messreihen wird die Pumpleistung konstant gehalten bei je 70% und 45%. Zu jeder Pumpleistung wird die Eindringtiefe von $12 \mu\text{s}$ bis $19 \mu\text{s}$ in $0,5 \mu\text{s}$ Schritten eingestellt. Zu jedem Wert wird die Strömungsgeschwindigkeit und die Streuintensität gemessen.

4 Auswertung

4.1 Vorbereitung und technische Daten

Tabelle 1: Technische Daten.

Medium	Größe	Variable	Wert
Flüssigkeit	Dichte	ρ	$1,15 \text{ g/cm}^3$
	Schallgeschwindigkeit	c_L	1800 m/s
	Viskosität	η	$12 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$
Prisma	Schallgeschwindigkeit	c_P	2700 m/s
	Vorlaufstrecke	l	$30,7 \text{ mm}$
Strömungsrohr	Innendurchmesser	d_i	10 mm
	Außendurchmesser	d_a	15 mm

Das verwendete Prisma hat drei verschiedene (Prisma-)Winkel θ , unter denen die Strömung in den Rohren untersucht wird. Der daraus resultierende Doppler-Winkel α wird über

$$\alpha = 90^\circ - \arcsin\left(\sin \theta \cdot \frac{c_L}{c_P}\right)$$

berechnet. Die Kenndaten c_L und c_P sind in Tabelle 1 zu finden.

Die Werte für die Winkel sind in Tabelle 2 aufgeführt. 60° berechnen sich hier über die Addition von 15° und 45° , sodass der Winkel bis zur Rohroberflächennormalen 60° ist (vgl. hierfür Abbildung 6).

Tabelle 2: Prisma- und Doppler-Winkel.

Prisma-Winkel θ	Doppler-Winkel α
15°	80,064°
30°	70,529°
60°	54,736°

4.2 Die Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Doppler-Winkels

Tabelle 3: Messwerte der Frequenzverschiebungen in Abhängigkeit des Prisma-Winkels θ .

rpm	$\Delta\nu_{\max}$ / Hz			$\Delta\nu_{\text{mean}}$ / Hz		
	15°	30°	60°	15°	30°	60°
2000	90	120	-105	49	73	-61
2800	94	235	-145	61	134	-85
3600	135	375	-220	85	208	-122
4400	200	555	-330	110	293	-165
5200	290	820	-470	146	415	-232

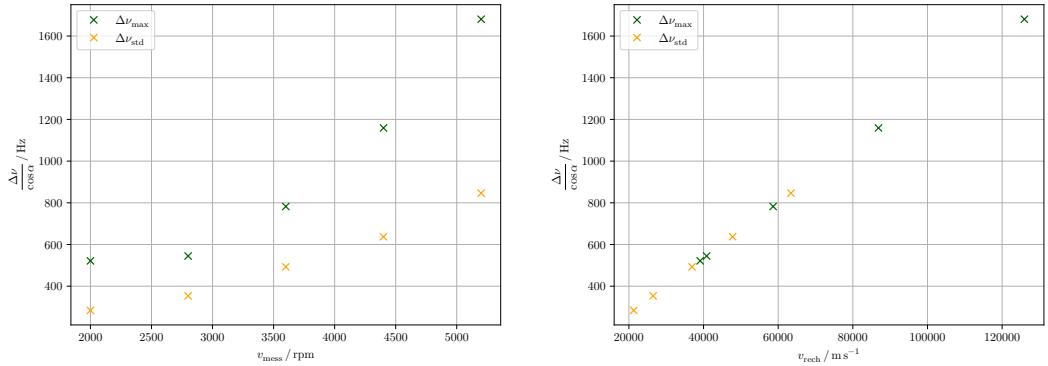
Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 3 zu finden. Der Rechner für die Datenaufnahme zeigt jeweils zwei Werte für die Frequenzverschiebung an: Zum einen die maximale, zum anderen die gemittelte Frequenzdifferenz. Beide Werte sind für die Auswertung aufgenommen worden, um vergleichen zu können, welche eine stärkere experimentelle Aussage zulassen.

