Versuch 107

Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Antonia Joëlle Bock antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.01.2020 Abgabe: 14.01.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	The	orie	3
	1.1	Strömungstypen und Viskosität	3
	1.2	Das Kugelfallviskosimeter nach Höppler	4
2	Dur	chführung	5
3	Aus	wertung	6
	3.1	Vorbereitung	6
	3.2	Viskositäten	6
		3.2.1 Kleine Kugel, Raumtemperatur	6
		3.2.2 Große Kugel, dynamische Temperatur	
	3.3	Reynoldszahl	9
	3.4	Andrade'sche Gleichung	11
4	Disk	cussion	11
	4.1	Vorbereitungen	11
	4.2	Fallzeiten und Viskosität	12
	4.3	Reynoldszahl und Andrade'sche Gleichung	12
	4.4	Fazit	12
Αı	nhang	g: originale Messdaten	13
Lit	teratı	ır	13

1 Theorie¹

Im folgenden Experiment soll die Abhängigkeit der dynamischen Viskosität von destilliertem Wasser untersucht werden. Hierfür wird auf die Kugelfall-Methode nach Ernst Fritz Höppler mit dem entsprechenden Viskosimeter zurückgegriffen, deren theoretische Grundlagen im Weiteren erläutert werden.

1.1 Strömungstypen und Viskosität

Bewegt sich Flüssigkeit als Ganzes fort und finden nicht nur mikroskopische Bewegungen der einzelnen Teilchen innerhalb der Flüssigkeit statt, wird von einer Strömung gesprochen. Diese wird durch die Strömungsgeschwindigkeit $u = {}^{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}/{}_{\mathrm{d}t}$ eines am Ort \boldsymbol{r} zur Zeit t befindlichen Teilchens beschrieben. Der dadurch festgelegte Weg $\boldsymbol{r}(t)$ eines solchen Teilchens wird als **Stromlinie** beziehungsweise **Stromfaden** bezeichnet. Sie charakterisieren die Flüssigkeiten in ihrem Strömungsverhalten und werden unter anderem von den stattfindenden Reibungsverlusten innerhalb der Flüssigkeit oder zwischen zwei verschiedenen Medien beeinflusst. Die sogenannte Viskosität 2 η ist ein Maß für die Stärke der Reibung innerhalb des Mediums und hat die Einheit $^{\mathrm{Ns}}/_{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa\,s}$. Sie hängt unter anderem vom Stoff als auch von der Temperatur ab.

Von Interesse seien hier vor allem viskose Flüssigkeiten. Nicht-viskose Flüssigkeiten – auch ideale Flüssigkeiten – haben eine Viskosität von $\eta \approx 0$, die innere Reibung ist bei diesen also vernachlässigbar klein. Strömungen viskoser Flüssigkeiten lassen sich in laminare und turbulente Strömungen unterteilen. Charakteristisch für eine laminare Strömung sind die durch die Stromlinien getrennten Flüssigkeitsschichten, die sich nicht miteinander vermengen. Hier überwiegt die innere Reibung der an den Randschichten. Ist dies nicht der Fall, destabilisiert sich diese Strömung und geht in eine turbulente über, bei der sich Wirbel und Ähnliches ausbilden. Besonders anschaulich wird dieser Sachverhalt unter Betrachtung der Abbildungen 1 a und b.

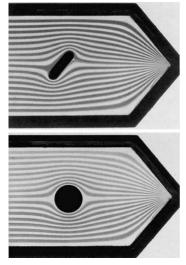
Mithilfe der dimensionslosen **Reynoldszahl** Re kann quantifiziert werden, inwieweit eine Flüssigkeit laminar beziehungsweise turbulent ist. Liegt Re unterhalb der sogenannten **kritischen Reynoldszahl** Re_c , ist die Strömung laminar, ansonsten turbulent. Berechnet wird die Reynoldszahl über

