Центральная предельная теорема

дисциплина: Математическое моделирование

Родина Дарья Алексеевна, НФИбд-03-18

Введение

Закон больших чисел: среднее арифметическое большого числа случайных величин ведет себя как среднее арифметическое их математических ожиданий.

Согласно **центральной предельной теореме** достаточно большая сумма сравнительно малых случайных величин ведет себя как нормальная случайная величина.

Различные формы закона больших чисел **вместе** с различными вариантами центральной предельной теоремы образуют совокупность так называемых **предельных теорем теории вероятностей** и имеют большой практический смысл, так как составляют теоретическую основу математической статистики.

Центральная предельная теорема

Центральные предельные теоремы - класс предельных теорем, определяющих условия возникновения нормального распределения (закона Гаусса).

Нормальное распределение — наиболее распространенное в природе распределение непрерывных величин, возникающее тогда, когда суммируется много независимых (или слабо зависимых) случайных величин, сравнимых по порядку своего влияния на рассеивание суммы.

Центральная предельная теорема в различных ее формах **устанавливает условия**, при которых возникает нормальное распределение и нарушение которых ведет распределению, отличному от нормального.

Выборки. Выборочное среднее

- $X \sim F(x)$.
- выборка объема n: $X^n = (X_1, X_2, ..., X_n)$.
- выборочное среднее: $\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$.

Какое распределение будет иметь новая случайная величина - выборочное среднее $\bar{X}_n \sim ?$

Как это распределение связано с исходным распределением $F(x)$?

Выборочное среднее производного распределения

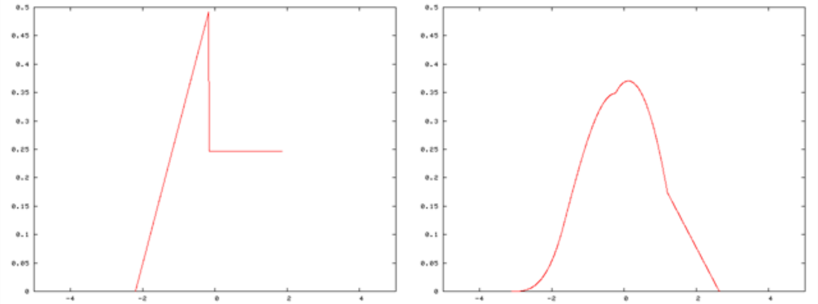

Рис. 1: Произвольное распределение и выборочное среднее разной величины

Выборочное среднее производного распределения

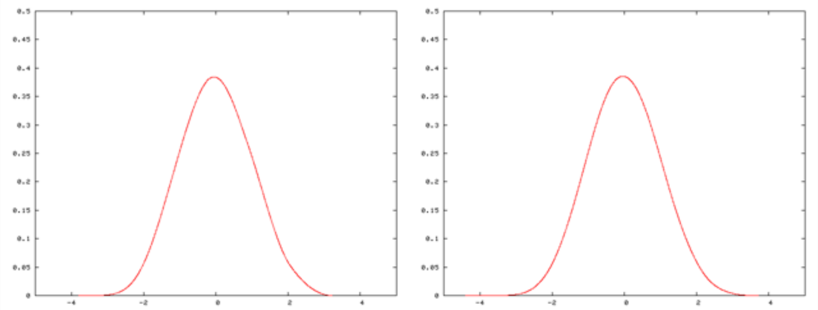

Рис. 2: Произвольное распределение и выборочное среднее разной величины

Выводы из центральной предельной теоремы

1. Среднее значение выборочных средних при увеличении количества данных в выборке будет стремиться к истинному среднему, то есть $\chi_\chi = \mu$.
2. Дисперсия выборочных средних при увеличении количества данных в выборке стремится к дисперсии совокупности, деленной на объем выборки.
3. Доверительный интервал выборки определяется по следующей формуле:

$$\delta = \frac{t(n,p)\sigma}{\sqrt{n}},$$

где - число $t(n,p)$ определяется по специальным таблицам критических точек распределения Стьютента.

Центральная предельная теорема:

- многозадачна и фундаментальна;
- может быть использована в оценке выбоорок с любыми распределениями;
- погрешность оценки уменьшается с увеличением количества элементов выборки;
- для высокой точности оценки вероятностных событий по значениям выборки можно использовать подсчет доверительных интервалов.

Список литературы

1. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Е. А. Трофимова, Н. В. Кисляк, Д. В. Гилёв; [под общ. ред. Е. А. Трофимовой]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2018. – 160 с.
2. Центральная предельная теорема и ее практическое применение - https://helpiks.org/9-64316.html
3. Central limit theorem - https://en.wikipedia.org/wiki/Central_limit_theorem
4. Математическая статистика: учеб. пособие /Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная; ВПИ (филиал) ВолгГТУ. – Волгоград, 2010. – 159 с.: ил.