

V308

# Magnetfelder und Spulen

Antonia Joëlle Bock  
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner  
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 3.12.2019

Abgabe: 10.12.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	Helmholtzspule . . . . .	5
4.2	Hysteresekurve . . . . .	9
4.3	Spulen . . . . .	11
4.3.1	Kurze Spule . . . . .	11
4.3.2	Lange Spule . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Anhang: originale Messdaten</b>	<b>14</b>

# 1 Einleitung

Ziel des Versuchs ist es, die Magnetfelder von verschiedenen Spulen in unterschiedlichen Anordnungen zu messen. Dabei werden nicht nur die homogenen Bereiche, sondern auch Randeffekte untersucht. Außerdem wird die Hysteresekurve von Eisen mithilfe einer Toroidspule mit Eisenkern gemessen. Letztlich werden die Erwartungswerte aus der Theorie mit den tatsächlichen Messwerten abgeglichen.

# 2 Theorie

Theoretische Grundlagen für dieses Experiment sind das Biot-Savartsche Gesetz, der Hall-Effekt, elektromagnetische Induktion und Ferromagnetismus.

Magnetfelder bilden sich durch bewegte Ladungen, wie beispielsweise durch elektrischen Strom. Eine Quantifizierung der Feldstärke  $\mathbf{H}$  wird durch das Biot-Savart-Gesetz

$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (1)$$

gegeben, bei dem über den Leiter  $\Gamma$  integriert wird. Für das Vakuum und Materialien, deren magnetische Momente aufgrund der Wärmebewegung statistisch verteilt sind, gilt der Zusammenhang

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (2)$$

für die magnetische Flussdichte  $\mathbf{B}$ . Dabei sind  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{(-7)} \text{ Vs A}^{-1} \text{ m}^{-1}$  die Permeabilitätskonstante und  $\mu_r$  die materialabhängige, relative Permeabilität.

Die Untersuchung des Stoffmagnetismus, wie sie in diesem Versuch unter anderem vorgenommen wird, erfordert die Unterteilung in Para-, Dia- und Ferromagneten. Die relative Permeabilität  $\mu_r$  von sowohl Para-, als auch Diamagneten ist eine konstante Zahl. Das bedeutet, dass sich das im Material durch die Stoffeigenschaften zusätzlich ausbildende Magnetfeld, die sogenannte Magnetisierung

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_{\text{Materie}} - \mathbf{H}_{\text{Vakuum}} = \mathbf{H}_{\text{Vakuum}} (\mu_0 - 1), \quad (3)$$

parallel zum äußeren Feld  $\mathbf{H}$  ist. Beim Diamagneten ist die Parallelität vielmehr eine Antiparallelität; das heißt,  $\mathbf{M}$  hat eine das Feld abschwächende Wirkung und der Magnet wird aus Bereichen hoher Feldstärke herausgestoßen. Daraus ergibt sich, dass  $\mu_0 - 1 < 0$ , also  $\mu_0 < 1$  gelten muss.

Genau entgegengesetzt ist es beim Paramagneten: Hier gilt echte Parallelität, also  $\mu_0 - 1 > 0$  beziehungsweise  $\mu_0 > 1$ , der Magnet hat eine das Feld verstärkende Wirkung und wird in Gebiete hoher Feldstärke hineingezogen.

Ferromagneten hingegen verhalten sich deutlich anders: Die relative Permeabilität ist keine Konstante, sondern vielmehr eine komplizierte Funktion des angelegten Feldes  $\mathbf{H}_{\text{Vakuum}}$ , die davon abhängt, in welchen Zuständen das Material welcher Magnetfeldstärke ausgesetzt war, und ist damit *zustandsabhängig*. Anhand einer Hysteresekurve, bei der die Magnetisierung  $\mathbf{M}$  auf das äußere Magnetfeld  $\mathbf{H}_{\text{Vakuum}}$  aufgetragen wird, wird das Verhalten solcher Magneten im Folgenden erklärt.