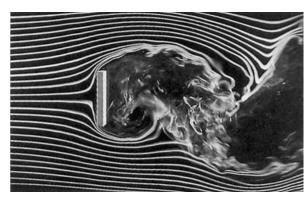
$$Re = \frac{\rho vL}{n} \,, \tag{1}$$

wobei ρ die Dichte der Flüssigkeit ist, v die Geschwindigkeit eines Körpers gegenüber der Flüssigkeit und L eine zu definierende charakteristische Länge, die der Geometrie der Situation entspricht. Ohne 1.2 etwas vorwegzunehmen sei an dieser Stelle angemerkt, dass bei zylinderförmigen Behältern und kugelförmigen Fallkörpern, deren Durchmesser nur um Weniges kleiner sind als der des Zylinders, der Durchmesser d häufig als L gewählt wird.

¹Unter Verwendung der Quellen [1], [2] und [4].

 $^{^2}$ Ist von Viskosität die Rede, ist meist die dynamische Viskosität gemeint. Es gibt ebenfalls die kinematische Viskosität ν . Wenn diese erwähnt werden soll, wird dies üblicherweise ohne Weglassung des Attributs kinematisch getan.





(b) Eine turbulente Strömung[1].

(a) Eine laminare Strömung[1].

Abbildung 1: Von links nach rechts laufende Strömungen viskoser Flüssigkeiten.

1.2 Das Kugelfallviskosimeter nach Höppler

Ein Kugelfallviskosimeter besteht aus einem zylinderförmigen Behälter, der mit vorzugsweise Wasser gefüllt. Darin befindet sich eine Röhre, die mit dem Fluid gefüllt wird, dessen Viskosität untersucht werden soll. Über ein angeschlossenes Thermostat kann die Temperatur des Wassers reguliert werden, welche sich nach kurzer Zeit auf das Fluid überträgt. Das Prinzip beruht auf der Stokes'schen $Reibung F_R$, die durch eine fallende Kugel im Fluid erzeugt wird. Quantifizieren lässt sich dies über

$$F_R = 6\pi \eta v r \,, \tag{2}$$

wobei v die Geschwindigkeit und r den Radius der Kugel darstellen. Ebenfalls der Gewichtskraft $F_G=m$ g entgegen wirkt die Auftriebskraft

$$F_A = V \rho_{\rm Fl} g \tag{3}$$

mit dem durch die Kugel verdrängten Volumen V, der Dichte der Flüssigkeit $\rho_{\rm Fl}$ und der Erdbeschleunigung g.

Wird eine Kugel am oberen Ende der Röhre in das Fluid gelassen, stellt sich nach kurzer Zeit ein Kräftegleichgewicht und dementsprechend eine gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit ein. Aus dem Gleichgewicht

$$F_A + F_B = F_G \tag{4}$$

lässt sich die dynamische Viskosität η des Fluids bestimmen. Daraus ergibt sich der Zusammenhang

$$\eta = K(\rho_{\text{K\"{o}rper}} - \rho_{\text{Fl}})t$$
 mit der Fallzeit t . (5)

Die Besonderheiten der spezifischen Apparatur, wie beispielsweise die Neigung der Röhre, werden mit der Konstante K berücksichtigt.

Da beim Kugelfallviskosimeter nach Höppler der innere Zylinder nur minimal größer als der Kugeldurchmesser ist, ist die Apparatur um wenige Grade geneigt, damit die Kugel nicht frei im Fluid herabsinkt, sondern an der Rohrinnenwand herabgleiten kann. Dies ist wichtig, um keine Turbulenzen beziehungsweise Wirbel zu erzeugen, da die Kugel sonst mehrere Male an die Wand stößt. Die Turbulenzen würden die Messergebnisse erheblich verfälschen.

