

Versuch Nr. 401

Das Michelson-Interferometer

Antonia Joëlle Bock
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.06.2020

Abgabe: 07.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Interferenz, Intensität und die Notwendigkeit kohärenten Lichts	3
2.2 Das Michelson-Interferometer	4
3 Durchführung	6
4 Auswertung	8
4.1 Arithmetisches Mittel und Messunsicherheit	8
4.2 Wellenlängenbestimmung des Lasers	8
4.3 Bestimmung des Brechindexes	9
5 Diskussion	9
Anhang: Messdaten	10
Literatur	10

1 Zielsetzung

Ziel des Experiments ist das Bestimmen der Wellenlänge eines Lasers und des Brechindex der Umgebungsluft. Hierfür wird ein weit verbreitetes Messinstrument, das Michelson-Interferometer, benutzt, welches sich die Interferenzeigenschaften von Licht zunutze macht. Um das Messprinzip zu verstehen, werden Begriffe wie die Kohärenzlänge einer Lichtquelle eingeführt, und es werden Bedingungen aufgestellt, die erfüllt sein müssen, um präzise Messergebnisse zu erzielen.

2 Theorie

2.1 Interferenz, Intensität und die Notwendigkeit kohärenten Lichts

Für die Beschreibung der physikalischen Vorgänge wird das Wellenmodell des Lichts verwendet. Dies beschreibt Licht als eine in Richtung des Wellenvektors \vec{k} propagierende elektromagnetische Welle

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta)},$$

deren Intensität beim Auftreffen auf eine Fläche gemessen werden kann. Diese ist proportional zum Amplitudenquadrat

$$I \propto |\vec{E}|^2$$

und somit bei einer einzelnen Wellenfunktion konstant. Werden zwei Lichtwellen derselben Frequenz ω und desselben Wellenvektors \vec{k} überlagert, hängt die Intensität von den Phasenverschiebungen δ_1 und δ_2 ab:

$$I \propto 1 + \cos(\delta_2 - \delta_1).$$

Je nach Phasenlage kann sie sich deshalb sogar ganz auslöschen und es sollten deutliche Interferenzerscheinungen sichtbar sein, wenn das Licht zweier Lichtquellen überlagert wird.

Nun muss jedoch die Entstehung des Lichts bei konventionellen Lichtquellen berücksichtigt werden. Dies entsteht für gewöhnlich durch die Emission eines Wellenpakets mit einer Frequenz im optischen Bereich, wenn ein Elektron eines angeregten Atoms wieder in den Grundzustand zurückkehrt. Da die Emissionen und Anregungen der Atome in der Zeit statisch verteilt sind, emittieren die Atome derselben Quelle zu unterschiedlichen Zeiten die räumlich begrenzten Wellenpakete. Dies führt dazu, dass die Differenz $\delta_2 - \delta_1$ stark mit der Zeit schwankt und sich somit der Interferenzterm $\cos(\delta_2 - \delta_1)$ über den Messzeitraum auslöscht. Konventionelle Lichtquellen stellen somit kein für das Experiment brauchbares kohärentes Licht zur Verfügung. Deshalb werden Laser – light amplification by stimulated emission of radiation – verwendet, deren Atome durch stimulierte Emission Licht derselben Phasendifferenz δ aussenden.

Zur Veranschaulichung des Begriffs der Kohärenzlänge kann Abbildung 1 betrachtet werden. Dort wird Licht desselben Entstehungsorts – also derselben Phasenlage δ und Amplitude \vec{E}_0 – mittels eines Strahlteilers geteilt und auf zwei verschiedenen Wegen mittels Reflexion an einem Spiegel am Punkt P wieder zusammengebracht. Durch den

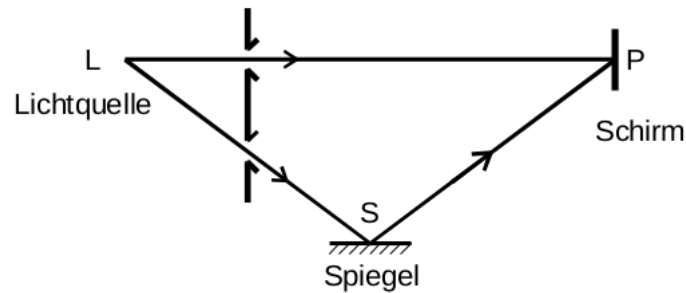


Abbildung 1: Möglichkeit zur Erzeugung von Interferenzerscheinungen.

