

Versuch Nr. 406

## Beugung am Spalt

Antonia Joëlle Bock  
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner  
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.06.2020

Abgabe: 09.06.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Klassische Physik vs. Quantenmechanik . . . . .	3
2.2 Beugung am Spalt . . . . .	3
2.3 Einzelspalt . . . . .	3
2.3.1 Einschub: Nahfeld und Fernfeld . . . . .	4
2.4 Amplituden-Funktion . . . . .	5
2.5 Doppelspalt . . . . .	7
2.6 Umrechnung von Abstandsmessung zum Abstrahlwinkel . . . . .	7
<b>3 Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>9</b>
<b>5 Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>Anhang: Messdaten</b>	<b>10</b>
<b>Literatur</b>	<b>10</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist es, die Beugung am Einzel- sowie Doppelspalt nachzuweisen. Dabei sollen die aus der Theorie hervorgesehenen Zusammenhänge zwischen Abstrahlwinkel und Beugungserscheinung bestätigt werden. Als Schlüsselexperiment der Physik demonstriert dieser Versuch den *Wellen-Teilchen-Dualismus*.

## 2 Theorie

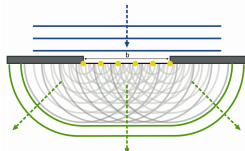
### 2.1 Klassische Physik vs. Quantenmechanik

Die Ausbreitung des Lichts unterliegt den Gesetzen der geometrischen Optik und kann sehr genau vorhergesagt werden. Es gibt jedoch Bedingungen, bei denen diese Modelle nicht mehr angewendet werden können. Diese Abweichungen treten unter anderem dann auf, wenn Licht auf Hindernisse trifft und der Strahldurchmesser größer als das Hindernis selbst ist. Sie treten auch dann auf, wenn das Licht auf Spalte in Schirmen trifft.

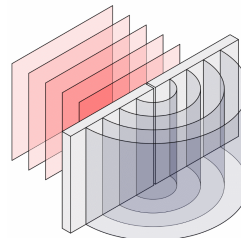
Es kann jedoch über eine große Anzahl von Lichtquanten gemittelt und die Phänomene über das klassische Wellenmodell erklärt werden. Diese Mittelung wird hier genutzt.

### 2.2 Beugung am Spalt

Grundlage für die Beugung des Lichts ist das *Huygens-Prinzip*. Nach diesem Prinzip ist jeder Punkt einer Wellenfront stets Erzeugungspunkt neuer Kugelwellen, den sogenannten *Elementarwellen*. Bei einem langen, schmalen Spalt entstehen durch diese Eigenschaft Zylinderwellen entlang der Spaltebene.



(a) Überlagerung von Kugelwellen an einem Einzelspalt.



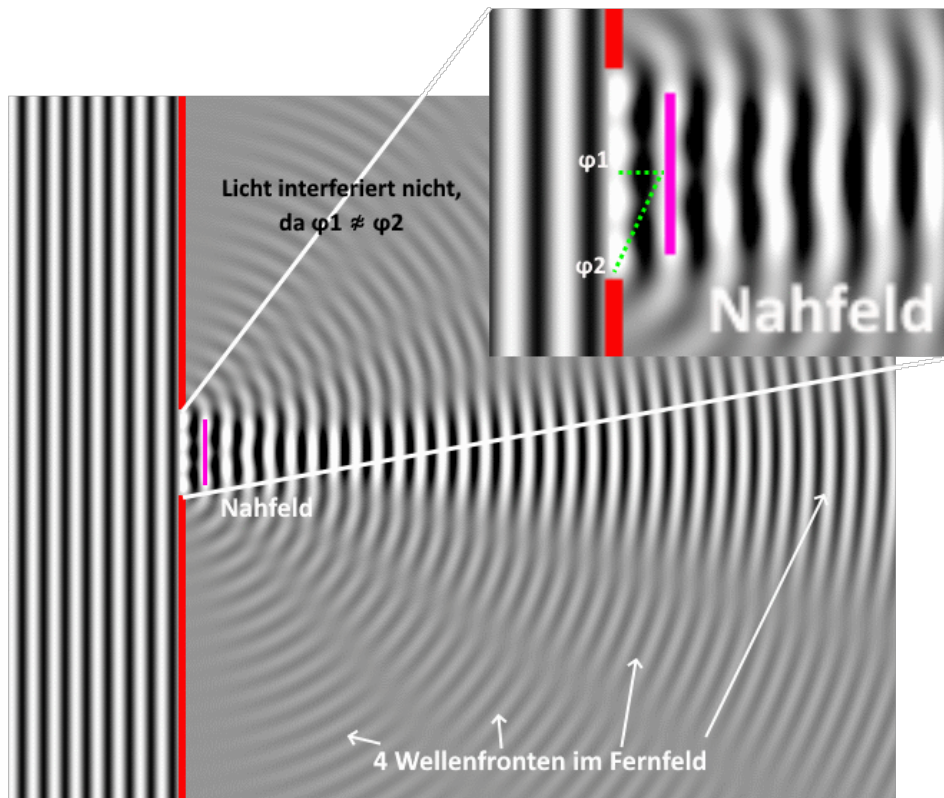
(b) Zylinderwellen am Einzelspalt.