Das Vorgehen wird unter Variation der Temperatur mithilfe des genannten Thermostats durchgeführt, um eine Relation zwischen Temperatur und Viskosität herstellen zu können. Der Zusammenhang wird über die Andrade'sche Gleichung

$$\eta = A e^{\frac{B}{T}} \tag{6}$$

mit den konstanten Parametern A und B und der Temperatur T des Fluids hergestellt.

2 Durchführung

Direkt zu Anfang werden die Eckdaten der zu verwendenden Glaskugeln aufgenommen. Hierbei handelt es sich um zwei Stück, die einen geringfügigen Unterschied im Radius aufweisen. Die Masse wird notiert und der Durchmesser mithilfe einer Schiebelehre gemessen. Daraus lässt sich bei der Auswertung die Dichte bestimmen.

Im Viskosimeter sollte im äußeren Zylinder bereits Wasser enthalten sein, das Raumtemperatur haben sollte, sodass keine großen Temperaturschwankungen bei der ersten Messung auftreten. Ist dies noch nicht getan, wird dies an dieser Stelle nachgeholt.

Das zu untersuchende Fluid ist Wasser, genauer bidestilliertes Wasser. Es handelt sich um besonders reines Wasser, welches zweifach destilliert worden ist.

Das Viskosimeter hat am inneren Zylinder oben und unten jeweils einen Schraubverschluss. Der obere samt vorhandener Stopfen wird geöffnet beziehungsweise entfernt und das Rohr mit dem reinen Wasser befüllt. Da Luftbläschen für die Messung im Folgeschritt entfernt werden, kann bereits an dieser Stelle darauf geachtet werden, möglichst wenig Blasen beim Befüllen entstehen zu lassen. Das Beseitigen der Bläschen geschieht mithilfe eines Glasstabs, der am unteren Ende zu einer kleinen Kreisscheibe ausgedehnt ist. Die Luftblasen werden nun von unten mit dem besagten Stab zur Öffnung getragen, bis das Wasser blasenfrei ist.

Ist dies geschehen, wird die kleinere der beiden Kugeln in das Wasser gelassen und der Deckel so verschlossen, dass keine Luft in der Röhre enthalten ist. Nun wird bei Raumtemperatur, die am Thermometer des Thermostats abzulesen ist, die Fallzeit gemessen, die die sich mit konstanter Geschwindigkeit fortbewegende Kugel benötigt, um von der ersten der drei Markierungen bis zur letzten zu gelangen. Die erste Markierung ist so gewählt, dass bei Erreichen dieser sich das Gleichgewicht der Auftriebs-, Gewichtsund Reibungskraft eingestellt hat und die Kugel nicht weiter beschleunigt. Die Distanz zwischen der ersten und dritten Markierung beträgt $x=100\,\mathrm{mm}$. Ist die Kugel unten

angekommen, wird das Viskosimeter um 180° gedreht und die Messung wiederholt. Insgesamt sollen zehn Messzeiten aufgenommen werden.

Diese Messung wird genau so nochmal mit der größeren Kugel wiederholt. Dafür muss der untere Verschluss geöffnet und die Kugel herausgeholt werden, was unvermeidlich mit einem Auslaufen der inneren Röhre einhergeht. Diese wird nun wieder aufgefüllt, auf dieselbe Art und Weise blasenfrei gemacht und die zweite Kugel wird in das Gefäß gelassen. Nach weiteren zehn Messungen wird mithilfe des Thermostats die Temperatur des umgebenden Wassers schrittweise erhöht. Bei einer Erhöhung der Temperatur muss jeweils eine Weile gewartet werden, um sicherzugehen, dass das temperierende Wasser und das reine Wasser dieselbe Temperatur angenommen haben. In Summe sollen jeweils zehn Fallzeiten für zehn verschiedene Temperaturen des bidestillierten Wassers gemessen werden. Hierfür wird ausschließlich die große Glaskugel verwendet. Beim Erhitzen sollte maximal eine Temperatur von 70 °C erreicht werden. Außerdem empfiehlt es sich, in Abständen die Entlüftungsschraube zu lockern, um dem entstehenden Druck entgegen zu wirken.