(messbaren) Wegunterschied Δ entsteht eine feste Phasendifferenz, die sich in entsprechender Interferenz zeigen sollte. Konstruktive Interferenz, also die maximal mögliche Intensität, ist bei ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge λ möglich

$$\Delta = n\lambda, n \in \mathbb{N}$$

und vollständige Auslöschung, also destruktive Interferenz, bei ungeradzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge:

$$\Delta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{N}.$$

Ist der Wegunterschied Δ jedoch zu groß gewählt und übersteigt die Länge der emittierten Wellengruppe, treffen die Teilstrahlen nacheinander am Schirm auf und es ist keine Interferenz messbar, sondern nur die Intensität der einzelnen Strahlen. Der angesichts dieser Umstände maximal mögliche Wegunterschied wird die Kohärenzlänge l einer Lichtquelle genannt. Analytisch kann diese über

$$l = N\lambda$$

formuliert werden, wobei N die maximal mögliche Anzahl der Interferenzmaxima darstellt.

2.2 Das Michelson-Interferometer

In Abbildung 2 ist der schematische Aufbau eines Michelson-Interferometers zu sehen. Der von der Lichtquelle L ausgehende Lichtstrahl wird mittels beispielsweise einer semipermeablen Platte P in zwei Strahlen aufgeteilt, welche nach Reflexion an den Spiegeln S_1 und S_2 am Detektor D wieder auftreffen. Diese sind kohärent, sofern ihr optischer Weglängenunterschied kleiner als ihre die Kohärenzlänge ist. Zwischen P und S_2 befindet sich eine Kompensationsplatte mit dem gleichen Brechindex wie die semipermeable Platte. So wird der sonst entstehende Wegunterschied durch das Durchlaufen von Materie mit unterschiedlichen Brechindizes (die beiden Strahlen durchlaufen P unterschiedlich oft) eliminiert.

Um die Wellenlänge zu messen, kann die Verschiebung des Interferenzmusters genutzt werden, die auftritt, wenn ein Spiegel um Δd verändert wird. Dies lässt sich über (o.B.d.A.

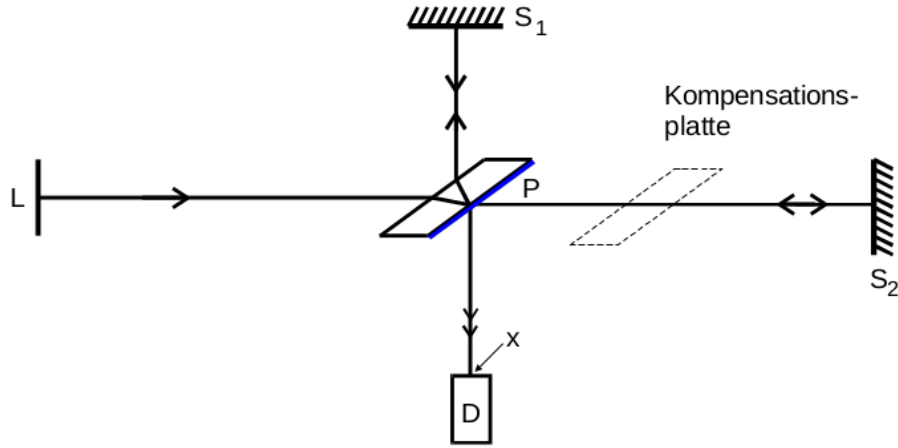


Abbildung 2: Prinzipieller Aufbau eines Interferometers.

