

**VERSUCH 302**

# **BRÜCKENSCHALTUNGEN**

Antonia Joëlle Bock  
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner  
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.12.2019

Abgabe: 17.12.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

## Inhaltsverzeichnis

# 1 Einleitung

Ziel dieses Experiments ist die Messung von Impedanzen mithilfe sogenannter Brückenschaltungen. Sie sind dafür besonders geeignet, da sie eine hohe Genauigkeit bei der Berechnung gewährleisten, sodass der Einfluss von Messfehlern möglichst gering gehalten werden kann. Je nach Form der Impedanz gibt es Variationen der Brückenschaltungen, die in ?? vorgestellt werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Komplexe Widerstände

Bevor die Brückenschaltungen im Einzelnen betrachtet werden, muss zwischen verschiedenen Formen von elektrischen Widerständen – auch *Impedanzen* – unterschieden werden. Neben den ohmschen Widerständen  $R$  sorgen auch Spulen mit der Induktivität  $L$  und Kondensatoren mit der Kapazität  $C$ , die sich mit im Stromkreis befinden, für eine Veränderung des Strom- und Spannungsverhaltens. Der ohmsche Widerstand sorgt für einen Spannungsabfall von

$$U = RI. \quad (1)$$

Kondensatoren und Spulen hingegen bewirken zusätzlich eine Phasenverschiebung des Wechselstroms und der Wechselspannung, die den Stromkreis betreiben. In der reellen Schreibweise mit trigonometrischen Funktionen recht kompliziert, vereinfacht sich die Darstellung dessen mit komplexen Zahlen: Ohmsche sowie induktive und kapazitive Widerstände werden zu einer komplexwertigen Impedanz zusammengefasst. Dabei stellen letztere beiden den Imaginäranteil dar, wodurch die Phasenverschiebung algebraisch umgesetzt wird. Da sie in dem Sinne keinen effektiven Spannungsabfall bewirken, sind sie auch unter dem Namen *Scheinwiderstand* geläufig. Somit hat die Impedanz  $Z$  von den drei in Reihe geschalteten Widerständen die Form

$$Z = R + i\omega L - i\frac{1}{\omega C}, \quad (2)$$

wobei  $\omega$  die Kreisfrequenz der angelegten Wechselspannung  $\tilde{U} = \hat{U}e^{i\omega t}$  ist. Mit der komplexen Impedanz kann wie mit dem ohmschen Widerstand in (1) die Spannung und der Strom berechnet werden.

### 2.2 Die Kirchhoff'schen Gesetze

Das erste Gesetz, ebenfalls unter der Knotenregel bekannt, leitet sich aus der Ladungserhaltung ab. An einem Knoten in einem Stromkreis muss die Summe der zufließenden Ströme gleich der der abfließenden sein. Definiert man eine entsprechende Vorzeichenregelung (z.B. alle abfließenden Ströme sind positiv, alle zufließenden negativ) erhält man den Ausdruck:

$$\sum_k I_k = 0. \quad (3)$$

Das zweite Gesetz beruht auf der Energieerhaltung und der Existenz eines eindeutigen elektrischen Potentials. Als Folgerung daraus ergibt sich die sogenannte Maschenregel, die

$$\sum_k U_k = 0 \quad (4)$$

innerhalb eines geschlossenen Leiters – also einer Masche – postuliert. Dabei sind die Spannungsquellen und -abfälle  $U_k$  jeweils mit einem entsprechenden Vorzeichen versehen, je nachdem, ob sie in gleicher oder verschiedener Richtung gepolt sind.

## 2.3 Brückenschaltungen

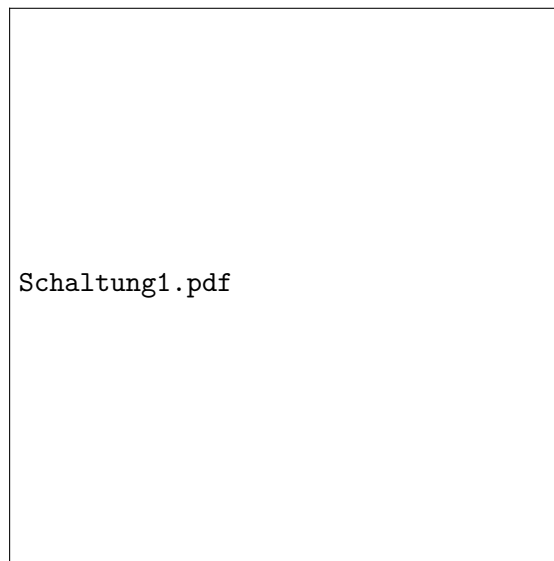


Abbildung 1: Eine allgemeine Brückenschaltung.