3 Auswertung

3.1 Vorbereitung

Vor dem Messen der Fallzeiten werden die Kenngrößen der beiden Glaskugeln bestimmt. Dabei ergeben sich für die beiden Kugeln die folgenden Werte:

Tabelle 1: Kenngrößen der Glaskugeln.

	Gewicht m / g	Durchmesser d / mm	Dichte $\rho / \text{kg m}^{-1}$
Kleine Kugel	4.4531	15.60	2416.5
Große Kugel	4.9528	15.76	2240.2

3.2 Viskositäten

3.2.1 Kleine Kugel, Raumtemperatur

Es werden zehn Messungen bei Raumtemperatur für die kleine Glaskugel vorgenommen.

Tabelle 2: Fallzeiten der kleinen Kugel bei Raumtemperatur.

Fallzeit t / s						
12.40	12.17					
12.36	12.35					
12.31	12.09					
12.43	12.35					
12.57	12.52					

Hierbei sind die bereits erwähnten Bedingungen, insbesondere aber die Blasenfreiheit genau zu beachten. Es errechnet sich eine gemittelte Fallzeit von

Temperatur 23,5 °C Fallzeit
$$(12,355 \pm 0,137)$$
 s.

Über Gleichung (5) lässt sich dann mit gegebener Gerätekonstante $K_{kl} = 0.076\,40\cdot10^{-6}\,\mathrm{Pa}\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{kg}^{-1}$ die Viskosität berechnen zu $\eta_{kl} = (1173\pm13)\cdot10^{-6}\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}.$

3.2.2 Große Kugel, dynamische Temperatur

Für die große Kugel werden ebenfalls zehn Messwerte aufgenommen. Im Anschluss wird die Temperatur um wenige Grade erhöht und die Messungen werden wiederholt. Es folgen insgesamt neun Temperaturerhöhungen, wodurch 100 Messwerte für die große Kugel aufgenommen werden.

Da auch die große Glaskugel bei Raumtemperatur untersucht wird, kann mit K_{kl} und der nun bekannten Viskosität η_{kl} die Gerätekonstante $K_{gr} = (8.99 \pm 0.11) \cdot 10^{-9} \, \mathrm{Pa} \, \mathrm{m}^3 \, \mathrm{kg}^{-1}$ über (5) ausgerechnet werden. Im Weiteren wird die Viskosität des Wassers bei veränderter Temperatur ermittelt.

Tabelle 3: Mittlere I	Fallzeiten und	Viskosität	der	großen	Kugel.
-----------------------	----------------	------------	----------------------	--------	--------

Temperatur $T/$ °C	Fallzeit t / s	Viskosität $\eta_{gr} / \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$
23.5	$91.91 {\pm} 0.53$	1172 ± 13
31.5	71.08 ± 0.81	$908{\pm}15$
35.0	$67.22{\pm}1.12$	$860 {\pm} 17$
39.0	$61.66 {\pm} 0.30$	789 ± 10
42.0	57.57 ± 0.30	$737 {\pm} 10$
46.0	$53.45 {\pm} 0.33$	685 ± 9
51.0	$49.01 {\pm} 0.48$	$629{\pm}10$
55.0	$45.80 {\pm} 0.25$	$589\pm~8$
60.0	43.04 ± 0.31	$554\pm~8$
64.0	40.33 ± 0.12	$520\pm~6$

Ein Vergleich mit der Literatur
[3] zeigt, dass die Messwerte in der erwarteten Größenordnung liegen.
 3

 $^{^3}$ Für einen genaueren Vergleich wurde eine Ausgleichsfunktion der Form $(a*(^1/_{x-b})) + c$ mit a=49737, b=-26, c=-93 über 13 Literaturwerte gelegt.

