

Versuch 204

## Wärmeleitung von Metallen

Antonia Joëlle Bock  
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner  
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.11.2019

Abgabe: 26.11.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Vorbereitungsaufgaben</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	5
3.2	Durchführung . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Messdaten</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
	<b>Literatur</b>	<b>10</b>

# 1 Theorie<sup>1</sup>

Insgesamt sind drei verschiedene Arten des Wärmetransports zu nennen: Konvektion, Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Konvektion ist stets mit dem Transport von Materie verbunden, die die entsprechende thermische Energie mitführt. Dementsprechend findet Konvektion hauptsächlich in Flüssigkeiten und Gasen statt. Bei Wärmestrahlung hingegen ist der Träger der Energie nicht die Materie, sondern elektromagnetische Strahlung. Auf diese Weise kann Wärme auch im Vakuum übertragen werden.

Fokus dieses Experiments ist die Wärmeleitung, die materiegebunden ist. Durch Schwingungen benachbarter Moleküle und Atome – gemeinhin unter sogenannten Phononen, also Gitterschwingungen, bekannt – wird die thermische Energie durch mikroskopische Bewegungen umverteilt. Besonders im Vorteil sind hierbei elektrisch leitfähige Stoffe, folglich vor allem Metalle: Die frei beweglichen Elektronen können viel besser die thermische Energie in Form von kinetischer Energie durch Stöße untereinander weitergeben als die, von infinitesimalen Schwingungen abgesehen, ortsfesten Atome und Moleküle. Diese Korrelation bestätigt sich in der Tatsache, dass Metalle im Allgemeinen die besseren Wärmeleiter sind. Die im Vergleich dazu wenig Ausschlag gebenden Gitterschwingungen sind dort deshalb vernachlässigbar.

Unter Berücksichtigung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik wird die Richtung des Wärmefluss in Richtung des kälteren Wärmereservoirs definiert. Dies spiegelt sich in der Vorzeichenregelung der Formel

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

wider, die das Maß der Wärmemenge  $dQ$  angibt, die durch einen Metallstab der Querschnittsfläche  $A$  in der Zeit  $dt$  fließt.  $\kappa$  bezeichnet hierbei die materialabhängige, konstante Wärmeleitfähigkeit.  $\frac{\partial T}{\partial x}$  indiziert das für die Wärmeleitung obligate, angelegte Temperaturgefälle. Aufgrund der Stabgeometrie werden hier ausschließlich die eindimensionalen Gleichungen betrachtet. Durch eine entsprechende Definition der Wärmestromdichte  $j_w$

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

lässt sich durch Verwendung der Kontinuitätsgleichung der Thermodynamik eine Beziehung zwischen örtlicher und zeitlicher Temperaturverteilung herstellen. Sie findet Ausdruck in der sogenannten Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (3)$$

die den linearen Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen darstellt.  $\frac{\kappa}{\rho c}$  mit der Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$ , der Dichte  $\rho$  und der spezifischen Wärmekapazität  $c$  des verwendeten Metalls wird hierbei oft zu der invariablen Temperaturleitfähigkeit  $\sigma_T$  zusammengesetzt.

---

<sup>1</sup>Unter Verwendung der Quellen [1], [3], [5].

Eine Temperaturwelle kann konstruiert werden, indem ein Ende eines Metallstabs periodisch erwärmt und gekühlt wird. Die Temperatur einer solchen Welle am Ort  $x$  zur Zeit  $t$  wird durch

$$T(x, t) = T_{max} e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}} x} \cos(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}} x) \quad (4)$$

angegeben, unter Verwendung der Wellenzahl  $k = \sqrt{\frac{\omega}{2\sigma_T}}$ . Die Phasengeschwindigkeit ergibt sich entsprechend aus

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}}. \quad (5)$$

Um aus solch einer Temperaturwelle die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  zu ermitteln, bestimmt man die Amplitude  $A_{nah}$  und  $A_{fern}$  an zwei verschiedenen Orten  $x_{nah}$  und  $x_{fern}$ , die sich im Abstand  $\Delta x$  voneinander befinden. Zusätzlich bezeichne  $\Delta t$  die Zeitdifferenz, die sich aus der Phasendifferenz an den beiden Messpunkten ergibt. Werden nun die Werte in die Formel

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln(A_{nah}/A_{fern})} \quad (6)$$

eingesetzt, erhält man die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  des verwendeten Metalls.