Die Zentrifugalpumpe gibt hierbei ihre Umdrehungen pro Zeiteinheit in rpm (*revolutions per minute*) an; es wird erwartet, dass die Umdrehungszahl proportional zur Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit ist. In den Abbildungen 8a, 9a und 10a sind die Frequenzverschiebungen gegen die Umdrehungszahl aufgetragen. In den nebenstehenden Abbildungen 8b, 9b und 10b ist jeweils die Frequenzverschiebung gegen die Strömungsgeschwindigkeit v aufgetragen, die über die Formel (1) berechnet wird. Verwendet wird eine 2 MHz-Sonde, deshalb ist $\nu_0 = 2$ MHz.

Aufgrund des als proportional angenommenen Zusammenhangs zwischen der Drehzahl der Pumpe und der Strömungsgeschwindigkeit wird angenommen, dass die Messpunkte in den Graphiken 8, 9 und 10 einen ähnlichen Verlauf haben.

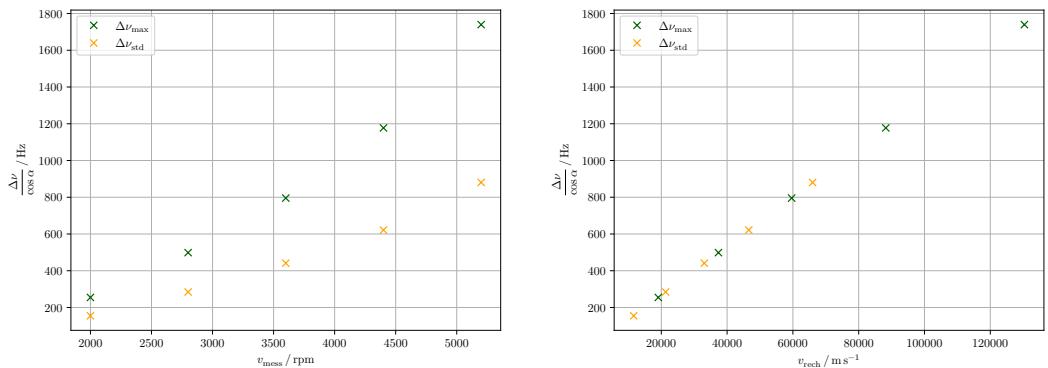
4.3 Strömungsprofil der Doppler-Flüssigkeit

Die aufgenommenen Messwerte für die verschiedenen Leistungen 70 % und 45 % sind in den Tabellen 4 und 5 zusammengefasst. Die Aufträge der Geschwindigkeit und der Intensität gegen die Messtiefe sind entsprechend in den Abbildungen 11 und 12 zu sehen. Das Dopplerprisma, welches eine Vorlaufstrecke von $l = 30,7$ mm hat, hat entsprechend



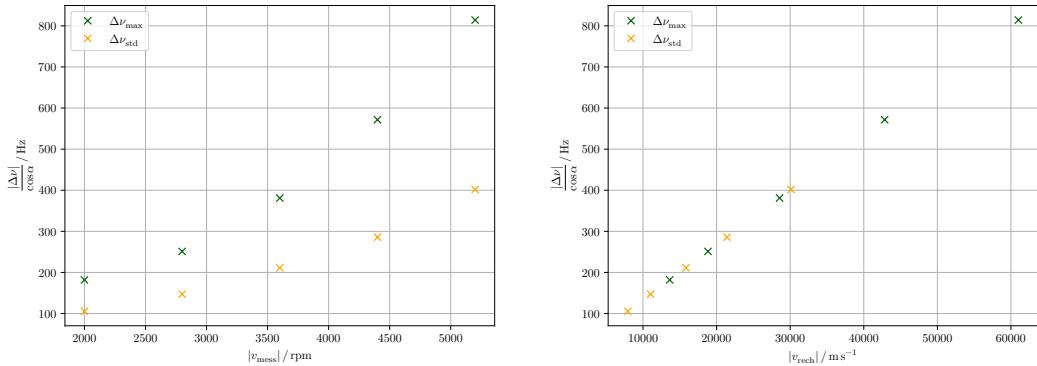
- (a) Mit der Geschwindigkeit, die durch die Zentri-fugalpumpe gegeben wird.
(b) Theoretisch berechnete Strömungsgeschwindigkeit.

Abbildung 8: Graphiken zum Prisma-Winkel $\theta = 15^\circ$.



