Отчет по лабораторной работе №2: Задача о погоне

*дисциплина: Математическое моделирование*

Родина Дарья Алексеевна, НФИбд-03-18

Содержание

# Введение

## Цель работы

Основной целью лабораторной работы можно считать Ппостроение математической модели для выбора правильной стратегии при решении задачи о погоне.

## Задачи

Можно выделить три основные задачи данной лабораторной работы:  
1. Провести рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в 5.5 раз;  
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев;  
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

## Объект и предмет исследования

Объектом исследования в данной лабораторной работе является задача о погоне, а предметом исследования - траектории движения лодки браконьеров и катера берешлвлй охраны при заданных начальных условиях.

# Теоретические сведения: Задача о погоне

## Формулировка задания

Так как во второй лабораторной работе 70 вариантов, то номер моего варианта вычисляется по формуле , где - номер студенческого билета (в моем случае ):

1032182581%70 + 1

Соответственно, номер моего варианта - 32.

**Вариант 32**

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,5 раза больше скорости браконьерской лодки.  
1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).  
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.  
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

## Постановка задачи

1. Принимаем , - место нахождения браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров (), а полярная ось проходит через точку нахождени катера береговой охраны,
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были в одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.  
   Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса, удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение, Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдет это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: в первом случае или во втором случае.  
   Отсюда мы найдем два значения и .
5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки .  
   Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенсальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем, что .  
   Тангенсальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости .  
    .
6. Решение исходной задачи сводится к решению дифференциального уравнения с начальными условиями
7. или

# Реализация модели

## Подключение библиотек

Для того, чтобы использовать многие формулы, а также для построения графиков, необходимо подключить определенные библиотеки, в которых эти формулы описаны:

import numpy as np  
from math import sqrt, pi, tan  
from scipy.integrate import odeint  
import matplotlib.pyplot as plt

## Функции, описывающие движениие лодки и катера

Для катера береговой охраны:

def dx(r, theta):  
 dr = r / sqrt(11.25)  
 return dr

Для лодки браконьеров:

def dxdx(t):  
 xt = tan(fi) \* t  
 return xt

## Функция перехода из декартовых координаи в полярные

def cart2pol(x, y):  
 rho = np.sqrt(x\*\*2 + y\*\*2)  
 phi = np.arctan2(y, x)  
 return(rho, phi)

## Начальные значения

Начальные условия задаются следующим образом:

s = 11.5 # Начальное расстояние от лодки до катера  
fi = 3 \* pi / 4   
  
# Для случая 1  
# Для катера береговой охраны  
r0 = 11.5 / 4.5  
theta0 = 0  
theta = np.arange(theta0, 2 \* pi, 0.01)  
# Для лодки браконьеров  
t0 = 0  
t = np.arange(t0, 13, 1)  
  
# Для случая 2  
# Для катера береговой охраны  
r0 = 11.5 / 2.5  
theta0 = - pi  
theta = np.arange(theta0, 2 \* pi, 0.01)  
# Для лодки браконьеров  
t0 = 0  
t = np.arange(t0, 60, 1)

## Нахождение промежуточных координат и построение графиков

r = odeint(dx, r0, theta)  
  
[rho, phi] = cart2pol(t, dxdx(t))  
  
plt.polar(theta, r)  
plt.polar(phi, rho)

## Построенный график

В первом случае при запуске получившейся программы получаем следующий график (рис. 1):

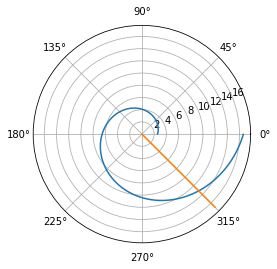


Figure 1: График движения лодки браконьеров и катера береговой охраны при , , ,

Во втором случае при запуске получившейся программы получаем следующий график (рис. 2):

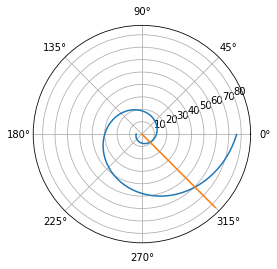


Figure 2: График движения лодки браконьеров и катера береговой охраны при , , ,

# Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель задачи о погоне, а также способ ее решения.