### 2.3.1 Wheatstone'sche Brückenschaltung

## 3 Durchführung

## 4 Auswertung

Gemäß [Versuchsanleitung] wird für die Referenzbauteile ein Fehler von  $\pm 0.2\%$  angenommen. Das verwendete Potentiometer hat eine Toleranz von  $\pm 0.5\%$ . Die Fehlerrechnungen sind jeweils mit iPython 7.8.0 mit dem Paket *uncertainties* durchgeführt worden.

**Tabelle 1:** Messdaten für die Wheatstone'sche Brückenschaltung.

$R_x$	$R_2 / \Omega$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$
Wert 12	$332,0 \pm 0,7$	$542 \pm 3$	$458 \pm 2$
	$500,0 \pm 1,0$	$440 \pm 2$	$560 \pm 3$
	$1000 \pm 2$	$282 \pm 1$	$718 \pm 4$
Wert 11	$332,0 \pm 0,7$	$598 \pm 3$	$402 \pm 2$
	$500,0 \pm 1,0$	$497 \pm 2$	$503 \pm 3$
	$1000 \pm 2$	$330 \pm 2$	$670 \pm 3$

#### 4.1 Messung mit der Wheatstone'schen Brücke

Laut der Abgleichbedingung

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (5)$$

ergeben sich für die Werte 12 und 11 folgende Ergebnisse:

**Tabelle 2:** Messergebnisse der Wheatstone-Brücke.

Widerstand	Messung Nr.	$R_x / \Omega$
Wert 12	1	$393 \pm 3$
	2	$393 \pm 3$
	3	$393 \pm 3$
Wert 11	1	$494 \pm 4$
	2	$494 \pm 4$
	3	$493 \pm 4$

#### 4.2 Messung mit der Kapazitätsmessbrücke

Die erste Kapazität (Wert 1) wurde mit einer Frequenz von  $f = 40 \text{ kHz}$ , die zweite (Wert 3) mit  $f = 36 \text{ kHz}$  gemessen. Aus der Abgleichbedingung

**Tabelle 3:** Messdaten für die Kapazitätsmessbrückenschaltung.

$C_x$	$C_2 / \text{nF}$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$
Wert 1	$450 \pm 1$	$408 \pm 1$	$592 \pm 1$
	$597 \pm 1$	$487 \pm 1$	$513 \pm 1$
	$992 \pm 2$	$611 \pm 1$	$389 \pm 1$
Wert 3	$597 \pm 1$	$595 \pm 1$	$405 \pm 1$
	$992 \pm 2$	$711 \pm 1$	$289 \pm 1$
	$750 \pm 2$	$643 \pm 1$	$377 \pm 1$

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \quad (6)$$

resultierende die in ?? dargestellten Werte. Da sich bei der Durchführung dieser Mes-

**Tabelle 4:** Messergebnisse der Kapazitätsmessbrücke.

Kapazität	Messung Nr.	$C_x$ / nF
Wert 1	1	$653 \pm 2$
	2	$629 \pm 2$
	3	$632 \pm 2$
Wert 3	1	$406 \pm 1$
	2	$403 \pm 2$
	3	$440 \pm 2$

sung mit einer RC-Kombination Schwierigkeiten auftraten, muss an dieser Stelle auf eine Auswertung diesbezüglich verzichtet werden. Die Praktikumsaufsicht war damit einverstanden.

### 4.3 Messung mit der Induktivitätsmess- und der Maxwell-Brücke

Bei Messung der verlustbehafteten Induktivität (Wert 19) mit der Induktivitätsmessbrücke wurde eine Frequenz von  $f = 100 \text{ Hz}$  benutzt, bei der mit der Maxwell-Brücke  $f = 40,2 \text{ kHz}$ . Für die Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  wird bei der Maxwell-Brücke eine Toleranz von  $\pm 3\%$  angenommen. Mithilfe der Abgleichbedingungen für die Induktivitätsmessbrücke