sei $\vec{k} \parallel \vec{e}_x$)

$$I \propto |E_0|^2 (e^{i(kx)} + e^{i(k(x+2\Delta d+\pi))}) (e^{-i(kx)} + e^{-i(k(x+2\Delta d+\pi))}) \\ = 2|E_0|^2 (1 + \cos(2k\Delta d + \pi))$$

erklären, wobei berücksichtigt wird, dass bei der Reflexion an P eine zusätzliche Phasenverschiebung von π hinzukommt. Mit $k = 2\pi/\lambda$ ist ersichtlich, dass die Interferenzmaxima in Abständen von $\lambda/2$ auftreten. Wird nun mithilfe einer hinreichend präzisen Mikrometerschraube ein Spiegel um eine entsprechende Differenz Δd verschoben und wird die Anzahl $z \gg 1$ der vorbeiziehenden Interferenzmaxima gezählt, kann die Wellenlänge über

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2}$$

bestimmt werden.

Eine Möglichkeit, Brechindexunterschiede zu messen, eröffnet sich mithilfe des in Abbildung 3 dargestellten Aufbaus. Dort wird eine Probe des entsprechenden Mediums mit Länge b in einen der beiden Strahlgänge gehalten, der Brechindex im Vergleich zur Umgebung mit Brechindex n betrage $n + \Delta n$. Der optische Weglängenunterschied beträgt dann $b \cdot \delta n$ und mit bekannter Wellenlänge kann der Brechindexunterschied bequem über

$$b \cdot \Delta n = z \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

ermittelt werden. Da im Allgemeinen $\lambda \ll b$ gilt, können mit dieser Methode gut Brechindexunterschiede der Größenordnung von etwa 10^{-5} gemessen werden.

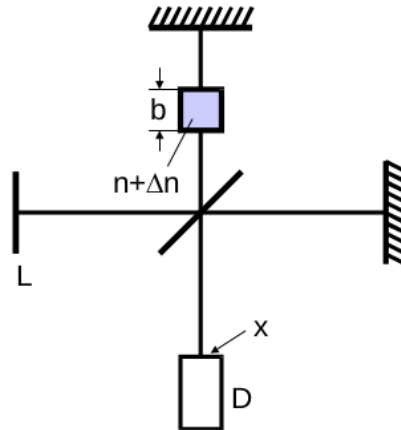


Abbildung 3: Eine Möglichkeit, mithilfe des Interferometers Brechindexunterschiede zu messen.

3 Durchführung

In Abbildung 4 ist die gesamte Messapparatur ersichtlich. Eine Lichtquelle, im Folgenden ein Laser mit vorteilhaft großer Kohärenzlänge, trifft auf den Strahlteiler; die beiden Strahlen werden an Spiegeln jeweils reflektiert und von einem Photoelement aufgefangen, welches die Impulse an ein Zählwerk weiterleitet. In einem der beiden Strahlengang befindet sich die Ausgleichsplatte, sowie lässt sich einer der beiden Spiegel mittels dahinter befestigter Rändelschrauben minimal justieren, um anfangs die Lichtzentren beider Teilstrahlen auf einen Punkt am Photoelement zu lenken. An dem anderen Spiegel befindet sich die Mikrometerschraube, die den anderen Spiegel ausschließlich vor- und rückwärts bewegt. Dies bewirkt einen optischen Wegunterschied durch die geometrische Veränderung der Weglängendifferenz. Da die Apparatur sehr präzise Justierungen benötigt, wird diese über einen Synchronmotor verstellt, der durch einfaches Bedienen der Schaltknöpfe in Gang gesetzt werden kann. Die Übersetzung von der Anzeige der Weglänge beträgt $1 : 5.017$. In der Messzelle der Länge $b = 50 \text{ mm}$ kann mithilfe einer Vakuumpumpe eine Druckdifferenz zur Umgebungsluft hergestellt werden, um entsprechend den Brechindex der Umgebungsluft zu bestimmen.

