В.П.Демков, Ю.Н.Кременцова, Е.Л.Студников, О.И.Суров

ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНОВ В МАИ В 1996 ГОДУ

М.: Изд-во МАИ, 1996. — 80 с.

Данное пособие дня поступающих в Московский авиационный институт содержит экзаменационные задания по физике, предлагавшиеся на вступительных экзаменах в 1996 году. Предлагаемое Вашему вниманию пособие можно рассматривать как продолжение работы, проводимой приемной комиссией по ознакомлению абитуриентов с содержанием и уровнем сложности экзаменационных заданий. В пособие включены задачи всех типов и уровней сложности (всего около 400 задач). Задачи повышенной сложности отмечены значком *. Для некоторых из этих задач в пособии приведены решения. Ко всем остальным задачам даны ответы в аналитическом виде, что обеспечивает самоконтроль при решении задачи. В конце пособия приведены несколько вариантов экзаменационных билетов. Решать их рекомендуется после проработки всех разделов пособия.

Пособие может быть использовано как для самостоятельной подготовки абитуриента, так и дня преподавателя физики, осуществляющего довузовскую подготовку школьников.

СОДЕРЖАНИЕ

1. МЕХАНИКА

А. КИНЕМАТИКА

1. Материальная точка начинает движение из состояния покоя с постоянным ускорением $a_1 = 10$ м/с^2. Спустя $t_1 = 6$ с точка начинает двигаться без ускорения и продолжает это движение в течение отрезка времени $t_2 = 7$ с. В течение следующих $t_3 = 3$ с точка имеет отрицательное ускорение $a_3 = -20$ м/с^2. Постройте графики зависимости ускорения, скорости и координаты точки от времени. Найдите скорость точки в момент времени $t = 16$ с. Найдите длину отрезка пути, на котором происходило торможение точки.

2. Две машины в момент времени $t = 0$ вышли из одного пункта. По графикам зависимости скорости машин от времени (рис.1) определите время и координату точки новой встречи машин.

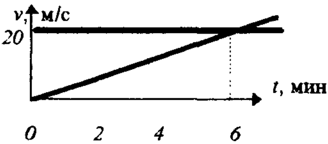


Рис. 1

3. Два тела, находящиеся на расстоянии L друг от друга, начинают двигаться одновременно в одном направлении: первое из состояния покоя с постоянным ускорением a, а второе, догоняющее первое, равномерно со скоростью v. При каких значениях скорости v второе тело догонит первое?

4. Два тела, расстояние между которыми равно L, начинают двигаться навстречу друг другу : одно - равномерно со скоростью v, а второе - из состояния покоя равноускоренно с ускорением a. Через какое время тела встретятся?

5. Самолет в безветреную погоду взлетает со скоростью $v_0 = 40$ м/с под углом к горизонту $\alpha = 10^0$. Внезапно начинает дуть горизонтальный встречный ветер, скорость которого $v_в = 10$ м/с. Какой стала скорость самолета относительно Земли и какой угол образует этот вектор скорости с горизонтом?

6. Капли дождя на окнах неподвижного трамвая оставляют полосы, наклоненные под углом α к вертикали. При движении трамвая со скоростью v полосы от дождя вертикальны. Yайти скорость капель дождя v_0 в безветреную погоду.

7. По графику зависимости скорости v от времени t (рис. 2) определить среднюю скорость движения тела на первой половине пути.

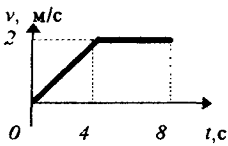


Рис. 2

8*. Материальная точка движется вдоль оси OX согласно приведенному графику (рис. 3). Участки графика для интервалов времени $0 \le t \le 1$ (с) и $2 \le t \le 3$ (с) представляют собой отрезки парабол, для $3 \le t \le 4$ (с) - отрезок прямой. Построить графики изменения скорости $v = f(t)$ и ускорения $a = f(t)$ от времени. Построение обосновать, т.е. записать уравнения, соответствующие построенным графикам.

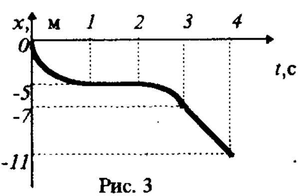


Рис. 3

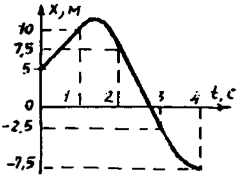


рис. 4

9*. Материальная точка движется вдоль оси OX согласно графику, приведенному на рисунке 4. Участки графика для интервалов времени $0 \le t \le 1$ (с) и $2 \le t \le 3$ (с) представляют собой отрезки прямых, участки $1 \le t \le 2$ (с) и $3 \le t \le 4$ (с) - отрезки парабол. Построить графики изменения скорости $v = f(t)$ и ускорения $a = f(t)$ от времени. Построение обосновать, т.е. записать уравнения, соответствующие построенным графикам.

10*. Материальная точка движется вдоль оси OX так, что ее ускорение изменяется согласно приведенному графику (рис. 5). Считая, что при $t = 0$ (с) $v_0 = 0$ (м/с) и $x_0 = 4$ (м), построить графики зависимости скорости $v = f(t)$ и координаты $x = f(t)$ от времени. Построение обосновать, т.е. записать уравнения, соответствующие построенным графикам.

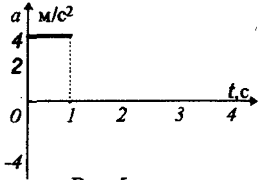


Рис. 5

11*. Материальная точка движется вдоль оси OX так, что ее ускорение изменяется согласно приведенному графику (рис. 6). Считая, что при $t = 0$ (с) $v_0 = 10$ (м/с) и $x_0 = -5$ (м), построить графики зависимости скорости $v = f(t)$ и координаты $x = f(t)$ от времени. Построение обосновать, т.е. записать уравнения, соответствующие построенным графикам.

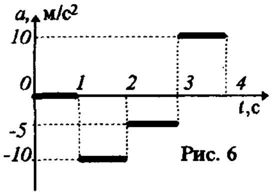


Рис. 6

12*. Материальная точка движется вдоль оси OX так, что ее скорость изменяется согласно приведенному графику (рис. 7). Считая, что при $t = 0$ (с) $x_0 = -10$ (м), построить графики зависимости координаты $x = f(t)$ и пути $S = f(t)$ от времени. Построение обосновать, т.е. записать уравнения, соответствующие построенным графикам.

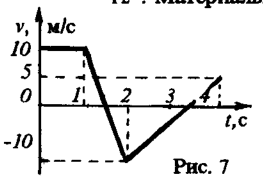


Рис. 7

13*. Материальная точка движется вдоль оси OX так, что ее скорость изменяется согласно приведенному графику (рис. 8). Считая, что при $t = 0$(с) $x_0 = 5$ (м), построить графики зависимости координаты $x = f(t)$ и пути $S = f(t)$ от времени. Построение обосновать, т.е. записать уравнения, соответствующие построенным графикам.

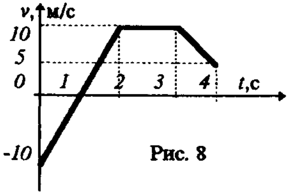


Рис. 8

14. Тело свободно падает с высоты $H_0 = 10$ м. Найти его скорость на высоте $H = 4$ м. Сопротивлением воздуха пренебречь.

15. С какой высоты свободно падает тело, если на высоте $H = 10$ м оно было через время $t = 2$ с после начала падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

16. С крыши дома оторвалась сосулька, которая за время $t_0 = 0,2$ с пролетела мимо окна высотой $H = 1,5$ м. С какой высоты относительно верхнего

края окна оторвалась сосулька? Сопротивлением воздуха и размерами сосульки пренебречь.

17. Мячик, брошенный вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с, пролетает мимо окна высотой $h = 1,5$ м за время $t_0 = 0,2$ с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, на какой высоте относительно поверхности земли находится подоконник окна.

18. Парашютист, опускающийся равномерно со скоростью $v = 5$ м/с, бросает вертикально вверх небольшое тело с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с относительно парашюта и себя. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, через какое время после броска тело и парашютист вновь окажутся на одной высоте. Чему будет равна скорость тела в этот момент?

19. С воздушного шара, опускающегося вниз с постоянной скоростью $v_1 = 2$ м/с, бросили вертикально вверх камень со скоростью $v_2 = 10$ м/с относительно земли. Какое максимальное расстояние будет достигнуто между воздушным шаром и камнем? Сопротивлением воздуха пренебречь.

20. Тело брошено с поверхности земли под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 25$ м/с. Как зависят от времени скорость v и угол ее наклона β к горизонту? Чему равны эти величины через $t = 1,2$ с после начала движения тела?

21. С какой скоростью должен вылететь снаряд из пушки в момент старта ракеты, чтобы поразить ракету? Ракета стартует вертикально с постоянным ускорением $a = 4$ м/с^2. Расстояние от пушки до места старта ракеты $L = 9$ км, пушка стреляет под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту.

22. Два тела брошены под углами $\alpha_1 = 30^0$ и $\alpha_2 = 45^0$ к горизонту из одной точки. Каково отношение сообщенных им начальных скоростей, если тела упали на землю в одной и той же точке?

23. Для тела, брошенного с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту, построить график зависимости вертикальной проекции скорости v_y: 1) от времени t; 2) от координаты x (т.е. от расстояния по горизонтали от места бросания).

24. Для тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью v_0, построить график зависимости тангенса угла наклона вектора полной скорости к горизонту в зависимости от координаты x (т.е. от расстояния по горизонтали от места бросания).

25. Тело брошено с высокой башни горизонтально с начальной скоростью $v_0 = 25$ м/с. Найти нормальное a_n и касательное a_τ ускорения тела через время $\tau = 1,6$ с после начала движения.

26. Камень брошен на склоне горы под углом α к склону с начальной скоростью v_0 (рис.9). Определить модуль и направление векторов скорости и ускорения в момент времени t после начала движения. Угол наклона горы к горизонту β, сопротивление воздуха не учитывать.

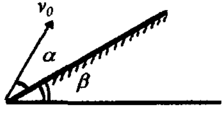


Рис. 9

27. Орудие стоит на расстоянии $L = 500$ м (по горизонтали) от мишени. Под каким углом к горизонту должен быть расположен ствол орудия для поражения мишени, если начальная скорость снаряда $v_0 = 500$ м/с, мишень расположена на высоте $h = 200$ м над поверхностью земли? Сопротивлением воздуха пренебречь.

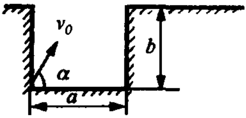


Рис. 10

28. Орудие находится в углублении относительно поверхности земли (рис. 10). Размеры a и b известны. Снаряд вылетает из ствола орудия со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Определить вектор скорости снаряда в момент времени непосредственно перед падением снаряда на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

29*. Самолет совершает прямой и обратный рейсы между двумя населеннымн пунктами. При каком направлении ветра относительио трассы время полета будет максимальным? Минимальным? Ответ обосиовать.

30*. Тело бросают со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 10^0$ к плоской поверхности горки, образующей угол $\beta = 40^0$ с горизонтом. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить минимальный радиус кривизны траекторни тела.

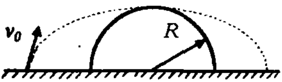


Рис. 11

31*. Сферическая горка имеет радиус R (рнс. 11). При какой наименьшей скорости камень, брошенный с поверхности земли, перелетит через горку, не коснувшись ее поверхности? Сопротивлением воздуха пренебречь.

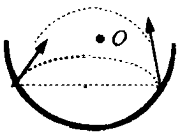


Рис. 12

32*. В сферической лунке прыгает шарик, упруго ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали (рнс. 12). Промежутки времени между ударами при движении в противоположные стороны равны T_1 и T_2 соответственно. Определить радиус лунки.

33*. От основания наклонной плоскости с углом наклона к горизонту α одновременно бросают два тела с одинаковымн скоростями v_0 под углами 2α и 3α к горизонту. Каково расстояние S между телами в момент времени, когдв одно из них упадет на наклонную плоскость?

34*. На гладкую наклонную плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 45^0$ поставили цилиндрический стакан высотой $h = 10$ см (рис. 13). В момент начала движения стакана от его верхнего края внутрь роняют шарик. Какой путь по наклоиной плоскости пройдет стакан к моменту пятого удара шарика о дно стакана? Удары абсолютно упругие.

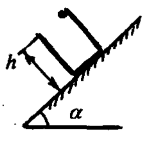


Рис. 13

35. Два тела движутся так, что их координаты изменяются согласно уравнениям: $x_1 = -3 + 2t + t^2$ (м) и $x_2 = 7 - 8t + t^2$ (м). Определить относительную скорость тел в момент их встречи.

36. Точка движется окружности радиуса $R = 2$ м по закону $\varphi = 2 + 2t - t^2$ (рад). Определить путь, пройденный точкой до остановки.

37. По окружности радиуса $R = 2$ м одновремеиio движутся две точки так, что законы нх движения имеют вид: $\varphi_1 = 2 + 2t$ (рад) и $\varphi_2 = -3 - 4t$ (рад). Определить относительиую скорость точек в момент их встречи.

38. По ленте транспортера, движущейся горизонтально со скоростью v, катится в том же направлении без проскальзывания цилиндр с угловой скоростью ω. Радиус цилиндра R. Определить скорость верхней точки цилиндра относительно Земли.

Б. ДИНАМИКА

39. Сила $F = 3$ Н действует на первоначально покоящееся тело массой $m = 5$ кг в течение времени $t = 4$ с. Найти путь, пройденный телом за это время.

40. Под действием какой силы вагонетка массой $m = 350$ кг движется с ускорением $a = 0{,}15$ м/с^2, если сила сопротивления равна $F_c = 12$ Н?

41. Каковы должны быть величина и направление минимальной силы F, приложенной к центру масс бруска, лежащего на горизонтальном столе, чтобы сдвинуть его с места? Масса бруска $m = 1$ кг, коэффициент трения между столом и бруском $\mu = 1/\sqrt{3}$.

42. Два тела массами m_1 и m_2 лежат на двух разных столах (рис. 14). Коэффициенты трения между телами и столами равны μ. Тела связаны невесомой нерастяжимой нитью. На нити укреплен невесомый блок с грузом массы m. Определить ускорение груза m.

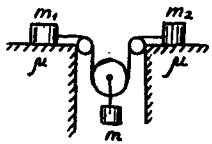


Рис. 14

43. Небольшое тело массой $m = 2$ кг находится на горизонтальной поверхности (рис. 15). Если на тело действует сила $F = 10$ Н, направленная под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, то тело движется равномерно. Определить ускорение тела, если угол между направлением той же по величине силы F и горизонтом будет равен $\beta = 30^0$.

Рис. 15

44. Два тела массами m_1 и m_2, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, переброшенной через невесомый блок, расположены на столе так, как показано на рисунке 16. Стол движется с ускорением a_0. Коэффициент трения между столом и телами μ. Определить ускорение грузов относительно стола, если известно, что тело m_2 движется вниз.

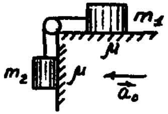


Рис. 16

45. Два груза массами m и $2m$ соединены невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (рис. 17). Вся система находится в лифте, который движется вверх с ускорением a_0. Определить ускорения грузов относительно Земли.

46*. На наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^0$ к горизонту, лежит доска массой $4m$, а на ней брусок массы m (рис. 18). Коэффициент трения между доской и наклонной плоскостью и между доской и бруском одинаков и равен $\mu = \sqrt{3}/5$. С какой силой нужно тянуть нить, привязанную к бруску, чтобы система находилась в покое? Нить невесома и от бруска до блока натянута параллельно наклонной плоскости.

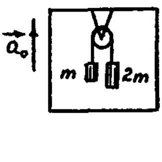


Рис. 17

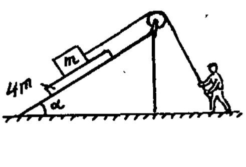


Рис. 18

47*. Человек массой m стоит на однородной доске длиной L, удерживая ее в равновесии с помощью веревок, прикрепленных к концам доски и перекинутых через одинаковые невесомые блоки (рис. 19). Какую силу должен приложить к веревке человек, чтобы доска оставалась горизонтальной, а веревки внсели вертикальио? На каком расстоянии x должеи стоять человек? Показать, что такое равновесие возможно только если масса доски много меньше массы человека. Массой веревок пренебречь.

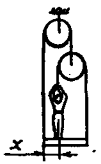


Рис. 19

48*. Человек массы m хочет с помощью веревки, перекинутой через блок, въехать стоя на ящике наверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^0$ с горизонтом (рис. 20). Коэффициент трения ящика о плоскость $\mu_1 = \sqrt{3}/24$, коэффициент трения подошв человека о ящик $\mu_2 = 12\ \mu_1$. Масса ящика m. С какой силой человек должен тянуть за веревку? Веревка параллельна наклониой плоскости, блок и веревка невесомы.

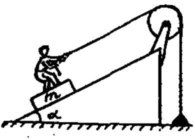


Рис. 20

49*. Из шахты прямоугольного сечения на канате поднимают ящик с ускорением $a = 4$ м/с^2. Ширина ящика $d = 2$ м практически равна ширине шахты, высота ящика $h = 1$ м. Канат прикреплен к центру верхней крышки ящика. Левую половину ящика занимает груз массой $m_1 = 25$ кг, правую груз массой $m_2 = 17$ кг. Определить силы давления ящика на стенки шахты. Трением пренебречь.

50*. Шестигранный карандаш, лежащий на горизонтальной поверхности, толкнули в направлении, перпендикулярном его продольной оси (рис. 21). Прн каких значениях коэффициента трения μ между карандашом и поверхностью карандаш будет скользить по поверхности, не вращаясь вокруг продольной оси?

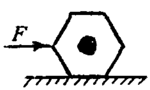


Рис 21

51*. Невесомый стержень положен на неподвижную призму (рис. 22). К одному концу стержня прикреплен груз массы $M = 2$ кг, к другому - невесомый блок, через который перекинута невесомая нить. На концах нити прикреплены грузы массами m_1 и m_2. При движении грузов m_1 н m_2. равновесие стержня имеет место, если точка опоры стержня сдвинута на расстояние стержня $L = 35$ см. $d = 5$ см от его середины. Длина стержня $L = 35$ см. Определить массы грузов m_1 и m_2., если $m_1 + m_2 = M$.

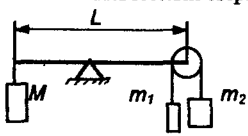


Рис. 22

52*. На горизонтальиой поверхности лежит брусок массы $m_1 = 2$ кг. На бруске находится кубик массой $m_2 = 0{,}5$ кг. Коэффициент трения между бруском и горизонтальной поверхностью $\mu = 0{,}3$. Трение между кубиком и бруском столь велико, что кубик относительно бруска скользить ие может. С какой минимальной горизонтальной силой нужно подействовать на брусок, чтобы кубик опрокинулся?

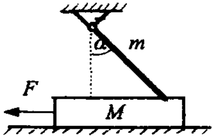


Рис. 23

53*. Верхний конец стержня укреплен шарнирно, нижний конец опирается о доску, лежащую на горизонтальной поверхности (рис. 23). Масса стержня $m = 1$ кг, угол, который он составляет с вертикалью, $\alpha = 30^0$. Масса доски $M = 5$ кг. Коэффициент трения между доской и поверхностью $\mu_1 = 0{,}05$, между доской и стержнем $\mu_2 = 0{,}2$. Какую минимальную горизонтальную силу F надо приложить к доске, чтобы она сдвинулась влево?

54. Тело массой $m = 0{,}1$ кг брошено под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 5$ м/с. Определить величину изменения импульса тела за время полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

55. Тело массой $m = 150$ г равномерно вращается со скоростью $v = 5$ м/с по окружности, расположенной в горизонтальной плоскости. Определить величину изменения импульса тела за время прохождения им четверти длины окружности.

56. Сколько времени действовала на тело массой $m = 2$ кг постоянная сила $F = 40$ Н, если скорость тела увеличилась на $\Delta v = 2$ м/с?

57. Мяч массой $m = 0{,}15$ кг ударяется о гладкую стену под углом $\alpha = 60^0$ к ней и отскакивает без потери скорости. Найти среднюю силу F, действующую на мяч со стороны стенки, если скорость мяча $v = 10$ м/с, а продолжительность удара $t = 0{,}1$ с.

58. Тело массой $m = 1$ г брошено горизонтально. Определить величину изменения импульса тела за время, в течение которого оно по вертикали опустится на расстояние $h = 1{,}8$ м. Сопротивлением воздуха пренебречь.

59. Материальная точка массой $m = 1$ кг равномерно вращается с угловой скоростью $\omega = 1$ рад/с по окружности радиуса $R = 1$ м. Найти изменение импульса материальной точки за время $t = T/2$, где T - время одного оборота.

60*. В момент времени $t_0 = 0$ на тело, движущееся с постоянной скоростью v, начинает действовать некоторая постоянная по модулю и направлению сила. В момент времени $t_1 = t$ скорость тела увеличилась в 2 раза, а к моменту времени $t_2 = 2t$ скорость тела увеличилась еще в два раза. Определить скорость тела в момент времени $t_3 = 3t$.

