

Versuch Nr. 406

Beugung am Spalt

Antonia Joëlle Bock
antoniajoelle.bock@tu-dortmund.de

Rene-Marcel Lehner
rene.lehner@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.06.2020

Abgabe: 09.06.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Klassische Physik vs. Quantenmechanik	3
2.2 Beugung am Spalt	3
2.3 Einzelspalt	3
2.3.1 Einschub: Nahfeld und Fernfeld	4
2.4 Amplituden-Funktion	5
2.5 Doppelspalt	7
2.6 Fouriertransformation	7
2.7 Umrechnung der Abstandsmessung zum Abstrahlwinkel	7
3 Durchführung	7
4 Auswertung	9
5 Diskussion	11
Anhang: Messdaten	12
Literatur	12

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist es, die Beugung am Einzel- sowie Doppelspalt nachzuweisen. Dabei sollen die aus der Theorie hervorgesagten Zusammenhänge zwischen Abstrahlwinkel und Beugungserscheinung bestätigt werden. Als Schlüsselexperiment der Physik demonstriert dieser Versuch den *Wellen-Teilchen-Dualismus*.

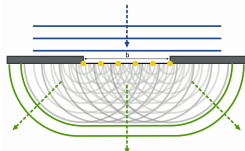
2 Theorie

2.1 Klassische Physik vs. Quantenmechanik

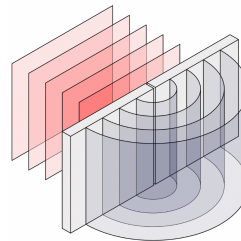
Die Ausbreitung des Lichts unterliegt den Gesetzen der geometrischen Optik und kann sehr genau vorhergesagt werden. Es gibt jedoch Bedingungen, bei denen diese Modelle nicht mehr angewendet werden können. Diese Abweichungen treten unter anderem dann auf, wenn Licht auf Hindernisse trifft und der Strahldurchmesser größer als das Hindernis selbst ist. Sie treten auch dann auf, wenn das Licht auf Spalte in Schirmen trifft. Es kann jedoch über eine große Anzahl von Lichtquanten gemittelt und die Phänomene über das klassische Wellenmodell erklärt werden. Dieser Ansatz wird hier genutzt.

2.2 Beugung am Spalt

Grundlage für die Beugung des Lichts ist das *Huygens-Prinzip*. Nach diesem Prinzip ist jeder Punkt einer Wellenfront stets Erzeugungspunkt neuer Kugelwellen, den sogenannten *Elementarwellen*. Bei einem langen, schmalen Spalt entstehen durch diese Eigenschaft Zylinderwellen entlang der Spaltebene.



(a) Überlagerung von Kugelwellen an einem Einzelspalt.



(b) Zylinderwellen am Einzelspalt.

2.3 Einzelspalt

Die am Spalt entstehenden Zylinderwellen überlagern sich und interferieren miteinander. Das daraus entstehende Abbild, die *Beugungsfigur*, ist eine Amplituden-Funktion $B(\varphi, \lambda, b, d)$ des Abstrahlwinkels φ , der Wellenlänge λ , der Spaltbreite b und des Abstandes d zum Beobachtungspunkt. In diesem Versuch wird die Funktion in Abhängigkeit des Abstrahlwinkels untersucht, sodass die anderen Parameter konstant bleiben. Gesucht ist also die Funktion $B(\varphi)$.

2.3.1 Einschub: Nahfeld und Fernfeld

Geometrisch bedingt weist eine Beugungsfigur in einem Nahfeld nur wenig Interferenz auf und ist für diesen Versuch nicht von Interesse. Damit zwei Wellen interferieren, muss die Richtung des Wellenvektors \vec{k} parallel, oder in etwa gleich sein. Im Falle der Zylinderwellen reduziert sich die Bedingung an die Raumrichtung auf nur eine Dimension, und damit auf den Abstrahlwinkel φ . Da die Winkelunterschiede in einem Nahfeld zu groß werden, entsteht keine oder nur wenig Interferenz.

