

Отчет по лабораторной работе №6: Задача об эпидемии

дисциплина: Математическое моделирование

Родина Дарья Алексеевна, НФИбд-03-18

Введение

Основной **целью лабораторной работы** можно считать ознакомление с задачей об эпидемии.

Можно выделить три основные **задачи данной лабораторной работы**:

1. изучение теоретической части;
2. реализация модели на языке программирования python.

Объектом исследования в данной лабораторной работе является задача об эпидемии, а **предметом исследования** - задача, описанная в моем варианте лабораторной работы.

Простейшая модель эпидемии

N - число особей популяции, которая подразделяется на три группы:

1. $S(t)$ - восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи;
 2. $I(t)$ - число инфицированных особей, которые также являются распространителями инфекции;
 3. $R(t)$ - здоровые особи с иммунитетом к болезни.
- Считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых.

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} \alpha S, & \text{если } I(t) > I' \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I' \end{cases}$$

Число инфицированных особей, которые также являются распространителями инфекции

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I' \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \geq I' \end{cases}$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

- α - коэффициент заболеваемости
- β - коэффициент выздоровления

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 11900$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 290$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 52$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \geq I'$
2. $I(0) > I'$

Реализация алгоритмов

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
```

Первый случай:

```
#  $I(0) \leq I$   
def dy_more(x, t):  
    dy1 = 0  
    dy2 = - beta * x[1]  
    dy3 = beta * x[1]  
    return [dy1, dy2, dy3]
```

Второй случай:

$I(0) > I$

```
def dy_less(x, t):  
    dy1 = alpha * x[0]  
    dy2 = alpha * x[0] - beta * x[1]  
    dy3 = beta * x[1]  
    return [dy1, dy2, dy3]
```

```
def draw_plot(S, I, R, t):  
    plt.plot(t, S, label = 'S(t)')  
    plt.plot(t, I, label = 'I(t)')  
    plt.plot(t, R, label = 'R(t)')  
    plt.title("Динамика изменения числа людей в  
              каждой из трех групп")  
    plt.legend()  
    plt.grid()  
    plt.show()
```

```
alpha = 0.01 # коэффициент заболеваемости  
beta = 0.02 # коэффициент выздоровления  
N = 11900 # общая численность популяции  
I0 = 290 # количество инфицированных особей в  $t_0 = 0$   
R0 = 52 # количество здоровых особей с иммунитетом в  $t_0 = 0$   
S0 = N - R0 # количество восприимчивых к болезни особей в  $t_0$ 
```

временной промежуток

`t0 = 0`

`t = np.arange(0, 200, 0.01)`

вектор начальных значений

`y0 = np.array([S0, I0, R0])`

Первый случай:

```
y = odeint(dy_more, y0, t)
```

```
S = [elem[0] for elem in y]
```

```
I = [elem[1] for elem in y]
```

```
R = [elem[2] for elem in y]
```

```
draw_plot(S, I, R, t)
```

Второй случай:

```
y = odeint(dy_less, y0, t)
```

```
S = [elem[0] for elem in y]
```

```
I = [elem[1] for elem in y]
```

```
R = [elem[2] for elem in y]
```

```
draw_plot(S, I, R, t)
```

Построенные графики



Рис. 1: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(t) \geq I'$, с начальными условиями $I_0 = 290$, $R_0 = 53$, $S_0 = 11610$

Второй случай

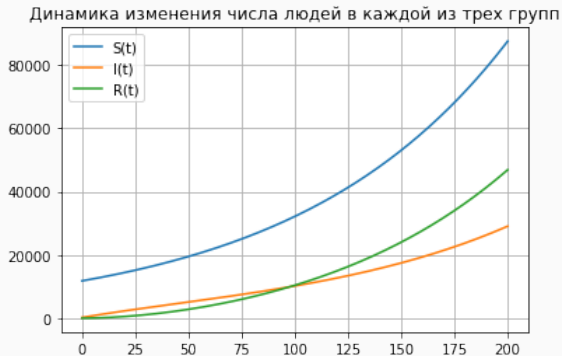


Рис. 2: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(t) > I'$, с начальными условиями $I_0 = 290, R_0 = 53, S_0 = 11610$

Вывод

При выполнении лабораторной работы мною были усвоены основные принципы задачи об эпидемии, а также проведена реализация данной модели в рамках моего варианта лабораторной работы.