61*. Тело движется с постоянной скоростью $v_0 = 1$м/с .В момент времени $t_0 = 0$ на тело начинает действовать некоторая постоянная по модулю и направлению сила. К моменту времени $t_1 = 1$ с скорость тела увеличилась в 3 раза, а к моменту времени $t_2 = 2$ с скорость тела увеличилась еще в 3 раза. Определить ускорение тела.

62. Человек массой $m_1 = 70$ кг прыгает на неподвижную тележку массой $m_2 = 210$ кг. С какой скоростью прыгает человек, если тележка начинает двигаться со скоростью $v = 1$ м/с? Скорость человека направлена горизонтально.

63. Моторная лодка мощностью $N = 5$ кВт развивает силу тяги $F = 700$ Н. С какой скоростью движется лодка?

64*. Цилиндрический стержень забит в доску, толщина которой равна половине длины стержня, на половину своей длины. Во сколько раз большую работу надо совершить, чтобы протолкнуть стержень сквозь доску, чем вытащить его из доски, если сила трения стержня о доску прямо пропорциональна длине стержня, находящейся в доске? Силу тяжести не учитывать.

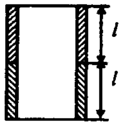


Рис. 24

65*. Резиновый шланг нужно надеть на цилиндрическую трубку (рис. 24). Во сколько раз большую работу нужно совершить, чтобы надеть шланг целиком, чем надеть его с противоположных концов трубки, предварительно разрезав на две равные части? Сила трения между резиной и трубкой прямо пропорциональна длине надетого куска шланга. Силой тяжести пренебречь.

66*. Гвоздь забивают в доску. За первый удар гвоздь может быть забит на четверть своей длины. Во сколько раз большую работу надо совершить, чтобы забить гвоздь полностью, чем за первый удар, если сила сопротивления материала доски прямо пропорциональна глубине погружения гвоздя? Силу тяжести не учитывать.

67*. Ножом для обрезания пачек бумаги требуется обрезать книгу толщиной в *300* страниц. Во сколько раз большую работу надо совершить, обрезая книгу целиком, чем трижды обрезав по *100* страниц ? Сила сопротивления бумаги прямо пропорциональна толщине стопы бумаги.

68. Шарик А налетает на неподвижный шарик В и после удара движется в направлении, перпендикулярном первоначальному. При этом его скорость уменьшается вдвое. Определить направление движения шарика В после соударения.

69. Замкнутая система состоит из двух частиц одинаковой массы, которые движутся со скоростями v_1 и v_2 так, что угол между направлениями их движения равен α . После абсолютно упругого столкновения скорости частиц оказались равными u_1 и u_2 . Определить угол β между направлениями их разлета.

70. Мяч массой $m = 60$ г падает на пол с высоты $H = 2$ м и подскакивает на высоту $h = 1$ м. Определить продолжительность удара, если среднее значение силы удара мяча о пол равно $F = 1$ Н. Сопротивлением воздуха пренебречь.

71. Тело массой $m = 2$ кг двигалось по горизонтальной гладкой плоскости вдоль прямой со скоростью $v = 4$ м/с. После действия некоторой силы оно продолжает двигаться по плоскости под углом $\alpha = 90^0$ к начальному направлению с той же по модулю скоростью. Найти среднюю величину этой силы и совершенную ею работу, если время действия силы $\Delta t = 1$ с.

72. Тело массой $m = 4$ кг двигалось по горизонтальной гладкой плоскости вдоль прямой со скоростью $v = 2$ м/с. После действия некоторой силы оно продолжает двигаться по плоскости, но в противоположную сторону и с вдвое меньшей скоростью. Определить работу, совершенную этой силой, с среднюю величину силы, если время ее действия $\Delta t = 2$ с.

73. Импульс тела равен $p = 10$ кг·м/с, а его кинетическая энергия $E_к = 20$ Дж. Найти массу и скорость тела.

74. Человек поднимает груз массой $m = 10$ кг на высоту $h = 1,5$ м с ускорением $a = 0,7$ м/с^2. Найти работу, совершенную человеком.

75. Тело массы $m = 3$ кг движется по шероховатой поверхности до полной остановки. Найти работу силы трения, если начальная скорость тела $v_0 = 2$ м/с.

76. На тело массы m действует постоянная сила F. Найти зависимость мощности этой силы от времени, т.е. $N = f(t)$.

77. Карандаш массой $m = 5$ г и длиной $l = 15$ см, лежащий на столе, ставят вертикально. Какую минимальную работу при этом надо совершить?

78. Груз массой $m = 0,2$ кг вращают на веревке длиной $L = 0,5$ м в горизонтальной плоскости так, что сила натяжения нити равна $F = 20$ Н. Найти период T вращения груза.

79. Груз массой $m = 0{,}8$ кг вращают на нити длиной $L = 1$ м в вертикальной плоскости так, что его угловая скорость в нижнем положении равна $\omega = 1{,}5$ рад/с. Определите силу натяжения нити в этом положении.

80. Автомобиль массой $m = 800$ кг движется по впадине шоссе с постоянной скоростью $v = 12$ м/с. Радиус кривизны впадины $R = 40$ м. Найти силу давления автомобиля на шоссе в нижней точке впадины.

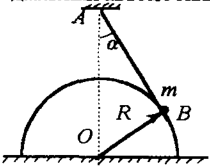


Рис. 25

81. Шарик массой m, подвешенный на невесомой нити, образующей угол α с вертикалью, лежит на гладкой полусфере радиуса R (рис. 25). Треугольник ABO - прямоугольный. Шарику сообщают скорость перпендикулярно плоскости чертежа и он начал скользить по полусфере, описывая окружность. При какой скорости сила давления шарика на полусферу станет равной нулю?

82. В цирковом аттракционе мотоциклист делает “мертвую петлю” в вертикальной плоскости, скатываясь с наименьшей высоты, необходимой для выполнения трюка. На какой высоте h сила давления мотоциклиста на дорожку равна $2/3$ силы его тяжести? Радиус петли R, трением пренебречь.

83. На гладкое проволочное кольцо радиуса R, расположенное вертикально, надета маленькая бусинка. Кольцо вращается вокруг вертикальной оси, проходящей по диаметру кольца. При какой угловой скорости ω бусинка поднимется на высоту $h = R/2$, считая от нижнего положения?

84. Пружину растянули на $x_1 = 1$ см, затратив на это работу $A = 0{,}1$ Дж. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину из недеформированного состояния на величину $x_2 = 2$ см?

85. Период колебаний математического маятника равен $T = 3$ с. Найти длину нити маятника.

86. Период колебаний пружинного маятника массой $m = 0{,}2$ кг равен $T = 2$ с. Найти жесткость пружины.

Рис. 26

87. На горизонтальном столе лежат два тела массами m_1 и m_2, соединенные невесомой пружиной жесткости k (рис. 26). Коэффициенты трения между столом и телами равны соответственно μ_1 и μ_2. К телу m_1 приложена горизонтальная сила F_1, а телу m_2 - сила F_2. Под действием этих сил тела начинают двигаться. Определите максимальное удлинение пружины.

Рис. 27

88*. Два тела соединены недеформированной пружиной жесткостью k и расположены на гладкой горизонтальной поверхности (рис. 27). К телам одновременно прикладывают одинаковые противоположные силы F, направленные вдоль пружины. Определить удлинение пружины в момент, когда относительные скорости тел максимальны.

89*. На гладком горизонтальном столе лежат два бруска массами m_1 и m_2,

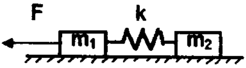


Рис. 28

соединенные невесомой пружиной жесткостью k(рис. 28). На брусок массой m_1 начинает действовать постоянная горизонтальная сила F. Через некоторое время колебания, возникшие в системе, прекращаются Найти отношение энергии пружины в момент наибольшего ее растяжения при колебаниях к ее энергии во время установившегося движения.

90*. По наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, под действием силы F начинают двигаться вверх два одинаковых тела массой m каждое, соединенных невесомой пружиной жесткостью k. Найти наибольшее удлинение пружины, если трения между верхним телом и плоскостью нет, а коэффициент трения между нижним телом и плоскостью равен $\mu > tg\alpha$. Сила F направлена вдоль наклонной плоскости и приложена к верхнему телу.

91*. С наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, начинают соскальзывать два одинаковых тела массой m каждое, соединенных невесомой пружиной жесткости k. Найти наибольшее удлинение пружины, если трения между нижним телом и плоскостью нет, а коэффициент трения между верхним телом и плоскостью равен $\mu < tg\alpha$.

92*. Грузовые весы массой $m = 3$ т, установленные на 4-х одинаковых пружинах жесткостью $k = 10^6$ Н/м каждая, предназначены для взвешивания больших грузов, например, автомобилей до и после загрузки. Оценить количество взвешиваний в течение часа, при котором весы давали бы особенно неверные показания. Оценку произвести в предположении, что интенсивность движения автомобилей через весы равномерная

93*. Автомобиль с двухколесным прицепом (с двумя пружинными амортизаторами) равномерно движется по дороге, выложенной из бетонных не плотно пригнанных плит длиной $L = 10$ м каждая. Оценить при какой скорости автомобиля прицеп будет " подпрыгивать" на стыках плит наиболее сильно, если масса прицепа $m = 100$ кг, а жесткость пружин амортизаторов каждого из его колес $k = 5 \cdot 10^3$ Н/м.

94*. При какой скорости волны рыбаку особенно плохо будет наблюдать клев, если расстояние между двумя соседними гребнями волн равно $L = 0,3$ м? Масса поплавка $m = 10$ г, сечение его одинаково по всей длине и равно $S = 6 \cdot 10^{-5}$ м^2. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3. Массу лески, грузила и крючка не учитывать.

95*. На чашку пружинных весов массой $m = 50$ г с жесткостью пружины $k = 10$ Н/м роняют с некоторой высоты маленький шарик. Оценить высоту, с которой должен падать шарик, чтобы возникающие в системе колебания происходили с наибольшей амплитудой. Сопротивление воздуха не учитывать, соударения шарика с чашкой весов считать абсолютно упругими. Оценку произвести в предположении, что после каждого отскока модуль скорости шарика фактически равен скорости до соударения.

96*. Через ручей переброшена длинная узкая доска. Когда человек стоит на ее середине неподвижно, она прогибается на $\Delta x = 0,1$ м. Когда же человек идет по доске со скоростью $v = 3,6$ км/час, то доска начинает раскачиваться так сильно, что человек падает в воду. Оценить длину шага человека.

97*. На пружине с коэффициентом жесткости k равномерно опускается груз массы m со скоростью v. В некоторый момент времени верхний конец пружины останавливается. Найти максимальную силу натяжения пружины при торможении груза до полной остановки.

98*. Груз массы m, подвешенный на пружине жесткости k, находится на подставке. Пружина при этом не деформирована. Подставку быстро убирают. Определить максимальную скорость груза.

99*. Тело массы m падает без начальной скорости с высоты h на стоящую вертикально на полу пружину жесткости k и длины L. Определить максимальную силу давления на пол.

100*. Два одинаковых тела массой m каждое, соединенные пружиной жесткости k, лежат на горизонтальной плоскости. Левое тело касается вертикальной стенки. Какую минимальную скорость, направленную к стенке, надо сообщить правому телу, чтобы оно при обратном движении сдвинуло с места левое тело? Коэффициент трения каждого тела о плоскость равен μ. В начальный момент пружина не деформирована.

101. Один из спутников Юпитера имеет период обращения $T = 1{,}44\cdot10^6$ с и отстоит от центра Юпитера в среднем на расстояние $R = 1{,}9\cdot10^9$ м. Определите массу Юпитера.

102. Космический корабль, движущийся вокруг Земли по круговой орбите, переходит на новую орбиту, на которой скорость корабля становится в два раза меньше. Во сколько раз при этом изменится сила тяжести, действующая на космонавта?

103. Венера находится на среднем расстоянии от Солнца $R = 1{,}08\cdot10^8$ км. Определите продолжительность венерианского года, учитывая, что Земля удалена от Солнца в среднем на расстояние $r = 1{,}49\cdot10^8$ км.

104. Определите силу тяжести, действующую на космонавта массой $m = 75$ кг, находящегося на космическом корабле, движущемся по круговой орбите со скоростью $v = 1{,}56$ км/с на расстоянии $R = 2000$ км от центра Луны. Влиянием Земли, Солнца и других планет пренебречь.

105. Две равные по массе звезды находятся на расстоянии $R = 8\cdot10^{10}$ м друг от друга и синхронно вращаются относительно точки, расположенной посередине между ними, с частотой $n = 1$ оборот за время $T = 12{,}6$ земного года. Чему равна масса каждой звезды?

В. ГИДРОСТАТИКА

106. Поршень массой $M = 3$ кг представляет собой диск радиусом $R = 4$ см с отверстием, в которое вставлена тонкостенная трубка радиусом $r = 1$ см. Поршень может без трения входить в стакан и сначала лежит на дне стакана. На какую высоту поднимется поршень, если в трубку влить $m = 700$ г воды? Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м³.

107. Ртуть находится в U-образной трубке. Площадь сечения левого колена трубки в $n = 3$ раза меньше площади сечения правого. Уровень ртути в левом колене расположен на расстоянии $h_0 = 30$ см от верхнего края трубки. На сколько поднимется уровень ртути в правом колене, если левое доверху долить водой? Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м³, ртути $\rho_{рт} = 13{,}6\cdot10^3$ кг/м³.

108. В сообщающихся сосудах с отличающимися в $n = 2$ раза площадями поперечного сечения находится ртуть. В узкий сосуд наливают воду так, что высота ее столба равна $h_1 = 0{,}48$ м, а в широкий сосуд - равное по массе количество некоторой жидкости. Определить установившуюся разность уровней ртути в сосудах, если плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м³, ртути $\rho_{рт} = 13{,}6\cdot10^3$ кг/м³.

109. При подъеме груза массой $m = 2\cdot10^3$ кг с помощью гидравлического пресса была затрачена работа $A = 400$ Дж. При этом малый поршень сделал

$N = 10$ ходов, перемещаясь за один ход на $l = 0,1$ м. Во сколько раз площадь большого поршня больше площади малого, если вся затраченная работа пошла на подъем груза?

110. Жидкость плотности $\rho = 800$ кг/м³ налита в сосуд, имеющий форму усеченного конуса и расширяющийся кверху. Площадь дна сосуда $S = 0,02$ м². Масса жидкости $m = 15$ кг, высота жидкости $h = 0,6$ м. Пренебрегая атмосферным давлением найти вертикальную составляющую силы, с которой жидкость действует на боковую поверхность сосуда.

111. Однородный стержень закреплен шарнирно за верхний конец и полностью погружен в сосуд, содержащий две несмешивающиеся жидкости с плотностями $\rho_1 = 0,7$ г/см³ и $\rho_2 = 2,8$ г/см³. К нижнему концу стержня приложена горизонтальная сила $F = 2,3$ Н, в результате чего стержень отклонился на некоторый угол α от вертикали, а граница раздела жидкостей пришлась посередине стержня. Масса стержня $m = 700$ г, длина $L = 1$ м, площадь поперечного сечения $S = 1$ см². Определить угол α и силу, действующую на стержень со стороны шарнира.

112. Тело объемом $V = 1$ м³ и массой $m = 5$ т медленно поднимают со дна бассейна глубиной $H = 10$ м до поверхности воды. Найти работу по подъему тела. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Сопротивлением воды пренебречь.

113. Полый железный куб массой m и ребром a плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы куб полностью погрузить в воду?

114*. Горизонтальный цилиндр длиной L и диаметром d_1 и вертикальный цилиндр диаметром d_2 соединены так, как показано на рисунке (рис. 29) и заполнены водой. Вертикальный цилиндр открыт, а горизонтальный закрыт тонким поршнем. Первоначальная высота столба воды в вертикальном цилиндре равна h_1. Какую работу надо совершить, чтобы переместить поршень на расстояние L? Атмосферным давлением пренебречь.

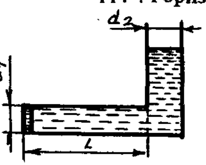


Рис. 29

115*. С какой силой давит тяжелая палочка на дно водоема, если жестко связанный с палочкой пустотелый шарик радиуса r погрузился в жидкость наполовину (рис. 30)? Плотность воды ρ, длина палочки L. Массой шарика пренебречь.

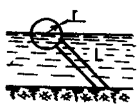


Рис. 30

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА.

А. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ.

116. Идеальный газ нагрет от температуры $T_1 = 300$ К до $T_2 = 750$ К при постоянном давлении, в результате чего его объем увеличился на $\Delta V = 6\cdot 10^{-3}$ м³. Определить первоначальный объем газа.

117. На сколько изменилось давление воздуха в автомобильной шине при повышении температуры на $\Delta T = 30$ К, если при $T_1 = 270$ К давление было $p_1 = 3{,}6 \cdot 10^5$ Па? Изменением объема шины пренебречь.

118. Давление воздуха в колесах автомобиля равно $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па. Во сколько раз плотность воздуха в колесах больше плотности атмосферного воздуха при нормальных условиях, если при движении автомобиля колёса нагреваются до температуры $T_1 = 310$ К?

119. Определить отношение объема пузырька воздуха у поверхности воды к объему этого пузырька на дне водоема глубиной $H = 40$ м. Температуру считать постоянной. Атмосферное давление рано $p_0 = 0{,}1$ Мпа, плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м³.

120. В дизельном двигателе в начале такта сжатия температура воздуха $t_1 = 40^0 C$, давление $p_1 = 78{,}4$ кПа. Во время сжатия объем уменьшается в $n = 15$ раз, а давление возрастает до $p_2 = 3{,}5$ Мпа. Определить температуру воздуха в конце такта сжатия.

121. Идеальный газ при температуре $t_1 = -50^0 C$ и давлении $p_1 = 196$ кПа занимает объем $V_1 = 4$ л. При каком давлении этот газ займет объем $V_2 = 16$ л после нагревания до температуры $t_2 = 20^0 C$?

122. При температуре $t_1 = 27^0 C$ и давлении $p_1 = 10^5$ Па объем воздушного шара, заполненного гелием, равен $V_1 = 500$ м³. Каким будет объем этого шара, если при подъеме в верхние слои атмосферы температура понизится до $t_2 = -33^0 C$, а давление станет $p_2 = 5 \cdot 10^4$ Па?

123. Альпинист при каждом вдохе поглощает $m = 5$ г воздуха. Какой объем воздуха должен вдыхать альпинист в горах, где давление воздуха составляет $p = 80$ кПа при температуре $t = -13\ ^0C$? Молярная масса воздуха $M = 0{,}029$ кг/моль.

124. В вентиляционную трубу жилого дома поступает наружный воздух при температуре $t_1 = -10\ ^0C$. Какой объем займет каждый кубический метр наружного воздуха, когда он поступит в комнату и нагреется до $t_2 = 20\ ^0C$? Давление воздуха постоянно.

125. Колба наполнена воздухом при атмосферном давлении, закрыта пробкой и взвешена при $t_1 = 15\ ^0 C$. Открыв пробку, колбу нагрели до $t_2 = 80\ ^0 C$. При следующем взвешивании колба оказалась на $\Delta m = 0{,}25$ г легче. Чему равен объем колбы? Молярная масса воздуха $M = 0{,}029$ кг/моль, атмосферное давление $p = 10^5$ Па.

126. Баллон с клапаном содержит водород при температуре $t_1 = 15\ ^0 C$ и давлении $p = 10^5$ Па. При нагревании до температуры $t_2 = 37\ ^0 C$ через клапан выходит $m = 6$ кг водорода, вследствие чего давление в баллоне не изменяется. Определить объем V баллона, если молярная масса водорода $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

127. При аэродинамическом торможении в атмосфере планеты температура внутри автоматического спускаемого аппарата увеличилась с $t_1 = 7\ ^0 C$ до $t_2 = 27\ ^0 C$. Какую часть воздуха η необходимо выпустить, чтобы давление внутри аппарата не изменилось?

128. Компрессор засасывает воздух из атмосферы. Его производительность $Q = 10$ л/с. Воздух подается компрессором в баллон объемом $V = 200$ л. Через сколько времени давление в баллоне превысит атмосферное в $n = 12$ раз, если начальное давление в баллоне равно атмосферному? Температура системы не изменяется.

129. Сосуд объемом $V_1 = 4$ л, заполненный идеальным газом под давлением $p_1 = 1{,}5\cdot10^5$ Па, соединяют с пустым сосудом объемом $V_2 = 2$ л. Определить установившееся давление, если температура неизменна.

130. Три сосуда объемами V_1, V_2 и V_3 соединены между собой трубками с кранами и содержат инертные газы при давлениях p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Какое давление установится в системе, если краны открыть? Температура газов не изменяется.

131. В баллоне объемом $V = 5$ л находятся $m_1 = 1$ г кислорода, $m_2 = 4$ г азота и $m_3 = 0{,}5$ г углекислого газа CO_2. Чему равно давление в баллоне при температуре $t = 20^0C$? Молярные массы: кислорода $M_1 = 0{,}032$ кг/моль, $M_2 = 0{,}028$ кг/моль, углекислого газа $M_3 = 0{,}044$ кг/моль.