### 2.3 Einzelspalt

Die am Spalt entstehenden Zylinderwellen überlagern sich und interferieren miteinander. Das daraus entstehende Abbild, die *Beugungsfigur*, ist eine Amplituden-Funktion  $B(\varphi, \lambda, b, d)$  des Abstrahlwinkels  $\varphi$ , der Wellenlänge  $\lambda$ , der Spaltbreite  $b$  und des Abstandes  $d$  zum Beobachtungspunkt. In diesem Versuch wird die Funktion in Abhängigkeit des Abstrahlwinkels untersucht, sodass die anderen Parameter konstant bleiben. Gesucht ist also die Funktion  $B(\varphi)$ .

### 2.3.1 Einschub: Nahfeld und Fernfeld

Geometrisch bedingt weist eine Beugungsfigur in einem Nahfeld nur wenig Interferenz auf und ist für diesen Versuch nicht von Interesse. Damit zwei Wellen interferieren, muss die Richtung des Wellenvektors  $\vec{k}$  parallel, oder in etwa gleich sein. Im Falle der Zylinderwellen reduziert sich die Bedingung an die Raumrichtung auf nur eine Dimension, und damit auf den Abstrahlwinkel  $\varphi$ . Da die Winkelunterschiede in einem Nahfeld zu groß werden, entsteht keine oder nur wenig Interferenz.

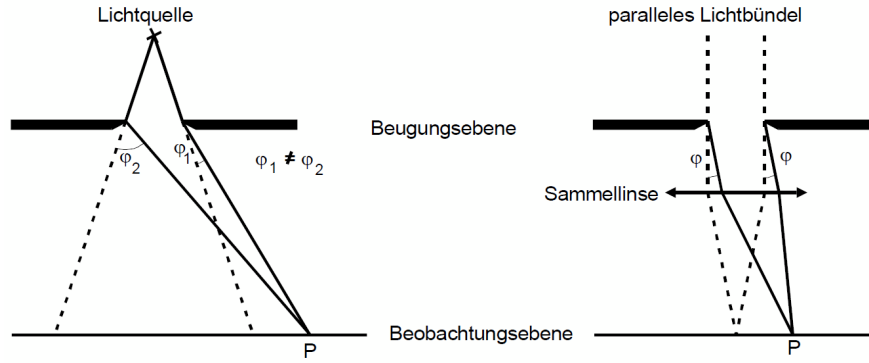


**Abbildung 2:** Beugung ebener Welle am Einzelspalt mit  $b = 4\lambda$ .<sup>1</sup>

Dieser Grenzfall kann ausgeschlossen werden, indem entweder eine Lichtquelle aus dem unendlichen verwendet wird, oder der Abstand zwischen Spalt und Schirm hinreichend groß gewählt wird. (s. Abb. 3) Im ersten Fall wird eine Linse verwendet, um die von der Spaltöffnung ausgehenden, parallelen Lichtstrahlen mit gleichem Abstrahlwinkel auf einen Beobachtungspunkt  $P$  zu fokussieren. Die Lichtfront kommt hierbei aus dem unendlichen. Im zweiten Fall liegen Lichtquelle und Beobachtungspunkt  $P$  im endlichen und es gilt  $b \ll d : \varphi_1 \approx \varphi_2$ .<sup>2</sup>

<sup>1</sup> $b$  := Spaltbreite und  $\lambda$  := Wellenlänge der ebenen Wellen.

<sup>2</sup> $d$  := Abstand Spalt-Beobachtungspunkt.



**Abbildung 3:** Fresnel- (links) und Fraunhofer-Beugung (rechts) an einem Einzelspalt.

## 2.4 Amplituden-Funktion

Der Phasenunterschied  $\delta$  zweier paralleler Lichtstrahlen steht in geometrischer Beziehung zum Entstehungspunkt auf der Spaltebene. (s. Abb. 4) Die absolute Länge  $s$  der Phasendifferenz zu einem gleichzeitig entstehenden Lichtstrahl mit Abstand  $x$  ist mit einem Abstrahlwinkel  $\varphi$

$$s = x \sin \varphi . \quad (1)$$

Daraus folgt die Phasendifferenz

$$\delta = \frac{s}{\lambda} 2\pi . \quad (2)$$

Eine Ebene Welle besitzt die Amplituden-Funktion

$$A(z, t) = A_0 e^{i(\omega t - kz)} . \quad (3)$$

Eine zusätzliche Phasendifferenz drückt sich in einer Addition des Exponenten aus.

