

Отчет по лабораторной работе №2: Задача о погоне

дисциплина: Математическое моделирование

Родина Дарья Алексеевна, НФИБд-03-18

Содержание

1	Введение	5
1.1	Цель работы	5
1.2	Задание	5
1.3	Объект и предмет исследования	5
2	Задача о погоне	6
2.1	Формулировка задания	6
2.2	Постановка задачи	7
3	Выводы	9

Список таблиц

Список иллюстраций

1 Введение

1.1 Цель работы

Основной целью лабораторной работы можно считать Построение математической модели для выбора правильной стратегии при решении задачи о погоне.

1.2 Задание

Можно выделить три основные задачи данной лабораторной работы: 1. Провести рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в 5.5 раз; 2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев; 3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

1.3 Объект и предмет исследования

Объектом исследования в данной лабораторной работе является задача о погоне, а предметом исследования - траектории движения лодки браконьеров и катера береговой охраны при заданных начальных условиях.

2 Задача о погоне

2.1 Формулировка задания

Так как во второй лабораторной работе 70 вариантов, то номер моего варианта вычисляется по формуле $S_n \bmod 70 + 1$, где S_n - номер студенческого билета (в моем случае $S_n = 1032182581$):

$$1032182581 \% 70 + 1$$

Соответственно, номер моего варианта - 32.

Вариант 32

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

2.2 Постановка задачи

1. Принимаем $t_0 = 0$, $x_{l0} = 0$ - место нахождения браконьеров в момент обнаружения, $x_{k0} = 11,5$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров x_{l0} ($\theta = x_{l0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны,
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были в одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса, удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение, Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдет это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/3,5v$ (во втором случае $x + k/3,5v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{k-x}{3,5v}$ в первом случае или $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{3,5v}$ во втором случае. Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{3} = \frac{11,5}{3}$ и $x_2 = k = 11,5$.
5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и

начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки v .

Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенсальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем, что $\frac{dr}{dt} = v$.

Тангенсальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ r $v = r \frac{d\theta}{dt}$.

$$v_\tau = \sqrt{4v^2 - v^2} = \sqrt{3} v \quad r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3} v.$$

6. Решение исходной задачи сводится к решению дифференциального уравнения $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{11.25}}$ с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{11,5}{3} \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = 11,5 \end{cases}$$

3 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель задачи о погоне, а также способ ее решения.