

# Отчет по лабораторной работе №8: Модель конкуренции двух фирм

*дисциплина: Математическое моделирование*

---

Родина Дарья Алексеевна, НФИбд-03-18

# Введение

---

Основной **целью лабораторной работы** можно считать построение математической модели конкуренции двух фирм.

Можно выделить две основные **задачи данной лабораторной работы**:

1. изучить теоретическую часть модели конкуренции двух фирм;
2. реализовать частные случаи модели из моего варианта на одном из представленных языков программирования.

**Объектом** исследования в данной лабораторной работе является модель, описывающая конкуренцию двух фирм, а **предметом** исследования - частные случаи, представленные в моем варианте лабораторной работы.

## Выполнение лабораторной работы

---

**Случай 1.** Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

**Случай 2.** Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00033\right)M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$



Для обоих случаев задача рассматривается со следующими начальными условиями и параметрами:

$N$  – число потребителей производимого продукта

$\tau$  – длительность производственного цикла

$p$  – рыночная цена товара

$\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

$q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$\theta = \frac{t}{c_1}$  – безразмерное время

$$M_0^1 = 5.5$$

$$M_0^2 = 3.5$$

$$p_{cr} = 28$$

$$N = 30$$

$$q = 1$$

$$\tau_1 = 10$$

$$\tau_2 = 12$$

$$\tilde{p}_1 = 10$$

$$\tilde{p}_2 = 8.2$$

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

$$t = c_1 \theta - \text{условие нормировки}$$

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

## Реализация алгоритмов

---

```
import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
from scipy.integrate import odeint
```

Начальные условия задаются следующим образом:

```
p_cr=26 # критическая стоимость продукта
tau1=24 # длительность производственного цикла фирмы 1
p1=5.5 # себестоимость продукта у фирмы 1
tau2=14 # длительность производственного цикла фирмы 2
p2=11 # себестоимость продукта у фирмы 2
N=33 # число потребителей производимого продукта
# максимальная потребность одного человека
# в продукте в единицу времени
q=1
```

Также необходимо посчитать коэффициенты, участвующие в решении дифференциального уравнения:

$$a1 = p\_cr / (\tau_1 * \tau_1 * p1 * p1 * N * q)$$

$$a2 = p\_cr / (\tau_2 * \tau_2 * p2 * p2 * N * q)$$

$$b = p\_cr / (\tau_1 * \tau_1 * \tau_2 * \tau_2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)$$

$$c1 = (p\_cr - p1) / (\tau_1 * p1)$$

$$c2 = (p\_cr - p2) / (\tau_2 * p2)$$



Начальные значения системы:

```
x0 = np.array([3.3, 2.2])  
t = np.arange(0, 3, 0.001)
```

```
t = t/c1
```

Для первого случая:

```
def syst1(x,t):  
    dx0=x[0]-(a1/c1)*x[0]*x[0]-(b/c1)*x[0]*x[1]  
    dx1=(c2/c1)*x[1]-(a2/c1)*x[1]*x[1]-(b/c1)*x[0]*x[1]  
    return [dx0,dx1]
```

Для второго случая:

```
def syst2(x,t):  
    dx0=x[0]-(a1/c1)*x[0]*x[0]-(b/c1)*x[0]*x[1]  
    dx1=(c2/c1)*x[1]-(a2/c1)*x[1]*x[1]-  
        (b/c1+0.00033)*x[0]*x[1]  
    return [dx0,dx1]
```

Для первого случая:

```
x = odeint(syst1, x0, t)
```

```
plt.plot(t, x)
```

Для второго случая:

```
x = odeint(syst2, x0, t)
```

```
plt.plot(t, x)
```

## Построенные графики

При построении графика для случая, когда конкурентная борьба ведётся только рыночными методами, получила следующий результат (рис. 1):

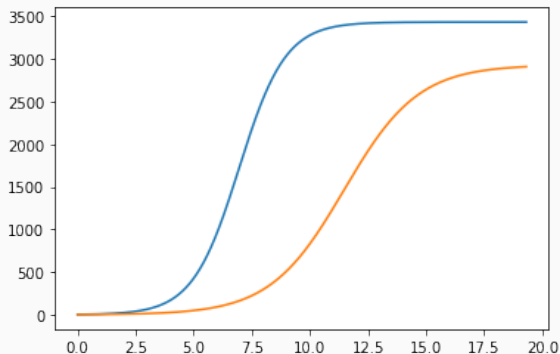


Рис. 1: График динамики изменения оборотных средств двух фирм

## Построенные графики

При построении графика для случая, когда, помимо экономического фактора влияния, используются еще и социально-психологические факторы (рис. 2):

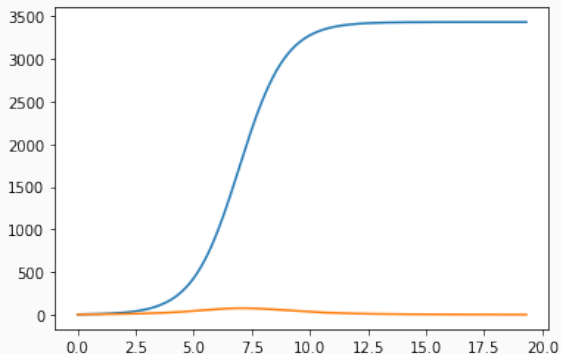


Рис. 2: График динамики изменения оборотных средств двух фирм

## Вывод

---

При выполнении лабораторной работы мною были усвоены основные принципы модели конкуренции двух фирм, а также проведена реализация данной модели в рамках моего варианта лабораторной работы.