

# **Отчет по лабораторной работе №7: Эффективность рекламы**

*дисциплина: Математическое моделирование*

Родина Дарья Алексеевна, НФИбд-03-18

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
1.1	Цель работы . . . . .	4
1.2	Задачи . . . . .	4
1.3	Объект и предмет исследования . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Эффективность рекламы</b>	<b>5</b>
2.1	Описание модели эффективности рекламы . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
3.1	Формулировка задачи из варианта . . . . .	8
3.2	Реализация алгоритмов . . . . .	9
3.2.1	Подключение библиотек . . . . .	9
3.2.2	Функция, описывающая дифференциальные уравнения . .	9
3.2.3	Начальные значения . . . . .	10
3.2.4	Решение дифференциального уравнения и построение графиков . . . . .	10
3.3	Построенные графики . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Вывод</b>	<b>13</b>

## Список иллюстраций

2.1	График решения уравнения модели Мальтуса . . . . .	6
2.2	График логистической кривой . . . . .	7
3.1	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио. Коэффициент $\alpha_1 = 0.54$ , коэффициент $\alpha_2 = 0.00016$ . . . . .	11
3.2	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио, точка максимальной скорости распространения. Коэффициент $\alpha_1 = 0.000021$ , коэффициент $\alpha_2 = 0.38$ . . . . .	12
3.3	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио, точка максимальной скорости распространения. Коэффициент $\alpha_1 = 0.2\cos(t)$ , коэффициент $\alpha_2 = 0.2\cos(2t)$ . . . . .	12

# **1 Введение**

## **1.1 Цель работы**

Основной целью лабораторной работы можно считать построение математической модели для выбора правильной стратегии при решении задачи об эффективности рекламы.

## **1.2 Задачи**

Можно выделить три основные задачи данной лабораторной работы: 1. изучить теоретическую часть модели, описывающей эффективность рекламы; 2. реализовать частные случаи модели из моего варианта на одном из представленных языков программирования.

## **1.3 Объект и предмет исследования**

Объектом исследования в данной лабораторной работе является модель, описывающая эффективность рекламы, а предметом исследования - частные случаи, представленные в моем варианте лабораторной работы.

## 2 Эффективность рекламы

### 2.1 Описание модели эффективности рекламы

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $a_1(t)(N - n(t))$ , где  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $a_1(t) > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу

описывается величиной  $a_2(t)n(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (a_1(t) + a_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При  $a_1(t) \gg a_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид (рис. 2.1):

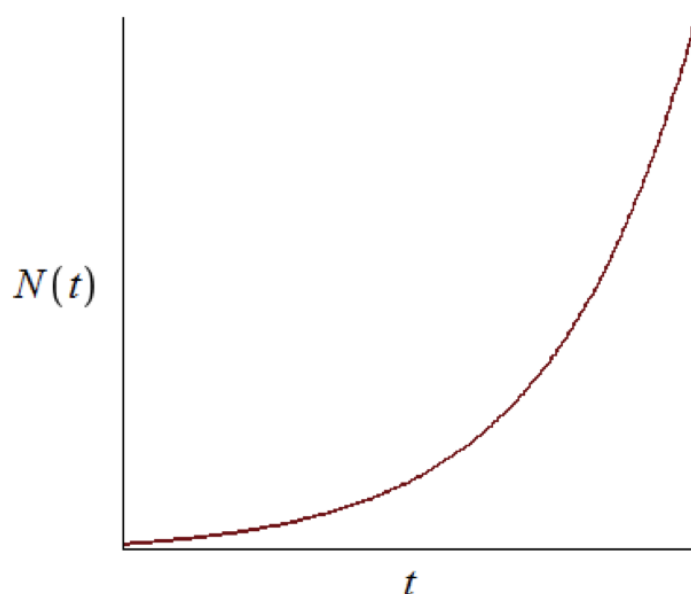


Рис. 2.1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае, при  $a_1(t) \ll a_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой (рис. 2.2):