Nach der beschriebenen Justierung durch die Rändelschrauben wird die Anzahl der Interferenzstreifen mittels des Zählwerks gemessen, während zeitgleich der Synchronmotor die Mikrometerschrauben bedient. Die Weglängendifferenz muss zusammen mit der Impulszahl notiert werden und entsprechend der Übersetzung des Getriebe umgerechnet werden. Um hinreichend genaue Ergebnisse zu erzielen ist eine möglichst hohe Impulszahl nötig; vorgeschlagen werden Werte in der Größenordnung von $nume3$.

Um anschließend den Brechindex der Umgebungsluft zu berechnen, wird mittels der Vakuumpumpe ein Unterdruck von etwa $0,8 \text{ bar}$ in der Messzelle hergestellt. Mittels der an der Pumpe befestigten Schraube wird langsam der Druck wieder ausgeglichen; zeitgleich dazu werden die vorbeiziehenden Interferenzringe gezählt. Durch den Druckunterschied verändert sich der Brechindex und somit der optische Wegunterschied, was das Verschieben

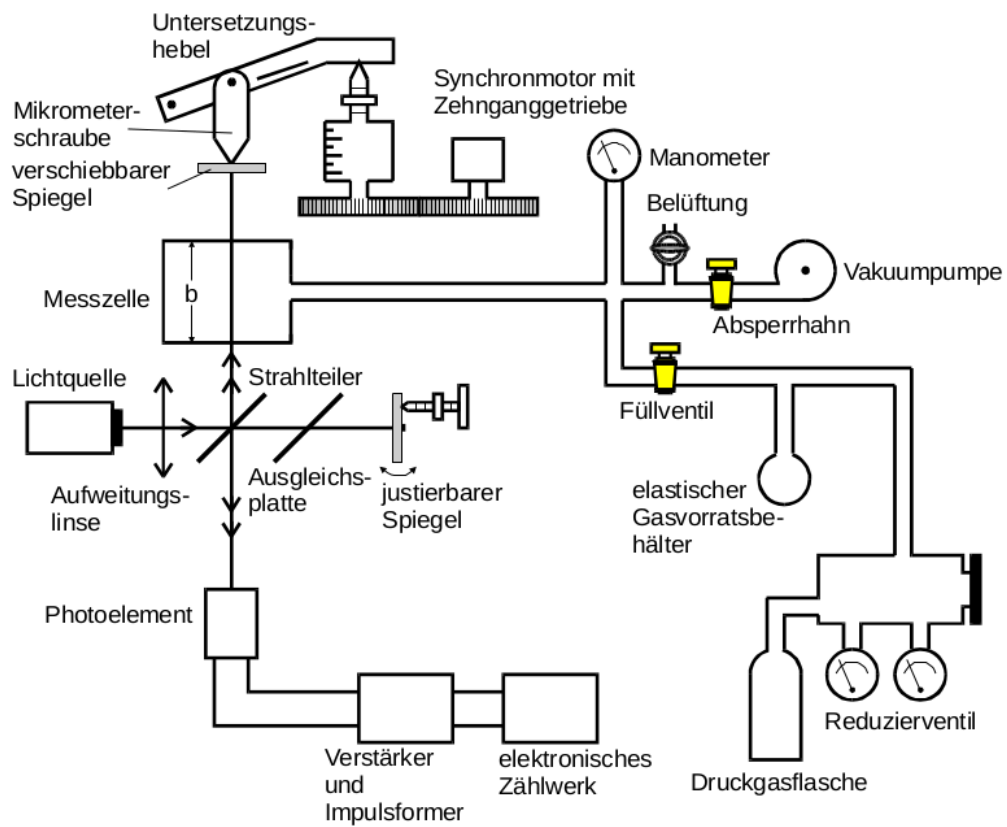


Abbildung 4: Der gesamte Aufbau bei der Verwendung des Interferometers.

des Interferenzmusters erklärt.