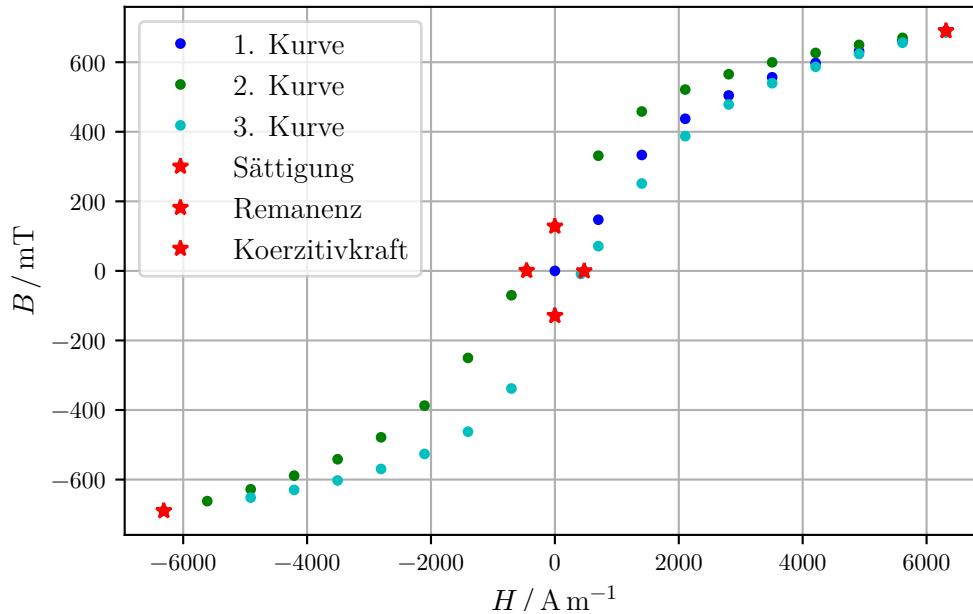


Abbildung 1: Hysteresekurve eines Ferromagneten.

Ferromagneten besitzen sogenannte *Weiß'sche Bezirke*, in denen die Teilchen das gleiche magnetische Dipolmoment besitzen. Ist der Magnet unmagnetisiert, ist deren Ausrichtung statistisch verteilt und sie kompensieren sich, sodass  $\mathbf{M} = 0$  gilt. Wird nun ein äußeres Magnetfeld  $\mathbf{H}_{\text{Vakuum}}$  angelegt, richten sich bei steigender Magnetfeldstärke immer mehr Weiß'sche Bezirke entlang des Feldes aus, wodurch sich diese vergrößern. Dies geschieht bis zu einer Obergrenze; die *Sättigung* des Materials wird erreicht. Wird nun das äußere Magnetfeld wieder entfernt, bleibt eine Restmagnetisierung übrig, die sogenannte *Remanenz*. Erst bei Anlegen eines entgegengesetzten Magnetfeldes verschwindet die Magnetisierung. Die dafür notwendige Feldstärke ist die *Koerzitivfeldstärke*. Dasselbe kann nun in die andere Richtung durchlaufen werden:  $\mathbf{H}_{\text{Vakuum}}$  wird im Negativen maximiert, bis der Ferromagnet in entgegengesetzter Richtung seine magnetische Sättigung erreicht, danach wieder bis ins Positive gesteigert, sodass der Magnet die Punkte der Remanenz und Koerzitivfeldstärke mit anderem Vorzeichen durchläuft.

Die Magnetfelder werden mit einer Hall-Sonde gemessen, die auf folgender Funktionsweise beruht: Die stromdurchflossene Messspitze wird in das entsprechende Magnetfeld gehalten. Da Magnetfelder auf bewegte Ladungen die Lorentzkraft  $F_L$  ausüben, werden alle Ladungsträger in die gleiche Richtung abgelenkt. Dies passiert solange, bis sich die Lorentzkraft mit der Coulombkraft für gleiche Ladungen kompensiert. Es hat sich eine stabile Ladungskonfiguration ausgebildet, zwischen der sich die *Hall-Spannung* messen lässt. Daraus lässt sich dann das zu messende Magnetfeld berechnen. Die Hall-Sonde zeigt den Wert als die magnetische Flussdichte  $\mathbf{B}$  an. Es gibt verschiedene Modelle von Sonden;

transversale und longitudinale. Diese unterscheiden sich alleinig durch die Orientierung der Messspitze. Die Wahl des Modells hängt also nur von der Geometrie der Messung ab.

Ergänzend zu dem Biot-Savart'schen Gesetz seien hier noch einige Magnetfeldinstallationen vorgestellt, die für das Experiment von Bedeutung sind.