## 2 Vorbereitungsaufgaben

Im Vorfeld sollten die Dichte  $\rho$ , die spezifische Wärme  $c$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  von Aluminium, Messing und Edelstahl recherchiert werden.

**Tabelle 1:** Literaturwerte (Umgebungstemperatur 20 °C)

Stoff	$\rho[\text{g cm}^{-3}]$	$c[\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$	$\kappa[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
Aluminium [4]	2,70	0,920	221
Messing [2]	8,6	0,375	112
Edelstahl [4]	7,84	0,460	46
Wasser [4]	0,998	4,19	0.600

## 3 Durchführung

Ziel des Experiments ist es, die Wärmeleitung exemplarisch an Aluminium, Messing und Edelstahl zu untersuchen.

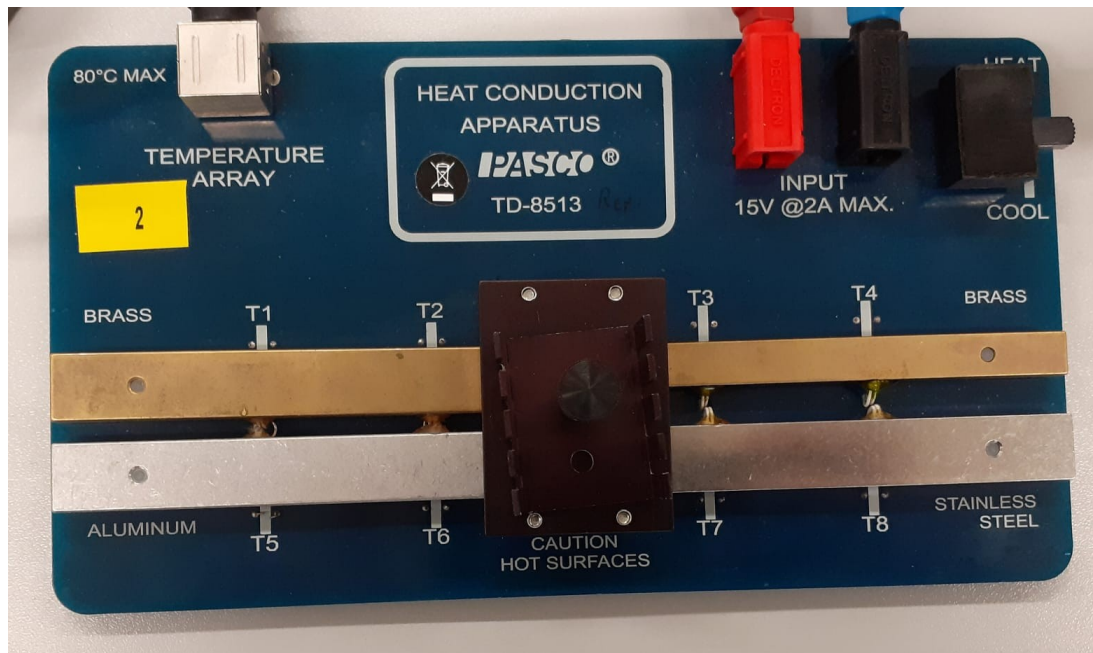


Abbildung 1: Die zu verwendene Platine.

### 3.1 Versuchsaufbau

Auf einer Messplatine sind die verschiedenen Metallstäbe befestigt: Jeweils ein Aluminium- und ein Edelstahlstab und zwei Messingstäbe, die sich allein durch ihre Querschnittsfläche unterscheiden. Es gibt acht Temperaturmessstellen, je zwei pro Stab, die sich in einem Abstand von  $\Delta x = 3 \text{ cm}$  voneinander befinden. Je ein Ende wird durch das mittig platzierte Peltier-Element erwärmt oder gekühlt. Die Platine wird über ein Temperatur-Array mit dem Xplorer GLX verbunden. Das Temperatur-Array ist dafür da, die jeweiligen Temperatursensoren zu identifizieren, sodass die gemessenen Werte den richtigen Sensoren zugeordnet werden. Die Messwerte werden über den Xplorer GLX, der mit dem Temperatur-Array verbunden ist, aufgenommen und gespeichert. Das Peltier-Element wird durch eine Spannungsquelle betrieben, bei der die Spannung reguliert werden kann. Eine Wärmeisolierung sorgt dafür, dass der Wärmeaustausch der Metalle mit der Umgebung möglichst gering bleibt. Bei jeder Messung soll sie also über die Metallstäbe gelegt werden, wohingegen sie zwischen den Messungen entfernt werden kann, um den Abkühlvorgang nicht unnötig zu verlängern.