132. В кислороде имеется примесь азота, массовая доля которого равна $\alpha = 0{,}02$ массовой доли азота. Определить парциальное давление азота, если газ находится при нормальном давлении $p_0 = 10^5$ Па. Молярные массы: азота $M_1 = 0{,}028$ кг/моль, кислорода $M_2 = 0{,}032$ кг/моль.

133. Лазерную трубку объемом $V = 60$ см³ заполняют смесью гелия и неона в молярном отношении $n = \nu_1/\nu_2 = 9$ (ν_1 и ν_2 - числа молей этих газов) при общем давлении $p = 800$ Па и температуре $T = 295$ К. Определить массы гелия и неона в трубке. Молярные массы: гелия $M_1 = 0{,}004$ кг/моль, неона $M_2 = 0{,}02$ кг/моль.

134. Один моль идеального газа расширяется так, что его давление связано с объемом зависимостью $p = a\ V$, где $a = 2\cdot 10^7$ Па/м³. Температура газа изменяется от $T_1 = 200$ К до $T_2 = 500$ К. Построить график этого процесса в координатах p - V, p - T и V - T, нанося на оси координат граничные значения параметров газа. Построение обосновать.

135. Один моль идеального газа сжимают так, что его объем изменяется с температурой по закону $V = a / T$, где $a = 3$ м³ · К. Давление газа изменяется от $p_1 = 200$ кПа до $p_2 = 500$ кПа. Построить графики этого процесса в координатах p - V, p - T и V - T, нанося на оси координат граничные значения параметров газа. Построение обосновать.

136. Один моль идеального газа расширяется так, что его давление зависит от температуры по закону $p = a / T$, где $a = 2\cdot10^7$ Па · К. Объем газа изменяется от $V_1 = 10$ л до $V_2 = 30$ л. Построить графики этого процесса в координатах p - V, p - T и V - T, нанося на оси координат граничные значения параметров газа. Построение обосновать.

137. Один моль идеального газа сжимают так, что его температура изменяется по закону $T = a\ V^2$, где а $= 3\cdot10^6$ К/м⁶ . Давление газа изменяется от $p_1 = 400$ кПа до $p_2 = 150$ кПа. Построить графики этого процесса в координатах p - V, p - T и V - T, нанося на оси координат граничные значения параметров газа. Построение обосновать.

138. Кинетическая энергия поступательного движения всех молекул воздуха в комнате $E = 2{,}1\cdot10^7$ Дж. Сколько воды можно было бы нагреть от $t_0 = 0\ ^0C$ до $t = 100\ ^0C$, используя эту энергию? Удельная теплоемкость воды
$c = 4{,}2\cdot10^3$ Дж/(кг·К).

139. В баллоне объемом $V = 5$ л содержится кислород массой $m = 20$ г. Определить число молекул кислорода в единице объема баллона. Молярная масса кислорода $M = 0{,}032$ кг/моль.

140*. В цилиндрический сосуд высотой h (рис. 31) через герметичную крышку вертикально вставлена тонкая открытая с двух сторон трубка дли-

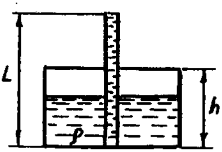


Рис. 31

ной L, немного не доходящая до дна сосуда. В сосуд через трубку наливают жидкость плотности ρ . Найти высоту уровня жидкости в сосуде в момент, когда трубка полностью заполнится жидкостью. Площадь сечения трубки много меньше площади дна сосуда. Атмосферное давление равно p_0 . Температуру считать постоянной.

141*. Два одинаковых сообщающихся цилиндрических сосуда сечением S заполнены частично жидкостью плотностью ρ при атмосферном давлении p_0. Один из сосудов запаяли. При этом высота столба воздуха в нем равна h_0 . Найти установившееся значение разности уровней исходной жидкости, если в открытый сосуд налить несмешивающуюся с ней жидкость массой m и плотностью, меньшей ρ. Температура не изменяется.

142*. Два одинаковых сообщающихся цилиндрических сосуда сечением S заполнены частично жидкостью плотностью ρ при атмосферном давлении. (рис. 32). Один из сосудов запаяли, при этом высота столба воздуха в нем равна h_0. К другому сосуду подсоединили баллон, содержащий воздух при некотором давлении. После этого уровни жидкости в сосудах установились на высоте Δh друг относительно от друга. Найти первоначальное давление воздуха в баллоне. Объем баллона равен V, температуру воздуха в баллоне и сосудах считать одинаковой и постоянной.

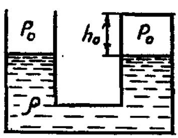


Рис. 32

143*. Вертикальный цилиндрический сосуд сечением S и высотой H заполнен жидкостью плотностью ρ и запаян при атмосферном давлении p_0. При этом высота столба воздуха в сосуде равна h_0. Какое количество жидкости вытечет из сосуда, если в его нижней части сделать небольшое отверстие? Температура не изменяется.

144*. Два одинаковых сообщающихся цилиндрических сосуда сечением S заполнены частично жидкостью плотностью ρ при атмосферном давлении p_0. Один из сосудов запаяли. При этом высота столба воздуха в нем равна h_0 . Найти установившееся давление в закрытом сосуде, если в открытый сосуд поместить тело массой m и плотностью $\rho_1 > \rho$. Температуру считать постоянной.

145*. В вертикальном открытом цилиндре над закрепленным снизу поршнем находится газ, закрытый сверху другим поршнем. Расстояние между поршнями h_0. На верхний поршень до самого верха цилиндра налита жидкость плотности ρ. Высота этого слоя жидкости также равна h_0. На какое расстояние надо поднять нижний поршень, чтобы над верхним остался слой воды высотой h? Массой поршней пренебречь, атмосферное давление p_0, температура газа не меняется.

146*. Вертикальный цилиндрический сосуд высоты h закрыт сверху крышкой. Через крышку вертикально вставлена тонкостенная трубка длиной L ($L > h$). Между дном сосуда и трубкой имеется небольшой зазор. Соединение крышки с сосудом и трубкой герметично. В сосуд через трубку наливают жидкость. Найдите высоту уровня жидкости в сосуде, когда трубка целиком заполнится жидкостью. Атмосферное давление p_0, плотность жидкости ρ.

147*. Цилиндрический стакан массы M, высотой H и площадью основания S плавает в перевернутом виде в жидкости плотности ρ. При температуре T_1

глубина погружения стакана h_1. До какой величины нужно уменьшить температуру воздуха в стакане, чтобы глубина погружения оказалась равной h_2? Атмосфериое давление постоянно.

148*. В двух закрытых сообщающихся сосудах над поверхностью ртути находится воздух при температуре T и давлении p. Уровни ртути в сосудах расположены на расстоянии H от крышек. Площадь поперечного сечения первого сосуда вдвое больше площади поперечного сечения второго. При нагревании воздуха во втором сосуде давление воздуха в первом возрастает в два раза, а температура в нем остается постоянной. До какой температуры нагрелся воздух во втором сосуде? Плотность ртути ρ.

149*. Два одинаковых сообщающихся сосуда с поршнями частично заполнены жидкостью плотностью ρ. расстояние от поршней до поверхностей жидкости одинаковы и равны H. Один из поршней закреплен, а второй поднимают на высоту h. При какой высоте h разность уровней жидкости в сосудах будет равна H? Начальное давление воздуха в каждом сосуде равно p.

Б. ТЕРМОДИНАМИКА

150. Вычислить работу A, совершаемую одним молем идеального газа при его изобарном нагревании на $\Delta T = 1$ К?

151. Газ нагревают изобарически. При этом работа расширения газа равна $A = 100$ Дж, а подведенное тепло составляет $Q = 300$ Дж. Найти изменение внутренней энергии газа.

152. Аргон массой $m = 20$ г переводят из состояния 1 в состояние 2 с одинаковыми температурами $t_1 = t_2 = 17^0C$ двумя способами. В одном из них (1-3-2) газ сначала изобарно нагревают до температуры $T_3 = 2T_1$, а затем изохорно охлаждают. В другом (1-4-2) газ сначала изохорно охлаждают, а затем изобарно нагревают. Найти разность количеств тепла, подведенного к газу в этих процессах. Молярная масса аргона $M = 0,04$ кг/моль.

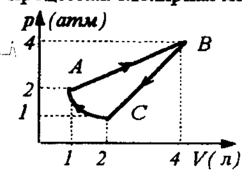


Рис. 33

153. Два моля идеального одноатомного газа участвуют в цикле ABCA представленном на рис. 33. Участок AC - изотерма. В каких точках цикла внутренняя энергия газа будет наибольшей и наименьшей? Чему она равна в этих точках?

154. Водород массой $m = 180$ г, находящийся при температуре $T_1 = 300$ К, охлаждается изохорически так, что давление падает в $n = 3$ раза. Затем газ расширяется при постоянном давлении и в конечном состоянии его температура $T_3 = T_1$. Определить произведенную газом работу. Молярная масса водорода $M = 0,002$ кг/моль.

155. Температуру идеального газа, имеющего массу m и молярную массу M, повышают на величину ΔT один раз при постоянном объеме, а другой раз - при постоянном давлении. На сколько отличаются удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме?

156. Воздух в комнате объемом $V = 30$ м^3 находится при нормальных условиях. Его изобарически нагревают на $\Delta T = 10$ К. На сколько при этом изменилась внутренняя энергия воздуха внутри комнаты?

157*. Давление идеального газа изменяется по закону $p = \alpha - \beta V$, где α и β - положительные постоянные, V - объем газа. Начальный объем газа V_1, конечный

- $3V_1$. При каком соотношении между постоянными α и β изменение внутренней энергии газа в этом процессе будет равно нулю?

158*. Какое количество тепла надо сообщить одному молю идеального одноатомного газа, давление которого изменяется по закону $p = \alpha V$, где α - положительная постоянная, чтобы увеличить его объем в два раза? Начальная температура газа $T_1 = 300$ К.

159*. Давление идеального одноатомного газа, первоначально занимавшего объем $V_1 = 1$ м³, изменяется по закону $p = \alpha / V^2$, где $\alpha = 4$ Па·м⁶. Определить изменение внутренней энергии газа, если его объем увеличился в два раза.

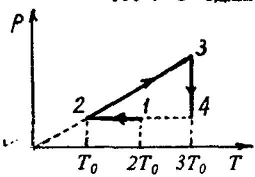


Рис. 34

160*. С одним молем идеального одноатомиого газа совершают процесс 1-2-3-4, показанный на рис. 34 в координатах p-T. Начальная температура газа равна $T_1 = 2T_0$, где $T_0 = 100$ К. В процессе 3-4 к газу подводят количество теплоты $Q_{3\text{-}4} = 2740$ Дж. Построить процесс 1-2-3-4 в координатах p-V и определить отношение работы в процессе $A_{1\text{-}2\text{-}3\text{-}4}$ к полному количеству теплоты $Q_{1\text{-}2\text{-}3\text{-}4}$ в этом процессе.

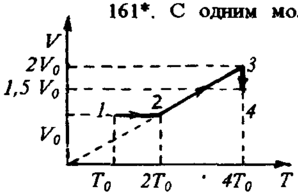


Рис. 35

161*. С одним молем идеального одноатомиого газа совершают процесс 1-2-3-4, показанный на рис. 35 в координатах V-T. Начальная температура газа равна $T_0 = 200$ К. В процессе 3-4 от газа отводят количество теплоты $Q_{3\text{-}4} = -1910$ Дж. Построить процесс 1-2-3-4 в координатах p-V и определить отношение работы в процессе $A_{1\text{-}2\text{-}3\text{-}4}$ к полному количеству теплоты $Q_{1\text{-}2\text{-}3\text{-}4}$ в этом процессе.

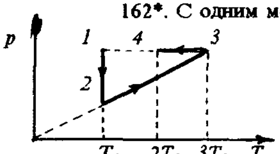


Рис. 36

162*. С одним молем идеального одноатомного газа совершают процесс 1-2-3-4, показанный на рис. 36 в координатах p-T. Начальная температура газа равна $T_0 = 150$ К. В процессе 1-2 к газу подводят количество теплоты $Q_{1\text{-}2} = 4100$ Дж. Построить процесс 1-2-3-4 в координатах p-V и определить отношение работы в процессе $A_{1\text{-}2\text{-}3\text{-}4}$ к полному количеству теплоты $Q_{1\text{-}2\text{-}3\text{-}4}$ в этом процессе.

163. Тепловая машина работает по замкнутому циклу. Подведенное за цикл тепло равно $Q_1 = 0,1$ МДж, тепло, отданное холодильнику $Q_2 = 80$ кДж. Найти КПД тепловой машины и полезную работу за цикл.

В. ТЕПЛОВОЙ БАЛАНС И ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ.

164. В воду массой $m_1 = 5$ кг при температуре $T_1 = 353$ К добавили $m_2 = 2$ кг воды. При этом начальная температура снизилась (по абсолютной шкале) на $n = 5\%$. Определить температуру T_2 второй порции воды.

165. В сосуд с водой, объем которой $V = 5$ л и температура $t_1 = 50^0C$, бросили брусок при температуре $T_2 = 300$ К. В результате температура воды

изменилась на $\Delta t = 10^0 C$. Определить теплоемкость бруска. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c_B = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).

166. В воду массой $m_1 = 5$ кг при температуре $T_1 = 363$ К добавили некоторую массу m_2 воды, имеющей температуру $t_2 = 15\ ^0C$. При этом начальная температура воды снизилась на $n = 8\%$ (по абсолютной шкале). Какую массу воды m_2 добавили?

167. Чтобы довести до кипения кастрюлю с водой, потребовалось количество теплоты $Q = 600$ кДж. Начальная температура воды $t_1 = 22\ ^0C$. Определить объем воды в кастрюле. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К). Теплоемкостью кастрюли пренебречь.

168. Какую массу льда можно расплавить при подводе такого же количества тепла, которое необходимо для испарения $V = 2$ л воды при температуре кипения? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплота парообразования $r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

169. На сколько градусов можно нагреть воду массой $m_в = 3$ кг за счет тепла, выделяющегося при конденсации пара массой $m_п = 0,2$ кг? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования $r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

170. Какую массу льда можно расплавить при подводе к нему того же количества тепла, какое необходимо, чтобы довести до кипения $V = 3$ л воды от температуры $t = 20\ ^0C$? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \cdot 10^6$ Дж/кг, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

171*. В сосуд с поршнем налит слой воды толщиной $h = 2$ см при температуре $t = 20\ ^0C$. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³, ее молярная масса $M = 0,018$ кг/моль. На какую высоту Δh надо поднять поршень, чтобы вся вода испарилась? Температура пара и воды поддерживается постоянной, воздуха в сосуде нет, давление насыщенного водяного пара при $t = 20\ ^0C$ равно $p_н = 17,5$ мм рт.ст.

172*. В сосуде объемом $V = 1$ м³ находится смесь воздуха с парами эфира. Давление этой смеси при температуре $T = 303$ К равно $p = 107$ кПа. Найти массу воздуха и эфира в сосуде, если конденсация паров эфира начинается при $T_0 = 273$ К. Давление насыщенного пара эфира при температуре $T_0 = 273$ К равно $p_0 = 24,4$ кПа. Молярные массы эфира и воздуха равны соответственно $M_э = 0,074$ кг/моль и $M_в = 0,029$ кг/моль.

173*. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре $T = 350$ К. Найти работу, совершенную при изотермическом вдвигании поршня, если при этом выделилось количество теплоты $Q = 2$ кДж. Молярная масса пара $M = 0,018$ кг/моль, удельная теплота парообразования воды равна $r = 2,3$ МДж/кг.

174*. В цилиндрическом сосуде под поршнем при температуре $T = 350$ К находится насыщенный водяной пар. При изотермическом вдвигании поршня была совершена работа $A = 2$ кДж. Определить массу сконденсировавшегося при этом пара. Молярная масса воды $M = 0,018$ кг/моль.

175*. В трубке, опущенной открытым концом вниз в воду, над поверхностью воды находится смесь гелия и насыщенного водяного пара, имеющая объем $V = 30$ см³ и температуру $t = 17^0C$. Высота столба воды в трубке $x = 10$ см. Найти массы гелия m_1 и паров воды m_2 в трубке. Давление насыщенных паров воды при $t = 17^0C$ равно $p_1 = 1,94$ кПа, атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Молярная масса гелия $M_1 = 0,004$ кг/моль, воды $M_2 = 0,018$ кг/моль.

3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

А. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

176. Два заряженных шарика, находящиеся на расстоянии $L = 2$ м друг от друга, отталкиваются с силой $F = 1$ Н. Общий заряд шариков $Q = 5 \cdot 10^{-5}$ Кл. Чему равны заряды q_1 и q_2 каждого шарика?

177. Два одинаковых шарика, имеющие заряды $q_1 = 9 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_2 = -3 \cdot 10^{-7}$ Кл, приведены в соприкосновение и возвращены в прежнее положение. Определить отношение сил взаимодействия шариков до и после их соприкосновения.

178. Два отрицательно заряженных шарика, находящиеся на расстоянии $L = 3{,}2 \cdot 10^{-5}$ м друг от друга в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 9$, отталкиваются с силой $F = 2{,}25 \cdot 10^{-11}$ Н. Считая их заряды равными, определить число N избыточных электронов, составляющих заряд на одном из них. Заряд электрона $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

179. Два закрепленных заряда $q_1 = 10^{-5}$ Кл и $q_2 = 3 \cdot 10^{-5}$ Кл находятся на расстоянии $L = 1$ м друг от друга. В какую точку на прямой, соединяющей эти заряды, надо поместить точечный заряд q_3, чтобы он находился в равновесии?

180. Два точечных заряда, один из которых больше другого по величине в $n = 3$ раза, взаимодействуют в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$ с силой $F = 1.2$ Н. Определить величину большего из зарядов, если расстояние между ними $L = 0{,}3$ м.

181. Определить напряженность поля, создаваемого протоном на расстоянии $r = 5 \cdot 10^{-11}$ м от него. Заряд протона $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

182. Рассчитать заряд Земли, если напряженность электрического поля вблизи поверхности Земли равна $E = 200$ В/м. Радиус Земли $R = 6400$ км.

183. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -6$ нКл. Расстояние между зарядами $r = 10$ см, среда - вакуум.

184. На каком расстоянии r от точечного заряда $q = 0{,}1$ нКл, находящегося в воде, напряженность электрического поля, создаваемого этим зарядом, равна $E = 0{,}25$ В/м? Диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon = 81$.

185. Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом в вакууме на расстоянии $L = 10$ см, равна $E = 25$ В/м. Определите величину заряда.

186. Найти напряженность электрического поля, созданного заряженной сферой с зарядом $q = 2$ мкКл в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$ на расстоянии $L = 30$ см от центра сферы. Радиус сферы $R < L$.

187. Одинаковые по величине, но противоположные по знаку заряды $q = 20$ нКл расположены в вершинах острых углов равнобедренного прямоугольного треугольника на расстоянии $L = 2$ м друг от друга. Определить напряженность создаваемого ими электрического поля в вершине прямого угла этого треугольника. Среда - вакуум.

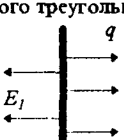


Рис. 37

188*. Заряженная пластинка помещена в однородное электрическое поле, перпендикулярное ее поверхности (рис. 37). Напряженности поля слева и справа от пластины соответственно равны E_1 и E_2. Найти силу, действующую на пластинку, если ее заряд равен q. Поле, создаваемое пластинкой, считать однородным.

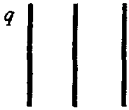


Рис. 38

189*. Три металлические заряженные положительио пластины расположены параллельно друг другу так, как показано на рис. 38. Заряд левой пластины равеи q. Сила, действующая на среднюю пластину, равна F_1. Если правую пластину убрать, то сила, действующая на среднюю пластину, станет равной F_2. Найти заряды средней и правой пластин. Площадь каждой пластины S. Поле, создаваемое пластинами, считать однородным.

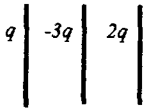


Рис. 39

190*. Трн металлические пластины, имеющие заряды q, $-3q$ и $2q$, расположены параллельно друг другу на одинаковых расстояниях так, как на показано на (рис. 39). Площадь каждой пластины S. Найти силу, действующую на каждую пластину. Поля, создаваемые каждой из пластиной считать однородными.

191*. Две тонкие металлические пластины, имеющие заряды q н $2q$, расположены параллельно друг другу. Сила взаимодействия пластин равна F. Найти напряженности полей в точках A, B н C (см. рнс. 40). Поле, создаваемое каждой пластиной, считать однородным.

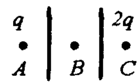


Рис. 40

192. Равномерно заряженные пластины находятся в вакууме на небольшом расстоянии друг от друга. Напряженность поля в точке между пластинами $E_A = 500$ В/м, а с внешней стороны одной из пластин $E_B = 300$ В/м. Определить поверхностную плотность заряда пластин.

193. Частица, несущая заряд $q = 3 \cdot 10^{-3}$ Кл перемещается в электрическом поле из одной точки в другую. Найти разность потенциалов между этими точками, если кинетическая энергия частицы изменилась на величину $\Delta T = 15$ Дж.