Mithilfe (1) ergibt sich für einen stromdurchflossenen Draht ring mit Radius  $R$  auf seiner durch den Kreismittelpunkt gehenden Symmetrieachse (der Parameter  $x$  sei im Kreismittelpunkt Null)

$$|\mathbf{B}_{\text{Ring}}(x)| = B_{\text{Ring}}(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (4)$$

Werden zwei Draht ringe bei  $x = d/2$  und  $x = -d/2$  positioniert und in gleicher Richtung mit Strom durchflossen, gilt gemäß des Superpositionsprinzips:

$$B_d(x) = B_{\text{Ring}}(x - \frac{d}{2}) + B_{\text{Ring}}(x + \frac{d}{2}) \quad (5)$$

Das B-Feld innerhalb einer langen Spule ist nahezu homogen, sofern die Länge  $l$  sehr viel größer als der Radius  $R$  ist. Die Magnetfeldlinien innerhalb verlaufen parallel zur Symmetrieachse und bilden außerhalb einen großen Bogen vom Ende zum Anfang der Spule, sodass geschlossene Feldlinien durch die Spule laufen. Innerhalb der Spule gilt abgesehen von Randeffekten

$$B_{\text{Sp}} = \mu_r \mu_0 \frac{n}{l} I \quad (6)$$

für die Flussdichte mit der Windungszahl  $n$  und dem Strom  $I$ . Wird die lange Spule zu einem Kreis gebogen, entsteht eine Toroidspule, außerhalb der das Magnetfeld Null ist und bei der die Randeffekte verschwinden. Für die Flussdichte gilt mit (6) und durch Ersetzung der Länge  $l$  durch den Umfang des Toroiden des Radius  $r_T$ :

$$B_T = \mu_r \mu_0 \frac{n}{2\pi r_T} I \quad (7)$$

## 3 Durchführung

## 4 Auswertung

### 4.1 Helmholtzspule

Die  $x$ -Skala entspricht der an der Apparatur angebrachten Skala bei der Experimentdurchführung. Hierbei war durch  $x = 0$  die innenliegende Spulenkante der linken Spule gegeben. Zur Vereinfachung der Auswertung wurde folgende Verschiebung der Achse vorgenommen, sodass sich idealerweise die Mitte der beiden Spulen bei  $y = 0$  befindet:

$$y = x + \frac{b}{2} - \frac{d}{2}$$

Dabei entsprechen  $b$  der Spulenbreite und  $d$  dem jeweiligen Abstand der Messreihe. Mithilfe von Ausdruck (5) können die Daten in 2, 3 und 4 mit dem zu erwartenden Verlauf der Flussdichte verglichen werden.

**Tabelle 1:** Daten der verwendeten Doppelspule und Grundeinstellungen.

Windungszahl je Spule $n$	Spulendurchmesser $2R$	Spulenbreite $b$	Strom $I$
100	125 mm	33 mm	3,03 A

**Tabelle 2:** tab:1. Messreihe mit einem Abstand von  $d = R = 62,5$  mm.

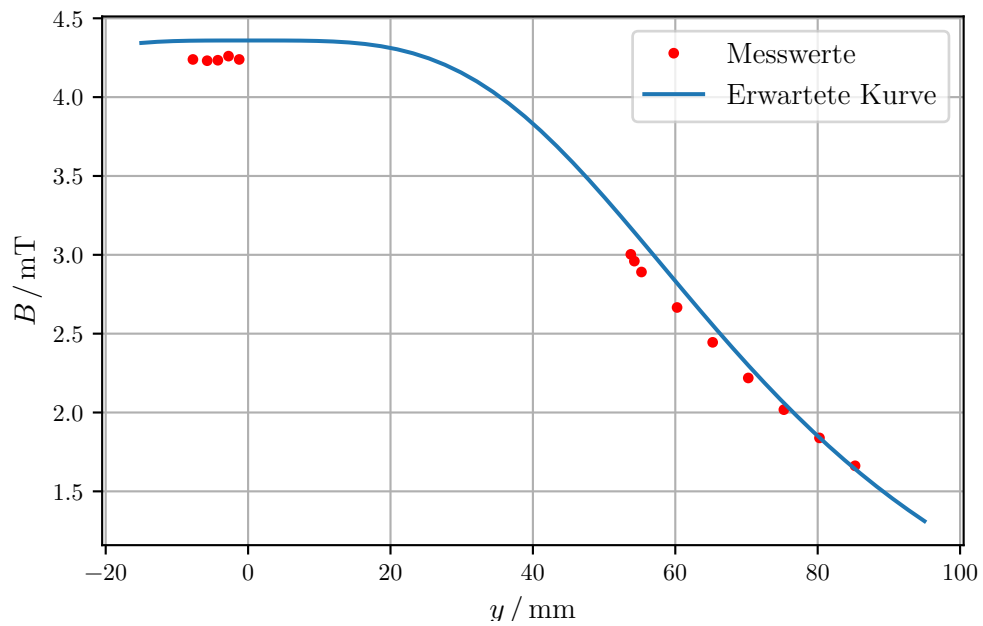
$x / \text{mm}$	$y / \text{mm}$	$B / \text{mT}$
7	-7,75	4,239
9	-5,75	4,231
10,5	-4,25	4,234
12	-2,75	4,260
13,5	-1,25	4,239
68,5	53,75	3,003
69	54,25	2,960
70	55,25	2,891
75	60,25	2,666
80	65,25	2,445
85	70,25	2,219
90	75,25	2,018
95	80,25	1,839
100	85,25	1,662

