Fatec
Baixada Santista
Rubens Lara

# TRABALHO DE MATEMÁTICA

Gustavo Pinho e Silva
Matheus Henrique de Barros Ileck
Roberta Carioca Braz

2022

# 1 Teorema de Laplace

O teorema de Laplace consiste em escolher uma das filas (linha ou coluna) da matriz e somar os produtos dos elementos dessa fila pelos seus respectivos cofatores.

## 1.1 Matriz 4x4

$$A_{3\times4} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Det A = a11 . A11 + a21 . A21 + a31 . A31 + a41 . A41
Aij = (-1) i+j . Dij

## 1.2 Exemplo de Matriz 4x4

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 & 2 \\ 0 & -4 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2 . $C_{11} + 0.C_{21} + 1.C_{31} + 0.C_{41}$

$$C_{11} = (-1)^{1+1}. \left[\begin{array}{ccc|cc} 4 & -3 & 3 & 4 & -3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 4 & 1 \end{array}\right]$$

(0 + 36 + 10) - ( 20+ 12 + 0)
-26 - 32
**-58**

$$C_{31} = (-1)^{3+1}. \left[\begin{array}{ccc|cc} 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 4 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 4 & 1 \end{array}\right]$$

(0 - 20 + 8) - (24 + 15 + 0)
-12 - (-9)
**-3**

Det A = 2 . 1 . (-58) + 1 . 1 . (-3) = -116 - 3 = **-119**

# 2 Determinante com Numpy e sem Numpy

## 2.1 Código Fonte - Pyton

```
#Inicio Determinante com Numpy
from numpy import matrix, linalg
import matplotlib.pyplot as plt
import time

tempo_numpy = time.perf_counter_ns()


matriz = matrix([[2,3,-1,2],
                 [0,4,-3,5],
                 [1,2,1,3],
                 [0,4,1,0]])


print("A Matriz A   : ''\n',matriz)

resultado = linalg.det (matriz)

print("\n O derteminante da matriz A   : ", round(resultado),"\n")

tempo_final = time.perf_counter_ns()
tempo_total_NP= (tempo_final - tempo_numpy)
print(f'\n O tempo de processamento do c digo com numpy foi de: {tempo_total_NP} nanosegundos')

print("\n ========================================== \n")

#Fim determinante com Numpy

"""
////////////////////////////////////////////////////////////////
"""

#Inicio determinante sem Numpy

tempo_inicial = time.perf_counter_ns()
def remover(matriz_original,tirar_i,tirar_j):
    matriz_nova = [[int(0) for i in range(len(matriz_original)-1)] for j in range(len(matriz_original)-1)]
    ni = 0
    for i in range(len(matriz_original)):
        nj = 0
        for j in range(len(matriz_original)):
            if j != tirar_j:
                matriz_nova[ni][nj] = matriz_original[i][j]
                nj += 1
        if i != tirar_i:
            ni += 1
    return matriz_nova


```

```
def determinante(matriz_original):
    if len(matriz_original) != len(matriz_original[0]):
        print("A matriz n o    quadrada!")
        return matriz_original
    resposta = 0
    if len(matriz_original) == 2:
        resposta = (matriz_original[0][0] * matriz_original[1][1]) - (
            matriz_original[1][0] * matriz_original[0][1])
        return resposta
    if len(matriz_original) > 2:
        for j in range(len(matriz_original)):
            resposta += matriz_original[0][j] * (-1)**(0+j) * determinante(
                remover(matriz_original,0,j))
        return resposta

matriz_1 = [[2,3,-1,2],
            [0,4,-3,5],
            [1,2,1,3],
            [0,4,1,0]]

for i in range(0, 4):
  for j in range(0, 4):
    print(f'[{matriz_1[i][j]:^5}]', end='')
  print()

print("\n Determinante : ",determinante(matriz_1),"\n")
#Restante do c digo

#Print do tempo que demorou para rodar a parte espec fica do c digo
tempo_final = time.perf_counter_ns()
tempo_total = tempo_final - tempo_inicial

print("\nTempo para excecu  o sem numpy foi de: ", tempo_total ,"nanosegundos"
    , "\n")

#Fim determinante sem Numpy

Matrizes=["Matriz sem numpy" , "Matriz com Numpy"]
vl_tempo_total=[(tempo_total)*10, tempo_total_NP]

plt.stem(Matrizes, vl_tempo_total)
plt.xlabel('Tamanho da Matriz')
plt.ylabel('Tempo de execu  o em nanosegundo')
plt.title('Rela  o tempo de execu  o X tamanho da Matriz')

plt.show()
```