194. Найти разность потенциалов между точкамн 1 и 2 однородного электростатического поля напряженностью $E = 100$ В/м, если расстояние между этими точками $L = 10$ см , а угол между силовыми линиямн поля и отрезком L равен $\alpha = 30^0$.

195. В однородном электрическом поле с напряженностью $E = 1$ МВ/м, направлением вертикально вниз, внсит на невесомой нити шарик массой $m = 2$ г, несущий заряд $q = 10$ нКл. Найти силу натяжения нити.

196. Алюминиевый шарнк массой $m = 3 \cdot 10^{-3}$ кг, несущий заряд $q = 10^{-4}$ Кл, помещен в масло. Определить значение напряженности направленного вверх электрического поля, если известно, что шарик плавает. Плотность масла $\rho = 900$ кг/м³, плотность алюминия $\rho_0 = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³.

197. Два одинаковых маленьких шарика подвешены в воздухе на нитях длиной $L = 0,2$ м так, что нх поверхности соприкасаются. После того, как каждому шарнку сообщили заряд $q = 10^{-5}$ Кл, они разошлись на угол $\alpha = 90^0$. Найти массу шарика.

198. На сколько надо изменить расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора, чтобы его емкость увеличилась в $n = 4$ раза ? Начальное расстояние между пластинамн коиденсатора равно $d = 2$ мм.

199. Во сколько раз и как изменится емкость плоского воздушного коиденсатора, если площадь его пластин увеличить в $n = 3$ раза, а расстояние между его пластинами увеличить в $m = 5$ раз?

200. На сколько изменится емкость плоского воздушного конденсатора, расстояние между пластинами которого $d = 4$ мм, площадь пластины

$S = 0.5$ м^2 , если пространство между пластинами заполнить керосином с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$?

201. Во сколько раз и как изменится емкость плоского воздушного конденсатора, если расстояние между его пластинами увеличить в $n = 5$ раз, а между пластинами вплотную к ним вдвинуть лист слюды с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$?

202. Найти емкость плоского конденсатора, состоящего из двух круглых пластин диаметром $D = 20$ см. разделенных парафиновой прослойкой $(\varepsilon = 2,1)$ толщиной $d = 1$ мм.

203. Во сколько раз отличаются емкости двух плоских воздушных конденсаторов: один имеет круглые пластины диаметром $D = 10$ см, а другой квадратные размером $D \times D$. Расстояние между пластинами первого конденсатора равно $d_1 = 2$ мм, а второго $d_2 = 10$ мм.

204. Напряженность электрического поля между обкладками плоского воздушного конденсатора, площадь пластин которого $S = 10^{-2}$ м^2, равна $E = 2 \cdot 10^5$ В/м. Определить заряд конденсатора.

205. Напряженность электрического поля между обкладками плоского конденсатора, заполненного диэлектриком, равна $E = 10^3$ В/м. Поверхностная плотность заряда пластин конденсатора $\sigma = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл/м^2. Найти диэлектрическую проницаемость среды между пластинами.

206. Найти заряд, запасенный системой конденсаторов (рис. 41) . ЭДС батареи равна $\mathcal{E} = 10$ В, $C_1 = 5$ мкФ, $C_2 = 3$ мкФ, $C_3 = 2$ мкФ.

207. Определить энергию плоского воздушного конденсатора, заряженного до разности потенциалов $\Delta\varphi = 100$ В. Расстояние между обкладками конденсатора равно $d = 1$ мм, а площадь каждой обкладки $S = 10$ см^2.

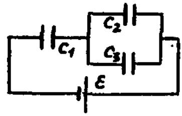


Рис 41

208*. Маленький шарик с положительным зарядом q и массой m подвесили вблизи большой вертикальной равномерно заряженной пластины на нити длиной l. Вся система помещена в однородное электрическое поле напряженностью E, направленное вертикально вверх. Шарик отводят так, что нить образует горизонтальную прямую, и отпускают. До какого наименьшего расстояния шарик приблизится к пластине, если во время движения нить остается натянутой? Поверхностная плотность заряда пластины σ. Электрическое поле пластины считать однородным.

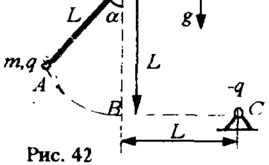


Рис. 42

209*. Шарик массой m, имеющий заряд q, удерживают на одной вертикали под закрепленным зарядом $- q$ на расстоянии L от него. Какую минимальную скорость, направленную вниз, надо сообщить шарику, чтобы он упал на Землю? Расстояние до Земли велико, движение происходит в поле тяготения Земли, ускорение свободного падения постоянно.

210*. Маятник OA представляет собой невесомую тонкую изолирующую спицу длиной L, на конце которой находится шарик массой m, имеющий заряд q (рис. 42). Второй шарик, заряд которого равен $- q$, закреплен в точке C. Найти силу, действующую на ось маятника в момент прохождения им точки B. В начальный момент времени скорость шарика равна нулю и он отклонен от вертикали на угол $\alpha = 45^0$.

211. Два одинаковых шарика массой m каждый, имеющие одинаковые заряды q, начинают скользить по двум одинаковым неподвижным и непроводящим спицам (рис. 43). Спицы расположены в вертикальной плоскости, причем каждая наклонена к горизонту под углом α. На какую высоту над первоначальным уровнем поднимутся шарики, если в начальный момент они удерживались на расстоянии L друг от друга и на расстоянии l от концов спиц? Трением пренебречь.

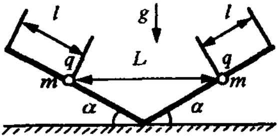


Рис. 43

212. На тонкое диэлектрическое кольцо радиуса R надета бусинка массой m, которой сообщен заряд q. Кольцо расположено в вертикальной плоскости и вся система находится в однородном вертикальном электрическом поле, напряженность которого равна E. Какой точечный заряд Q надо расположить в центре кольца, чтобы бусинка, соскользнувшая с вершины кольца, не давила на кольцо в его нижней точке? Трения между кольцом и бусинкой нет. Расмотреть два случая: а) поле E направлено вверх; б) поле E направлено вниз.

213. Два небольших тела, связанные нитью длиной L, лежат на горизонтальной плоскости. Заряд каждого тела равен q, масса равна m. Нить пережигают и тела начинают скользить по плоскости. Какую максимальную скорость разовьют тела, если коэффициент их трения о плоскость равен μ?

Б. ПОСТОЯННЫЙ ТОК.

214. Через поперечное сечение проводника $S = 5$ мм^2 за время $t = 10$ с прошел заряд $q = 100$ Кл. Определите плотность тока.

215. За время $t = 5$ минут по проводнику прошел заряд $Q = 180$ Кл. Определить падение напряжения на проводнике, если его сопротивление $R = 10$ Ом.

216. Определить удельное электросопротивление материала проводника, если при включении этого проводника в цепь разность потенциалов на его концах равна $U = 1,2$ В при силе тока в цепи $I = 1$ А. Диаметр проводника $d = 0,5$ мм, его длина $L = 47$ мм.

217. Какой величины ток пойдет по графитовому стержню, если на него подать напряжение $U = 6$ В? Длина стержня $L = 20$ см, диаметр $d = 2$ мм, удельное электросопротивление графита $\rho = 4 \cdot 10^{-4}$ Ом·м.

218. Сила тока в лампочке карманного фонаря $I = 0,32$ А. Сколько электронов проходит через поперечное сечение нити накаливания за время $t = 0,1$ с?

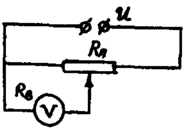
219. Найдите сопротивление полупроводникового диода в прямом и обратном направлении тока, если при напряжении на диоде $U_1 = 0,5$ В сила тока равна $I_1 = 5$ мА, а при напряжении $U_2 = 10$ В сила тока равна $I_2 = 0,1$ мА.

220. В электрическую цепь включены последовательно сопротивления $R_1 = 50$ Ом, $R_2 = 30$ Ом и $R_3 = 0,1$ Ом. Определить падение напряжения на всем участке цепи и на каждом сопротивлении в отдельности, если ток в цепи $I = 4$ А.

221. В проводнике сопротивлением $R = 2$ Ом, подключенном к элементу с ЭДС $\mathcal{E} = 1,1$ В, сила тока равна $I = 0,5$ А. Какова сила тока при коротком замыкании элемента?

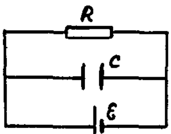
222. Определить сопротивление R_1, если амперметр показывает ток $I = 5$ А, вольтметр - напряжение $U = 100$ В (рис. 44). Внутреннее сопротивление вольтметра $R_2 = 2{,}5$ кОм.

Рис. 44



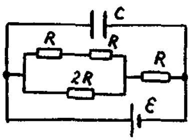
223. К потенциометру сопротивлением $R_п = 10$ кОм приложена разность потенциалов $U = 437{,}5$ В (рис. 45). Между концом потенциометра и движком включен вольтметр сопротивлением $R_B = 15$ кОм. Что покажет вольтметр и какой по нему протекает ток, если движок стоит посередине потенциометра?

Рис. 45



224. В электрической цепи источник тока имеет ЭДС $\mathcal{E} = 5$ В и внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом (рис. 46). Определить напряженность поля в конденсаторе и заряд, накопленный конденсатором. Сопротивлением подводящих проводов пренебречь. Емкость конденсатора $C = 3$ мкФ, расстояние между пластинами конденсатора $d = 0{,}2$ см, сопротивление $R = 4{,}5$ Ом.

Рис. 46



225. Каким должно быть сопротивление R, чтобы напряженность электрического поля в плоском конденсаторе была равна $E = 2250$ В/м (рис. 47)? ЭДС источника $\mathcal{E} = 5$ В, внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 0{,}2$ см.

226. Амперметр с внутренним сопротивлением R_1, подключенный к зажимам батареи, показывает ток I. Вольтметр с внутренним сопротивлением R_2, подключенный к зажимам той же батареи, показывает напряжение U. Найдите ток короткого замыкания батареи.

Рис. 47

227. Для измерения напряжения на сопротивлении R, подключенном к батарее с внутренним сопротивлением r, использовали вольтметр. Оказалось, что напряжение на сопротивлении R (до подключения вольтметра) больше показания прибора в N раз. Чему равно сопротивление вольтметра?

228. Гальванометр подключают к источнику последовательно с сопротивлением R_1 и фиксируют отклонение стрелки. Затем параллельно гальванометру подключают шунт сопротивлением $R_ш$. Для того, чтобы получить прежнее отклонение стрелки гальванометра, необходимо сопротивление R_1 заменить на сопротивление R_2. Определите сопротивление гальванометра. Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало.

229. Вольтметр со шкалой на $U = 100$ В имеет внутреннее сопротивление $R = 10$ кОм. Какую наибольшую разность потенциалов $\Delta\varphi$ можно измерить этим прибором, если присоединить к нему добавочное сопротивление $R_Д = 90$ кОм?

230*. Пучок электронов влетает со скоростью v_0 в плоский конденсатор параллельно его пластинам. Сколько электронов в единицу времени падает на положительно заряженную пластину? Пучок имеет прямоугольное сечение, высота которого равна расстоянию d между пластинами конденсатора, а ширина равна x. Число электронов в единице объема пучка равно n. На конденсатор подано напряжение U, длина пластин в направлении движения пучка L. Масса электрона m, заряд e.

231*. Напряжение между анодом и катодом вакуумного диода равно U, анодный ток равен I. Найти среднее давление электронов на анод, площадь которого равна S. Отношение заряда электрона к его массе e/m считать известным. Начальной скоростью электронов, вылетающих с поверхности катода, пренебречь.

232*. В вакуумном диоде, анод и катод которого представляют собой параллельные пластины, анодный ток зависит от напряжения между электродами по закону $I = b \cdot U^{3/2}$, где b - положительная постоянная. Как изменится сила давления на анод, возникающая из-за ударов электронов о его поверхность, если напряжение на диоде увеличить в три раза? Электроны падают на анод по нормали к его поверхности. Начальной скоростью электронов, вылетающих с катода, пренебречь.

233*. По прямому проводнику длиной L течет ток I. Определить суммарный импульс электронов в проводнике. Отношение e/m для электрона считать известным.

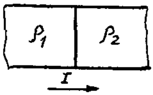


Рис. 48

234*. По двум последовательно соединенным проводникам одинакового сечения с удельными электросопротивлениями $\rho_1 = 3 \cdot 10^{-7}$ Ом · м и $\rho_2 = 6 \cdot 10^{-7}$ Ом · м течет ток $I = 10$ А (рис. 48). Определить величину и знак заряда q, который находится на поверхности контакта проводников.

235*. По двум соединенным последовательно проводникам одинакового сечения $S = 4$ мм^2 с удельными электросопротивлениями $\rho_1 = 14 \cdot 10^{-8}$ Ом · м и $\rho_2 = 11 \cdot 10^{-8}$ Ом · м течет ток $I = 2$ А (рис. 49). Определить поверхностную плотность зарядов, возникающую на поверхности контакта проводников. Каков знак этих зарядов?

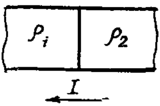


Рис. 49

236*. По двум соединенным последовательно проводникам одинакового сечения $S = 6$ мм^2 с удельными электросопротивлениями $\rho_1 = 4 \cdot 10^{-7}$ Ом · м и $\rho_2 = 8 \cdot 10^{-7}$ Ом · м течет ток $I = 2$ А (рис. 48). Определить напряженность электрического поля, создаваемого зарядом, распо-ложенном на поверхности контакта этих проводников.

237*. Определить напряженность электрического поля E_0, создаваемого источником тока в цепи, участок которой показан на рис. 49. Участок представляет собой два последовательно соединенных проводника одинакового сечения $S = 1$ мм^2. Удельное электросопротивление первого проводника равно $\rho_1 = 8 \cdot 10^{-7}$ Ом · м, второго $\rho_2 = 8 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Сила тока в цепи $I = 5$ А.

238. Десять параллельно соединенных ламп сопротивлением по $R = 0,5$ кОм, рассчитанных на напряжение $U_1 = 120$ В каждая, подсоединили последовательно к реостату. Вся схема питается от сети напряжением $U = 220$ В. Какова мощность P электрического тока в реостате?

239. При ремонте электроплитки спираль была укорочена на $\eta = 10\%$ первоначальной длины. Во сколько раз изменилась мощность плитки?

240. Какой длины L надо взять никелиновый проводник диаметра $d = 0,5$ мм, чтобы изготовить электрический камин, работающий при напряжении $U = 220$ В и дающий $Q = 1,68 \cdot 10^8$ Дж тепла в час? Определите мощность P нагревателя. Удельное сопротивление никелина $\rho = 4 \cdot 10^{-7}$ Ом·м.

241. На двух одинаковых сопротивлениях, каждое из которых потребляет при напряжении $U = 220$ В мощность $P = 800$ Вт, выделяется одинаковое количество тепла за одно и то же время при последовательном и параллельном их подключении. Чему равно сопротивление подводящих проводов?

242. К источнику ЭДС $\mathcal{E}$, имеющему внутреннее сопротивление r, подключили нагрузку в виде двух одинаковых сопротивлений. Первый раз нагрузкой являлись два сопротивления, соединенные между собой последовательно, второй раз - параллельно. В обоих случаях мощность P, выделяемая на нагрузке, была одинакова. Определить величину этих сопротивлеиий и мощность , выделяемую в нагрузке.

243. В схеме, приведенной на рис. 50, $\mathcal{E} = 10$ В, $R_1 = 2{,}6$ Ом, $R_3 = 6$ Ом. амперметр показывает ток $I_2 = 1{,}2$ А. Определить мощность, выделяющуюся на сопротивлении R_3. Внутренним сопротивлением источника тока и сопротивлением амперметра преиебречь.

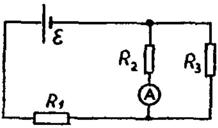


Рис. 50

244. В приведенной схеме (рис. 51) $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом,$R_3 = 6$ Ом. Вольтметр показывает напряжение $U = 12$ В. Сопротивление вольтметра $R_v >> R_1$.Определить мощность , выделяющуюся на сопротивлении R_2 . Внутреннимсопротивлением источника пренебречь.

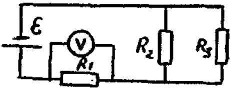


Рис. 51

245. Когда к источнику ЭДС $\mathcal{E}$ подключили нагрузку R, то КПД источника оказался равным $\eta = 25\%$. Чему равна мощность, выделяемая в нагрузке?

246. Чему равен коэффициент полезиого действия источника тока при силе тока $I = 0{,}8$ А, если ток короткого замыкания $I_0 = 2$ А?

247. Аккумулятор, замкнутый на сопротивление R, имеет коэффициент полезиого действия $\eta = 50\%$. Каким будет коэффициент полезиого действия аккумулятора, если его замкнуть на сопротивление $R_1 = 2R$?

248. К источнику с электродвижущей силой $\mathcal{E} = 10$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}25$ Ом подключена иагрузка. Определить коэффициент полезного действня источника, если сила тока в цепи $I = 8$ А.

249. Во сколько раз виешне сопротивление цепи больше внутрениего, если коэффициент полезного действия этой цепи $\eta = 80\%$?

250. Аккумулятор с ЭДС $\mathcal{E} = 2{,}2$ В и виутренним сопротивлением $r = 1$ Ом замкнут медной проволокой, масса которой $m = 30{,}3$ г. Сопротивление проволоки подобрано так, что во внешней цепи выделяется наибольшая мощность. На сколько нагревается проволока в течение $t = 5$ мин? Удельная теплоемкость меди $c = 378$ Дж/(кг·К).

251. При подключении некоторого сопротивления нагрузки R к источнику тока его КПД $\eta = 20\%$. Сколько таких сопротивлений иеобходимо взять и как их надо соединить, чтобы мощность выделяемая иа этом соединении была максимальна?

В. МАГНЕТИЗМ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.

252. Проводящий стержень массой $m = 0{,}1$ кг и длиной $L = 0{,}25$ м лежит иа горизонтальной поверхности перпендикулярно к однородному горизоитальиому магнитному полю с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Какую силу иужно приложить перпендикулярно проводнику в горизонтальиом иаправлении для его равиомерного поступательного движения, если сила тока в проводнике $I = 10$ А? Коэффициент трения $\mu = 0{,}1$.

253. На столе лежит прямой проводник длиной $L = 2$ м и массой $m = 10$ г, по которому течет ток силой $I = 10$ А. Над поверхностью стола создается однородное магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны направлению тока. При некоторой величине индукции этого поля B проводник приподнимается над поверхностью стола. Определить величину этой магнитной индукции.

254. На двух легких проводящих нитях горизонтально висит металлический стержень длиной $L = 0,25$ м и массой $m = 0,015$ кг. Стержень находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,3$ Тл, направленной вертикально вниз. Определить угол отклонения нитей от вертикали, если по стержню пропускают электрический ток $I = 0,2$ А.

255. Проводник длиной $L = 0,15$ м расположен перпендикулярно вектору индукции однородного магнитного поля, модуль которого равен $B = 0,4$ Тл. Определить работу, которую надо совершить, чтобы проводник медленно переместить перпендикулярно полю на расстояние $S = 0,025$ м, если по проводнику течет ток $I = 8$ А.

256. Частица массы m, обладающая зарядом q, движется по окружности радиуса R в однородном магнитном поле, индукция которого равна B. Найти скорость частицы.

257. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-8}$ Тл перпендикулярно силовым линиям поля со скоростью $v = 4 \cdot 10^7$ м/с. Определить нормальное и тангенциальное ускорение электрона. Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

258. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл движется проводник длиной $L = 1$ м со скоростью $v = 5$ м/с перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. Какая ЭДС наводится в проводнике?

259. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 100$ рад/с стержень длиной $L = 0.5$ м. Найти ЭДС индукции в стержне, если ось вращения проходит через его конец и параллельна силовым линиям магнитного поля.

260. Проволочный контур в виде квадрата со стороной $a = 10$ см расположен в однородном магнитном поле так, что плоскость квадрата перпендикулярна линиям индукции магнитного поля. Индукция магнитного поля $B = 2$ Тл. На какой угол надо повернуть плоскость контура, чтобы изменение магнитного потока через контур составило величину $\Delta\Phi = 10$ мВб?

261. Катушка, имеющая N витков, поворачивается в однородном магнитном поле так, что за время Δt угол между нормалью к плоскости витков катушки и направлением вектора B изменяется от α_1 до α_2. Рассчитать среднее значение ЭДС индукции в катушке, если диаметр катушки d, а индукция магнитного поля равна B.

262. В магнитное поле, изменяющееся вдоль оси ОХ по закону $B = B_0 - kx$, где $k = 2$ мТл/м, помещен круглый проволочный виток диаметром $d = 2$ м так, что его плоскость перпендикулярна линиям индукции магнитного поля. Определить изменение магнитного потока через виток при его перемещении из точки с координатой $x_1 = 3$ м в точку с координатой $x_2 = 8$ м.