**Tabelle 3:** tab:2. Messreihe mit einem Abstand von  $d = 104$  mm.

$x / \text{mm}$	$y / \text{mm}$	$B / \text{mT}$
7	-28,5	3,091
16	-19,5	2,976
27	-8,5	2,887
33,5	-2	2,882
44	8,5	2,945
54,5	19	3,081
108,5	73	2,639
115	79,5	2,410
120	84,5	2,194
125	89,5	2,031
130	94,5	1,849
160	124,5	1,036
190	154,5	0,615
230	194,5	0,366

**Tabelle 4:** tab:3. Messreihe mit einem Abstand von  $d = 130$  mm.

$x / \text{mm}$	$y / \text{mm}$	$B / \text{mT}$
7	−41,5	2,754
22	−26,5	2,420
30	−18,5	2,288
45	−3,5	2,199
51	2,5	2,211
63	14,5	2,354
79	30,5	2,688
134	85,5	2,529
149	100,5	2,007
155	106,5	1,789
163	114,5	1,540
171	122,5	1,315
179	130,5	1,128
190	141,5	0,909
208	159,5	0,663



**Abbildung 2:** 1. Messung.

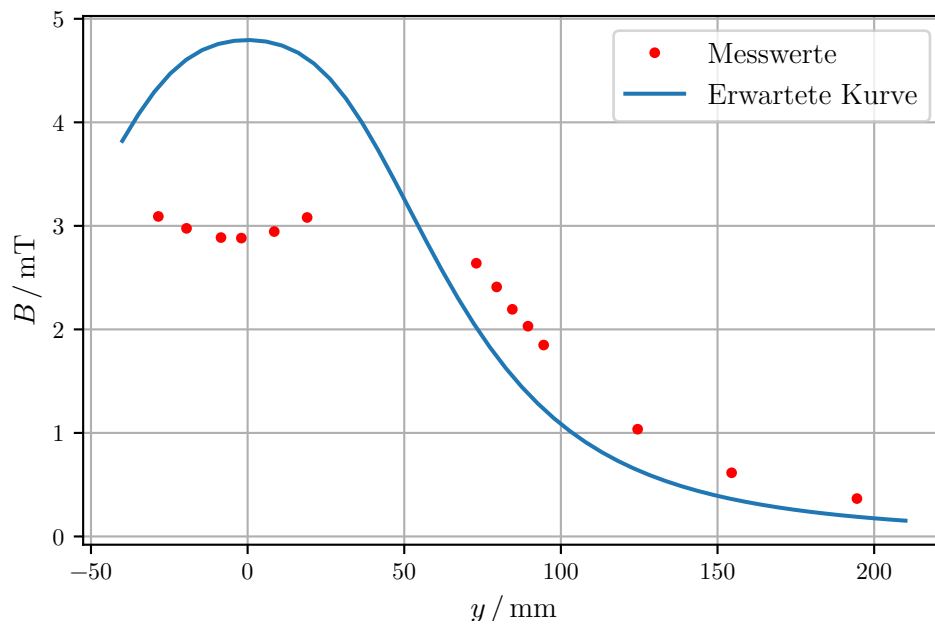


Abbildung 3: 2. Messung.