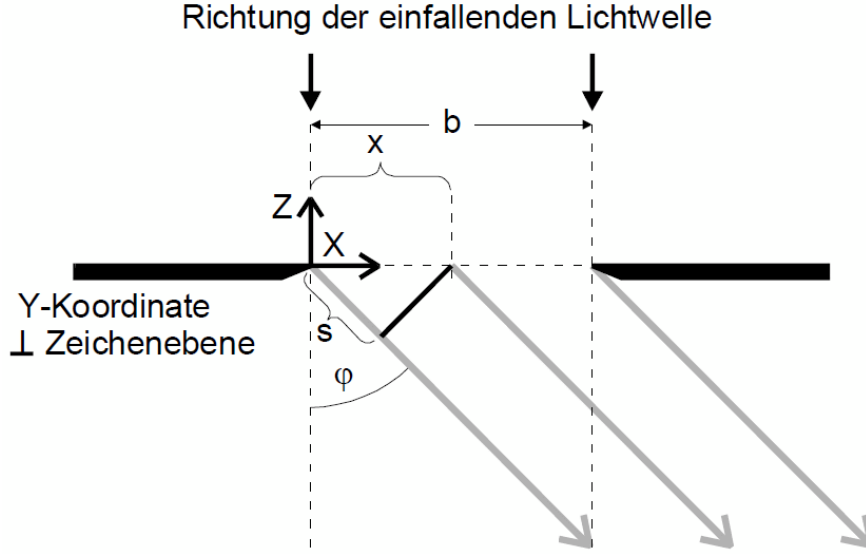
$$A(z, t) = A_0 e^{i(\omega t - kz + \delta)}$$

Um die überlagerte Amplitude unter Berücksichtigung der Phasendifferenz zu erhalten, wird über die gesamte Spaltbreite  $b$  integriert. Die Abhängigkeit des Phasenunterschiedes von  $\varphi$  liefert somit die Ortsangabe des Beobachtungspunktes. Es wird über infinitesimale Abstände  $dx$  der Lichtstrahlen integriert.

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \int_0^b e^{i(\omega t - kz + \delta(\varphi))} dx \quad (4)$$

Nach einsetzen von (1) in (2) und dem Ergebnis in (4) folgt

$$B(z, t, \varphi) = A_0 e^{i(\omega t - kz)} \int_0^b e^{\frac{i 2\pi x \sin \varphi}{\lambda}} dx .$$



**Abbildung 4:** Geometrische Betrachtung der Beugung am Spalt.

Lösen des Integrals führt zu

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \frac{\lambda}{i2\pi \sin \varphi} e^{i(\omega t - kz)} \left( e^{\frac{i2\pi b \sin \varphi}{\lambda}} - 1 \right). \quad (5)$$

Als Hilfestellung wird die eulersche Formel für den sinus verwendet.

$$\sin \varphi = \frac{1}{2i} (e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}) \quad (6)$$

Ausklammern in Gl. (5) ergibt

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \frac{\lambda}{\pi \sin \varphi} e^{i(\omega t - kz)} e^{\frac{i\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \frac{1}{2i} \left( e^{\frac{i\pi b \sin \varphi}{\lambda}} - e^{-\frac{i\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right). \quad (7)$$

Wird nun die eulersche Formel aus (6) in (7) angewendet, reduziert sich die Funktion zu

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \frac{\lambda}{\pi \sin \varphi} e^{i(\omega t - kz)} e^{\frac{i\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}. \quad (8)$$

Der Faktor  $e^{i(\omega t - kz)}$  ist der orts- und zeitabhängige Amplitudenkoeffizient und kann experimentell nicht berücksichtigt werden. Stattdessen wird mit  $A_0$  gemittelt und der Term reduziert. Der zweite Term  $e^{\frac{i\pi b \sin \varphi}{\lambda}}$  stellt einen Phasenfaktor dar und fällt wegen der Mittelung über alle Lichtquanten ebenfalls weg. Wird ein zusammenfassender Ausdruck  $\gamma := \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$  in (8) eingesetzt, vereinfacht sich die Amplituden-Funktion mit einer alleinigen Abhängigkeit von  $\varphi$

$$B(\varphi) = A_0 b \frac{\sin \gamma}{\gamma} \quad (9)$$

mit  $\gamma := \gamma(\varphi)$ .