263. Проволочный контур в форме равностороннего треугольника со стороной $a = 8$ см помещен в однородное магнитное поле так, что линии индукции магнитного поля перпендикулярны плоскости контура. Индукция

магнитного поля $B = 10$ Тл. Контур преобразуют из треугольника в квадрат. Определите изменение магнитного потока через контур.

264. Катушка проволоки с числом витков $N = 500$ помещена в однородное магнитное поле индукцией $B = 5$ мТл так, что ось катушки составляет угол $\alpha = 60^0$ с линиями индукции магнитного поля. Радиус катушки $R = 20$ см. На сколько нужно изменить число витков катушки, чтобы магнитный поток через нее увеличился на $\Delta\Phi = 0,1$ Вб?

265. Какой ток надо поддерживать в соленоиде, состоящем из $N = 1000$ витков проволоки, чтобы в нем создавался магнитный поток $\Phi = 0,2$ мВб? Индуктивность соленоида $L = 0,5$ Гн.

266. Найти индуктивность катушки, если при равномерном изменении силы тока в ней на величину $\Delta I = 5$ А за каждые $\Delta t = 0,01$ с в катушке наводится ЭДС индукции $\mathcal{E} = 10$ В.

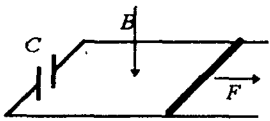


Рис. 52

267*. Две металлические параллельные рейки расположены в горизонтальной плоскости и замкнуты на конденсатор емкостью $C = 400$ мкФ (рис. 52). По рейкам начинает двигаться без трения проводник массой $m = 2$ кг и длиной $L = 1$ м под действием горизонтальной силы $F = 10$ Н. Определить ускорение проводника, если индукция магнитного поля равна $B = 50$ Тл и направлена вертикально вниз.

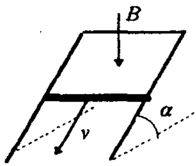


Рис. 53

268*. По двум металлическим стержням, замкнутым проводником и расположенным параллельно друг другу на расстоянии $L = 0,5$ м под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту, движется стержень массой $m = 1$ кг (рис. 53). Система расположена в однородном вертикальном магнитном поле индукции $B = 1$ Тл. Определить установившуюся скорость v движения стержня, если коэффициент трения равен $\mu = 0,5$, а сопротивление контура постоянно и равно $R = 1$ Ом.

269*. На наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом расположены два длинных проводника. Проводники сверху замкнуты на сопротивление R. По проводникам может без трения скользить перемычка массы m и длиной L. Сопротивление проводников и перемычки мало. Вся система находится в вертикально направлением вниз однородном магнитном поле с индукцией B. В некоторый момент перемычку отпускают и она начинает скользить по проводникам. Определить максимальную скорость перемычки.

270*. Два длинных гладких параллельных проводника лежат на расстоянии L друг от друга в одной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Поперек них расположен проводящий стержень массы m. Проводники замкнуты через проводящую перемычку с сопротивлением R. Вся система помещена в однородное магнитное поле с индукцией B, направленное вертикально вверх. Стержень начинают тянуть с постоянной силой F вверх вдоль проводников к перемычке. Определите максимальную скорость движения стержня, если сопротивления проводников и стержня равны нулю.

271*. Два длинных гладких параллельных проводника лежат на расстоянии L друг от друга в одной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Поперек них расположен проводящий стержень массы m. Вся система помещена в горизонтальное однородное магнитное поле с индукцией B. Определить максимальную скорость движения стержня вверх вдоль проводников после включения между ними источника ЭДС $\mathcal{E}$ с внутренним сопротивлением r. Сопротивлением проводников и стержня пренебречь.

272*. Два длинных гладких параллельных проводника лежат на расстоянии L друг от друга в одной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Поперек них расположен проводящий стержень массы m, имеющий сопротивление R. Проводники замкнуты через проводящую перемычку. Вся система помещена в однородное магнитное поле с индукцией B, направленное вертикально вверх. Стержень начинает скользить вниз вдоль проводников от перемычки. Определите максимальную скорость движения стержня, если коэффициент трения равен μ, а сопротивление проводников и перемычки равно нулю.

273*. Два длинных гладких параллельных проводника лежат на расстоянии L друг от друга в одной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Поперек них расположен проводящий стержень массы m, имеющий сопротивление R. Проводники замкнуты через проводящую перемычку. Вся система помещена в горизонтальное однородное магнитное поле с индукцией B. Стержень начинают тянуть с постоянной силой F вниз вдоль проводников от перемычки. Определите максимальную скорость движения стержня, если сопротивления проводников и перемычки равны нулю.

274*. Два длинных гладких параллельных проводника лежат на расстоянии L друг от друга в одной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Поперек них расположен проводящий стержень массы m. К верхним концам проводников подключен конденсатор емкостью C. Вся система помещена в однородное магнитное поле с индукцией B, направленной вертикально вверх. Стержень стали тянуть с постоянной силой F вверх вдоль проводников. При этом оказалось, что его ускорение постоянно. Найдите это ускорение.

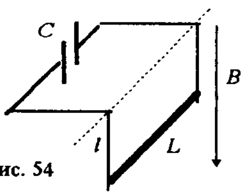


Рис. 54

275*. Металлический стержень массой $m = 10$ г и длиной $L = 0{,}2$ м подвешен на двух легких проводах длиной $l = 10$ см в магнитном поле, индукция $B = 1$ Тл которого направлена вертикально вниз. К точкам крепления проводов подключен конденсатор емкостью $C = 100$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 100$ В (рис. 54). Определить максимальный угол отклонения стержня от положения равновесия после разрядки конденсатора, если она происходит за очень малое время. Сопротивлением стержня и проводов пренебречь.

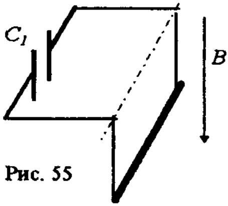


Рис. 55

276*. Проводящий стержень подвешен горизонтально на двух легких проводах в магнитном поле, индукция которого направлена вертикально вниз (рис. 55). К точкам крепления проводов можно подключать конденсатор. Определить емкость конденсатора C_1, при разрядке которого стержень отклонится от вертикали на угол $\alpha = 3^0$, если при разрядке заряженного до такого же напряжения конденсатора емкостью $C_2 = 10$ мкФ угол отклонения равен $\beta = 2^0$.

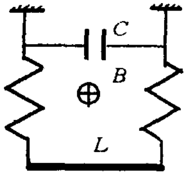


Рис. 56

277*. Проводник массой $m = 1$ кг и длиной $L = 1$ м подвешен за концы с помощью двух одинаковых металлических пружин жесткостью $k = 100$ Н/м каждая. Проводник находится в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 100$ Тл перпендикулярна плоскости, в которой лежат проводник и пружины (рис. 56). Проводник сместили в вертикальной плоскости из положения равновесия и отпустили. Определить период колебаний проводника, если к верхним концам пружин присоединен конденсатор емкостью $C = 100$ мкФ. Сопротивлением проводника и пружин пренебречь.

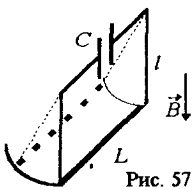


Рис. 57

278*. Металлический стержень массой $m = 1$ кг и длиной $L = 0,5$ м подвешен горизонтально на двух легких проводах длиной $l = 30$ см в магнитном поле, индукция которого $B = 100$ Тл направлена вертикально вниз . К точкам крепления проводов подключен конденсатор емкостью $C = 100$ мкФ (рис. 57). Стержень сместили из положения равновесия и отпустили. Определить период колебаний стержня. Сопротивлением стержня и проводов пренебречь.

4. ОПТИКА

А. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА.

279. Луч света от фонарика, лежащего на дне водоема попадает на зеркало, расположенное над поверхностью воды под углом $\varphi = 60^0$ к горизонту, и дальше распространяется вертикально вверх. Под каким углом к вертикали направлен луч от фонарика в воде? Показатель преломления воды $n = 1,33$.

280. Каково минимальное расстояние между предметом и его действительным изображением, полученным с помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 50$ см?

281. Собирающая линза дает изображение с увеличением $\Gamma = 2$, если расстояние между предметом и изображением равно $a = 1,8$ м. Найти фокусное расстояние линзы.

282. Сечение стеклянной призмы имеет форму равнобедренного треугольника. Одна из равных граней посеребрена. Луч, совпадающий с перпендикуляром к боковой поверхности призмы, падает на другую, непосеребренную грань. После двух отражений луч выходит через основание призмы перпендикулярно к нему. Найти преломляющий угол призмы.

283. Точка движется со скоростью $v = 1$ м/с перпендикулярно главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 0,2$ м. При этом точка пересекает оптическую ось на расстоянии $d = 0,6$ м от линзы. С какой скоростью движется изображение точки?

284. На дне водоема расположено плоское зеркало так, что луч света от фонарика, падающий на поверхность зеркала под углом $\alpha = 60^0$ к его поверхности, претерпевает полное внутреннее отражение на поверхности водоема. Найти угол β, который составляет плоскость зеркала с горизонтом. Показатель преломления воды $n = 1,33$.

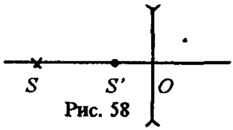


Рис. 58

285. На рис. 58 показаны точечный источник света S и его изображение S' в тонкой рассеивающей линзе. Расстояние $SO = 20$ см, $S'O = 5$ см. Графически и аналитически определить положение фокусов линзы.

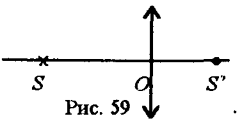


Рис. 59

286. На рис. 59 показаны точечный источник света S и его изображение S' в тонкой собирающей линзе. Расстояния $SO = 20$ см, $OS' = 10$ см. Графически и аналитически определить положение фокусов линзы.

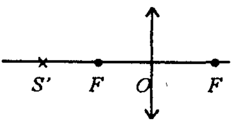


Рис. 60

287. На рис. 60 показано мнимое изображение S' точечного источника света в тонкой собирающей линзе. Расстояние $S'O = 40$ см, фокусное расстояние $F = 20$ см. Графически и аналитически определить положение источника света.

288. На рис. 61 показано положение изображения S' точечного источника света в тонкой рассеивающей линзе. Расстояние $S'O = 8$ см, фокусное расстояние $F = 10$ см. Графически и аналитически определить положение источника.

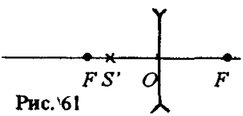


Рис.\61

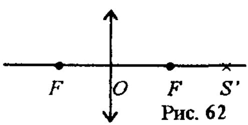


Рис. 62

289. На рис. 62 показано действительное изображение S' точечного источника в тонкой собирающей линзе. Расстояние $S'O = 15$ см, фокусное расстояние линзы $F = 10$ см. Графически и аналитически определить положение источника.

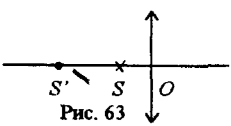


Рис. 63

290. На рис. 63 показаны точечный источник света S и его изображение S' в тонкой собирающей линзе. Расстояние $SO = 5$ см, $S'O = 15$ см. Графически и аналитически определить положение фокусов линзы.

291*. Луч света падает на стеклянный цилиндр. Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. Падающий луч лежит в плоскости, перпендикулярной оси симметрии цилиндра. Найти угол между направлениями падающего и вышедшего из цилиндра лучей как функцию угла падения α.

292*. Луч, падающий на боковую грань стеклянной равнобедренной треугольной призмы, должен выходить после преломления через противоположную боковую грань. Каково максимально допустимое значение преломляющего угла призмы, если показатель преломления стекла $n = 1{,}5$?

293*. Маленькое плоское зеркальце вращается с постоянной угловой скоростью, совершая $n = 0{,}5$ об/с. С какой скоростью будет перемещаться световой “зайчик” по сферическому экрану радиусом $R = 10$ см, если зеркальце находится в центре кривизны экрана?

294*. Точечный источник света движется по дуге окружности со скоростью $v = 3$ см/с вокруг главной оптической оси собирающей линзы в плоскости, перпендикулярной к этой оси и отстоящей от линзы на расстоянии $d = 1{,}55F$, где

F - фокусное расстояние линзы. В каком направлении и с какой скоростью движется изображение источника света?

295*. Объект съемки движется на кинокамеру со скоростью $v = 2$ м/с. С какой скоростью нужно менять фокусное расстояние объектива и глубину кинокамеры, чтобы размер изображения оставался неизменным, если увеличение, даваемое кинокамерой, равно $\Gamma = 0{,}01$?

296*. Небольшое тело находится на горизонтальной подставке на оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Расстояние между линзой и телом равно $2F$. Телу сообщают скорость v, направленную от линзы вдоль ее главной оптической оси линзы. Коэффициент трения тела о подставку равен μ. Какое расстояние S пройдет изображение тела в линзе к моменту остановки тела?.

297*. Небольшое тело находится на горизонтальной подставке на оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Расстояние между линзой и телом равно a ($a > F$). Телу сообщают скорость v, направленную перпендикулярно оптической оси линзы. Пройдя некоторое расстояние, тело останавливается. Найти коэффициент трения тела о подставку, если изображение тела в линзе прошло путь S.

298*. Небольшой шарик, подвешенный на нити длиной L, вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса. Под шариком на расстоянии a от плоскости вращения закреплена собирающая линза с фокусным расстоянием F ($F < a$) так, что ее главная оптическая ось совпадает с осью вращения шарика. Найти угловую скорость шарика, если его изображение вращается по окружности радиуса R.

299*. Небольшой шарик, подвешенный на нити, вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса, причем нить составляет угол α с осью вращения. На расстоянии a под плоскостью вращения шарика находится собирающая линза, главная оптическая ось которой совпадает с осью вращения шарика. Фокусное расстояние линзы F ($F < a$). По окружности какого радиуса вращается изображение шарика в линзе?

300*. Материальная точка массой m находится на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F на расстоянии a от линзы ($a>F$). На точку начинает действовать сила P, изменяющаяся со временем по закону $P = P_0 \sin\omega t$ и направленная перпендикулярно главной оптической оси. P_0 , ω - известные положительные постоянные. Найти максимальное смещение изображения материальной точки от главной оптической оси линзы.

301*. Материальная точка массой m находится на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F на расстоянии $2F$ от линзы. На точку начинает действовать сила P, изменяющаяся со временем по закону $P = P_0 \sin\omega t$, направленная вдоль главной оптической оси. P_0 , ω - известные положительные постоянные. Найти размах колебаний изображения материальной точки.

Б. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.

302. Зная скорость света в вакууме $c = 3\cdot10^8$ м/с, вычислить скорость света в воде ($n_1 = 1{,}33$) и в стекле ($n_2 = 1{,}5$).

303. Скорость света в воздухе $c = 3\cdot10^8$ м/с, а в стекле $v = 2\cdot10^8$ м/с. Определите показатель преломления стекла.

304. Показатель преломления воды для красного света $n_1 = 1{,}331$, а для фиолетового $n_2 = 1{,}343$. Найти скорость распространения этих волн в воде. Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

305. Для данного света длина волны в воде равна $\lambda_1 = 0{,}46$ мкм. Какова длина волны λ_2 этого света в воздухе? Показатель преломления воды $n = 1{,}33$.

306. Луч света переходит из стекла в спирт. На сколько при этом изменится скорость света? Показатель преломления стекла $n_1 = 1{,}54$, спирта $n_2 = 1{,}36$.

307. Луч света переходит из воздуха в стекло, показатель преломления которого $n = 1{,}5$. На сколько процентов изменится при этом скорость света?

308. При переходе светового луча из воздуха в некоторое вещество скорость света изменяется на $k = 20\%$. Определить показатель преломления этого вещества.

309. Луч света проходит через слой воды в некоторое вещество. Определить показатель преломления этого вещества, если скорость света в веществе на $\Delta v = 10^8$ м/с меньше, чем в воде. Показатель преломления воды $n = 1{,}33$.

310. Вода освещена красным светом, для которого длина волны в воздухе равна $\lambda = 0{,}7$ мкм. Какой будет длина волны в стекле? Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$.

311. Каков показатель преломления вещества, если свет проходит в нем расстояние $S = 1{,}5$ м за время $t = 7{,}5$ нс? Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

В. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

312. Определите ускоряющую разность потенциалов, которую должен пройти электрон, чтобы его энергия равнялась энергии фотона с длиной волны $\lambda = 1{,}24$ пм? Заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

313. Найти энергию и импульс фотона рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda = 25$ пм.

314. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 500$ нм? Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, его скорость гораздо меньше скорости света.

315. Какова длина волны фотона, энергия которого равна средней кинетической энергии молекулы идеального одноатомного газа при температуре $T = 3000$ К?

316. Определить кинетическую энергию электрона, если его импульс равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 700$ нм. Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, его скорость гораздо меньше скорости света.

317. Во сколько раз энергия фотона с длиной волны $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м больше средней энергии атома одноатомного газа при температуре $T = 300$ К?

318. Энергия фотона равна кинетической энергии электрона, имевшего начальную скорость $v_0 = 10^5$ м/с и ускоренного разностью потенциалов $U = 8$ В. Определите длину волны фотона.

319. Сколько фотонов с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ м содержит излучение с энергией $E = 1$ Дж?

320. Гелий-неоновый лазер, работающий в непрерывном режиме, излучает инфракрасные лучи с циклической частотой $\omega = 2{,}85 \cdot 10^{15}$ рад/с. Сколько фотонов в секунду излучает лазер при мощности излучения $P = 0{,}04$ Вт?

321. Рубиновый лазер работает в импульсном режиме с числом импульсов в секунду $n = 200$. Найти число фотонов, излучаемых лазером за один импульс, если потребляемая лазером мощность $P = 1$ кВт. На излучение идет $\eta = 0,1\%$ потребляемой энергии, а длина волны излучения $\lambda = 560$ нм.

322*. Луч лазера мощностью $N = 50$ Вт падает нормально на пластинку, которая отражает $R = 50\%$ и пропускает $T = 30\%$ падающей энергии. Остальную часть энергии пластинка поглощает. Определить силу светового давления на пластинку.

323*. Луч лазера мощностью $N = 100$ мВт падает на поглощающую поверхность. Какова сила светового давления на эту поверхность?

324*. Точечный источник монохроматического света с длиной волны λ имеет мощность N. Сколько фотонов проходит за одну секунду через единичную поверхность, взятую на сфере радиуса r, в центре которой находится источник.

325. На металлическую пластину, красная граница фотоэффекта для которой равна $\lambda_0 = 0,5$ мкм, падает фотон с длиной волны $\lambda = 0,4$ мкм. Во сколько раз скорость фотона больше скорости фотоэлектрона?

326. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна $\lambda_0 = 220$ нм. Определить массу фотона, вызывающего фотоэффект.

327. Определите красную границу фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм максимальная скорость фотоэлектронов равна $v_m = 6,5 \cdot 10^5$ м/с.

328. Какова должна быть задерживающая разность потенциалов U для калиевого фотоэлемента с работой выхода $A = 2$ эВ? Фототок вызван светом с длиной волны $\lambda = 414$ нм.

329. При падении на фотокатод света частотой $\nu = 4 \cdot 10^{15}$ Гц максимально возможная скорость фотоэлектронов $v_e = 2 \cdot 10^6$ м/с. Определить граничную частоту, при которой фотоэффект прекратится.

330. Светом какой длины волны облучили литий (работа выхода $A = 2,39$ эВ), если для прекращения фототока потребовалось приложить задерживающую разность потенциалов $U = 1,61$ В?

331. Фотоэффект вызывается светом с длиной волны $\lambda = 3310$ А и прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 0,75$ В. Найти работу выхода электронов из этого металла.

332. Найдите величину задерживающей разности потенциалов для фотоэлектронов, испускаемых при освещении калия светом длиной волны $\lambda = 0.331$ мкм. Работа выхода для калия $A = 2$ эВ.

333. Фототок с поверхности катода, освещаемого светом с частотой $\nu = 10^{16}$ с$^{-1}$, прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 2$ В. Определить работу выхода материала катода.

334. Вольфрамовую пластинку облучают светом с длиной волны $\lambda = 200$ нм. Найти импульс вылетающих из пластинки электронов, если работа выхода из вольфрама $A = 5,3$ эВ.

335. Фотоны света, которыми облучается поверхность палладия, имеют импульс величиной $p = 5.7 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с. Найти максимальную скорость фотоэлектронов. Работа выхода для палладия $A = 5$ эВ, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

336. Фотон с импульсом $P_\Phi = 2,67 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с выбивает электрон из металла, работа выхода из которого $A = 2$ эВ. Во сколько раз импульс

вылетевшего электроиа больше импульса фотона? Масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

337. Катод фотоэлемента освещается моиохроматическим светом с длиной волны λ. При отрицательном потенциале на аноде $U_1 = -1,6$ В ток в цепи прекращается. При изменении длины волны света в $n = 1,5$ раза для прекращения тока потребовалось подать на анод отрицательный потенциал $U_2 = -4,8$ В. Определить работу выхода материала катода.

338. Цинковую пластинку освещают ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 30$ нм. На какое минимальное расстояние от пластинки может удалиться электрон, если вне пластинки имеется задерживающее однородное электрическое поле напряжеиностью $E = 10$ В/см? Работа выхода для цинка $A = 4$ эВ.