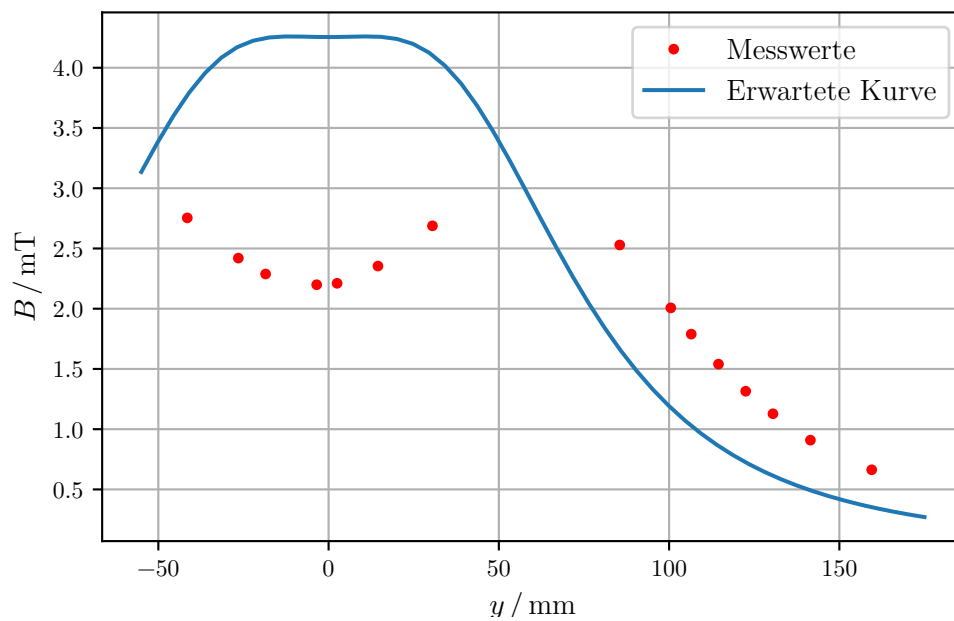


Abbildung 4: 3. Messung.



## 4.2 Hysteresekurve

Gemessen wurden wie erläutert der Strom  $I$  durch die Spule und das Magnetfeld im Luftspalt der Spule. Um die Hysteresekurve zu zeichnen, muss die Magnetisierung  $M_{\text{Fe}}$  vom Eisenkern auf das durch die Spule verursachte Magnetfeld  $H$  aufgetragen werden. Dafür gelten die Zusammenhänge (3) und (7):

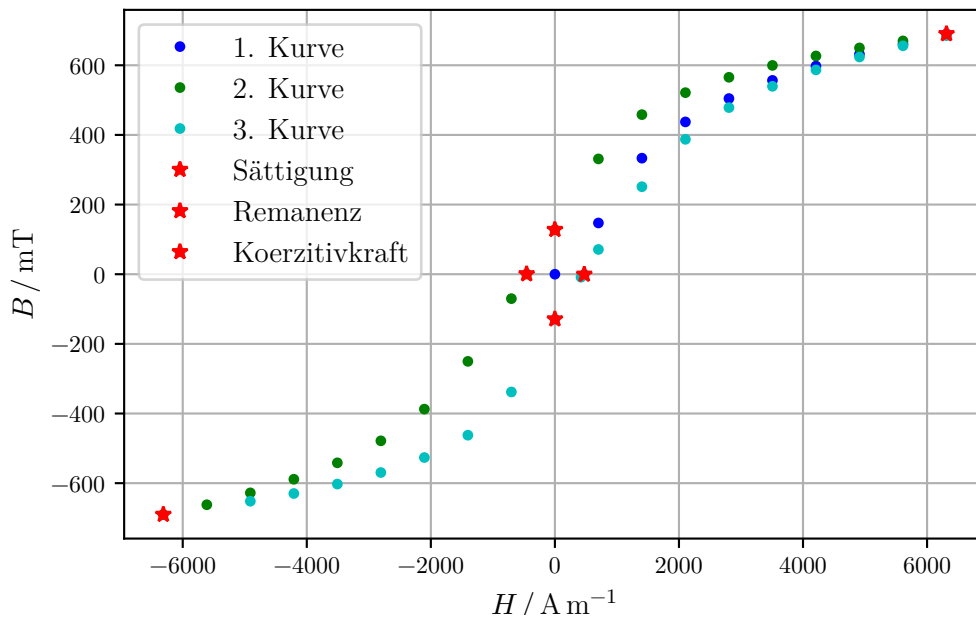
$$H = \frac{n}{2\pi r_T} I \quad (8)$$

$$\frac{B_{\text{gemessen}}}{\mu_0} = H + M_{\text{Fe}} \quad (9)$$

Die Daten der verwendeten Toroidspule sind:

$$n = 595$$

$$r = 13,5 \text{ cm}$$



**Abbildung 5:** Messwerte der Hysteresekurve.

**Tabelle 5:** tab:Messwerte der Hysteresekurve.

$I / \text{A}$	$H / 10^3 \text{ A/m}$	$B_{\text{mess}} / \text{mT}$	$M_{\text{Fe}} / 10^3 \text{ A/m}$	$B_{\text{Fe}} / \text{mT}$
0,0	0	0	0,0	0,0
1,0	0,701	148	117,0	147,1
2,0	1,402	335	265,1	333,2
3,0	2,104	440	348,0	437,3
4,0	2,805	508	401,4	504,4
5,0	3,507	561	442,9	556,5
6,0	4,208	603	475,6	597,7
7,0	4,910	638	502,7	631,8
8,0	5,611	668	525,9	660,9
9,0	6,313	698	549,1	690,0
8,0	5,611	677	533,1	669,9
7,0	4,910	656	517,1	649,8
6,0	4,208	632	498,7	626,7
5,0	3,507	604	477,1	599,5
4,0	2,805	569	449,9	565,4
3,0	2,104	524	414,8	521,3
2,0	1,402	460	364,6	458,2
1,0	0,701	332	263,4	331,1
0,0	0	128	101,8	128,0
-0,65	-0,456	0	0,5	0,6
-1,0	-0,701	-71	-55,8	-70,1
-2,0	-1,402	-252	-199,1	-250,2
-3,0	-2,104	-390	-308,2	-387,3
-4,0	-2,805	-482	-380,7	-478,4
-5,0	-3,507	-546	-430,9	-541,5
-6,0	-4,208	-594	-468,4	-588,7
-7,0	-4,910	-634	-499,6	-627,8
-8,0	-5,611	-669	-526,7	-661,9
-9,0	-6,313	-698	-549,1	-690,0
-8,0	-5,611	-679	-534,7	-671,9
-7,0	-4,910	-658	-518,7	-651,8
-6,0	-4,208	-635	-501,1	-629,7
-5,0	-3,507	-607	-479,5	-602,5
-4,0	-2,805	-573	-453,1	-569,4
-3,0	-2,104	-529	-418,8	-526,3
-2,0	-1,402	-464	-367,8	-462,2
-1,0	-0,701	-339	-269,0	-338,1
0,0	0	-129	-102,6	-129,0
0,6	0,421	-8	-6,8	-8,5
0,67	0,473	0	-0,5	-0,6
1,0	0,701	72	56,6	71,1
2,0	1,402	253	199,9	251,2
3,0	2,104	390	308,2	387,3
4,0	2,805	482	380,7	478,4
5,0	3,507	544	429,3	539,5
6,0	4,208	592	466,8	586,7
7,0	4,910	630	496,4	623,8
8,0	5,611	663	521,9	655,9
9,0	6,313	693	545,1	685,0

## 4.3 Spulen

### 4.3.1 Kurze Spule

**Tabelle 6:** tab:Messwerte der kurzen Spule.

$x / \text{mm}$	$y / \text{mm}$	$B / \text{mT}$
0	−96	13,71
15	−81	16,68
30	−66	18,48
40	−56	18,81
50	−46	18,44
60	−36	17,40
73	−23	15,02
87	−9	11,82
100	4	8,82
110	14	6,90
121	25	5,23
135	39	3,68
151	55	2,52