- (a) Mit der Geschwindigkeit, die durch die Zentri-fugalpumpe gegeben wird.
(b) Theoretisch berechnete Strömungsgeschwindigkeit.

Abbildung 9: Graphiken zum Prisma-Winkel $\theta = 30^\circ$.

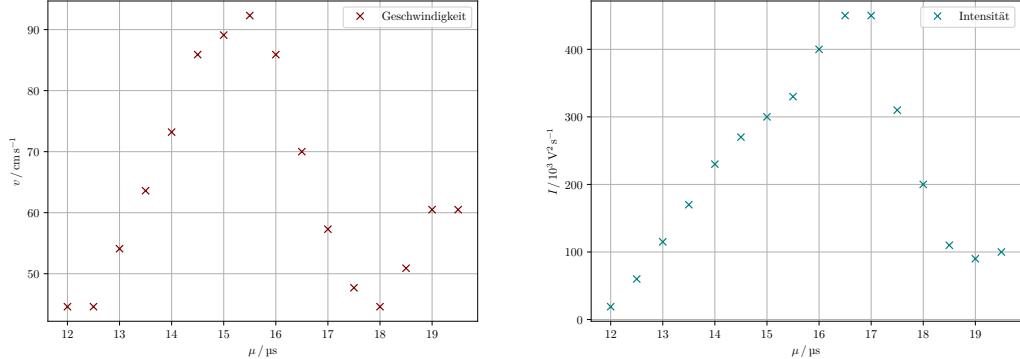


(a) Mit der Geschwindigkeit, die durch die Zentri-fugalpumpe gegeben wird.
(b) Theoretisch berechnete Strömungsgeschwindigkeit.

Abbildung 10: Graphiken zum Prisma-Winkel $\theta = 60^\circ$.

der Relation für Acryl $4 \mu\text{s} \hat{=} 10 \text{ mm}$ eine Eindringstiefe von $12,3 \mu\text{s}$. Entsprechend wird die Messtiefe bei einer Eindringstiefe von $12,0 \mu\text{s}$ gestartet. Bei der Betrachtung der Messwerte ist noch zu beachten, dass die Rohre ebenfalls eine Ausdehnung (Rohrwand) von 5 mm haben (vgl. Tabelle 1).

Das Rohr hat einen Innendurchmesser von 10 mm, dementsprechend hat die Flüssigkeit nach $4 \mu\text{s} \hat{=} 6 \text{ mm}$ eine Messtiefe von 6,7 mm.



(a) Die Geschwindigkeit.

(b) Die Streuintensität.

Abbildung 11: Die bei 70 % Pumpleistung aufgenommenen Messpunkte.

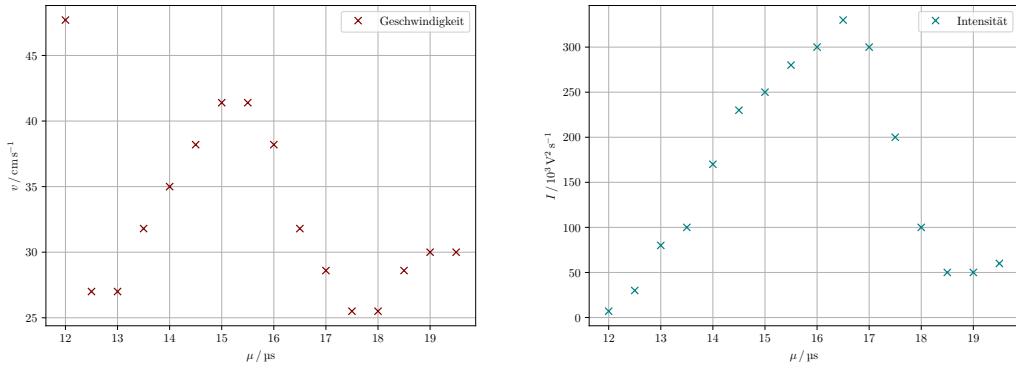
Wird für die gemittelte Geschwindigkeit jeweils die maximale Geschwindigkeit bei der Berechnung der Reynoldszahl verwendet, liegt die tatsächliche Reynoldszahl unter diesem Wert. Die Werte für diese obere Schranke sind in Tabelle 6 aufgeführt. Es ist ersichtlich, dass die Strömungen in den Rohren wirklich laminar sind. Somit kann Gleichung (2) mit $n = 2$ verwendet werden.