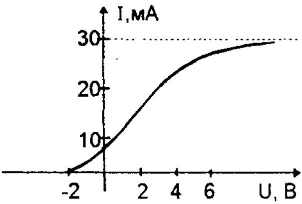


Рис. 64

339*. При облучении фотокатода светом с длиной волны $\lambda = 250$ нм получили вольт-амперную характеристику, показанную на рис. 64. Определить: а) работу выхода электрона из фотокатода; б) число электронов, ежесекундно выбиваемых из фотокатода.

6. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

340. Покоившийся атом водорода испустил фотон при переходе из состояния $n = 2$ в основное состояние $n = 1$. Какую скорость приобрел атом?

341. Электрои в атоме водорода перешел из основного состояния в возбужденное, получив энергию $E = 12,8$ эВ. Какую наибольшую длину волны может теперь излучить атом водорода?

342. Атом водорода излучил квант света с длиной волны $\lambda = 6,56 \cdot 10^{-7}$ м. Во сколько раз изменился при этом радиус электронной орбиты?

343. Написать недостающие обозиачения x, y и Z в ядериой реакции

$$^{x}_{4}Be + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{10}_{y}Z + ^{1}_{0}n$$

344. Написать недостающие обозиачения X и y в ядериой реакции

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow X \cdot ^{y}_{2}He$$

345. Написать недостающие обозначения X, y и z в ядерной реакции

$$^{6}_{3}Li + ^{z}_{y}X \rightarrow ^{3}_{1}H + ^{4}_{2}He$$

346. Определить период полураспада изотопа, если известно, что через время t после начала распада осталось $k = 2/3$ первоначального количества вещества.

347. Сколько атомов полония $^{210}_{84}Po$ из массы m распадется эа время t? Пернод полураспада полония T. Моляриая масса полония M.

348. Период полураспада рубидия $^{89}_{37}Rb$ равен T. Какая часть начального количества ядер рубидия распадется через время t?

349. За время t распалось $k = 3/4$ начального количества ядер радиоактивного изотопа. Определить период его полураспада.

350. За время t_1 начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за время $t_2 = 2\,t_1$?

351. Радиоактивный натрий $^{24}_{11}Na$ распадается, испуская β-частицу. Период полураспада натрия $T_{1/2} = 14{,}8$ час. Вычислить количество атомов, распавшихся в $m = 1$ мг данного радиоактивиого препарата за время $\Delta t = 10$ часов. Каков суммарный заряд испущенных при этом распаде β-частиц?

352. Какую наименьшую энергию надо затратить, чтобы оторвать один нейтрон от ядра азота $^{14}_{7}N$? Массы: нейтрона $m_n = 1{,}00867$ а.е.м., атома азота $m_N{}^{14} = 14{,}00307$ а.е.м., атома азота $m_N{}^{13} = 13{,}00574$ а.е.м. 1 а.е.м. $= 1{,}66\cdot10^{-27}$ кг.

353. При реакции

$$^{6}_{3}Li + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}p$$

освобождается энергия $Q = 5{,}028$ МэВ. Энергии связи ядер: лития-7 $E_1 = 39{,}2$ МэВ, дейтерия $E_2 = 1{,}72$ МэВ. Определить массу ядра лития-6, если масса нейтрона $m_n = 1{,}00867$ а.е.м., протона $m_p = 1{,}00728$ а.е.м. 1 а.е.м. $= 1{,}66\cdot10^{-27}$ кг.

354. Определить полную энергию, выделившуюся в реакции $m = 1$ г бериллия $^{9}_{4}Be$:

$$^{9}_{4}Be + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{10}_{4}Be + ^{1}_{1}H$$

Массы нейтральных атомов: $m_{Be}{}^{9} = 9{,}01219$ а.е.м., $m_{Be}{}^{10} = 10{,}01354$ а.е.м., $m_{H2} = 2{,}01410$ а.е.м., $m_{H1} = 1{,}00783$ а.е.м. 1 а.е.м. $= 1{,}66\cdot10^{-27}$ кг.

355. Определить наименьшую энергию E, необходимую для разделения ядра углерода $^{12}_{6}C$ на три одинаковые части. Массы нейтральных атомов: масса углерода $m_C = 12{,}0000$ а.е.м. , гелия $m_{He} = 4{,}0026$ а.е.м. 1 а.е.м. $= 1{,}66\cdot10^{-27}$ кг.

356. Подводная лодка имеет мощность силовых атомных установок $P = 15$ Мвт. Топливом служит обогащенный уран (25% $^{235}_{92}U$). Определить запас топлива (в килограммах), необходимый для месячного плавания лодки, если при делении одного ядра урана выделяется энергия $Q = 200$ МэВ?

ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ, ПРЕДЛАГАВШИЕСЯ НА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНАХ

НА ТЕХНИЧЕСКИЕ ФАКУЛЬТЕТЫ

Вариант А

1. Тело массы $m = 2$ кг движется с постоянной скоростью $v_0 = 16$ м/с .В момент времени $t_0 = 0$ на тело начинает действовать некоторая постоянная по модулю и направлению сила F. К моменту времени $t_1 = 2$ с скорость тела уменьшилась в 2 раза, а к моменту времени $t_2 = 4$ с скорость тела уменьшилась еще в 2 раза. Определить величину силы F.

2. Цилиндрическая свая забита в грунт на половину длины. Во сколько раз большую работу нужно совершить, чтобы забить сваю полностью в грунт, чем вытащить ее, если сила сопротивления грунта растет прямо пропорционально глубине погружения сваи? Силу тяжести не учитывать.

3. Сосуд откачан до давления $p = 10^{-9}$ Па. Определить количество молекул в сосуде, если его объем равен $V = 2$ л, а температура $t = 20\,^0C$.

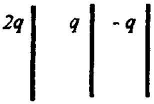


Рис. 65

4. Три металлические пластины, имеющие заряды $2q$, q и $-q$, расположены параллельно друг другу так, как показано на рис. 65. На сколько изменится сила, действующая на среднюю пластину, если правую пластину переместить и расположить между левой и средней? Поле, создаваемое каждой пластиной считать однородным. Площадь каждой пластины S.

5. Определите длину L стороны анода вакуумной двухэлектродной лампы, представляющего собой квадратную металлическую пластинку . Известно, что при напряжении между электродами U анодный ток равен I, а среднее давление электронов на анод равно p. Отношение заряда электрона к его массе e/m считать заданным. Начальной скоростью электронов, вылетающих с катода, пренебречь.

6. Написать недостающие обозначения X, y и z в ядерной реакции

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{z}_{y}X + ^{17}_{8}O$$

Вариант Б

1. Движение тела массой $m = 2$ кг описывается уравнением $x = 0{,}8\sin\left(\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (м). Определите энергию колеблющегося тела.

2. Небольшое тело соскальзывает без трения по желобу с наименьшей высоты, необходимой для совершения “мертвой петли” в вертикальной плоскости. Чему равно полное ускорение тела в тот момент, когда его скорость направлена вертикально вверх?

3. Цилиндрический стакан высотой H и площадью основания S опустили вверх дном в воду. Плотность воды равна ρ. Стакан стал плавать, погрузившись в воду на глубину h ($h < H$). При этом установилась некоторая разность уровней воды в стакане и в сосуде. Определите массу стакана. Атмосферное давление равно p_0, температура постоянна.

4. Медь выделяется из раствора $CuSO_4$ при напряжении $U = 10$ В. Найдите расход электроэнергии W на выделение $m = 1$ кг меди (без учета потерь). Электрохимический эквивалент меди $k = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

5. На дне водоема расположено плоское зеркало так, что луч света от фонарика, падающий на поверхность зеркала под углом $\alpha = 60^0$ к его поверхности, претерпевает полное внутреннее отражение на поверхности водоема. Найти угол β, который составляет плоскость зеркала с горизонтом. Показатель преломления воды $n = 1{,}33$.

6. Какое количество исходного радиоактивного изотопа останется через время t после начала распада? Период полураспада равен T. Начальное количество атомов изотопа равно N, молярная масса равна M.

Вариант В

1. Тело в течение времени t_0 движется с постоянной скоростью v_0. Затем скорость его линейно нарастает со временем так, что в момент времени $2t_0$ она равна $2v_0$ (рис. 66). Определите путь, пройденный телом за время $3t_0$.

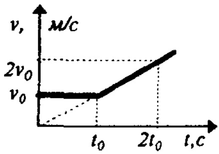


Рис. 66

2. Человек массой m стоит на краю однородной доски массой M и длиной L, удерживая ее с помощью веревки, перекинутой через блоки (рис. 67). Один блок подвешен к потолку, а другой прикреплен к доске перпендикулярным к ней невесомым стержнем. С какой силой человек должен тянуть веревку, чтобы доска равномерно поднималась вверх, оставаясь горизонтальной? На каком расстоянии x при этом должен быть прикреплен стержень? При каком соотношении масс m и M это возможно? Массой блоков и веревок пренебречь.

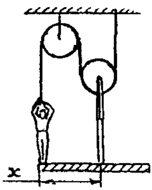


Рис. 67

3. В закрытом сосуде объемом $V = 0,4$ м^3 находятся в тепловом равновесии при $t_1 = -23\ ^0C$ лед и пары воды, общая масса которых $m = 2$ г. Какое количество тепла Q надо сообщить содержимому сосуда для повышения температуры до $t_2 = -1\ ^0C$? Давление насыщенных паров воды при t_1 равно $p_1 = 77$ Па, при t_2 равно $p_2 = 560$ Па. Удельные теплоемкости льда и паров воды равны соответственно $c_1 = 2100$ Дж/(кг·К) и $c_2 = 1300$ Дж/(кг·К). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг, удельная теплота испарения воды $r = 2,3$ МДж/кг. Молярная масса воды $M = 0,018$ кг/моль.

4. Во сколько раз сила гравитационного притяжения между двумя протонами меньше силы их электрического отталкивания? Заряд протона $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, его масса $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

5. В электрическую цепь параллельно включены три сопротивления $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом и $R_3 = 12$ Ом. Определить ток, подходящий к этому участку цепи, и токи, текущие по каждому из этих сопротивлений, если падение напряжения на этом участке равно $U_3 = 12$ В.

6. Вывести формулу для радиуса n-ой орбиты электрона в атоме водорода и рассчитать циклическую частоту ω_2 обращения электрона орбите с $n = 2$. Масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Вариант Г

1. Два тела, расстояние между которыми равно L, начинают одновременно двигаться навстречу друг другу: первое из состояния покоя равноускоренно с ускорением a_1, второе - с начальной скоростью v равнозамедленно с ускорением, равным по модулю a_2 ($a_2 < a_1$). В какой момент времени тела встретятся?

2. Найти период колебаний пружинного маятника массой $m = 100$ г, если жесткость пружины равна $k = 2$ Н/м.

3. Два одинаковых цилиндрических сообщающихся сосуда частично заполнены жидкостью плотностью ρ при атмосферном давлении p_0. Один из сосудов запаяли. При этом высота столба воздуха в нем равна h_0. Найти

установившееся давление в закрытом сосуде, если в открытый сосуд поместить тело массой m и плотностью, меньшей ρ. Температуру считать постоянной.

4. Один моль идеального газа сжимают так, что его объем изменяется с температурой по закону $V = a\ T^2$, где $a = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ м³ / К². Давление газа изменяется от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 300$ кПа. Построить графики этого процесса в координатах p - V, p - T и V - T, нанося на оси координат граничные значения параметров газа. Построение обосновать.

5. Определить величину и знак заряда, расположенного на поверхности контакта двух соединенных последовательно проводников одинакового поперечного сечения, если по проводникам течет ток $I = 5$ А (рис. 68). Удельные электросопротивления проводников равны соответственно $\rho_1 = 4 \cdot 10^{-7}$ Ом · м и $\rho_2 = 19 \cdot 10^{-7}$ Ом · м.

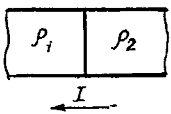


Рис. 68

6. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был бы равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 510$ нм? Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, скорость электрона гораздо меньше скорости света.

НА ГУМАНИТАРНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ

Вариант Д

1. В результате абсолютно упругого центрального соударения частицы массой m_1 с покоившейся частицей обе частицы разлетелись в противоположных направлениях с одинаковыми по модулю скоростями. Найти массу m_2 второй частицы.

2. Объем одного моля идеального газа меняется по закону $V = \alpha\sqrt{T}$, где $\alpha = 1$ м³/К^{0,5}, T - абсолютная температура. Начальный объем газа $V_1 = 30$ л, конечный $V_2 = 60$ л. Найти работу, совершенную газом в этом процессе.

3. Во сколько раз отличаются показатели преломления двух веществ, если изменение скорости света в первом веществе по сравнению со скоростью света в вакууме равно $\Delta v_1 = 2{,}5 \cdot 10^7$ м/с, а во втором $\Delta v_2 = 8 \cdot 10^7$ м/с?

Вариант Е

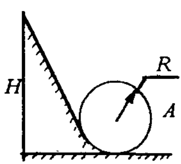


Рис. 69

1. Небольшое тело соскальзывает с высоты $H = 3{,}5\ R$ без начальной скорости по гладкому наклонному желобу, переходящему в мертвую петлю (рис. 69). Во сколько раз сила давления тела на желоб в точке А больше его силы тяжести?

2. В сообщающиеся сосуды диаметрами d_1 и d_2 налита жидкость плотности ρ. На сколько поднимется уровень жидкости в сосудах, если в один из сосудов положить тело массы m из материала, плотность которого меньше ρ?

3. На заряженную частицу, движущуюся со скоростью $v = 3$ м/с перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, действует сила $F = 15$ Н. Найти магнитную индукцию B, если заряд частицы $q = 10^{-3}$ Кл.

Ответы и решения

1. МЕХАНИКА

А. КИНЕМАТИКА

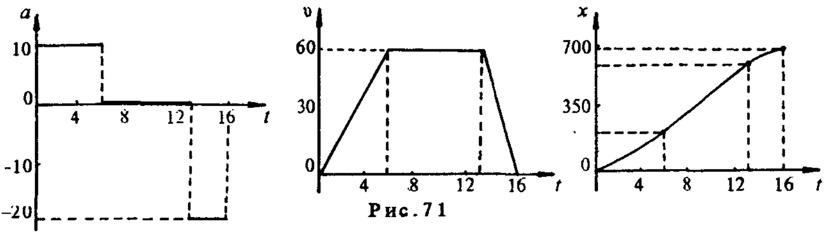


Рис.71

1. См. рис.71; $\upsilon = 0$, $\Delta S = 90$ м.

2. $\tau = 12$ мин, $x = 14{,}4$ км.

3. $\upsilon \geq \sqrt{2aL}$.

4. $t = \dfrac{\sqrt{\upsilon^2 + 2aL} - \upsilon}{a}$.

5. $\upsilon = 30{,}2$ м/с, $\beta = \operatorname{arctg} 0{,}23 \approx 13°$.

6. $\upsilon_0 = \upsilon \operatorname{ctg} \alpha$.

7. $\upsilon_{cp} = 1{,}2$ м/с.

8*. **Решение.** Закон движения материальной точки от времени, представленный на рис.3, свидетельствует о том, что на участке, соответствующем интервалу времени от $t_1 = 0$ (с) до $t_2 = 1$ (с), точка движется с постоянным ускорением a_1, на следующем участке в течение времени от $t_2 = 1$ (с) до $t_3 = 2$ (с) координата точки не изменяется, следовательно, она покоится, на третьем участке в течение времени от $t_3 = 2$ (с) до $t_4 = 3$ (с) точка движется с постоянным ускорением a_3, а на последнем участке за время от $t_4 = 3$ (с) до $t_5 = 4$ (с) – равномерно.

Следовательно, уравнения движения и законы изменения скорости точки на выделенных участках можно записать в виде

а) на первом участке:

$$x = x_{01} + \upsilon_{01} t + \tfrac{1}{2} a_1 t^2 \qquad \upsilon = \upsilon_{01} + a_1 t, ; \tag{1}$$

б) на втором участке:

$$x = x_{02}, \qquad \upsilon = 0; \tag{2}$$

в) на третьем участке:

$$x = x_{03} + \upsilon_{03} t + \tfrac{1}{2} a_3 t^2 \qquad \upsilon = \upsilon_{03} + a_3 t; \tag{3}$$

г) на четвертом участке:

$$x = x_{04} + \upsilon_{04} t, \qquad \upsilon = \upsilon_{04}; \tag{4}$$

где x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{04}, υ_{01}, υ_{02}, υ_{03}, υ_{04} – координаты и скорости точки в начальные моменты движения на соответствующих участках.

В конце первого участка движения (при $t = \Delta t_1 = t_2 - t_1 = 1$ с) координата точки и ее скорость примут значения

$$x_1 = -5 \text{ (м)}, \qquad \upsilon_1 = 0 \qquad (5)$$

соответственно.

Так как в начальный момент движения $x_{01} = 0$, то уравнения (1) в момент времени $t = 1$ (с) примут вид

$$x_1 = \upsilon_{01}\,\Delta t_1 + \tfrac{1}{2}\,a_1\,\Delta t_1^2 \qquad \upsilon_1 = \upsilon_{01} + a_1\,\Delta t_1$$

или с учетом (5):

$$-5 = \upsilon_{01}\cdot 1 + \tfrac{1}{2}\,a_1\cdot 1, \qquad 0 = \upsilon_{01} + a_1\cdot 1.$$

Решая эти уравнения относительно υ_{01} и a_1, получим:

$$\upsilon_{01} = -10 \text{ (м/с)}, \qquad a_1 = 10 \text{ (м/с}^2).$$

На втором участке $x_2 = x_1 = -5$ (м), а $\upsilon_2 = \upsilon_1 = 0$ (м/с), $a_2 = 0$ (м/с^2).

На третьем участке $x_{03} = x_2 = -5$ (м), $\upsilon_{03} = \upsilon_2 = 0$ (м/с). Следовательно, уравнения (3) запишем в виде

$$x = -5 + \tfrac{1}{2}\,a_3\,t^2 \qquad \upsilon = a_3\,t.$$

В момент времени $t_4 = 3$ (с) координата точки станет равной $x_3 = -7$ (м). Следовательно,

$$-7 = -5 + \tfrac{1}{2}\,a_3\,\Delta t_3^2 \qquad \upsilon_3 = a_3\,\Delta t_3,$$

где $\Delta t_3 = t_4 - t_3 = 1$ (с). Откуда получим:

$$\upsilon_3 = -4 \text{ (м/с)}, \qquad a_3 = -4 \text{ (м/с}^2).$$

На последнем участке движения точка движется с постоянной скоростью $\upsilon_{04} = \upsilon_3 = -4$ (м/с).

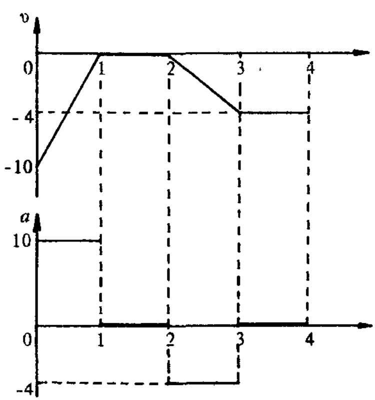


Рис. 72

С учетом полученных результатов, законы изменения скорости и ускорения точки на соответствующих участках можно записать в виде:

а) на первом участке:

$$\upsilon = -10 + 10\,t, \qquad a_1 = 10 \text{ (м/с}^2);$$

б) на втором участке:

$$\upsilon = 0 \text{ (м/с)}, \qquad a_2 = 0 \text{ (м/с}^2);$$

в) на третьем участке:

$$\upsilon = -4\,t, \qquad a_3 = -4 \text{ (м/с}^2);$$

г) на четвертом участке:

$$\upsilon = -4 \text{ (м/с)}, \qquad a_4 = 0.$$

Графики изменения скорости и ускорения точки от времени представлены на рис. 72.

9*. См. рис. 73.

10*. См. рис. 74.

11*. См. рис. 75.

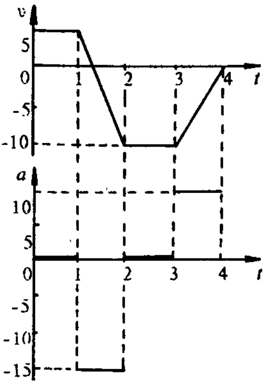


Рис.73

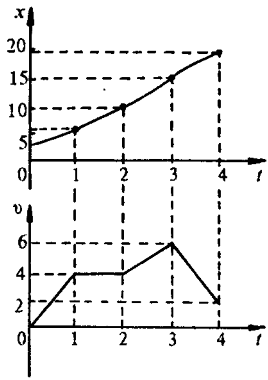


Рис.74

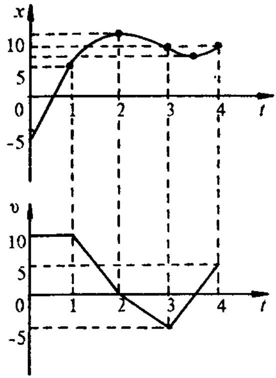


Рис.75

12*. Решение. Закон изменения скорости материальной точки от времени, представленный на рис.7, свидетельствует о том, что на участке, соответствующем интервалу времени от $t_1 = 0$ (с) до $t_2 = 1$ (с), точка движется с постоянной скоростью, т.е. равномерно, на следующих участках в течение времени от $t_2 = 1$ (с) до $t_3 = 2$ (с) и от $t_3 = 2$ (с) до $t_4 = 4$ (с) со скоростью, изменяющейся со временем линейно, т.е. $\upsilon = \upsilon_{02} + a_2 t$ и $\upsilon = \upsilon_{03} + a_3 t$ соответственно.