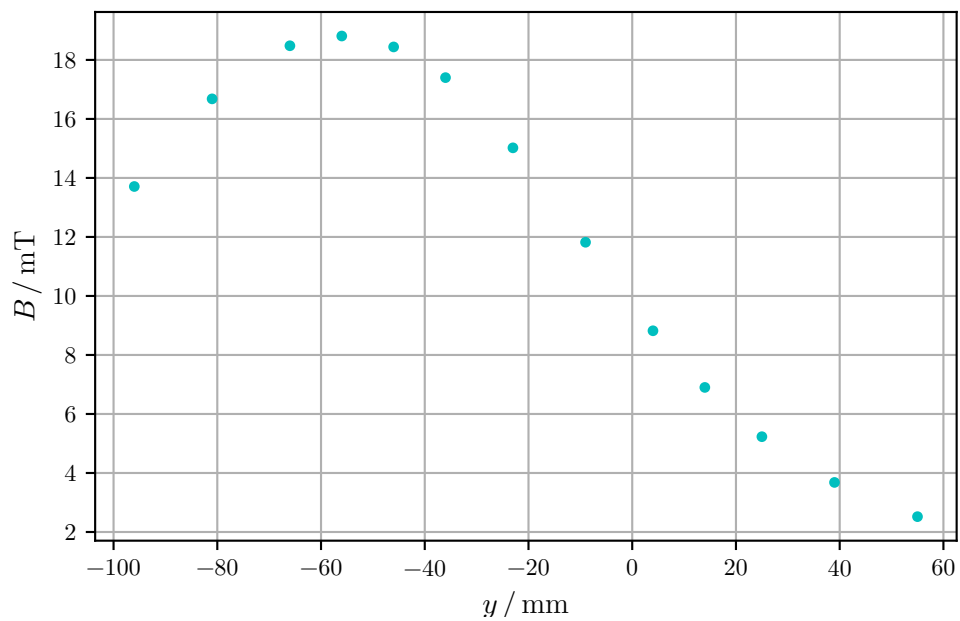


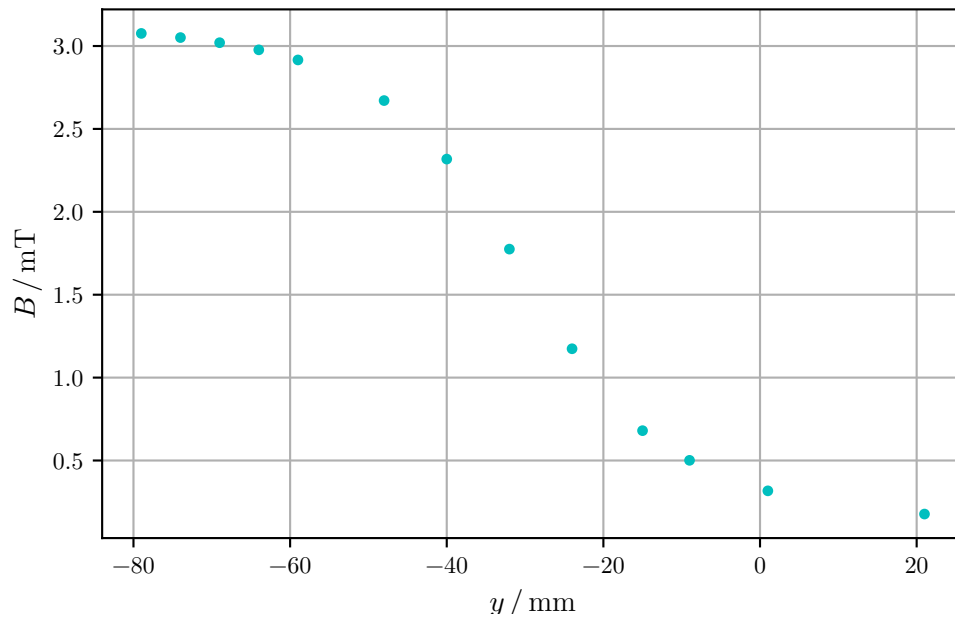
Abbildung 6: Kurze Spule.

#### 4.3.2 Lange Spule

Der innerhalb der langen Spule zu erwartende Wert liegt bei  $B = ..$  toll, wir haben vergessen, die Länge der Spule zu messen. Sie sollte ca. bei 15cm liegen...

**Tabelle 7:** tab:Messwerte der langen Spule.

$x / \text{mm}$	$y / \text{mm}$	$B / \text{mT}$
0	−79	3,076
5	−74	3,051
10	−69	3,020
15	−64	2,977
20	−59	2,916
31	−48	2,671
39	−40	2,318
47	−32	1,775
55	−24	1,174
64	−15	0,680
70	−9	0,501
80	1	0,317
100	21	0,177



**Abbildung 7:** Lange Spule.

## **5 Diskussion**

## **6 Anhang: originale Messdaten**