Tabelle 4: Messwerte bei einer Pumpleistung von 70 %.

Messtiefe in μ s	Strömungsgeschwindigkeit in cm/s	Streuintensität in $10^3 \text{ V}^2/\text{s}$
12.0	44.6	19
12.5	44.6	60
13.0	54.1	115
13.5	63.6	170
14.0	73.2	230
14.5	85.9	270
15.0	89.1	300
15.5	92.3	330
16.0	85.9	400
16.5	70.0	450
17.0	57.3	450
17.5	47.7	310
18.0	44.6	200
18.5	50.9	110
19.0	60.5	90
19.5	60.5	100

Tabelle 5: Messwerte bei einer Pumpleistung von 45 %.

Messtiefe in μ s	Strömungsgeschwindigkeit in cm/s	Streuintensität in $10^3 \text{ V}^2/\text{s}$
12.0	47.7	7
12.5	27.0	30
13.0	27.0	80
13.5	31.8	100
14.0	35.0	170
14.5	38.2	230
15.0	41.4	250
15.5	41.4	280
16.0	38.2	300
16.5	31.8	330
17.0	28.6	300
17.5	25.5	200
18.0	25.5	100
18.5	28.6	50
19.0	30.0	50
19.5	30.0	60



(a) Die Geschwindigkeit.

(b) Die Streuintensität.

Abbildung 12: Die bei 45 % Pumpleistung aufgenommenen Messpunkte.

Tabelle 6: Obere Schranke für die Reynoldszahl der Strömungen.

Pumpleistung	v_{\max} / cm/s	Re_{\max}
70 %	92.3	885
45 %	41.4	397

Um ein Maß für die experimentelle Abweichung zu bekommen, wird mit der Methode der kleinsten Quadrate von [3] die Gleichung (2) angenähert. Der Parameter R wird vorgegeben mit der Hälfte des Rohrinnendurchmessers (vgl. Tabelle 1); außerdem wird die Messtiefe wieder in Längeneinheiten umgerechnet und der Definitionsbereich der Abszisse auf ein Intervall der Länge $2R$ so beschränkt, dass das Geschwindigkeitsmaximum in der Mitte liegt. Die Extremalstelle wird durch Vergleich der Abbildungen 11a und 12a auf $\mu_{\max} = 15,25 \mu\text{s}$ bestimmt. Außerdem muss noch beachtet werden, dass das Argument r per Definition immer positiv sein muss – r wird also durch $|r|$ ersetzt.

Die entsprechenden Graphiken sind in Abbildung 13 und 14 zu finden. Die Geradenparameter sowie ihre relativen Abweichungen sind in Tabelle 7 zusammengefasst.

Tabelle 7: Die durch lineare Regression berechneten Maximalgeschwindigkeiten.

Leistung	v_{\max} / cm/s	Δv_{\max} / cm/s	relative Abweichung $\Delta v/v$
70 %	95.1	5.2	5.5 %
45 %	45.9	5.1	11.1 %

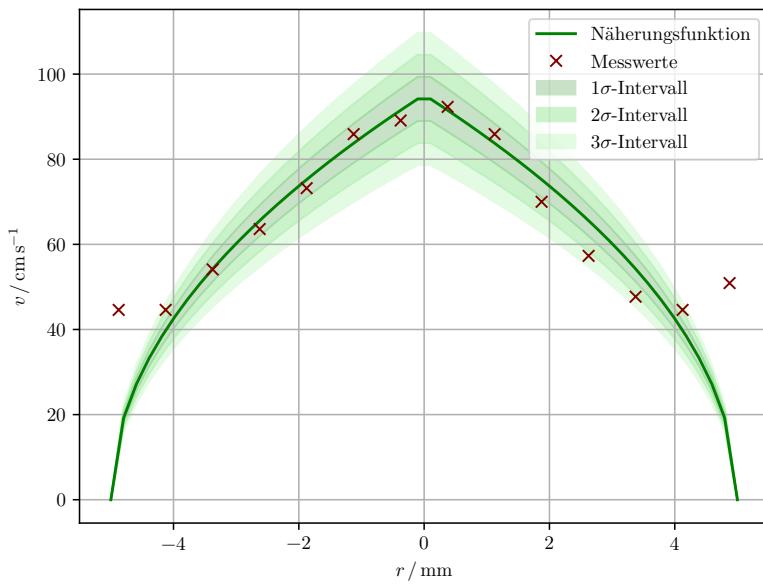


Abbildung 13: Regression des Strömungsprofils bei 70 % Leistung.