Следовательно, уравнения движения и законы изменения скорости точки на выделенных участках можно записать в виде

а) на первом участке:

$$x = x_{01} + \upsilon_{01} t, \qquad \upsilon = \upsilon_{01}; \tag{1}$$

б) на втором участке:

$$x = x_{02} + \upsilon_{02} t + \tfrac{1}{2} a_2 t^2, \qquad \upsilon = \upsilon_{02} + a_2 t; \tag{2}$$

в) на третьем участке:

$$x = x_{03} + \upsilon_{03} t + \tfrac{1}{2} a_3 t^2, \qquad \upsilon = \upsilon_{03} + a_3 t, \tag{3}$$

где x_{01}, x_{02}, x_{03}, υ_{01}, υ_{02}, υ_{03} – координаты и скорости точки в начальные моменты движения на соответствующих участках.

Так как в начальный момент движения $x_{01} = x_0 = -10$ (м) и $\upsilon_{01} = \upsilon_0 = 10$ (м/с), то график зависимости координаты точки от времени на первом участке будет иметь вид прямой

$$x = -10 + 10 t, \tag{4}$$

а координата точки в момент времени $t_2 = 1$ (с) равна $x_1 = 0$.

Путь, пройденный на первом участке за время $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 1$ (с),

$$\Delta S_1 = |x_1 - x_{01}| = 10 \ \text{(м)}.$$

На втором участке $x_{02} = x_1 = 0$ (м), а $\upsilon_{02} = 10$ (м/с). Следовательно, уравнения (2) примут вид

$$x = 10t + \frac{1}{2} a_2 t^2, \qquad \upsilon = 10 + a_2 t.$$

В конце движения на втором участке (при $t = \Delta t_2 = t_3 - t_2 = 1$ с) скорость точки станет равной $\upsilon_2 = -10$ (м/с). Из закона изменения скорости, записанного для интервала времени Δt_2

$$\upsilon_2 = 10 + a_2 \Delta t_2,$$

получим:

$$a_2 = \frac{\upsilon_2 - 10}{\Delta t_2} = -20 \ \ (\text{м/с}^2).$$

Следовательно, на втором участке график зависимости $x(t)$ имеет вид параболы

$$x = 10t - 10t^2, \tag{5}$$

ветви которой направлены вдоль оси OX вниз, а вершина имеет координаты

$$t_{\text{верш1}} = 0{,}5 \ \ (\text{с}), \qquad x_{\text{верш1}} = 2{,}5 \ \ (\text{м}),$$

где время отсчитывается от начального значения на данном участке, т.е. от $t_2 = 1$ (с).

Конечная координата точки на втором участке (в момент времени $t = \Delta t_2 = t_3 - t_2 = 1$ с) равна

$$x_2 = 10\Delta t_2 - 10\Delta t_2^2 = 0 \ \ (\text{м}),$$

а пройденный путь за время Δt_2:

$$\Delta S_2 = |x_{\text{верш1}} - x_{02}| + |x_2 - x_{\text{верш1}}| = 5 \ \ (\text{м}).$$

На третьем участке $x_{03} = x_2 = 0$ (м), $\upsilon_{03} = \upsilon_2 = -10$ (м/с). Следовательно, уравнения (3) примут вид

$$x = -10t + \frac{1}{2} a_3 t^2, \quad \upsilon = -10 + a_3 t.$$

В конце движения на третьем участке (при $t = \Delta t_3 = t_4 - t_3 = 2$ с) скорость точки станет равной $\upsilon_3 = 5$ (м/с). Из закона изменения скорости, записанного для интервала времени $\Delta t_3 = t_4 - t_3 = 2$ (с)

$$\upsilon_3 = -10 + a_3 \Delta t_3,$$

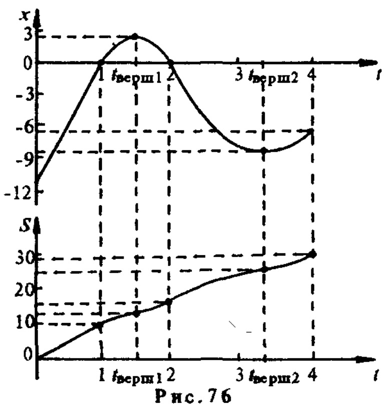


Рис. 7б

получим:

$$a_3 = \frac{\upsilon_3 + 10}{\Delta t_3} = 7{,}5 \ \ (\text{м/с}^2).$$

Следовательно, на последнем участке движения координата точки изменялась со временем по закону

$$x = -10t + 3{,}75t^2, \tag{6}$$

т.е. график зависимости $x(t)$ имеет вид параболы, ветви которой направлены вдоль оси OX вверх. Вершина параболы будет находиться в точке с координатами

$$t_{\text{верш2}} = 1{,}33 \ \ \text{с}, \qquad x_{\text{верш2}} = -6{,}7 \ \ \text{м}.$$

где время на третьем участке движения отсчитывалось от момента $t_3 = 2$ (с).

В конце третьего участка движения (при $t = \Delta t_3$) координата точки примет значение

$$x_3 = -10\,\Delta t_3 + 3{,}75\Delta t_3^2 = -5 \text{ (м)},$$

а пройденный путь за время Δt_3:

$$\Delta S_3 = |x_{\text{верш}2} - x_{03}| + |x_3 - x_{\text{верш}2}| = 18{,}4 \text{ (м)}.$$

Графики зависимостей $x(t)$ и $S(t)$ за все время движения представлены на рис.76 (см. законы движения (4)-(6)). При построении зависимости $S(t)$ следует учитывать, что путь положителен всегда и при движении может только возрастать.

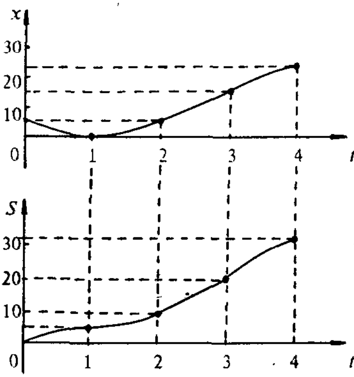


Рис.77

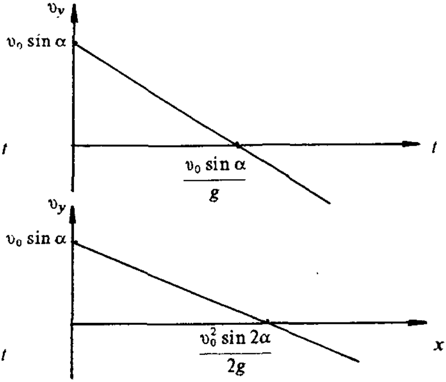


Рис.78

13*. См. рис.77.

14: $\upsilon = \sqrt{2g\,(H_0 - H)} \approx 30$ м.

15. $H_0 = H + \frac{1}{2}\, g\, t^2 = 30$ м.

16. $H_0 = \dfrac{(2\,H - g\,t_0^2)^2}{8g\,t_0^2} \approx 2{,}17$ м.

17. $H = \dfrac{\upsilon_0^2}{2g} - \dfrac{(2h + g\,t_0^2)^2}{8g\,t_0^2} \approx 1{,}43$ м.

18. $\Delta t = \dfrac{2\upsilon_0}{g} \approx 2{,}04$ с, $\upsilon_т = \upsilon + \upsilon_0 = 15$ м/с.

19. $h_{\max} = \dfrac{(\upsilon_1 + \upsilon_2)^2}{2g} \approx 7{,}2$ м.

20. $\upsilon\,(t) = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2\,t^2 - 2\upsilon_0\,g\,t\sin\alpha}$; $\beta\,(t) = \operatorname{arctg}\left\{\operatorname{tg}\alpha - \dfrac{g\,t}{\upsilon_0\cos\alpha}\right\}$; 16 м/с, $\beta = 38{,}3°$.

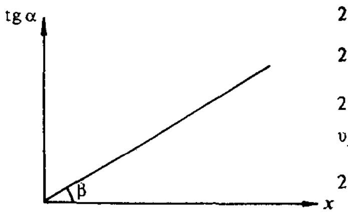


Рис.79

21. $\upsilon_0 = \sqrt{L\,(a + g)} \approx 35{,}5$ м/с.

22. $\dfrac{\upsilon_{01}}{\upsilon_{02}} = \sqrt{\dfrac{\sin 2\alpha_2}{\sin 2\alpha_1}} = 1{,}07.$

23. См. рис.78;

$\upsilon_y\,(t) = \upsilon_0 \sin\alpha - g\,t$, $\upsilon_y\,(x) = \upsilon_0 \sin\alpha - \dfrac{g\,x}{\upsilon_0\cos\alpha}$.

24. См. рис.79; $\beta = \operatorname{arctg}\dfrac{g}{\upsilon_0^2}$.

25. $a_n = \dfrac{g\,\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + g^2\,\tau^2}} \approx 0{,}53$ м/с^2; $a_\tau = \dfrac{g^2\,\tau}{\sqrt{\upsilon_0^2 + g^2\,\tau^2}} \approx 5{,}2$ м/с^2.

26. $\upsilon = \sqrt{[\upsilon_0 \sin(\alpha+\beta) - g t]^2 + [\upsilon_0 \cos(\alpha+\beta)]^2}$; $\gamma = \mathrm{arctg}\left\{ \mathrm{tg}(\alpha+\beta) - \frac{g t}{\upsilon_0 \cos(\alpha+\beta)} \right\}$; $\vec{a} = \vec{g}$.

27. $\alpha \approx 5°$.

28. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2g b}$ направлена под углом $\beta = \mathrm{arctg}\,\frac{\sqrt{\upsilon_0^2 - 2g b}}{\upsilon_0 \cos\alpha}$ вниз.

29. При $\alpha = \pi/2$ время полета минимально; при $\alpha = 0$ время полета максимально.

30*. **Решение.** Хорошо известно, что движение тела, брошенного под углом к горизонту вблизи поверхности земли, происходит по параболе. Радиус кривизны параболы уменьшается при приближении к ее вершине и минимален в ней. Однако, в данной задаче непосредственно не видно, где располагается вершина: над наклонной плоскостью или под ней. Выясним это.

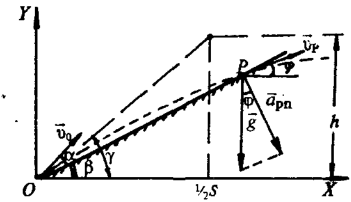


Рис.80

Выберем систему отсчета XOY (см. рис.80) и будем рассматривать движение точки, исходя из принципа независимости движения, как сумму двух прямолинейных движений. По оси OX движение равномерное ($a_x = 0$), а по оси OY–равнопеременное ($a_y = -g$).

Полное кинематическое описание рассматриваемого движения дает система уравнений

$$x = \upsilon_{0x}\, t, \qquad y = \upsilon_{0y}\, t - \tfrac{1}{2} g t^2, \tag{1}$$

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x}, \qquad \upsilon_y = \upsilon_{0y} - g t, \qquad \upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos(\alpha+\beta), \qquad \upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin(\alpha+\beta). \tag{2}$$

Максимальную высоту подъема тела над поверхностью найдем из условия, что в наивысшей точке траектории $\upsilon_y = 0$, т.е.

$$\upsilon_y(0) = 0 = \upsilon_0 \sin(\alpha+\beta) - g\, t_{max}.$$

Отсюда, время подъема тела на максимальную высоту

$$t_{max} = \frac{\upsilon_0 \sin(\alpha+\beta)}{g}.$$

Следовательно,

$$h_{max} = y(t_{max}) = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2(\alpha+\beta)}{g} - \frac{g}{2}\,\frac{\upsilon_0^2 \sin^2(\alpha+\beta)}{g^2} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2(\alpha+\beta)}{2g}.$$

Координата $x_{верш}$, соответствующая максимальной высоте траектории, равна

$$x_{верш} = x(t_{max}) = \upsilon_0 \cos(\alpha+\beta)\, t_{max} = \frac{\upsilon_0^2 \sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)}{g}.$$

Тогда отношение

$$\frac{h_{max}}{x_{max}} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2(\alpha+\beta)}{2\,\upsilon_0^2 \sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{tg}(\alpha+\beta) = 0{,}6$$

«задает направление» из точки броска в вершину траектории, которому соответствует угол $\gamma = \mathrm{arctg}\, 0{,}6 = 31°$. Так как поверхность горки образует с горизонтом угол $\beta = 40°$, то это означает, что вершина траектории находится «в горке». Следовательно, радиус кривизны траектории минимален в точке падения тела на поверхность горки (в точке P):

$$R_{min} = \frac{\upsilon_P^2}{a_{pn}},$$

где υ_P, $a_{P\,n}$ – скорость и нормальное ускорение тела в точке P соответственно:

$$\upsilon_P = \sqrt{\upsilon_{Px}^2 + \upsilon_{Py}^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2(\alpha+\beta) + [\upsilon_0 \sin(\alpha+\beta) - g\,t_P]^2}.$$

$$a_{P\,n} = g\cos\varphi = g\,\frac{\upsilon_{Px}}{\upsilon_P} = \frac{\upsilon_0\cos(\alpha+\beta)}{\sqrt{\upsilon_0^2\cos^2(\alpha+\beta) + [\upsilon_0\sin(\alpha+\beta) - g\,t_P]^2}}.$$

Следовательно,

$$R_{min} = \frac{\left\{\upsilon_0^2\cos^2(\alpha+\beta) + [\upsilon_0\sin(\alpha+\beta) - g\,t_P]^2\right\}^{3/2}}{g\,\upsilon_0\cos(\alpha+\beta)}.$$

Время t_P, соответствующее моменту падения тела на поверхность горки, найдем из уравнений (1)-(2):

$$S\cos\beta = \upsilon_0\cos(\alpha+\beta)\,t_P, \qquad S\sin\beta = \upsilon_0\sin(\alpha+\beta)\,t_P - \tfrac{1}{2}g\,t_P^2,$$

где S – дальность полета тела, измеренная вдоль горки. Откуда получим:

$$t_P = \frac{2\upsilon_0\cos(\alpha+\beta)\,[\,\mathrm{tg}(\alpha+\beta) - \mathrm{tg}\,\beta\,]}{g}.$$

Следовательно,

$$R_{min} = \frac{\upsilon_0^2\left\{1 - 2\sin 2(\alpha+\beta)\,[\mathrm{tg}(\alpha+\beta) - \mathrm{tg}\beta] + 4\cos^2(\alpha+\beta)\,[\mathrm{tg}(\alpha+\beta) - \mathrm{tg}\beta]^2\right\}^{3/2}}{g\cos(\alpha+\beta)} = 5{,}8 \quad \text{м}.$$

31*. $\upsilon_{min} = \sqrt{3gR}$.

32*. Решение. Так как радиус лунки является перпендикуляром к поверхности лунки в точках удара и удар абсолютно упругий, то углы между векторами скорости шарика в моменты удара и отскока и радиусом одинаковы. Поэтому наша задачи аналогична тому, что из точки O (см. рис.81) одновременно бросают два тела с равными начальными скоростями υ_0 под углами к горизонту β и $(\beta + 2\alpha)$ соответственно, причем дальности полета в обоих случаях одинаковы.

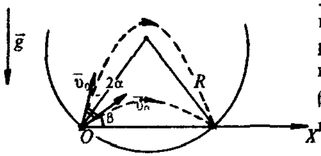


Рис. 81

Воспользуемся известной формулой для дальности полета S тела вблизи поверхности земли:

$$S = \frac{\upsilon_0^2\sin 2\beta}{g} = \frac{\upsilon_0^2\sin 2(\beta+2\alpha)}{g}.$$

Откуда получим:

$$\sin 2\beta = \sin 2(\beta + 2\alpha), \qquad \text{или} \qquad \beta + \alpha = 45°.$$

Тогда радиус лунки можно определить как

$$R = \frac{\tfrac{1}{2}S}{\cos(\beta+\alpha)} = \frac{S}{\sqrt{2}}.$$

Для определения дальности полета S запишем уравнения движения тела в проекции на ось OX системы координат:

$$x_1 = \upsilon_0\cos\beta\,t - \tfrac{1}{2}g\,t^2, \qquad x_2 = \upsilon_0\cos(\beta+2\alpha)\,t - \tfrac{1}{2}g\,t^2$$

В моменты времени t_1 и t_2 координаты x_1 и x_2 становятся равными нулю. Поэтому

$$0 = \upsilon_0\cos\beta\,t_1 - \tfrac{1}{2}g\,t_1^2, \qquad 0 = \upsilon_0\cos(\beta+2\alpha)\,t_2 - \tfrac{1}{2}g\,t_2^2,$$

или с учетом, что $\alpha = 45° - \beta$:

$$\upsilon_0\cos\beta = \tfrac{1}{2}g\,t_1, \qquad \upsilon_0\sin\beta = \tfrac{1}{2}g\,t_2.$$

Перемножая последние соотношения, получим:

$$v_0^2 \sin\beta \cos\beta = \tfrac{1}{4} g^2 t_1 t_2.$$

Следовательно, дальность полета равна

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g} = \frac{g t_1 t_2}{2},$$

а радиус лунки

$$R = \frac{S}{\sqrt{2}} = \frac{g t_1 t_2}{2\sqrt{2}}.$$

33*. $S = \dfrac{4v_0^2}{g} \sin \alpha/2 \operatorname{tg} \alpha.$

34*. **Решение.** По какой траектории будет двигаться шарик относительно наклонной плоскости далеко не очевидно. Гораздо проще сначала изучить движение шарика относительно стакана.

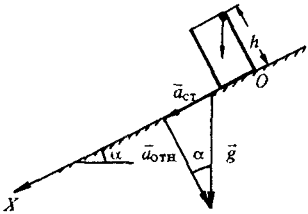


Рис. 82

Ускорение стакана легко можно найти, записав уравнение движения стакана в проекции на ось OX системы координат (см. рис. 82):

$$m_{ст} a_{ст} = m_{ст} g \sin\alpha.$$

Следовательно, вектор ускорения стакана $\vec{a}_{ст}$ по величине равен

$$a_{ст} = g \sin\alpha$$

и направлен вдоль наклонной плоскости.

Так как абсолютное ускорение шарика (ускорение относительно земли) равно $\vec{g}$, то его ускорение относительно стакана

$$\vec{a}_{отн} = \vec{g} - \vec{a}_{ст}.$$

Легко заметить (см. рис. 82), что ускорение $\vec{a}_{отн}$ направлено вдоль стенок стакана и равно

$$a_{отн} = g \cos\alpha.$$

Таким образом, время t_1 движения шарика до первого удара можно найти из соотношения

$$h = \tfrac{1}{2} a_{отн} t_1^2 = \tfrac{1}{2} g \cos\alpha\, t_1^2.$$

Следовательно,

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g \cos\alpha}},$$

а время движения к моменту пятого удара:

$$t = 9\, t_1 = 9 \sqrt{\frac{2h}{g \cos\alpha}}.$$

Стакан, двигаясь равноускоренно, за это время пройдет путь

$$S = \tfrac{1}{2} a_{ст} t^2 = 81\, h \operatorname{tg}\alpha = 8{,}1 \ (\text{м}).$$

35. $v_{отн} = 10$ м/с.

36. $S = 2$ м.

37. $v_{отн} = 12$ м/с.

38. $v_{верх} = v + 2\omega R.$

Б. ДИНАМИКА

39. $S=\dfrac{Ft^2}{2m}=4,8$ м.

40. $F=F_c+ma=64{,}5$ Н.

41. $F=\dfrac{\mu m g}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}\approx 5$ Н под углом $\alpha=\operatorname{arctg}\mu=30^\circ$ к горизонту.

42. $a=\dfrac{m m_2+m m_1-4\mu m_1 m_2}{m m_2+m m_1+4 m_1 m_2}g$ при $\mu\le\dfrac{m(m_1+m_2)}{4m_1 m_2}$.

43. $a=\dfrac{F\cos\beta}{m}-\left\{g-\dfrac{F\sin\beta}{m}\right\}\dfrac{F\cos\alpha}{mg-F\sin\alpha}\approx 0{,}2$ м/с^2.

44. $a=\dfrac{g(m_2-\mu m_1)-a_0(m_1+\mu m_2)}{m_1+m_2}$.

45. $a_1=\frac{1}{3}(g+4a_0)$; $a_2=\frac{1}{3}(g+2a_0)$.

46*. При любой силе система не будет находиться в покое.

47*. $F=\frac{1}{4}mg$, $x=\frac{1}{3}L$.

48*. $\frac{9}{8}mg\le T\le\frac{11}{8}mg$.

