## Центрально предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин

**Теорема**  
Если — независимые случайные величины, имеющие одно и то же распределение с математическим ожиданием и дисперсией $$, то при увеличении закон распределения суммы неограниченно приближается к нормальному.

Для того, чтобы согласиться или опровергнуть данное утверждение, стоит вспомнить, что же такое выборка и выборочное среднее.

Итак, предположим, что у нас имеется некоторая случайная величина c функцией распределения : .

Зададим выборку случайной величины объема : . Выборка - это случайный набор объектов из генеральной совокупности, всех значений случайной величины.

По выборке можно найти выборочное среднее, то есть среднее значение среди тех данных, которые мы отобрали из генеральной совокупности: .

По сути для доказательства и более точного формулирования центральной предельной теоремы стоит ответить на два вопроса:

1. Какое распределение будет иметь новая случайная величина - выборочное среднее ;
2. Как это распределение связано с исходным распределением .

объясняет широкое распространение нормального закона распределения и поясняет механизм его образования. Теорема позволяет утверждать, что всегда, когда случайная величина образуется в результате сложения большого числа независимых случайных величин, дисперсии которых малы по сравнению с дисперсией суммы, закон распределения этой случайной величины оказывается практически нормальным законом. А поскольку случайные величины всегда порождаются бесконечным количеством причин и чаще всего ни одна из них не имеет дисперсии, сравнимой с дисперсией самой случайной величины, то большинство встречающихся в практике случайных величин подчинено нормальному закону распределения.

Математическим обоснованием этого факта служит центральная предельная теорема:

Сумма большого числа как угодно распределенных независимых случайных величин распределена асимптотически нормально, если только слагаемые вносят равномерно малый вклад в сумму.

Это значит, что чем больше независимых слагаемых в сумме, тем ближе закон ее распределения к нормальному. Вместо суммы часто рассматривают среднее арифметическое большого числа случайных величин, оно отличается от суммы только множителем (1/n) , поэтому его распределение также стремится к нормальному с ростом числа n суммируемых величин. Поскольку случайные величины, с которыми мы сталкиваемся, например, при измерениях, есть результат действия множества независимых факторов, понятно, почему измеряемые значения, как правило, распределены нормально.

Следствием центральной предельной теоремы является широко применяемая при решении задач теорема Муавра-Лапласа.

Дополнительные тезисы:

Следует отметить, что центральная предельная теорема справедлива не только для непрерывных, но и для дискретных случайных величин. Практическое значение теоремы Ляпунова огромно. Опыт показывает, что закон распределения суммы независимых случайных величин, сравнимых по своему рассеиванию, достаточно быстро приближается к нормальному. Уже при числе слагаемых порядка десяти закон распределения суммы можно заменить на нормальный. Но в среднем при грубом предположении распределение считают нормальным при n>=30.

Широко применяемый в статистике выборочный метод находит свое научное обоснование в законе больших чисел. Например, о качестве привезенной из колхоза на заготовительный пункт пшеницы судят по качеству зерен, случайно захваченных в небольшую мерку. Зерна в мерке немного по сравнению со всей партией, но во всяком случае мерку выбирают такой, чтобы зерен в ней было вполне достаточно для проявления закона больших чисел с точностью, удовлетворяющей потребности. Мы вправе принять за показатели засоренности, влажности и среднего веса зерен всей партии поступившего зерна соответствующие показатели в выборке. (Источник)

# Заключение