Отчет по лабораторной работе №5: Модель хищник - жертва

дисциплина: Математическое моделирование

Родина Дарья Алексеевна, НФИбд-03-18

Введение

Целью лабораторной работы можно считать построение математической модели хищник - жертва.

Задачи лабораторной работы:

- 1. изучение модели хищник жертва;
- 2. написать код, при помощи которого можно построить графики фазового портрета для случаев, указанных в моем варианте лабораторной работы.

Объектом исследования в данной лабораторной работе является модель хищник - жертва, а **предметом исследования** - случай, представленный в моем варианте лабораторной работы.

Модель хищник - жертва

В общем виде математическую модель можно записать так:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dx}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases},$$

где:

- x число жертв;
- · y число хищников;
- $\cdot \ a$ коэффициент, описывающий скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников;
- \cdot c естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв.

Стационарное состояние

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{d}$$

Формулировка задачи

Вариант 32

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.25x(t) + 0.025x(t)y(t) \\ \frac{dx}{dt} = 0.45y(t) - 0.045x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0=8, y_0=11.\ {\rm Haйдите\ ctaциoнaphoe\ coctonhue\ cuctembl}.$

Подключение библиотек

import numpy as np
from math import sin, cos, sqrt
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

Функция, описывающая дифференциальные уравнения

```
def dx(x, t):
    dx1 = - a * x[0] + c * x[0] * x[1]
    dx2 = b * x[1] - d * x[0] * x[1]
    return [dx1, dx2]
```

Построение фазового портрета и стационарной точки

```
def draw plot(x, y, xs, ys):
    plt.plot(x, y, label = 'Зависимость численности попул
    plt.plot(xs, ys, marker='o', label = 'Стационарная то
    plt.title("Фазовый портрет")
    plt.xlabel('v')
    plt.ylabel('x')
    plt.legend()
    plt.grid()
    plt.show()
```

```
def draw plot(x, y, t):
    plt.plot(t, x, label = 'Популяция хищников')
    plt.plot(t, v, label = 'Популяция жертв')
    plt.title("Решение дифференциального уравнения")
    plt.xlabel('t')
    plt.ylabel('x(t), y(t)')
    plt.legend()
    plt.grid()
    plt.show()
```

```
а = 0.25; # коэффициент естественной смертности хищников
b = 0.025; # коэффициент естественного прироста жертв
с = 0.45; # коэффициент увеличения числа хищников
d = 0.045; # коэффициент смертности жертв
# Интервал, в котором решается задача
t = np.arange(0, 400, 0.1)
# Начальные условия х и у
# (популяция хищников и популяция жертв)
v0 = np.array([8, 11])
```

```
# Решаем дифференциальные уравнения
x = odeint(dx, v0, t)
# Переписываем отдельно
# v B xpoint, x B vpoint
xpoint = [elem[0] for elem in x]
ypoint = [elem[1] for elem in x]
# Нахождение стационарной точки системы
xs = c/d
ys = a/b
```

Решение диффееренциального уравнения и построение графиков

```
# Построим фазовый портрет draw_fplot(xpoint, ypoint, xs, ys)
# Построим график решений draw_plot(xpoint, ypoint, t)
```

Построенные графики

Построенные графики

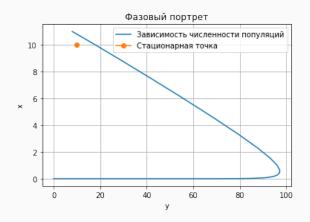


Рис. 1: Зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв с начальными значениями $y=11,\,x=8$

Построенные графики

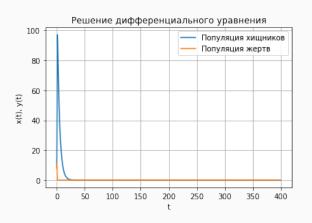


Рис. 2: Колебания изменения числа популяций хищников и жертв



Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы было проведено ознакомление с моделью хищник - жертва, а также построены фазовый портрет, стационарная точка и график решений для заданных параметров модели.