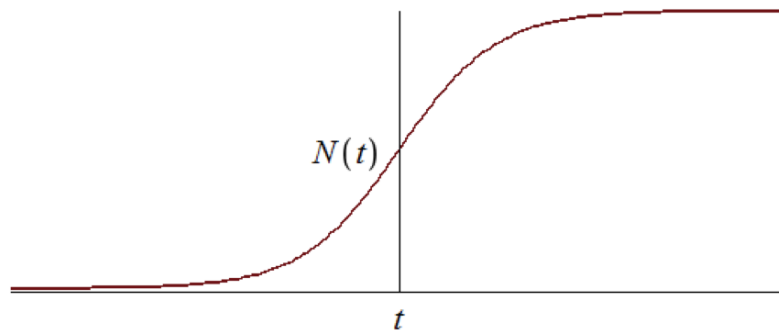


Рис. 2.2: График логистической кривой

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Формулировка задачи из варианта

Так как в седьмой лабораторной работе 70 вариантов, то номер моего варианта вычисляется по формуле  $S_n \bmod 70 + 1$ , где  $S_n$  - номер студенческого билета (в моем случае  $S_n = 1032182581$ ):

$$1032182581 \% 70 + 1$$

Соответственно, номер моего варианта - 32.

#### Вариант 32

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.54 + 0.00016n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.2\cos(t) + 0.2\cos(2t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 609$ , в начальный момент о товаре знает 4 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.



## 3.2 Реализация алгоритмов

### 3.2.1 Подключение библиотек

Для того, чтобы использовать многие формулы, а также для построения графиков, необходимо подключить определенные библиотеки, в которых эти формулы описаны:

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
from math import cos
```

### Функции, описывающие факторы, влияющие на эффективность рекламы

Платная реклама:

```
def k(t):
    g = 0.54
    return g
```

Сарафанное радио:

```
def p(t):
    v = 0.00016
    return v
```

### 3.2.2 Функция, описывающая дифференциальные уравнения

Функция для решения дифференциального уравнения имеет вид:

```
# Уравнение, описывающее распространение рекламы
def f(x, t):
    dx = (k(t) + p(t) * x[0]) * (N - x[0])
    return dx
```

### 3.2.3 Начальные значения

Начальные условия задаются следующим образом:

```
t0 = 0 # Начальный момент времени
# Количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени
x0 = 4
# Максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар
N = 609
# временной промежуток (длительность рекламной кампании)
t = np.arange(t0, 10, 0.1)
```

Для каждого случая длительность рекламной кампании была разная.

### 3.2.4 Решение дифференциального уравнения и построение графиков

```
x = odeint(f, x0, t)
```

```
plt.plot(t, x)
```

Для второго случая необходимо было найти момент времени, в которой скорость была максимальной:

```
n = x.size

v = 0
k = -1
for i in range(n - 2):
    if x[i+1] - x[i] > k:
        k = x[i+1] - x[i]
        v = i
```

