

## Лабораторная работа №24 по курсам «Языки и методы программирования» / «Алгоритмы и структуры данных»: 8 факультет, 1 курс, 2 семестр, 2011/12 учебный год

Составить программу выполнения заданных преобразований арифметических выражений с применением деревьев. Преобразование выражения в дерево рекомендуется осуществлять одним из известных методов (Рутисхаузера, Дейкстры и др.). Операнды в обрабатываемых выражениях могут быть целого или вещественного типа (по усмотрению преподавателя). Задания могут быть переформулированы и для булевского типа. Преобразование выражения реализовать в виде набора подпрограмм. Программа должна вводить и печатать выражения в исходном (текстовом) виде, преобразовывать их в деревья, выполнять заданные преобразования путем обращения к подпрограммам и печатать результаты в виде дерева и в текстовом представлении.

Для некоторых задач приводятся примеры, поясняющие постановку задачи. В примерах слева от стрелки приводится фрагмент выражения до, а справа — после выполнения преобразования. Программа должна обрабатывать все вхождения сходных фрагментов в анализируемых выражениях, а не только те, что приведены в примерах.

Программу необходимо проверить на нескольких выражениях, среди которых должны быть выражения, не содержащие преобразуемых элементов, содержащие ровно один такой элемент или несколько элементов, подлежащих преобразованию, причем в «разных» местах дерева.

### Варианты преобразований

1. Упростить выражения, выполнив сложение:

$$2 + 3 \rightarrow 5, \quad (-2 + b + 4) * k \rightarrow (2 + b) * k.$$

2. Упростить выражения, выполнив вычитание:

$$3 - 5 \rightarrow -2, \quad 5 + b - 3 \rightarrow 2 + b.$$

3. Упростить выражения, выполнив умножение:

$$2 * b * 2 \rightarrow 4 * b.$$

4. Упростить выражения, выполнив деление:

$$4 * a / 2 \rightarrow 2 * a.$$

5. Упростить выражения, выполнив возведение чисел в степень с целым показателем:

$$2 ^ 3 \rightarrow 8.$$

6. Упростить выражения, выполнив приведение подобных членов.

7. Редуцировать выражения, заменив операцию умножения переменной на целое число  $n$  на сумму  $n$  слагаемых:

$$a * 3 \rightarrow a + a + a.$$

8. Редуцировать выражения, заменив операцию возведения переменной в целую степень  $n$  на произведение  $n$  слагаемых:

$$a ^ 3 \rightarrow a * a * a.$$

9. Умножение переменной на сумму заменить на сумму произведений.
10. Умножение переменной на разность заменить на разность произведений.
11. Вынести общие сомножители (переменные и константы) из суммы.
12. Вынести общие сомножители (переменные и константы) из разности.
13. Упростить выражения, убрав из него все произведения, в которых в качестве сомножителя используется ноль.

14. Убрать из выражений все слагаемые, равные нулю.
15. Убрать из выражений все сомножители, равные единице.
16. Убрать из частных все делители, равные единице.
17. Перемножить степени с одинаковыми основаниями (в простейшем случае можно рассматривать основания, состоящие из одной переменной или константы):

$$a^2 * a^k \rightarrow a^{(2+k)}.$$

18. Вынести из произведений унарные минусы:

$$a * (-b) * 3 \rightarrow -(a * b * 3), \quad a * (-b) * 4 * (-5) \rightarrow a * b * 4 * 5.$$

19. Вынести из частных унарные минусы:

$$a * (-b) * 3 \rightarrow -(a * b * 3), \quad a * (-b) * 4 * (-5) \rightarrow a * b * 4 * 5.$$

20. Упростить сложные (многоэтажные) дроби:

$$(a/b)/c \rightarrow a/(b*c), \quad a/(b/c) \rightarrow (a/b)*c.$$

21. Заменить вычитание на сложение с противоположным числом, т. е. на сложение и унарный минус:

$$a - b * c \rightarrow a + (-b * c).$$

22. Выполнить сложение и вычитание дробей:

$$a/b + c/d \rightarrow (a*d + b*c)/(b*d).$$

23. Упростить дробь, сократив в числителе и знаменателе общие переменные и константы:

$$(a*b*3)/(3*b*c) \rightarrow a/c, \quad a/(a*b) \rightarrow 1/b.$$

24. Перемножить дроби:

$$(a/b) * (c/d) \rightarrow (a*c)/(b*d).$$

25. Заменить степень с суммой в показателе на произведение степеней:

$$a^{(b+c)} \rightarrow a^b * a^c.$$

26. Заменить степень с разностью в показателе на частное степеней:

$$a^{(b-c)} \rightarrow a^b / a^c.$$

27. Заменить дробь со степенью в знаменателе произведением на степень с отрицательным показателем:

$$a/(b^c) \rightarrow a * b^{(-c)}.$$

28. Поменять местами операнды у операций сложения и умножения. Учитывать приоритет (сначала выполняется умножение, потом — сложение) и ассоциативность (операции сложения и умножения левоассоциативны) операций.