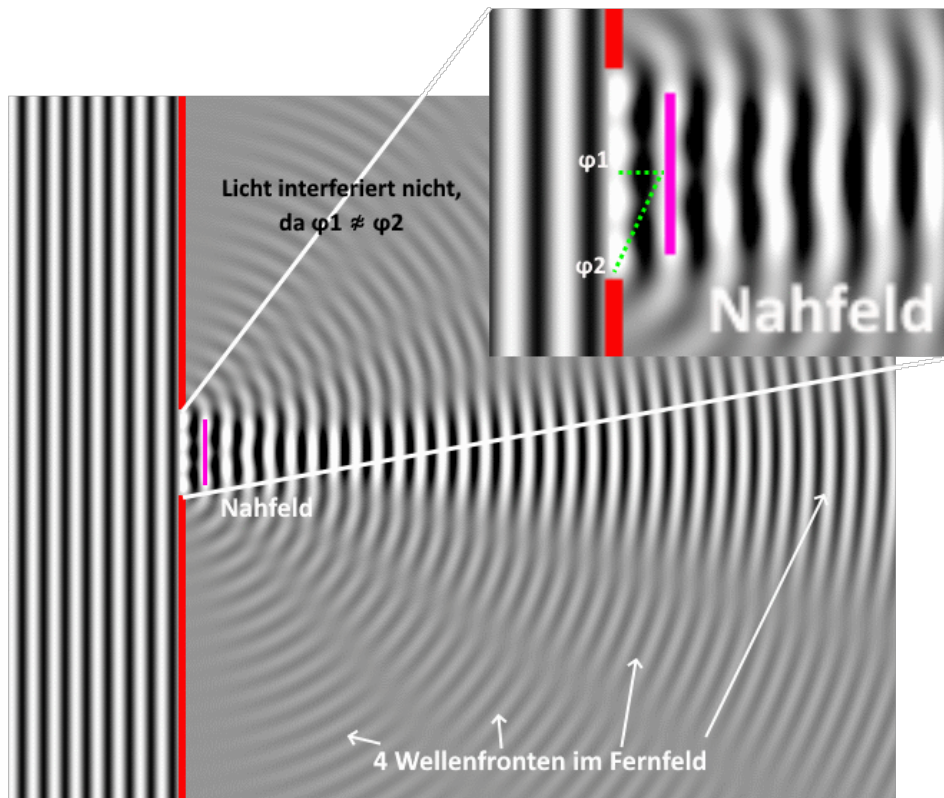


Abbildung 2: Beugung ebener Welle am Einzelspalt mit $b = 4\lambda$.¹

Dieser Grenzfall kann ausgeschlossen werden, indem entweder eine Lichtquelle aus dem unendlichen verwendet wird, oder der Abstand zwischen Spalt und Schirm hinreichend groß gewählt wird. (s. Abb. 3) Im ersten Fall wird eine Linse verwendet, um die von der Spaltöffnung ausgehenden, parallelen Lichtstrahlen mit gleichem Abstrahlwinkel auf einen Beobachtungspunkt P zu fokussieren. Die Lichtfront kommt hierbei aus dem unendlichen. Im zweiten Fall liegen Lichtquelle und Beobachtungspunkt P im endlichen und es gilt $b \ll d : \varphi_1 \approx \varphi_2$.²

¹ b := Spaltbreite und λ := Wellenlänge der ebenen Wellen.

² d := Abstand Spalt-Beobachtungspunkt.

³Abbildung angelehnt an Versuchsanleitung.[1]

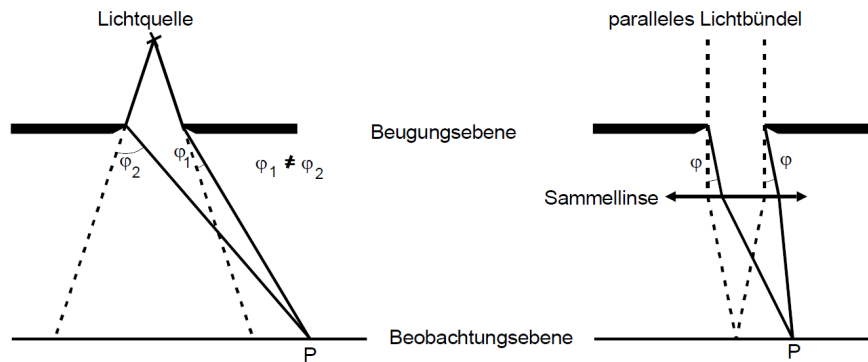


Abbildung 3: Fresnel- (links) und Fraunhofer-Beugung (rechts) an einem Einzelspalt.³