### 3.2 Durchführung

Es werden insgesamt drei Messreihen aufgenommen: Die Erste mit der statischen, die beiden Folgenden mit der dynamischen Methode.

Beim ersten Durchgang soll die Temperatur an den Sensoren in einem Zeitintervall der Größenordnung von  $\Delta t_{GLX} = 5 \text{ s}$  gemessen werden. Dies wird an dem Xplorer unter

dem Menüpunkt **Sensoren** unter **Abtastrate/Intervall** entsprechend eingestellt. Vor der Messung empfiehlt es sich, alle auf dem Gerät eventuell gespeicherten Daten zu löschen. Die Option dazu lässt sich im Menü unter **Daten** finden und ausführen. Um sich die Temperaturen der Sensoren anzeigen zu lassen, muss man ins Unterverzeichnis **Digital** gehen. Nun wird die Spannung auf  $U_P = 5\text{ V}$  eingestellt und der Schalter rechts oben auf der Platine auf **HEAT** gestellt. Gleichzeitig wird der mittige Start-Knopf am Messgerät gedrückt, wodurch die Aufnahme der Messdaten in dem vorher eingestellten Intervall gestartet wird. Nun soll so lange gemessen werden, bis der Sensor T7 eine Temperatur von  $45^\circ\text{C}$  erreicht. Dann wird die Messung beendet, die Wärmeisolierung wird entfernt, der Schalter auf der Platine wird auf **COOL** umgelegt und der Xplorer wird durch erneutes Drücken der Starttaste in seiner Aufnahme der Messwerte gestoppt. Bevor die dynamische Methode gestartet wird, sollten die Stäbe eine Temperatur von  $30^\circ\text{C}$  unterschritten haben.

Der Xplorer wird nun auf eine Abtastrate von  $\Delta t_{GLX} = 2\text{ s}$  eingestellt. Die Periodendauer  $T$  der Heiz- beziehungsweise Kühlperioden soll  $80\text{ s}$  betragen. Demnach wechselt im Folgenden alle  $40\text{ s}$  das Peltierelement zwischen Heizen und Kühlen. Die Spannung soll auf  $U_P = 8\text{ V}$  eingestellt und mindestens 10 Perioden sind zu durchlaufen, bevor die Stäbe für die dritte Messung erneut gekühlt werden.

Dieselbe Methode wird nun für möglichst viele Perioden der Länge  $T = 200\text{ s}$  wiederholt, bis einer der Sensoren eine Temperatur von  $80^\circ\text{C}$  erreicht. Im Anschluss daran werden die Stäbe wieder auf eine hinreichend niedrige Temperatur abgekühlt und die Messungen sind beendet.

## 4 Messdaten

**Tabelle 2:** Messreihe 2 - Dynamische Methode

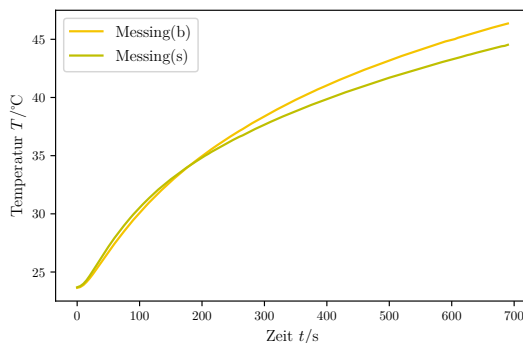
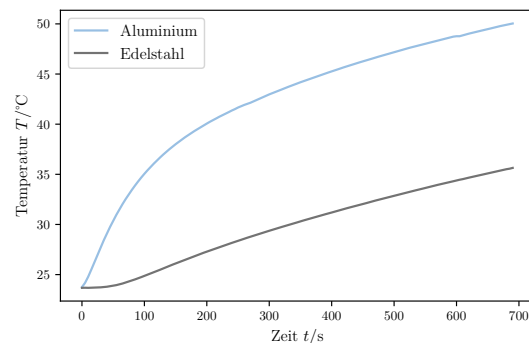
	Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl	
$t$	$T_{1,\text{fern}}$	$T_{2,\text{nah}}$	$T_{3,\text{nah}}$	$T_{4,\text{fern}}$	$T_{5,\text{fern}}$	$T_{6,\text{nah}}$	$T_{7,\text{nah}}$	$T_{8,\text{fern}}$
0,0	33,08	36,21	36,46	32,47	34,62	37,16	33,62	29,54
0,5	33,10	36,25	36,48	32,50	34,66	37,19	33,65	29,55
1,0	33,12	36,27	36,51	32,52	34,69	37,25	33,68	29,54
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
882,0	65,16	65,67	62,65	61,61	67,34	65,75	62,62	50,17