29. Выполнить замену переменной на выражение:

$$\begin{aligned} \text{пример замены: } a &\rightarrow i + 4 \\ a + 2 * a &\rightarrow i + 4 + 2 * (i + 4). \end{aligned}$$

30. Упорядочить соседние операнды в операциях сложения и умножения, вынося вперед константы. Сохранить порядок следования констант и переменных:

$$a + 3 + b + a * c + 2 \rightarrow 3 + 2 + a + b + a * c.$$

31. Лексикографически упорядочить соседние операнды операции сложения и умножения:

$$2 + b + c + a - a * b \rightarrow 2 + a + b + c - a * b.$$

32. Подсчитать количество слагаемых или сомножителей на  $k$ -том уровне дерева выражения.
33. Даны два выражения. Подсчитать количество вхождений первого выражения во второе в качестве подвыражения. Учесть коммутативность операций сложения и умножения.
34. Подсчитать число уровней дерева выражения.
35. Подсчитать количество операндов (переменных и констант) в выражении.
36. Подсчитать количество переменных, используемых в данном выражении.
37. Подсчитать количество целых констант, используемых в выражении.
38. Подсчитать количество операций в данном выражении полагая, что все операции являются бинарными.
39. Построить новое выражение — копию исходного.
40. Проверить, идентичны ли два выражения, учитывая коммутативность сложения и умножения, а также возможность раскрытия скобок.
41. Вычислить значение многочлена от  $x$  при заданном  $x$ .
42. Проверить, является ли выражение многочленом от переменной  $x$ .
43. По заданному многочлену от  $x$  построить выражение, являющееся производной данного многочлена.
44. Проверить, упорядочены ли слагаемые заданного многочлена по степеням  $x$  в порядке возрастания или убывания.
45. Напечатать коэффициенты при степенях  $x$  в заданном многочлене в порядке возрастания и убывания степеней. В случае отсутствия какой-либо степени печатать 0. Слагаемые в исходном многочлене могут быть неупорядочены по степеням  $x$ .
46. В многочлене

$$f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

выполнить замену  $a_i$  на число  $i$  и на выражение  $a_i - i$ .

47. Заданы два многочлена. Построить новые многочлены, представляющие собой сумму и разность данных.
48. Даны два многочлена

$$f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i \text{ и } g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i.$$

Построить новый многочлен

$$h(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i,$$

где  $c_i = \max(a_i, b_i)$ ,  $c_i = \min(a_i, b_i)$ ,  $c_i = a_i \cdot b_i$  и  $c_i = a_i / b_i$ .

49. Дан многочлен  $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ . Построить многочлен  $g(x) = \sum_{i=0}^n a_{n-i} x^i$ .
50. Умножить многочлен от  $x$  на число  $k$ .
51. Поделить многочлен от  $x$  на число  $k$ .
52. Умножить многочлен от  $x$  на переменную  $x$ .

53. Даны многочлены  $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  и  $g(x) = \sum_{i=0}^m b_i x^i$ . Умножить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$ .

54. Даны многочлены  $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  и  $g(x) = \sum_{i=0}^m b_i x^i$ . Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$

$$f(x) = 2 * x + b * x, g(x) = x \rightarrow 2 + b, \quad f(x) = 3 * x, g(x) = a + x \rightarrow (3 * x)/(a + x).$$

55. Разложить на множители разность квадратов

$$a^2 - b^2 \rightarrow (a - b) * (a + b).$$

56. Свернуть множители в разность квадратов.

57. Разложить на множители квадрат суммы

$$(a + b)^2 \rightarrow a^2 + 2 * a * b + b^2.$$

58. Свернуть множители в квадрат суммы.

59. Разложить на множители квадрат разности

$$(a - b)^2 \rightarrow a^2 - 2 * a * b + b^2.$$

60. Свернуть множители в квадрат разности.

61. Разложить на множители сумму кубов.

$$a^3 + b^3 \rightarrow (a + b) * (a^2 - a * b + b^2).$$

62. Свернуть множители в сумму кубов.

63. Разложить на множители разность кубов.

$$a^3 - b^3 \rightarrow (a - b) * (a^2 + a * b + b^2).$$

64. Свернуть множители в разность кубов.

65. Разложить на множители квадратный трехчлен.

66. Преобразовать многочлен в стандартный вид, располагая слагаемые заданного многочлена по степеням  $x$  в порядке возрастания или убывания

$$f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i.$$

67. Преобразовать бинарное дерево в  $n$ -арное (заменяя соответствующие деревья операций сложения и умножения)

68. Преобразовать  $n$ -арное дерево в бинарное (заменяя соответствующие деревья операций сложения и умножения)

99\*. Выполнить полное дифференцирование выражения.