2.4 Amplituden-Funktion

Der Phasenunterschied δ zweier paralleler Lichtstrahlen steht in geometrischer Beziehung zum Entstehungspunkt auf der Spaltebene. (s. Abb. 4) Die absolute Länge s der Phasendifferenz zu einem gleichzeitig entstehenden Lichtstrahl mit Abstand x ist mit einem Abstrahlwinkel von φ

$$s = x \sin \varphi . \quad (1)$$

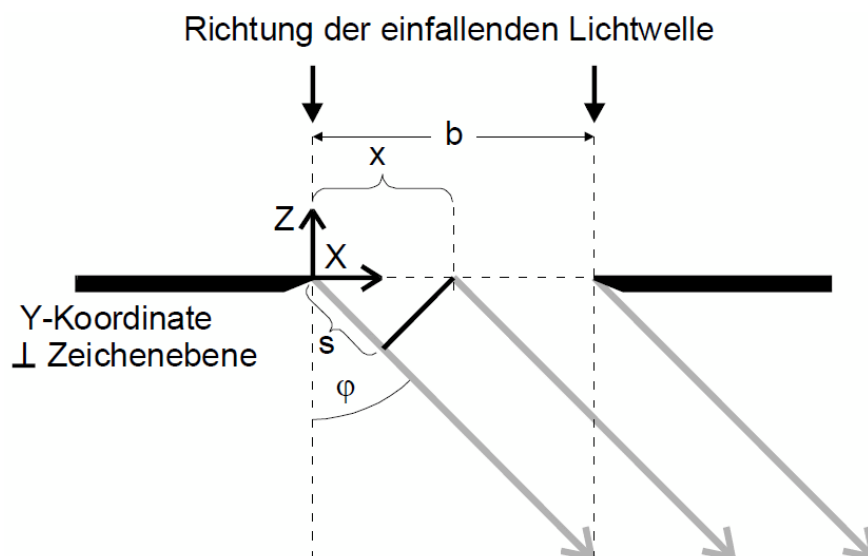


Abbildung 4: Geometrische Betrachtung der Beugung am Spalt.

Daraus folgt die Phasendifferenz

$$\delta = \frac{s}{\lambda} 2\pi . \quad (2)$$

Eine Ebene Welle besitzt die Amplituden-Funktion

$$A(z, t) = A_0 e^{i(\omega t - kz)} . \quad (3)$$

Eine zusätzliche Phasendifferenz drückt sich in einer Addition des Exponenten aus.

$$A(z, t) = A_0 e^{i(\omega t - kz + \delta)}$$

Um die überlagerte Amplitude unter Berücksichtigung der Phasendifferenz zu erhalten, wird über die gesamte Spaltbreite b integriert. Die Abhängigkeit des Phasenunterschiedes von φ liefert somit eine indirekte Ortsangabe des Beobachtungspunktes. Es wird über infinitesimale Abstände dx der Lichtstrahlen integriert.

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \int_0^b e^{i(\omega t - kz + \delta(\varphi))} dx \quad (4)$$

Nach einsetzen von (1) in (2) und (2)* in (4) folgt

$$B(z, t, \varphi) = A_0 e^{i(\omega t - kz)} \int_0^b e^{\frac{i 2\pi x \sin \varphi}{\lambda}} dx .$$

Lösen des Integrals führt zu

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \frac{\lambda}{i 2\pi \sin \varphi} e^{i(\omega t - kz)} \left(e^{\frac{i 2\pi b \sin \varphi}{\lambda}} - 1 \right) . \quad (5)$$

Als Hilfestellung wird die eulersche Formel für den Sinus verwendet.

$$\sin \varphi = \frac{1}{2i} (e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}) \quad (6)$$

Ausklammern in Gl. (5) ergibt

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \frac{\lambda}{\pi \sin \varphi} e^{i(\omega t - kz)} e^{\frac{i \pi b \sin \varphi}{\lambda}} \frac{1}{2i} \left(e^{\frac{i \pi b \sin \varphi}{\lambda}} - e^{-\frac{i \pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right) . \quad (7)$$

Wird nun die eulersche Formel aus (6) in (7) angewendet, reduziert sich die Funktion zu

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \frac{\lambda}{\pi \sin \varphi} e^{i(\omega t - kz)} e^{\frac{i \pi b \sin \varphi}{\lambda}} \sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} . \quad (8)$$

Der Faktor $e^{i(\omega t - kz)}$ ist der orts- und zeitabhängige Amplitudenkoeffizient und kann experimentell nicht berücksichtigt werden. Stattdessen wird mit A_0 gemittelt und der Term reduziert. Der zweite Term $e^{\frac{i \pi b \sin \varphi}{\lambda}}$ stellt einen Phasenfaktor dar und fällt wegen der Mittelung über alle Lichtquanten ebenfalls weg. Wird ein zusammenfassender Ausdruck $\gamma := \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$ in (8) eingesetzt, vereinfacht sich die Amplituden-Funktion mit einer alleinigen Abhängigkeit von φ zu

$$B(\varphi) = A_0 b \frac{\sin \gamma}{\gamma} \quad (9)$$

mit $\gamma := \gamma(\varphi)$.