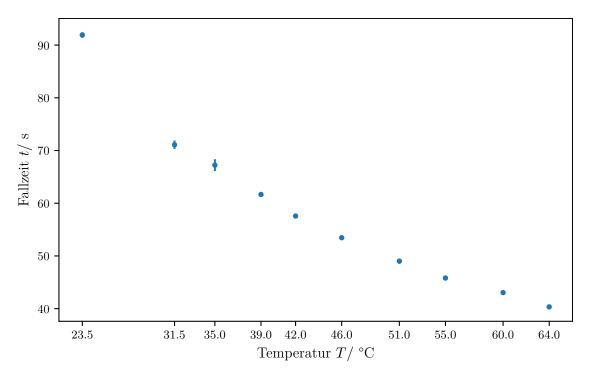


Abbildung 2: Gemittelte Fallzeiten der großen Kugel.

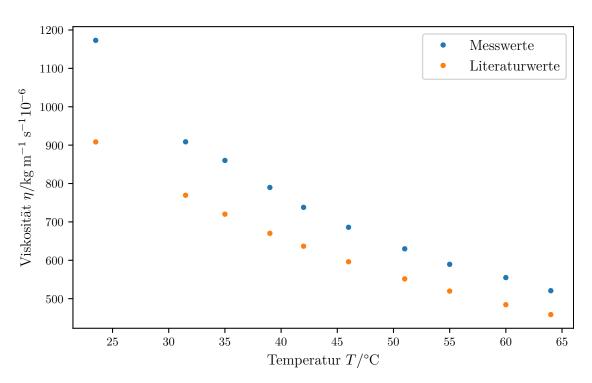


Abbildung 3: Literatur- und Messwerte der Viskosität $\eta_{gr}.$

Tabelle 4: Vergleich der Viskositäten η_{qr} mit Literaturwerten.

Temperatur $T/$ °C	$\eta_{gr} / \mathrm{kg} \mathrm{m}^{-1} \mathrm{s}^{-1}$	$\eta_{theo} / \mathrm{kg} \mathrm{m}^{-1} \mathrm{s}^{-1}$
23.5	1172 ± 13	908
31.5	$908 {\pm} 15$	769
35.0	$860 {\pm} 17$	720
39.0	789 ± 10	670
42.0	737 ± 10	636
46.0	685 ± 9	596
51.0	629 ± 10	551
55.0	$589\pm~8$	519
60.0	$554\pm~8$	484
64.0	520 ± 6	458

3.3 Reynoldszahl

Die Reynoldszahl gibt Aufschluss darüber, ob eine Ströumung turbulent oder laminar ist. Wie in der Theorie bereits erwähnt gibt es eine kritische Reynoldszahl, welche Aufschluss darüber gibt, ob eine Strömung ihren Zustand zwischen den genannten Eigenschaften ändert beziehungsweise beibehält, und wie stabil eine laminare Ströumg ist, wenn diese vorliegt. Für die in diesem Versuch verwendete Apparatur ist $R_{\rm crit}\approx 2300.[3]$ Zunächst werden die Fallgeschwindigkeiten bestimmt, um die Reynoldszahl anschließend über (1) auszurechnen. Dafür wird eine Falldistanz von $x=100\,\mathrm{mm}$ verwendet. Für die kleine Kugel ergibt sich $v_{kl}=(8.09\pm0.09)\,\mathrm{mm\,s^{-1}}$. Weiter werden für die charakteristische Länge L die Durchmesser der Glaskugeln verwendet. Aus (1) errechnet sich die Reynoldszahl zu $R_{kl}=107.4\pm2.4$. Die Werte der großen Kugel sind in der nachstehenden Tabelle aufgeführt.

Tabelle 5: Fallgeschwindigkeiten und Reynoldszahlen der großen Kugel.