## 2.2 Executavél

```
A Matriz A    :
  [[ 2   3 -1   2]
  [ 0   4 -3   5]
  [ 1   2   1   3]
  [ 0   4   1   0]]

 O derteminante da matriz A    :  -119


 O tempo de processamento do c digo com numpy foi de: 6282175 nanosegundos

 ==========================================================================================


[   2   ][   3   ][ -1   ][   2   ]
[   0   ][   4   ][ -3   ][   5   ]
[   1   ][   2   ][   1   ][   3   ]
[   0   ][   4   ][   1   ][   0   ]

 Determinante :  -119


Tempo para excecu   o sem numpy foi de:  11828287 nanosegundos
```

## 2.3 Gráfico


Relação tempo de execução X tamanho da Matriz
1e8
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
Tempo de execução em nanosegundo
Matriz sem numpy
Matriz com Numpy
Tamanho da Matriz

# 3 Determinante das matrizes: 2x2, 3x3, 4x4, 5x5, 6x6, 7x7, 8x8, 9x9

## 3.1 Código Fonte - Python

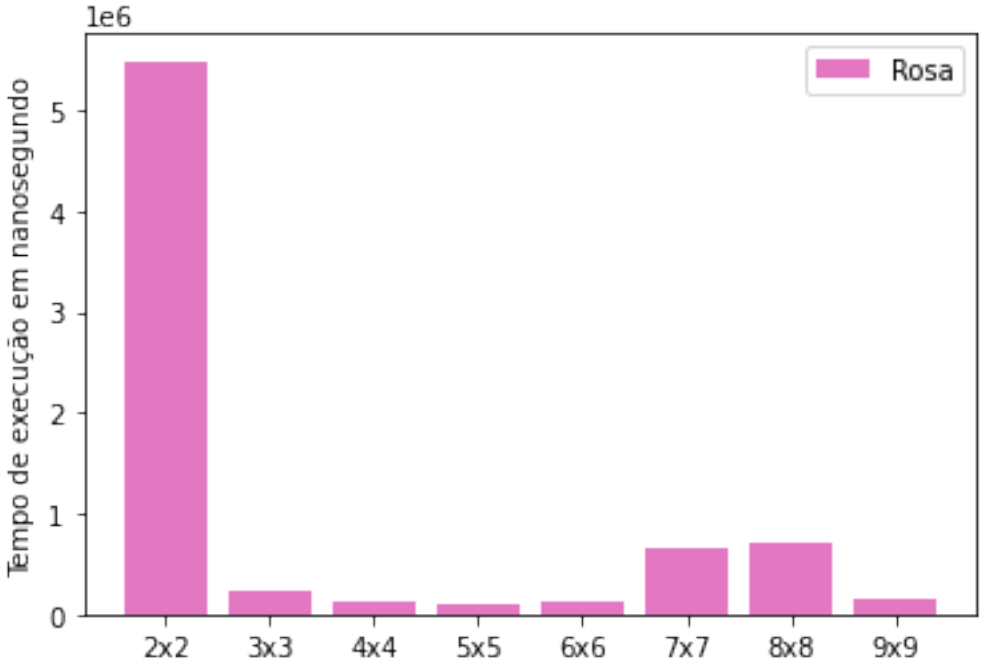
```
        import numpy as np
import time
import matplotlib.pyplot as plt

# Entrada e Processamentos dos dados

ordem = [x for x in range(2, 10)] # lista com ordem da matriz
tempo = [] # lista para armazenar o tempo

# la o for para calcular o determinante das matriz
for x in range(2,10):
  tempo_inicial = time.perf_counter_ns()
  matriz_A = np.random.randint(10, size=(x, x)) # monta uma matriz com valores
      aleatorios
  determinante = np.linalg.det(matriz_A) # calcula o determinante da matriz
  tempo_final = time.perf_counter_ns()
  tempo_total = tempo_final - tempo_inicial
 # calcula o tempo total da execucao do algoritmo
  tempo.append(tempo_total)
  print(f'''Matriz =
  {matriz_A}\n
  Determinante da Matriz de Ordem {x} = {determinante:.0f}\n
  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem {x} = {tempo_total}\n''')
print("========================================== \n")
print(f'''O tamanho das Matrizes{ordem} \n
O tempo de processamento foi de: {tempo}''')



fig, ax = plt.subplots()

grfmatriz = ['2x2', '3x3', '4x4', '5x5', '6x6', '7x7', '8x8', '9x9'] # X
counts = tempo # Y
bar_labels = 'Rosa'
bar_colors = ['tab:pink']

ax.bar(grfmatriz, counts, label=bar_labels, color=bar_colors)

ax.set_ylabel('Tempo de execu  o em nanosegundo')
ax.set_title('')
ax.legend(title='')

plt.show()
```