**Tabelle 5:** Messdaten zur Ermittlung der Induktivität mit Wert 19.

Messmethode	$L_2$ / mH	$C_4$ / nF	$R_2$ / $\Omega$	$R_3$ / $\Omega$	$R_4$ / $\Omega$
Ind.-Br.	$14,6 \pm 0,03$	$\pm$	$332,0 \pm 0,7$	$255 \pm 1$	$745 \pm 4$
	$14,6 \pm 0,03$	$\pm$	$500,0 \pm 1,0$	$185 \pm 1$	$815 \pm 4$
	$14,6 \pm 0,03$	$\pm$	$664 \pm 1$	$145 \pm 1$	$855 \pm 4$
Maxwell	$\pm$	$750 \pm 2$	$664 \pm 1$	$57 \pm 2$	$270 \pm 8$

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (7)$$

und denen für die Maxwell-Brücke

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} L_x = C_4 R_2 R_3 \quad (8)$$

ergibt sich für die verlustbehaftete Spule:

**Tabelle 6:** Innenwiderstand und Induktivität der verwendeten Spule.

Messung Nr.	$R_x / \Omega$	$L_x / \text{mH}$
1	$114 \pm 1$	$5,00 \pm 0,04$
2	$113 \pm 1$	$3,31 \pm 0,03$
3	$113 \pm 1$	$2,48 \pm 0,02$
4 (Maxwell)	$140 \pm 6$	$28,4 \pm 1,0$

#### 4.4 Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke

Bei dieser Messung wurden ein Kondensator mit einer Kapazität von  $C = 660 \text{ nF}$  und zwei ohmschen Widerstände  $R = 400 \Omega$  und  $R' = 500,0 \Omega$  verwendet und eine praktisch frequenzunabhängige Speisespannung von  $U_{\text{Sp}} = 4,0 \text{ V}$  gemessen. Für das Minimum der zu messenden Brückenspannung ergab sich eine Frequenz von  $f_0 = 613,0 \text{ Hz}$ . Berechnet man diese mit den gegebenen Referenzwerten der Bauteile, erhält man einen Wert von

$$f_{0,\text{rechn}} = \frac{1}{2\pi RC} = 603 \text{ Hz} \quad (9)$$

Die Messwerte sowie die erwartete Kurve sind, wie in der Versuchsanleitung beschrieben, in ?? aufgetragen.

#### 4.5 Klirrfaktor-Messung

Zur Berechnung des Klirrfaktors  $k$  des Generators wird vereinfachend angenommen, dass ausschließlich Oberwellen der zweiten Oberwelle ausschlaggebend sind. So vereinfacht sich die Berechnung von  $n$  Oberwellen zu

$$k = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_n^2}}{U} = \frac{U_2}{U}. \quad (10)$$

Für die Spannung  $U$  gilt  $U = U_{\text{Sp}} = 4,0 \text{ V} = \text{const.}$  Die Amplitude der zweiten Oberwelle ( $\Omega = f_2/f_1 = 2$ ) berechnet sich über

$$U_2 = 3U_{\text{Br}} \cdot \frac{\sqrt{(\Omega^2 - 1)^2 + 9\Omega^2}}{|\Omega^2 - 1|} = 3 \cdot 6 \text{ mV} \cdot \frac{\sqrt{9 + 36}}{3} = 3\sqrt{5} \cdot 6 \text{ mV} \approx 40 \text{ mV}. \quad (11)$$