**Tabelle 3:** Messreihe 3 - Dynamische Methode - Angström

Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl		
$T_{1,fern}$	$T_{2,nah}$	$T_{3,nah}$	$T_{4,fern}$	$T_{5,fern}$	$T_{6,nah}$	$T_{7,nah}$	$T_{8,fern}$	$t$
29,48	28,85	28,20	28,60	28,13	26,75	28,24	27,16	0,0
29,43	28,54	27,85	28,55	27,93	26,51	28,16	27,16	2,0
29,37	28,51	27,85	28,49	27,76	27,05	28,06	27,15	4,0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
59,88	58,92	56,03	56,24	58,68	57,55	55,66	50,00	1400,0

## 5 Auswertung

Aufgrund der zahlreichen Messwerte kann man die zeitlichen Temperaturverläufe sehr genau darstellen. In den beiden folgenden Abbildungen sind die Temperaturunterschiede der äußeren Sensoren von Messing(breit)[T1], Messing(schmal)[T4] sowie Aluminium[T5] und Edelstahl[T8] gegenübergestellt.

**Abbildung 2:** T1, T4**Abbildung 3:** T5, T8**Abbildung 4:** Zeitliche Temperaturverläufe außen**Tabelle 4:** Temperatur außen nach 690 Sekunden in °C

$t$	Messing(b)	Messing(s)	Aluminium	Edelstahl
690,0	46,36	44,53	50,04	35,64

$$A_{\text{breit}} = 1,2 \text{ cm} \times 0,4 \text{ cm} = 0,48 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{schmal}} = 0,7 \text{ cm} \times 0,4 \text{ cm} = 0,28 \text{ cm}^2$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (7)$$

**Tabelle 5:** Temperatur 5 verschiedener Messzeiten in °C

$t[s]$	Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl	
	$T_{1,fern}$	$T_{2,nah}$	$T_{3,nah}$	$T_{4,fern}$	$T_{5,fern}$	$T_{6,nah}$	$T_{7,nah}$	$T_{8,fern}$
60	27,45	31,68	32,57	27,94	31,50	34,49	29,59	24,03
150	32,77	36,49	36,83	32,97	38,00	40,03	34,40	26,11
295	38,24	41,41	40,97	37,54	42,83	44,47	38,19	29,27
475	42,69	45,63	44,63	41,26	46,73	48,27	41,70	32,46
640	45,61	48,52	47,26	43,85	49,33	50,89	44,27	34,95

**Tabelle 6:** Temperaturunterschied nah zu fern in °C

$t[s]$	$\Delta T_{Messing(breit)}$	$\Delta T_{Messing(schmal)}$	$\Delta T_{Aluminium}$	$\Delta T_{Edelstahl}$
60	4,23	4,63	2,99	5,56
150	3,72	3,86	2,03	8,29
295	3,17	3,43	1,64	8,91
475	2,94	3,37	1,54	9,24
640	2,91	3,41	1,56	9,32