2.5 Doppelspalt

2.6 Fouriertransformation

2.7 Umrechnung der Abstandsmessung zum Abstrahlwinkel

Gemessen wird die absolute Position x des Sensors mit unbekanntem Winkel φ zur optischen Achse. Der Winkel wird indirekt über den Abstand des Photoelementes zum Intensitätsmaximum x_0 bestimmt. Das Maximum wird hierbei aus den Messdaten ermittelt.

$$\sin \varphi = \frac{x'}{d'} = \frac{x'}{\sqrt{d^2 + x'^2}} \quad (10)$$

$$x' = |x - x_0| \quad (11)$$

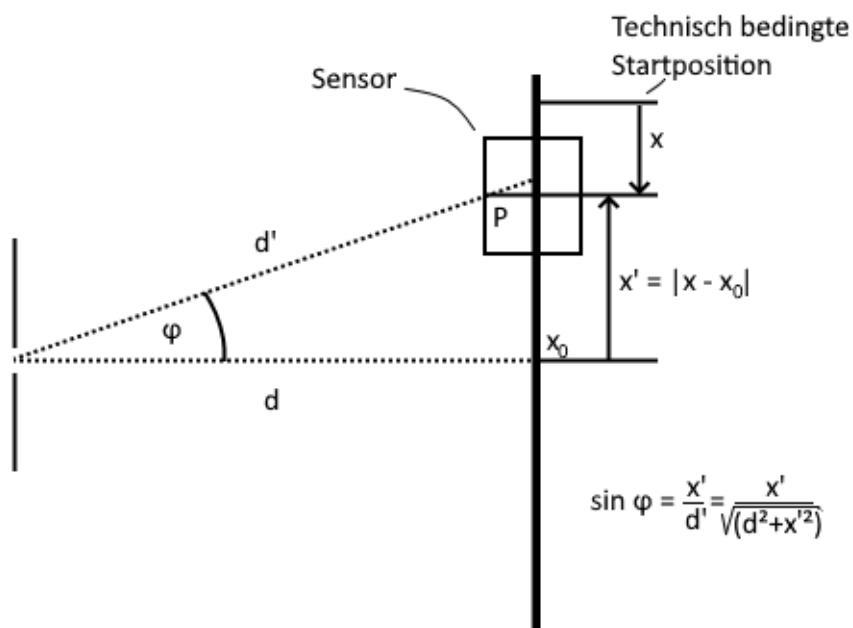


Abbildung 5: Relation zwischen Winkel φ und Messgröße x .

3 Durchführung

Für den Versuchsaufbau wird eine 100 cm lange Führungsschiene verwendet, auf der alle Mess- und Versuchsinstrumente befestigt werden. Dabei wird versucht, den Abstand zwischen Spalt und Lichtstärkesensor so groß wie möglich zu halten. Ein He-Ne-Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda = 633 \text{ nm}$ wird als kohärente Lichtquelle verwendet.