## 3.2 Executavél

```
        Matriz =
  [[0  5]
 [5  5]]

  Determinante da Matriz de Ordem 2 = -25

  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem 2 = 5484624

Matriz =
  [[7  1  0]
 [3  4  6]
 [7  3  1]]

  Determinante da Matriz de Ordem 3 = -59

  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem 3 = 230085

Matriz =
  [[2  3  1  8]
 [6  7  8  3]
 [4  2  7  9]
 [3  8  7  8]]

  Determinante da Matriz de Ordem 4 = 1180

  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem 4 = 129650

Matriz =
  [[4  6  5  2  0]
 [3  6  8  1  6]
 [9  2  9  3  5]
 [5  7  6  3  3]
 [5  8  2  4  5]]

  Determinante da Matriz de Ordem 5 = 857

  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem 5 = 110339

Matriz =
  [[4  4  8  4  5  4]
 [1  8  6  4  5  8]
 [4  0  2  4  9  9]
 [0  8  4  3  8  8]
 [8  1  5  1  7  9]
 [3  2  0  1  8  6]]

  Determinante da Matriz de Ordem 6 = 10980

  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem 6 = 133838

Matriz =
  [[6  1  6  6  6  7  4]
 [3  5  4  5  4  0  7]
 [9  2  7  1  9  3  7]
```

```
  [3  4  4  4  9  9  2]
 [5  1  7  5  6  2  7]
  [2  4  7  8  4  7  7]
 [4  0  3  0  2  4  7]]

  Determinante da Matriz de Ordem 7 = -116125

  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem 7 = 666494

Matriz =
  [[1  3  1  7  3  6  1  0]
 [2  6  0  3  9  7  2  8]
  [9  3  8  0  7  2  6  4]
 [9  0  0  6  8  1  8  6]
  [4  9  8  7  4  2  8  8]
 [6  6  6  0  6  8  6  0]
  [0  6  7  8  4  8  0  9]
 [3  5  4  3  6  2  7  9]]

  Determinante da Matriz de Ordem 8 = -3581260

  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem 8 = 714851

Matriz =
  [[6  7  2  3  8  3  2  7  5]
 [0  9  6  5  4  9  2  5  0]
  [8  6  9  6  4  3  0  6  1]
 [4  2  5  4  3  6  7  3  9]
  [5  0  3  2  0  2  0  0  4]
 [2  4  7  0  3  3  9  1  9]
  [9  4  6  9  4  8  9  2  4]
 [0  9  6  9  1  6  1  1  9]
  [1  6  9  8  7  1  5  9  7]]

  Determinante da Matriz de Ordem 9 = -27315244

  Tempo de execu  o , Matriz de Ordem 9 = 141106

==========

O tamanho das Matrizes[2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

O tempo de processamento foi de: [5484624, 230085, 129650, 110339, 133838,
   666494, 714851, 141106]
```

## 3.3 Gráfico


1e6
Rosa
Tempo de execução em nanosegundo
0
1
2
3
4
5
2x2
3x3
4x4
5x5
6x6
7x7
8x8
9x9

# 4 GitHub

Gustavo Pinho e Silva
Matheus Henrique de Barros Ileck
Roberta Carioca Braz