## 2.5 Doppelspalt

Bei einem Doppelspalt kommt hinzu, dass sich die Beugungsmuster überlagern und multiplizieren. Die entscheidenden Faktoren sind die Gangbreite  $\Delta s$  und weiterhin der Abstrahlwinkel zur optischen Achse  $\varphi$ . Darüber hinaus sind die Spaltbreite  $b$  und der Abstand zum Messobjekt (Schirm oder Sensor)  $d$  relevant.

## 2.6 Umrechnung von Abstandsmessung zum Abstrahlwinkel

Gemessen wird die absolute Position  $x$  des Sensors mit unbekanntem Winkel  $\varphi$  zur optischen Achse. Der Winkel wird indirekt über den Abstand des Photoelementes zum Intensitätsmaximum  $x_0$  bestimmt. Das Maximum wird hierbei aus den Messdaten ermittelt.

$$\sin \varphi = \frac{x'}{d'} = \frac{x'}{\sqrt{d^2 + x'^2}} \quad (10)$$

$$x' = |x - x_0| \quad (11)$$

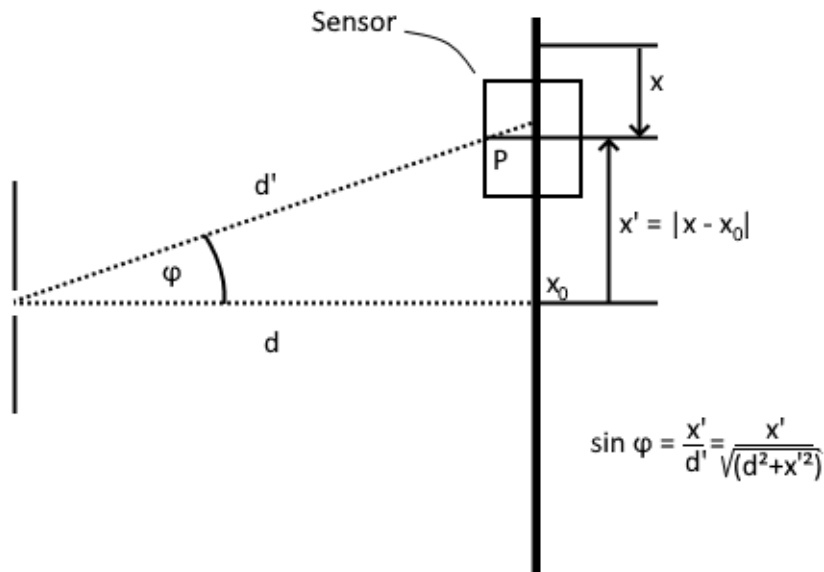


Abbildung 5: Relation zwischen Winkel  $\varphi$  und Messgröße  $x$ .

### 3 Durchführung

Für den Versuchsaufbau wird eine 100 cm lange Führungsschiene verwendet, auf der alle Mess- und Versuchsinstrumente befestigt werden. Dabei wird versucht, den Abstand zwischen Spalt und Lichtstärkesensor so groß wie möglich zu halten. Ein He-Ne-Laser mit einer Wellenlänge von  $\lambda = 633 \text{ nm}$  wird als kohärente Lichtquelle verwendet.