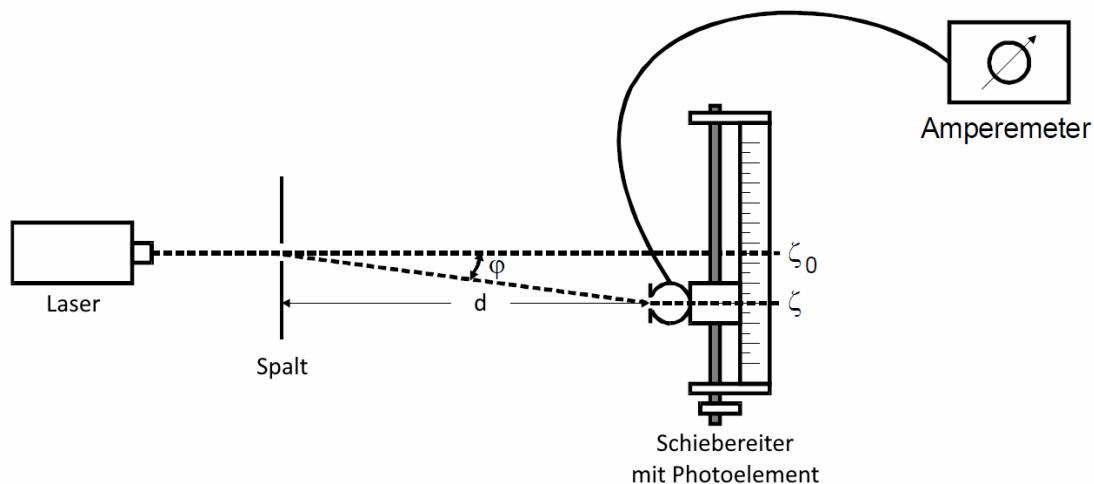


Abbildung 6: Schematischer Versuchsaufbau.⁴

Die Instrumente müssen kalibriert und der Laser vorgeheizt werden. Zur Kalibrierung richtet man Laser und Spaltblende derart aus, dass der Lichtstrahl mittig auf den zu messenden Einzel- beziehungsweise Doppelspalt trifft. Für die Messungen des Beugungsmusters wird ein Photosensor verwendet, welcher einen schmalen Spalt als Öffnung besitzt, der in Richtung des Lasers ausgerichtet wird. Der Photosensor wird mit einem Amperemeter ausgelesen und misst die Lichtintensität. Für eine genaue Auswertung der Daten muss der Dunkelstrom I_d bestimmt werden. I_d ist die Stromstärke, die der Photosensor im Leerlauf misst; also bei fertigem Aufbau, aber ausgeschaltetem Laser. Das Beugungsbild muss bei eingeschaltetem Laser vertikal mittig auf das Photoelement treffen. Die Kalibrierung ist abgeschlossen, wenn sichergestellt ist, dass sich Laser und Spalthalterung nicht mehr bewegen können und das Photoelement auf dem Schieberegler hinreichend nach links und rechts verstellt werden kann.

Es werden je nach Verfügbarkeit der Blenden ein Einzel- und ein Doppelspalt gemessen. Für die einzelnen Messungen wird der Sensor auf dem Schieberegler in äquidistanten Schritten von links nach rechts bewegt und die absoluten Abstände aufgeschrieben. Jede Messreihe besteht aus mindestens 50 Messwerten.

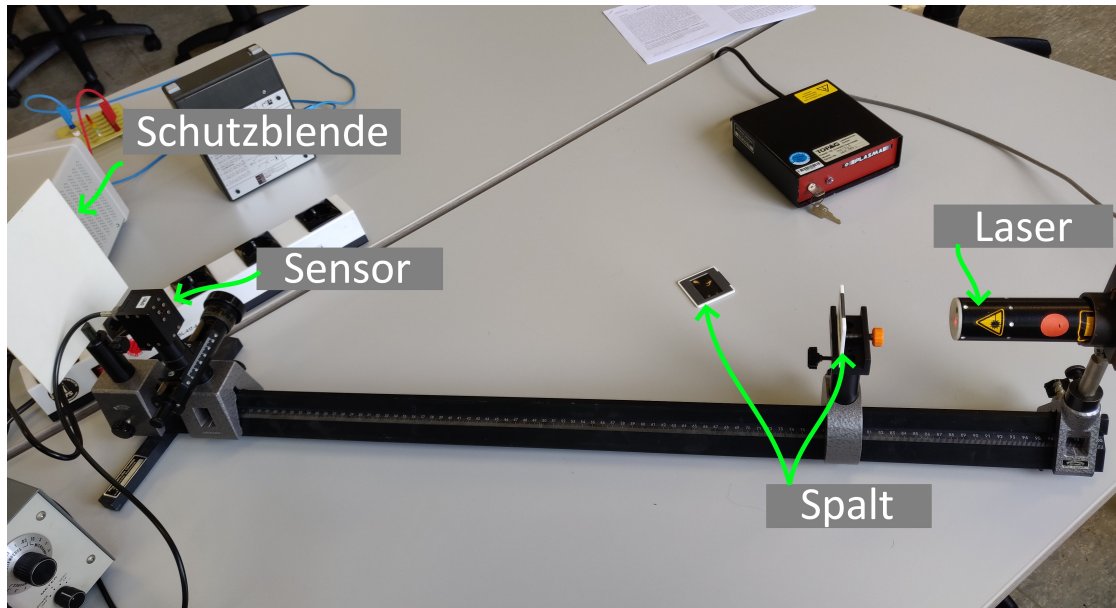


Abbildung 7: Tatsächlicher Versuchsaufbau.