```
plt.plot(t[v], x[v], marker = 'o')
```

### 3.3 Построенные графики

Первый случай (рис. 3.1):

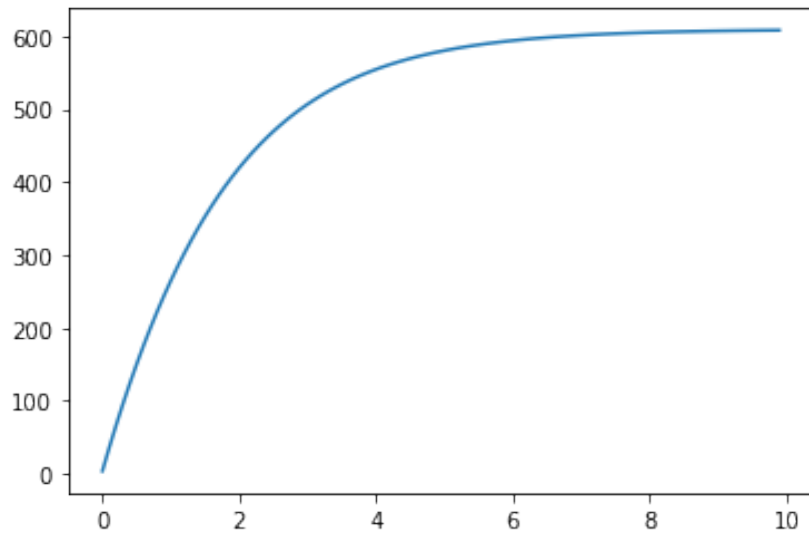


Рис. 3.1: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио. Коэффициент  $\alpha_1 = 0.54$ , коэффициент  $\alpha_2 = 0.00016$

Второй случай (рис. 3.2):

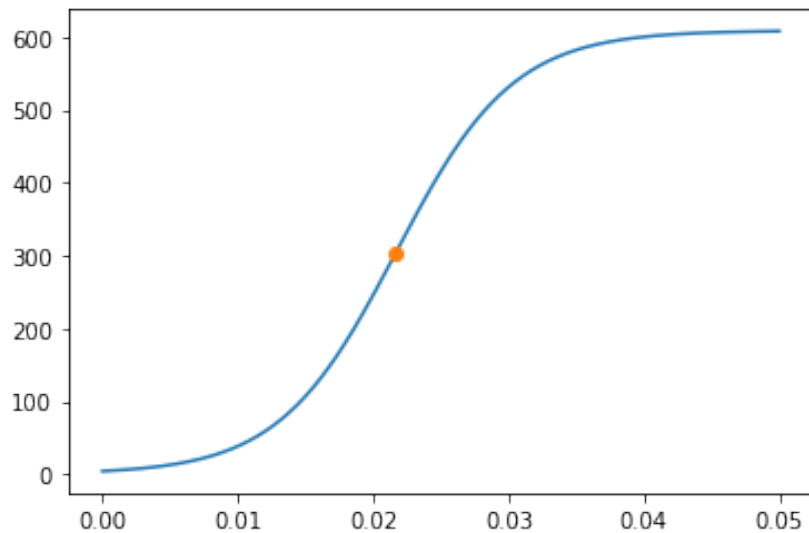


Рис. 3.2: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио, точка максимальной скорости распространения. Коэффициент  $\alpha_1 = 0.000021$ , коэффициент  $\alpha_2 = 0.38$

Третий случай (рис. 3.3):

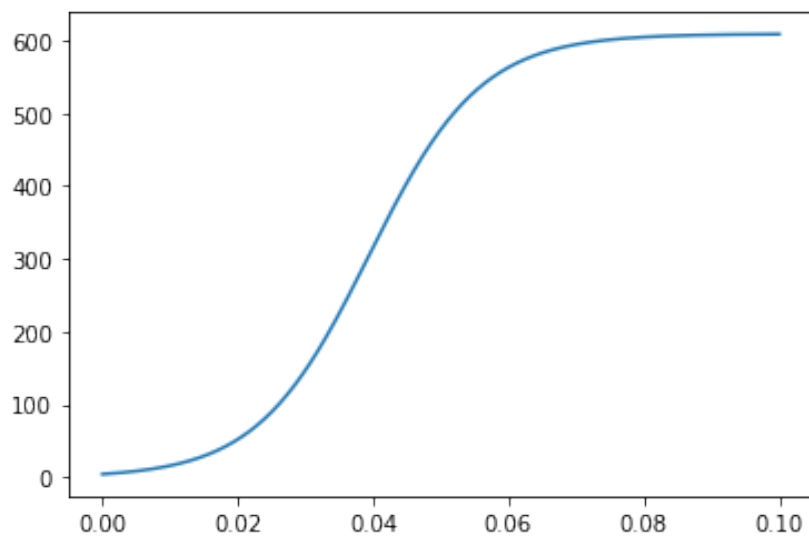


Рис. 3.3: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио, точка максимальной скорости распространения. Коэффициент  $\alpha_1 = 0.2\cos(t)$ , коэффициент  $\alpha_2 = 0.2\cos(2t)$

## **4 Вывод**

При выполнении лабораторной работы мною были усвоены основные принципы модели, описывающей эффективность рекламы, а также проведена реализация данной модели в рамках моего варианта лабораторной работы.