Unter der Näherung, dass es sich bei der Umgebungsluft um ideales Gas handelt, lässt sich mithilfe der idealen Gasgleichung

$$pV = RT$$

mit dem Druck p , dem Volumen V , der Temperatur T und der idealen Gaskonstante R ein Ausdruck für den Brechindex der Umgebungsluft

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p_0 - p} \stackrel{T \approx T_0}{=} 1 + \Delta n \cdot \frac{p_0}{p_0 - p}$$

herleiten. Hierbei stellen $p_0 = 1013,2 \text{ mbar}$ und $T_0 = 273,15 \text{ K}$ die typischen Normalbedingungen dar[1]. Der optische Wegunterschied wird mit Gleichung (1) ersetzt und so ergibt sich der Brechindex zu

$$n = 1 + \frac{z\lambda}{2b} \cdot \frac{p_0}{p_0 - p}. \quad (2)$$

4 Auswertung

4.1 Arithmetisches Mittel und Messunsicherheit

Das arithmetische Mittel einer Größe x , also das dem unbekannten wahren Wert am nächsten kommende Ergebnis aus einer Messung mit N Messwerten, berechnet sich über

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i x_i. \quad (3)$$

Die Messunsicherheit beläuft sich auf

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i (\bar{x} - x_i)^2} \quad (4)$$

4.2 Wellenlängenbestimmung des Lasers

Die Werte der ersten Messung sind in Tabelle 1 dargestellt. Hierbei sind ebenfalls die mit der Übersetzung skalierten Werte für den Weglängenunterschied aufgeführt, sowie die sich jeweils aus einem Wertepaar ergebenden Werte für die Wellenlänge.

Durch Mittelwertbildung und eine entsprechende Berechnung der Messunsicherheit mit (3) und (4) ergibt sich das experimentelle Ergebnis von

$$\lambda_{\text{exp},1} = (583 \pm 126) \text{ nm}. \quad (5)$$

Auffällig ist der zweite Messwert, der eine sehr viel geringere Wellenlänge ergibt. Wird dieser Wert nicht in die Berechnung miteinbezogen, beläuft sich das experimentelle Ergebnis auf

$$\lambda_{\text{exp},2} = (639 \pm 20) \text{ nm}. \quad (6)$$

Der theoretisch zu erwartende Wert ist

$$\lambda_{\text{theo}} = 635 \text{ nm}. \quad (7)$$

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Wellenlänge, sowie diese selbst.

$\Delta d_{\text{mess}} / \text{mm}$	$\Delta d / \text{mm}$	z	λ / nm
3.72	0.741	2256	657
1.93	0.385	2133	361
4.75	0.947	3000	631
1.75	0.349	1135	615
3.00	0.598	1831	653

4.3 Bestimmung des Brechindexes

Der Druckunterschied zur Umgebung beläuft sich auf etwa $\Delta p = p_0 - p = 0,8 \text{ bar}$, die Länge der Messzelle ist $b = 50 \text{ mm}$. Die gemessene Anzahl der Interferenzstreifen sowie der sich mit Gleichung (2) daraus ergebende Brechindex für die Umgebung sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Tabelle 2: Die Messwerte zur Bestimmung des Brechindexes.

z	n
33	1.00027
33	1.00027
32	1.00026
32	1.00026
33	1.00027

Der experimentelle Wert dieser Messung ergibt sich (wohlgernekt unter Aufrundung des Messfehlers) zu

$$n_{\text{exp}} = 1,000\,26 \pm 0,000\,01 . \quad (8)$$

5 Diskussion

Anhang: Messdaten

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V401: Das Michelson-Interferometer*. 2020.