4 Auswertung

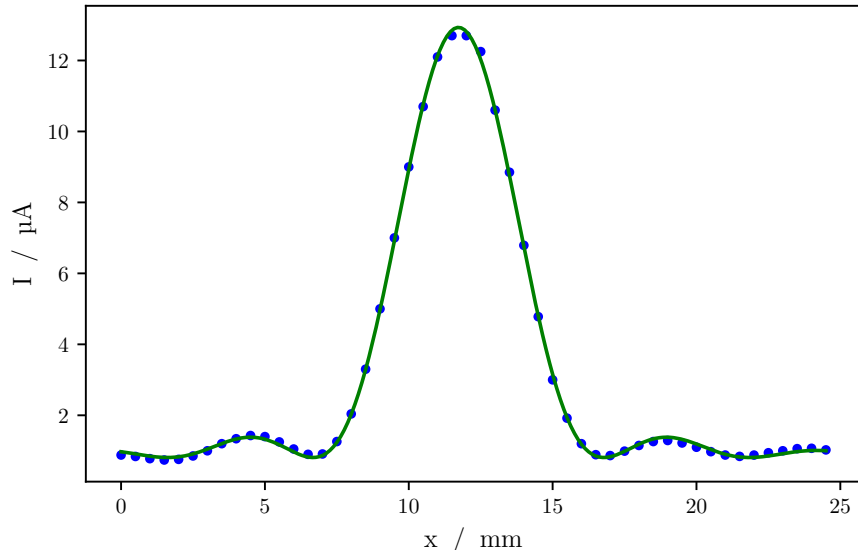


Abbildung 8: Messwerte und Ausgleichskurve zum Einzelspalt.

Tabelle 1: Messwerte zum Einzelspalt.

x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$
0,0	0,880	8,5	3,300	17,0	0,865
0,5	0,840	9,0	5,000	17,5	0,990
1,0	0,778	9,5	7,000	18,0	1,150
1,5	0,740	10,0	9,000	18,5	1,260
2,0	0,758	10,5	10,700	19,0	1,290
2,5	0,854	11,0	12,100	19,5	1,220
3,0	1,000	11,5	12,700	20,0	1,100
3,5	1,200	12,0	12,700	20,5	0,975
4,0	1,340	12,5	12,250	21,0	0,880
4,5	1,430	13,0	10,600	21,5	0,842
5,0	1,400	13,5	8,850	22,0	0,879
5,5	1,250	14,0	6,790	22,5	0,945
6,0	1,050	14,5	4,780	23,0	1,000
6,5	0,900	15,0	3,000	23,5	1,060
7,0	0,910	15,5	1,920	24,0	1,070
7,5	1,260	16,0	1,200	24,5	1,025
8,0	2,040	16,5	0,890		

Tabelle 2: Messwerte zum Doppelspalt.

x / mm	I / μA	x / mm	I / μA	x / mm	I / μA
0,00	0,942	7,99	2,420	15,98	0,800
0,47	0,920	8,46	1,300	16,45	0,960
0,94	0,718	8,93	4,350	16,92	1,380
1,41	0,620	9,40	15,800	17,39	1,430
1,88	0,724	9,87	42,400	17,86	1,030
2,35	0,910	10,34	63,000	18,33	0,710
2,82	0,936	10,81	80,000	18,80	0,730
3,29	0,750	11,28	81,800	19,27	0,940
3,76	0,635	11,75	67,500	19,74	1,050
4,23	0,810	12,22	42,500	20,21	0,840
4,70	1,120	12,69	20,400	20,68	0,665
5,17	1,140	13,16	6,350	21,15	0,685
5,64	1,070	13,63	1,430	21,62	0,855
6,11	0,720	14,10	1,880	22,09	0,980
6,58	1,445	14,57	2,950	22,56	0,900
7,05	2,850	15,04	2,740	23,03	0,715
7,52	3,450	15,51	1,540		

5 Diskussion

Anhang: Messdaten

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V406: Beugung am Spalt*. 2020.