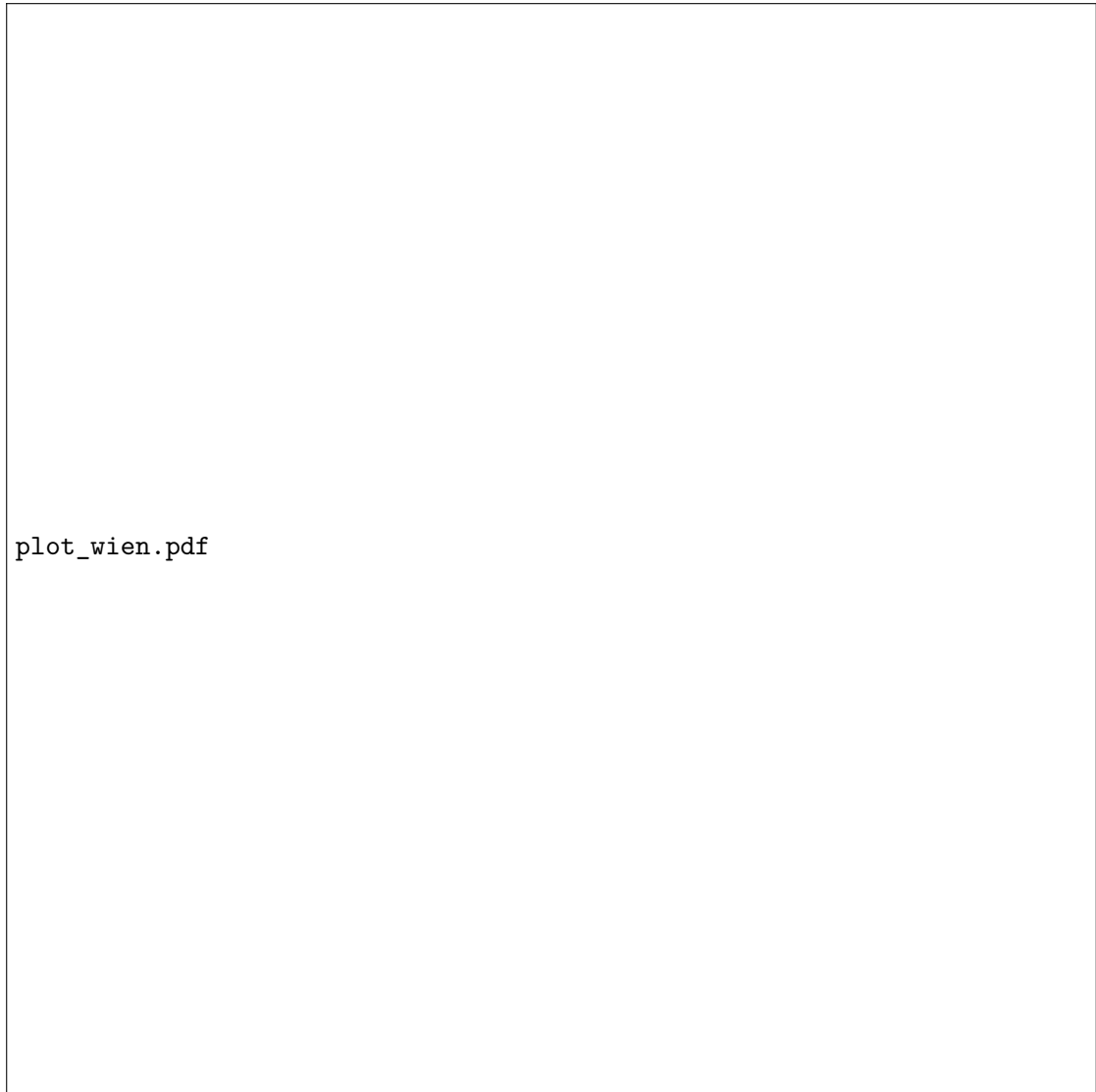
Hierbei wird der minimale Wert für die Brückenspannung verwendet, da bei dieser ausschließlich Oberwellen für eine Spannung sorgen. mit  $U = U_{\text{Sp}} = 4,0 \text{ V}$  ergibt sich der Klirrfaktor:

$$k = \frac{U_2}{U_{\text{Sp}}} = 0.010 \quad (12)$$

**Tabelle 7:** Messwerte der Wien-Robinson-Brücke.

$f / \text{Hz}$	$\Omega = f/f_0$	$U_{\text{Br}} / \text{mV}$	$U_{\text{Br}}/U_{\text{Sp}}$
213,0	0,3475	460	0,12
263,0	0,4290	360	0,09
313,0	0,5106	290	0,073
363,0	0,5922	230	0,058
413,0	0,6737	175	0,044
463,0	0,7553	122	0,031
513,0	0,8369	80	0,020
563,0	0,9184	38	0,0095
573,0	0,9347	32	0,0080
583,0	0,9511	24	0,0060
593,0	0,9674	16	0,0040
603,0	0,9837	10	0,0025
613,0	1,000	6	0,0015
623,0	1,016	10	0,0025
633,0	1,033	20	0,0050
643,0	1,049	30	0,0075
653,0	1,065	36	0,0090
663,0	1,082	40	0,010
713,0	1,163	67	0,017
763,0	1,245	95	0,024
813,0	1,326	125	0,031
863,0	1,408	148	0,037
913,0	1,489	170	0,043
963,0	1,571	190	0,048
1013,0	1,653	215	0,054





**Abbildung 2:** Messkurve der Wien-Robinson-Brücke.

## **5 Diskussion**

## **6 Anhang: originale Messdaten**