$v_{gr}/\mathrm{mms^{-1}}$		R_{gr}
1.088 ± 0.006		$14.5 {\pm} 0.1$
$1.406 {\pm} 0.016$		$24.2 {\pm} 0.6$
$1.487 {\pm} 0.024$		$27.0 {\pm} 0.9$
$1.621 {\pm} 0.007$		$32.1 {\pm} 0.5$
1.736 ± 0.009		$36.7 {\pm} 0.6$
1.870 ± 0.011		$42.5 {\pm} 0.7$
2.040 ± 0.020		$50.4 {\pm} 1.1$
$2.182 {\pm} 0.012$		$57.5 {\pm} 0.9$
$2.323 {\pm} 0.016$		$64.8{\pm}1.2$
2.479 ± 0.007		$73.6 {\pm} 1.0$
	•	

Tabelle 6: Fallzeiten der großen Kugel bei steigender Temperatur.

Temperatur $T/^{\circ}$ C	Fallzeit t / s		Temperatur $T/^{\circ}C$	Fallzeit t / s	
23.5	92.25	92.32	46.0	53.47	53.29
	91.48	91.32		52.74	53.53
	91.22	91.25		53.22	53.89
	92.12	91.83		53.27	53.99
	92.62	92.69		53.56	53.62
31.5	71.75	72.13	51.0	49.50	49.35
	71.75	71.83		49.22	49.35
	70.69	71.62		49.32	49.47
	71.03	70.42		48.06	48.33
	69.85	69.80		48.93	48.59
35.0	69.22	69.39	55.0	46.16	45.81
	67.31	67.01		45.98	45.84
	66.88	66.92		46.00	45.14
	67.17	66.25		45.84	45.76
	66.19	65.93		45.84	45.72
39.0	61.90	61.91	60.0	43.38	43.09
	62.00	62.00		43.17	42.54
	61.81	61.66		42.53	43.51
	61.12	61.21		43.00	42.81
	61.54	61.46		43.18	43.26
42.0	57.37	57.87	64.0	40.53	40.34
12.0	57.56	57.55	01.0	40.19	40.24
	57.62	57.54		40.28	40.28
	58.00	57.97		40.46	40.48
	57.03	57.20		40.16	40.42

3.4 Andrade'sche Gleichung

Mit (6) wird die Viskosität temperaturabhängig dargestellt. Um eine Gerade zu erhalten wird die Gleichung in die Form $\ln(\eta) = \ln(A) + B \cdot 1/T$ gebracht. Unter Verwendung der Funktion polyfit aus Python 3.7.3 wird eine Ausgleichsgerade erstellt, womit sich die Werte zu $A = (2.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-6}$ und $B = 1932 \pm 75$ ergeben. Die Unsicherheiten werden aus den diagonalen Elementen der Kovarianzmatrix entnommen.

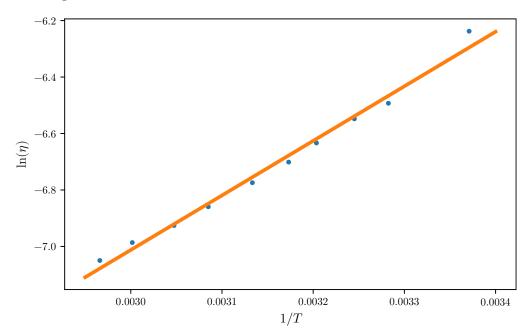


Abbildung 4: Lineare Ausgleichsgerade aus der Andrade'schen Gleichung.

4 Diskussion

4.1 Vorbereitungen

Im Vorfeld sollen die Glaskugeln ausgemessen werden, was mit einer Schieblehre erfolgt und ausreichend genau ist. Das Wiegen jedoch bleibt aus, da die Werte für das Gewicht einer Beschreibung entnommen werden. Dies ist insofern relevant, als dass die Versuchsapparatur ein älteres Modell ist und durch den wiederholten Gebrauch das tatsächliche Gewicht der Kugeln abweichen kann. An beiden Kugeln befinden sich abgesplitterte Stellen, welche nicht nur das Gewicht reduzieren, sondern auch Turbulenzen in der Strömung auslösen können. Da die Glaskugeln nur marginal kleiner sind als die Röhre, kann die Abgenutzheit der Versuchsaurüstung durchaus messbare Abweichungen verursachen im Vergleich zum Ursprungszustand. Nichtsdestotrotz funktionieren alle Utensilien einwandfrei und es lässt sich sauber arbeiten. Einzig die Stoppuhren mit einer eher unintuitiven Oberfläche und einer versehentlich leicht ausgelösten Weckfunktion sind fragwürdige Messtechnik und zuverlässig durch ein Smartphone auszutauschen.