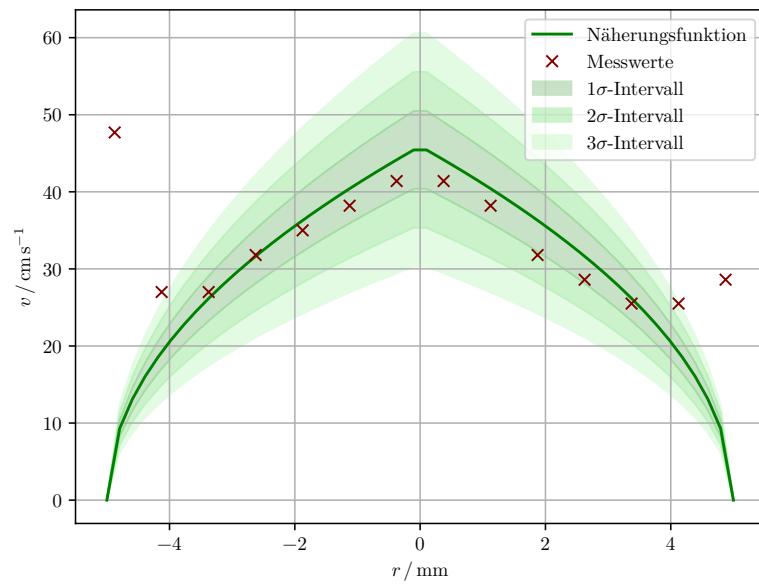


Abbildung 14: Regression des Strömungsprofils bei 45 % Leistung.

5 Diskussion

Der Versuch ist ohne Schwierigkeiten durchführbar und die verwendeten Gerätschaften vollständig funktionsfähig. Auch die Bedienung des Computers, des Programms, der Pumpe und des Sonographen sind leicht verständlich und intuitiv. Lediglich das Armpphantom aus der Versuchsanleitung fehlt.

5.1 Strömungsgeschwindigkeit

Die in den Abbildungen 8, 9 und 10 gegenübergestellten Werte entsprechen der Erwartung. Die grünen Messpunkte zeigen die vom Sonographen maximal gemessene Frequenzverschiebung; die gelben zeigen einen Mittelwert dieser Verschiebung. Es ist also plausibel, dass die grünen Messpunkte höher verschoben sind. Es ist ebenso verständlich, dass der Mittelwert ein stabileres Verhalten zeigt als die Maximalwerte, welche nur obere Ausreißer betrachten. Ein stabiles Verhalten meint hier eine Linearität, welche von der Theorie vorhergesagt wird, obgleich die Mittelwerte nicht perfekt linear, sondern leicht parabelförmig sind - also eine größer werdende Steigung besitzen. Dadurch scheint die Annahme, dass die Umdrehungszahl proportional zur Strömungsgeschwindigkeit ist, zunächst bestätigt zu sein.

Die oberen Ausreißer hingegen zeigen ein stärkeres parabelförmiges Verhalten. Grund hierfür können technische Eigenschaften der Pumpe sein. Auch können geometrische Charakteristika wie etwa raue Innenwände für dämpfende Turbulenzen sorgen, die bei höheren Strömungsgeschwindigkeit Grenzschichten ausbilden und somit mehr Raum für laminare Strömung schaffen.

5.2 Strömungsprofil

Die Messungen der Streuintensität und der Strömungsgeschwindigkeit sind ähnlich. Es fällt auf, dass die Strömungsgeschwindigkeit einen Knick am Ende der Messung hat. Dies ist unter anderem darauf zurückzuführen, dass die Eindringtiefe über den Rohrdurchmesser hinaus geht. Dadurch ist eine Betrachtung aller Messwerte nicht sinnvoll.