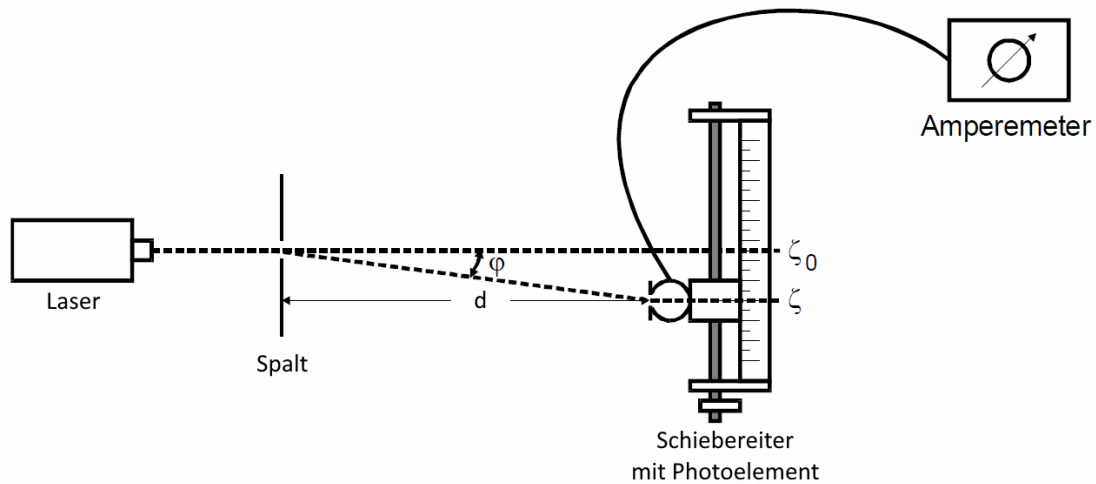


Abbildung 6: Schematischer Versuchsaufbau.<sup>3</sup>

Die Instrumente müssen kalibriert und der Laser vorgeheizt werden. Zur Kalibrierung richtet man Laser und Spaltblende derart aus, dass der Lichtstrahl mittig auf den zu messenden Einzel- beziehungsweise Doppelspalt trifft. Für die Messungen des Beugungsmusters wird ein Photosensor verwendet, welcher einen schmalen Spalt als Öffnung besitzt, der in Richtung des Lasers ausgerichtet wird. Der Photosensor wird mit einem Ampèremeter ausgelesen und misst die Lichtintensität. Für eine genaue Auswertung der Daten muss der Dunkelstrom  $I_d$  bestimmt werden.  $I_d$  ist die Stromstärke, die der Photosensor im Leerlauf misst; also bei fertigem Aufbau, aber ausgeschaltetem Laser. Das Beugungsbild muss bei eingeschaltetem Laser vertikal mittig auf das Photoelement treffen. Die Kalibrierung ist abgeschlossen, wenn sichergestellt ist, dass sich Laser und Spalthalterung nicht mehr bewegen können und das Photoelement auf dem Schieberegler hinreichend nach links und rechts verstellt werden kann.

Es werden je nach Verfügbarkeit der Blenden ein Einzel- und ein Doppelspalt gemessen. Für die einzelnen Messungen wird der Sensor auf dem Schieberegler in äquidistanten Schritten von links nach rechts bewegt und die absoluten Abstände aufgeschrieben. Jede Messreihe besteht aus mindestens 50 Messwerten.



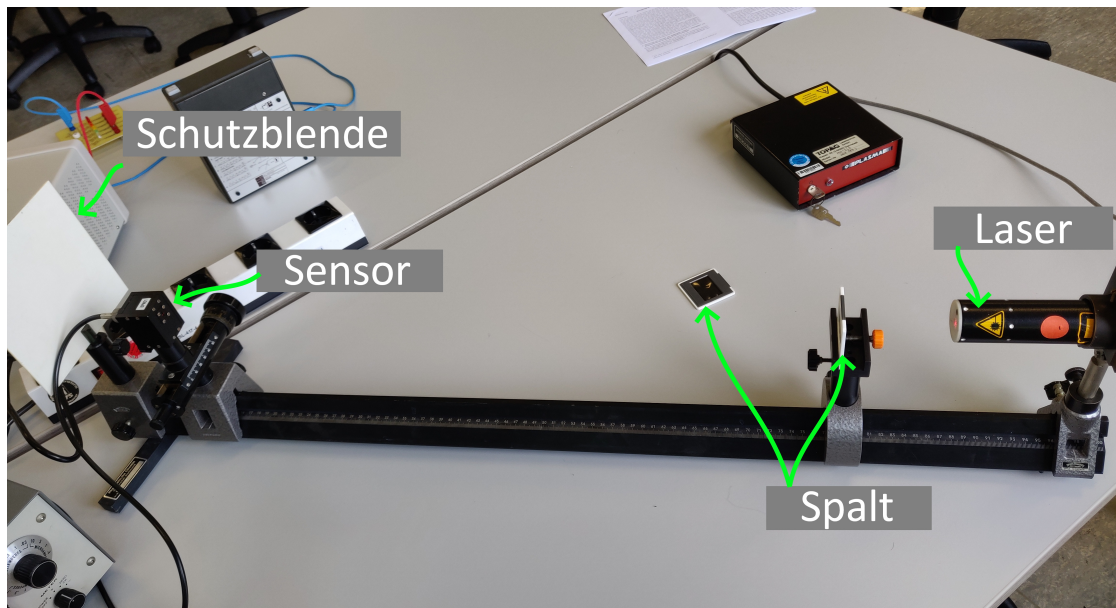


Abbildung 7: Tatsächlicher Versuchsaufbau.

#### 4 Auswertung

#### 5 Diskussion

## **Anhang: Messdaten**

### **Literatur**

- [1] TU Dortmund. *Versuch V406: Beugung am Spalt*. 2020.