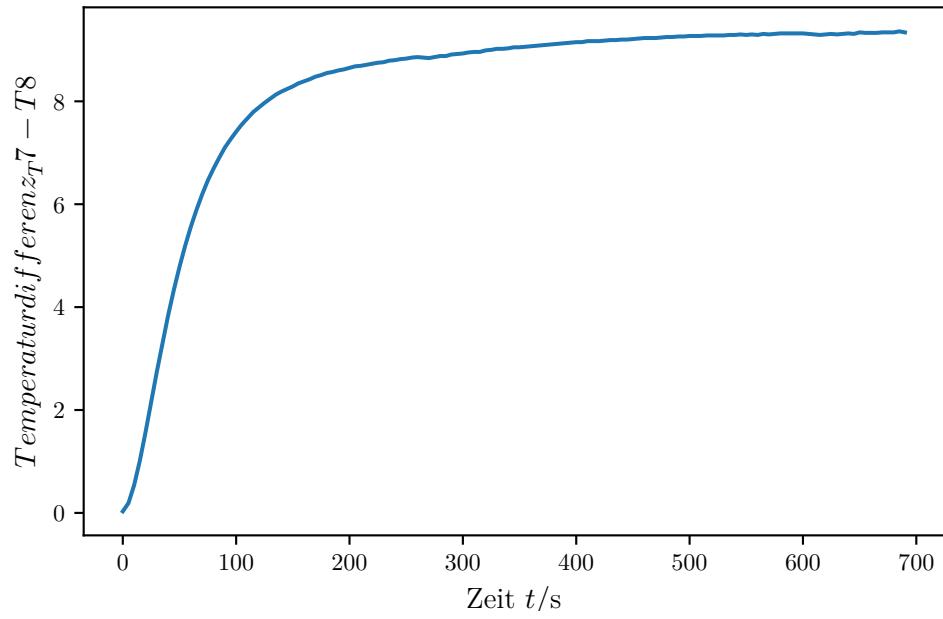
**Tabelle 7:** Wärmestromdichte

Stoff	60 s	150 s	295 s	475 s	640 s
Messing(breit)	0,6768	0,3750	112		
Messing(schmal)	0,4321	0,3750	112		
Aluminium	0,4784	0,9200	221		
Edelstahl	0,8896	0,4600	46		

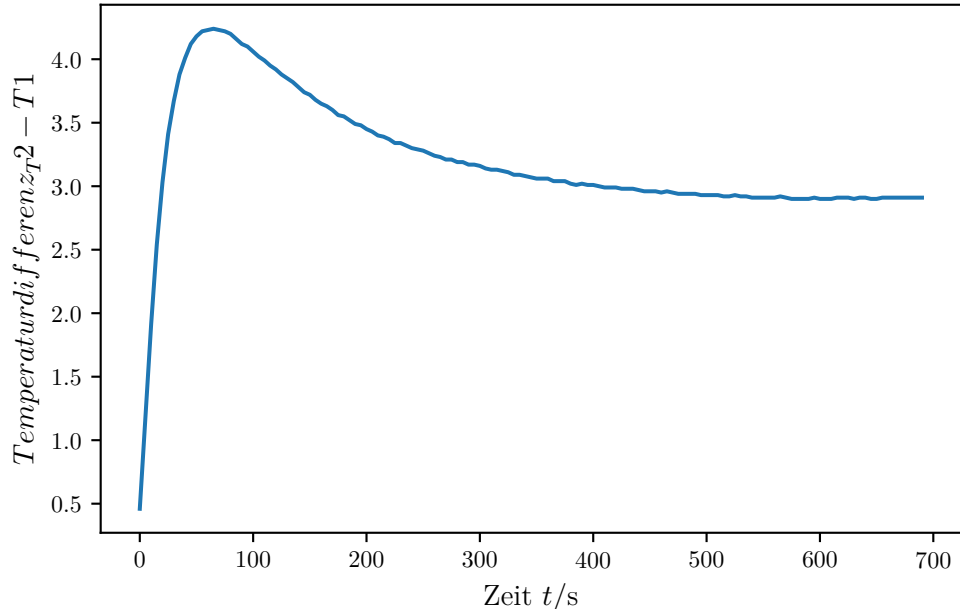
**Tabelle 8:** Messreihe 2 - Dynamische Methode

$t$	Messing(breit)		Messing(schmal)		Aluminium		Edelstahl	
	$T_{1,fern}$	$T_{2,nah}$	$T_{3,nah}$	$T_{4,fern}$	$T_{5,fern}$	$T_{6,nah}$	$T_{7,nah}$	$T_{8,fern}$
0,0	33,08	36,21	36,46	32,47	34,62	37,16	33,62	29,54
0,5	33,10	36,25	36,48	32,50	34,66	37,19	33,65	29,55
1,0	33,12	36,27	36,51	32,52	34,69	37,25	33,68	29,54
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
882,0	65,16	65,67	62,65	61,61	67,34	65,75	62,62	50,17





**Abbildung 5:** Erste Messung, statisch.



**Abbildung 6:** Erste Messung, statisch.

## 6 Diskussion

### Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme*. 4. Aufl. Springer, 2006.
- [2] Hans-Jerg Dorn und Tilo Fischer. *Formeln und Daten zur Physik*. 1. Aufl. Klett, 2009.
- [3] TU Dortmund. *V204: Wärmeleitung von Metallen*.
- [4] Ekbert Hering, Rolf Martin und Martin Stohrer. *Taschenbuch der Mathematik und Physik*. 6. Aufl. Springer Vieweg, 2017.
- [5] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. 23. Aufl. Springer, 2006.