Die Werte entsprechen auch hier den Erwartungen aus der Theorie. Auffällig sind die erhöhten Geschwindigkeitswerte an den Innenseiten des Schlauches, also bei etwa $r \approx \pm 5 \text{ mm}$. Eine Erklärung für dieses Phänomen ist die vorhin bereits erwähnte Rauheit der Innenwände, welche lokale Turbulenzen erzeugen kann, den laminaren Fluss innerhalb der Röhre aber nicht stört. Anhand der Messwerte kann darauf geschlossen werden, dass diese turbulente Grenzschicht kleiner als 1 mm sein muss.

5.3 Fazit

Der Versuch ist hinreichend durchführbar. Die Messapparaturen sind genau genug, um die Theorie zu bestätigen und kleinere, beziehungsweise nebensächliche Phänomene darzustellen. Es wird für zukünftige Teilnahmen an diesem Versuch empfohlen, auch die Mittelwerte (*mean*) der Frequenzverschiebung aus dem Programm abzulesen, da diese eine größere experimentelle Aussagekraft besitzen.

Anhang: Messdaten

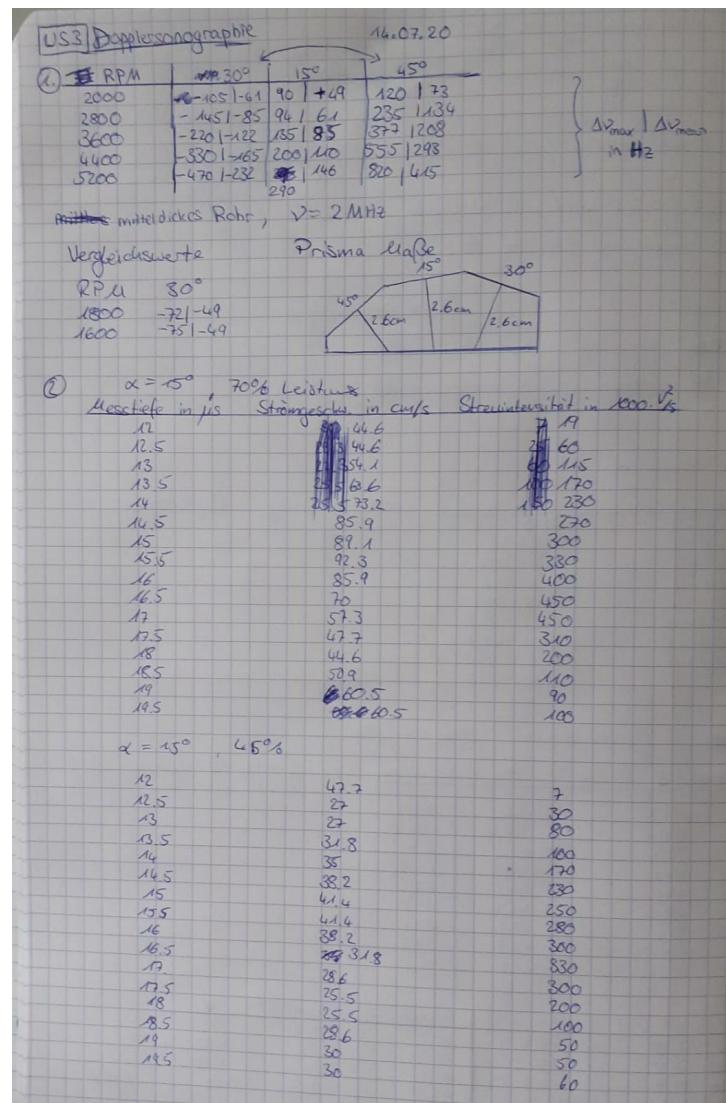


Abbildung 15: Originale Messdaten.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V903: Dopplersonographie*. 2020.
- [2] Huygens'sches Prinzip. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Huygenssches_Prinzip (besucht am 20.07.2020).

- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Alfred W. Rechten. *Fluidik. Grundlagen, Bauelemente, Schaltungen*. Springer, 2013. ISBN: 978-3-642-93042-3.
- [5] Soundfly. *What Is the Doppler Effect?* URL: <https://flypaper.soundfly.com/discover/what-is-the-doppler-effect/> (besucht am 20.07.2020).