4.2 Fallzeiten und Viskosität

Bis auf die zu überbrückende Dauer des verlangsamten freien Falls gibt es bei der Messung keine Schwierigkeiten. Durch die unterschiedliche Dichte der beiden Kugeln von etwa 9% ergeben sich unterschiedliche Werte für die Viskosität bei Raumtemperatur. Dies ist wahrscheinlich auf den Herstellungsprozess zurückzuführen. Die kleinen Splitterstellen können den Unterschied allein nicht erklären.

Die Literaturwerte der Viskosität für die große Kugel liegen etwa 29% auseinander, behalten aber im Verlauf ihren relativen Abstand bei. Der erhöhte Wert η_{gr} bedeutet, dass das Wasser im Vergleich zäher, der Fall also langsamer ist. Denkbare Erklärungen sind übersehene Verunreinigungen und die eben genannten Splitterstellen.

4.3 Reynoldszahl und Andrade'sche Gleichung

Turbulenzen lassen sich zwar nicht ausschließen, jedoch liegen die ermittelten Reynoldszahlen weit unter der kritischen Grenze von $R_{crit}\approx 2300$. Die ausgebildeten Strömungen sind also äußerst **stabil** und **laminar**. Gut erkennbar ist der vielfache Anstieg von 14 auf 73 entsprechend der geringsten und höchsten Temperatur. Dies ist plausibel, da die Viskosität des Wassers mit steigender Temperatur fällt, es also flüssiger wird. Bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten werden Turbulenzen immer wahrscheinlicher.

Die Temperaturabhängigkeit wird außerdem in der Andrade'schen Gleichung festgehalten. In Abbildung 4 sind die Messwerte linearisiert, wodurch die Achsen jedoch ihre Aussagekraft verlieren. Dennoch ist der exponentielle Zusammenhang deutlich sichtbar.

4.4 Fazit

Der Versuch ist gradlinig und gut umsetzbar. Mögliche Verbesserungen beschränken sich auf die Stoppuhren und die Dauer der Messungen. Bei Wartezeiten von mehr als 60 Sekunden pro Messung kann die Konzentration nach ein paar Stunden durchaus nachlassen, sodass der ein oder anderen Durchlauf verpasst werden kann. In diesem Experiment wird die Viskosität mit ihrer Temperaturabhängigkeit in Zusammenhang gebracht und intuitiv verständlich gemacht.

Anhang: originale Messdaten

10107:] Hopples - Viskosimeter Durchmessers dy = 15,6 mm) dz= 15,76mm | m,=4,4531g, mz=4,9528g T=23,5°C (1) 2 T=31,5°C (2.) 100 11,625 100 11,035 100 10,425 100 09,855 amin 0409180s T=35°C T=39°C T=42°C T= 46°C 53,22s 53,89s 53,275 T = 60°C T=64°C

Abbildung 5: Kopie der originalen Messdaten.

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme. 4. Aufl. Springer, 2006.
- [2] TU Dortmund. Versuchsanleitung V107 Das Kugelfall-Viskometer nach Höppler. 2019.
- [3] Ekbert Hering, Rolf Martin und Martin Stohrer. Taschenbuch der Mathematik und Physik. 6. Aufl. Springer Vieweg, 2017.
- [4] Dieter Meschede. Gerthsen Physik. 23. Aufl. Springer, 2006.