49*. Решение. Так как $m_1>m_2$, то на ящик будут действовать: сила натяжения веревки $\vec T$, силы тяжести левой и правой половин $m_1\vec g$ и $m_2\vec g$ соответственно (здесь мы считаем, что ящик как бы состоит из двух частей массами m_1 и m_2), силы давления со стороны стенок шахты $\vec N_1$ и $\vec N_2$, направленные так, как показано на рисунке. При этом силой тяжести ящика мы пренебрегаем.

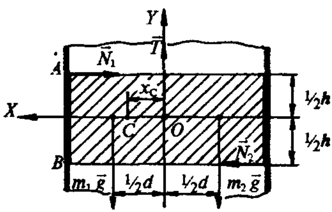


Рис. 83

Уравиенне движення ящика в проекции на ось OY выбранной системы координат (начало отсчета совпадает с геометрическим центром ящика, см. рис.83) будет нметь вид

$$(m_1+m_2)\,a=T-(m_1+m_2)g. \qquad (1)$$

При движении ящика в шахте он будет давить на стенки с силами $\vec P_1$ и $\vec P_2$, численно равными $\vec N_1$ и $\vec N_2$ соответственно, только в точках A и B. Это связано с тем, что ящик из-за разных масс грузов в левой и правой половинах стремиться развернуться.

Так как $m_1>m_2$, то цент масс системы (точка C) будет находиться в левой половнне ящика. Очевидно, что координаты центра масс равиы:

$$x_C=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\,\frac{d}{4},\qquad y_C=\frac{m_1y_1+m_2y_2}{m_1+m_2}=0,\qquad z_C=\frac{m_1z_1+m_2z_2}{m_1+m_2}=0, \qquad (2)$$

где $x_1=\frac{1}{4}d$, $x_2=-\frac{1}{4}d$, $y_1=y_2=z_1=z_2=0$ – координаты центров масс грузов m_1 и m_2.

Запишем уравнение равенства нулю моментов сил, действующих на ящик, относительно оси, проходящей через центр масс:

$$N_1\frac{h}{2}+m_2g\left\{\frac{d}{4}+x_C\right\}+N_2\frac{h}{2}-Tx_C-m_1g\left\{\frac{d}{4}-x_C\right\}=0,$$

нли с учетом (1) и (2):

$$N_1 \frac{h}{2} + m_2 g \frac{d}{4} \left\{ 1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right\} + N_2 \frac{h}{2} - (m_1 + m_2)(a+g) \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \frac{d}{4} - m_1 g \frac{d}{4} \left\{ 1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right\} = 0. \quad (3)$$

Вдоль оси OX ящик не перемещается, поэтому $N_1 = N_2$. Тогда выражение (3) можно записать в виде

$$N h + \frac{m_1 m_2 g d}{2(m_1 + m_2)} - (a+g)(m_1 - m_2) \frac{d}{4} - \frac{m_1 m_2 g d}{2(m_1 + m_2)} = 0.$$

Откуда получим:

$$N = \frac{(a+g)(m_1 - m_2) d}{4h}.$$

Следовательно,

$$P_1 = P_2 = N = \frac{(a+g)(m_1 - m_2) d}{4h} = 55,2 \text{ (Н)}.$$

50*. $\mu \le 1/\sqrt{3}$.

51*. $m_{1,2} = 1,67$ кг; $m_{2,1} = 0,33$ кг.

52*. Решение. В момент опрокидывания на кубик будут действовать: сила тяжести $m_2 \vec{g}$, сила реакции $\vec{N}_2$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр }2}$, а на брусок: сила тяжести $m_1 \vec{g}$, сила реакции $\vec{N}_1$, сила давления со стороны кубика $\vec{N}_2$, силы трения $\vec{F}_{\text{тр }1}$ и $\vec{F}_{\text{тр }2}$ и искомая сила $\vec{F}$, направленные так, как показано на рисунке 84.

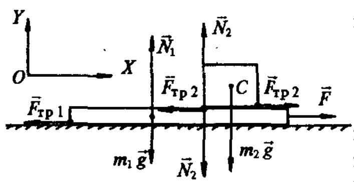


Рис. 84

Для того, чтобы кубик опрокинулся должно выполняться условие

$$F_{\text{тр }2} \frac{b}{2} \ge N_2 \frac{b}{2} \quad (1)$$

(где b – длина ребра кубика), т.е. момент «опрокидывающей» силы $\vec{F}_{\text{тр }2}$ должен превысить величину момента «восстанавливающей» силы $\vec{N}_2$ относительно горизонтальной оси, проходящей через центр масс кубика (точку C).

Уравнения движения кубика и бруска в проекциях на оси системы координат запишем в виде

$$OX:\ m_2 a = F_{\text{тр }2} \quad (2)$$

$$OY:\ 0 = N_2 - m_2 g \quad (3)$$

$$OX:\ m_1 a = F - F_{\text{тр }1} - F_{\text{тр }2}; \quad (4)$$

$$OY:\ 0 = N_1 - N_2 - m_1 g, \quad (5)$$

причем сила трения $F_{\text{тр }1}$ связана с силой реакции N_1 соотношением:

$$F_{\text{тр }1} = \mu N_1. \quad (6)$$

Из уравнений (3), (5) получим:

$$N_2 = m_2 g,\quad N_1 = (m_1 + m_2) g.$$

Следовательно,

$$F_{\text{тр }1} = \mu (m_1 + m_2) g. \quad (7)$$

Выражая ускорение a из уравнения (2), соотношение (4) перепишем с учетом (7):

$$\frac{m_1}{m_2}\,F_{тр2} = F - \mu\,(m_1 + m_2)\,g - F_{тр2}.$$

Откуда находим $F_{тр2}$:

$$F_{тр2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\left\{F - \mu\,(m_1 + m_2)\,g\right\}.$$

Следовательно, соотношение (1) для моментов сил примет вид

$$\frac{m_2}{m_1 + m_2}\left\{F - \mu\,(m_1 + m_2)\,g\right\} \geq m_2\,g.$$

Окончательно получим:

$$F \geq (1 + \mu)\,(m_1 + m_2)\,g \approx 31{,}9\ (\text{Н}).$$

53*. **Решение.** Если к доске приложить горизонтальную силу $\vec{F}$, то кроме нее на доску будут действовать: сила тяжести $M\vec{g}$, сила реакции поверхности $\vec{N}_1$, сила давления со стороны стержня $\vec{N}_2$, силы трения между доской и поверхностью $\vec{F}_{тр1}$ и между доской и стержнем $\vec{F}_{тр2}$, направленные так, как показано на рисунке 85. На стержень при этом будут действовать: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции доски $\vec{N}_2$, сила трения между доской и стержнем $\vec{F}_{тр2}$ и сила реакции шарнира $\vec{R}$.

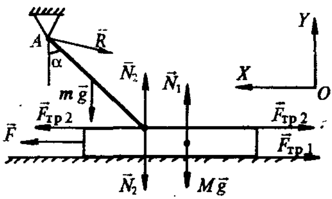


Рис. 85

Очевидно, что для того, чтобы доска сдвинулась влево к ней нужно приложить силу $\vec{F}$, которая превышала бы сумму сил трения $\vec{F}_{тр1}$ и $\vec{F}_{тр2}$. Так как нас по условию задачи интересует минимальное значение силы $\vec{F}$, то уравнение движения доски в проекциях на оси выбранной системы координат примет вид

$$OX:\ 0 = F_{min} - F_{тр1} - F_{тр2}; \tag{1}$$

$$OY:\ 0 = N_1 - N_2 - Mg; \tag{2}$$

$$F_{тр1} = \mu_1 N_1. \tag{3}$$

Так как стержень поступательно не движется, а стремиться провернуться относительно точки закрепления, то воспользуемся равенством нулю моментов сил, действующих на стержень, относительно горизонтальной оси, проходящей через точку A:

$$m g\, ½\, l \sin\alpha + F_{тр2}\, l\cos\alpha - N_2\, l\sin\alpha = 0, \tag{4}$$

где $F_{тр2}$ и N_2 связаны соотношением:

$$F_{тр2} = \mu_2 N_2. \tag{5}$$

Из уравнений (4)-(5) получаем:

$$N_2 = \frac{m g \sin\alpha}{2\,(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)}, \qquad F_{тр2} = \frac{\mu_2\, m g \sin\alpha}{2\,(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)}.$$

С учетом полученных выражений для N_2 и $F_{тр2}$ из (2) и (3) находим:

$$N_1 = \frac{m g \sin\alpha}{2\,(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)} + M g, \qquad F_{тр1} = \frac{\mu_1\, m g \sin\alpha}{2\,(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)} + \mu_1 M g.$$

Следовательно,

$$F_{min} = \frac{\mu_1\, m g \sin\alpha}{2\,(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)} + \mu_1 M g + \frac{\mu_2\, m g \sin\alpha}{2\,(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)} = \frac{(\mu_1 + \mu_2)\, m g \sin\alpha}{2\,(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)} + \mu_1 M g \approx 4{,}3\ (\text{Н}).$$

54. $\Delta p = 2m\,\upsilon_0 \sin\alpha = 0{,}5$ кг·м/с.

55. $\Delta p = \dfrac{m\,\upsilon}{\sin \pi/4} \approx 1{,}05$ кг·м/с.

56. $t = \dfrac{m\,\Delta\upsilon}{F} = 0{,}1$ с.

57. $F = \dfrac{2m\,\upsilon\cos(\pi/2 - \alpha)}{t} \approx 25{,}5$ Н.

58. $\Delta p = m\sqrt{2g\,h} \approx 6\cdot10^{-3}$ кг·м/с.

59. $\Delta p = 2\,m\,\omega\,R = 2$ кг·м/с.

60*. $\upsilon_1 \approx 6{,}1\cdot\upsilon$.

61*. $a \approx 5{,}7$ м/с^2.

62. $\upsilon_1 = \left\{1 + \dfrac{m_2}{m_1}\right\}\upsilon = 4$ м/с.

63. $\upsilon = \dfrac{N}{F} \approx 7{,}14$ м/с.

64*. $\dfrac{A_1}{A_2} = 3$.

65*. $\dfrac{A_1}{A_2} = 2$.

66*. $\dfrac{A_1}{A_2} = 16$.

67*. $\dfrac{A_1}{A_2} = 3$.

68. $\alpha \approx 26{,}5°$.

69. $\beta = \arccos\left\{\dfrac{\upsilon_1\,\upsilon_2}{u_1\,u_2}\cos\alpha\right\}$.

70. $\Delta t = \dfrac{m\,(\sqrt{2g\,H} + \sqrt{2g\,h})}{F} \approx 0{,}65$ с.

71. $F = \dfrac{m\,\upsilon\sqrt{2}}{\Delta t} \approx 11{,}3$ Н, $A = 0$.

72. $A = -\,{}^3\!/_8\,m\,\upsilon^2 = -\,6$ Дж, $F = \dfrac{3m\,\upsilon}{2\Delta t} = 6$ Н.

73. $m = \dfrac{p}{\upsilon} = 2{,}5$ кг, $\upsilon = \dfrac{2E_к}{p} = 4$ м/с.

74. $A = m\,(g + a)\,h = 105$ Дж.

75. $A = {}^1\!/_2\,m\,\upsilon_0^2 = 6$ Дж.

76. $N = \dfrac{F^2 t}{m}$.

77. $A = {}^1\!/_2\,m\,g\,l = 3{,}75$ мДж.

78. $T = 2\pi\sqrt{m\,L/F} = 0{,}44$ с.

79. $T = m\,(g + \omega^2\,L) = 9{,}65$ Н.

80. $N = m\,(g + \upsilon^2/R) = 10{,}7\cdot10^3$ Н.

81. $\upsilon = \sqrt{g\,R\sin\alpha}$.

82. $h = {}^3\!/_2\,R$.

83. $\omega = \sqrt{2g/R}$.

84. $A_2 = \dfrac{A\,x_2^2}{x_1^2} = 0{,}4$ Дж.

85. $l = \dfrac{g\,T^2}{4\pi^2} \approx 2{,}25$ м.

86. $k = \dfrac{4\pi^2\,m}{T^2} = 2$ Н/м.

87. $x = \dfrac{F_1\,m_2 + F_2\,m_1 + (\mu_2 - \mu_1)\,m_1\,m_2\,g}{k\,(m_1 + m_2)}$.

88*. **Решение.** Выберем начало системы координат в точке первоначального расположения, например, тела массой m_1, а ось OX направим вдоль горизонта к телу массой m_2 (см. рис. 86).

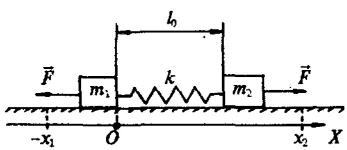


Рис. 86

Так как в горизонтальном направлении действие на систему внешних сил равно нулю, то для любого момента времени проекция полного импульса системы на это направление не изменится и, так как в начале движения система покоилась, будет равна нулю:

$$m_1\,\upsilon_1 - m_2\,\upsilon_2 = 0,$$

где знак «минус» между слагаемыми проставлен в связи с тем, что в любой момент времени импульсы тел направлены в противоположные стороны.

Если в начальный момент длина пружины в недеформированном состоянии равна l_0, а к некоторому моменту тело массой m_1 пройдет расстояние S_1 (т.е. будет иметь координату $-x_1$), тело массой m_2 – расстояние S_2 (т.е. будет иметь координату x_2), то удлинение пружины станет равным

$$\Delta x = x_2 + |x_1| - l_0 = x_2 - x_1 - l_0.$$

Запишем закон сохранения энергии при движении системы:

$$E_2 - E_1 = A(\vec{F}^{\text{стор}}),$$

где $E_1 = 0$ – начальная энергия системы; $E_2 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 + \frac{1}{2} k \Delta x^2$ – энергия системы в рассматриваемый момент времени; $A(\vec{F}^{\text{стор}}) = F \cdot (-x_1) + F \cdot (x_2 - l_0)$ – работа сторонних сил $\vec{F}$ на перемещениях $(-x_1)$ и $(x_2 - l_0)$ соответственно. Следовательно,

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 + \frac{1}{2} k \Delta x^2 = F \cdot (-x_1) + F \cdot (x_2 - l_0).$$

Выразив, например, скорость υ_2 из закона сохранения импульса

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{m_1}{m_2}$$

и подставив в закон сохранения энергии

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_1^2 \frac{m_1^2}{m_2^2} + \frac{1}{2} k \Delta x^2 = F \cdot (x_2 - x_1 - l_0),$$

с учетом выражения для Δx получим:

$$\frac{m_1 \upsilon_1^2 (m_1 + m_2)}{2m_2} + \frac{k \Delta x^2}{2} = F \Delta x.$$

Откуда находим значение υ_1:

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2m_2}{m_1 (m_1 + m_2)} \left\{ F \Delta x - \frac{k \Delta x^2}{2} \right\}}.$$

Так как в любой момент движения скорости тел направлены в противоположные стороны, то относительные скорости тел будут максимальны в момент, когда скорости υ_1 и υ_2 будут максимальны (из закона сохранения импульса видно, что υ_1 и υ_2 принимают максимальные значения одновременно). Поэтому исследуем функцию $\upsilon_1(\Delta x)$ на экстремум. Так как функция $\upsilon_1(\Delta x)$ положительна, то она принимает максимальные и минимальные значения одновременно с функцией $\upsilon_1^2(\Delta x)$. Следовательно,

$$(\upsilon_1^2)' = \frac{2m_2}{m_1 (m_1 + m_2)} (F - k \Delta x) = 0.$$

Окончательно получаем:

$$\Delta x = F/k.$$

89*. $\dfrac{E_{max}}{E_0} = 4.$

90*. $\Delta x = \dfrac{F + \mu m g \cos\alpha}{k}$ при $F > m g (2 \sin\alpha + \mu \cos\alpha)$.

91*. $\Delta x_{max} = \dfrac{\mu m g \cos\alpha}{k}$.

92*. **Решение.** Весы представляют собой механическую систему, совершающую гармонические колебания с частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\varkappa}{m}}\ ,$$

где $\varkappa = 4k$ – суммарный коэффициеит жесткости всех 4-х пружин.

При взвешивании автомобилей на систему будет действовать виешняя периодическая сила с частотой ω. Если частота внешней силы совпадет с собственной частотой ω_0 системы, то наступит резонанс, при котором весы будут совершать колебания с максимальной амплитудой и результаты взвешивания будут неверными.

Частота ω может быть найдена как

$$\omega = 2\pi\, N/t.$$

Следовательно,

$$\frac{2\pi N}{t} = \sqrt{\frac{4k}{m}}\ ,$$

или

$$N = \frac{t}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{m}} = 5{,}8 \quad \text{(взвешивания/с)} = 20921 \quad \text{(взвешивания/час)},$$

что практически невыполнимо.

93*. $\upsilon = \dfrac{L}{2\pi}\sqrt{\dfrac{2k}{m}} \approx 16$ м/с.

94*. $\upsilon = \dfrac{L}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\rho g S}{m}} \approx 0{,}366$ м/с.

95*. $h = \dfrac{\pi^2 m g}{2k} = 24$ см.

96*. $\Delta l = 2\pi\,\upsilon\sqrt{\dfrac{\Delta x}{g}} \approx 63$ см.

97*. $F_{\max} = m g + \upsilon\sqrt{k m}$.

98*. $\upsilon_{\max} = g\sqrt{m/k}$.

99*. $F_{\max} = m g\left\{1 + \sqrt{1 + \dfrac{2k(h-L)}{m g}}\right\}$.

100*. $\upsilon_{\min} = \mu g\sqrt{15m/k}$.

101. $M = \dfrac{4\pi^2 R^3}{\gamma T^2} \approx 1{,}96\cdot 10^{27}$ кг.

102. $\dfrac{m g_2}{m g_1} = \dfrac{\upsilon_2^4}{\upsilon_1^4} = 16$.

103. $T_1 = T_2\left\{\dfrac{R}{r}\right\}^{3/2} \approx 225$ дней, где $T_2 = 365$ дней.

104. $m g = \dfrac{m\upsilon^2}{R} \approx 91{,}3$ Н.

105. $m = \dfrac{2\pi^2 R^3}{\gamma(12{,}6\,T_0)^2} \approx 9{,}6\cdot 10^{26}$ кг, где $T_0 = 31536000$ с – длительность земного года в секундах.

В. ГИДРОСТАТИКА

106. $h = \dfrac{1}{\pi R^2 \rho_в}\left\{m - \dfrac{M r^2}{R^2 - r^2}\right\} \approx 0{,}1$ м.

107. $x = \dfrac{h_1 \rho_в}{(n+1)\rho_{рт} - n\rho_в}$.

108. $\Delta h = \dfrac{h_1 \rho_в}{2\rho_{рт}} = 1{,}76$ см.

109. $\dfrac{S_2}{S_1} = \dfrac{m g N l}{A} \approx 49$.

110. $F = g(m - \rho S h) \approx 53$ Н.

111. $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{F}{\frac{1}{2} m g - \frac{1}{8} L S g (\rho_1 + 3\rho_2)} = 45°$; $F_0 = \sqrt{F^2 + [m g - \frac{1}{2} g L S (\rho_1 + \rho_2)]^2} \approx 5{,}6$ Н.

112. $A = (m g - \rho g V) H \approx 400$ кДж.

113. $A = \dfrac{g (a^3\rho_в - m)^2}{2a^2\rho_в}$.

114. $A = \dfrac{\pi \rho_в L d_1^2}{8}\left\{2h_1 + d_1 (d_1 L/d_2^2 - 1)\right\}$.

115. $F = \frac{2}{3}\pi r^3 \rho g (1 + 2r/L)$.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

А. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ

116. $V_1 = \dfrac{T_1}{T_2 - T_1}\,\Delta V = 4\cdot 10^{-3}$ м³.

117. $\Delta p = \dfrac{p_1 \Delta T}{T_1} = 4\cdot 10^4$ Па.

118. $\dfrac{\rho_1}{\rho_0} = \dfrac{p_1 T_0}{p_0 T_1} \approx 1{,}76$.

119. $\dfrac{V_1}{V_2} = 1 + \dfrac{\rho_в g H}{p_0} = 5$.

120. $T_2 = \dfrac{p_2}{n p_1}\,T_1 \approx 932$ K.

121. $p_2 = \dfrac{V_1 T_2}{V_2 T_1}\,p_1 \approx 64{,}4\cdot 10^3$ Па.

122. $V_2 = \dfrac{p_1 T_2}{p_2 T_1}\,V_1 \approx 800$ м³.

123. $V = \dfrac{m R T}{M p} \approx 4{,}7\cdot 10^{-3}$ м³.

124. $V_2 = V_1 T_2 / T_1 \approx 1{,}11$ м³.

125. $V = \dfrac{\Delta m R T_1 T_2}{p M (T_2 - T_1)} \approx 1{,}2$ л.

126. $V = \dfrac{m R T_1 T_2}{p M (T_2 - T_1)} \approx 994$ м³.

127. $\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_2} \approx 0{,}07 = 7\%$.

128. $\tau = \dfrac{(n - 1) V}{Q t} = 220$ с.

129. $p = \dfrac{V_1}{V_1 + V_2}\,p_1 = 10^5$ Па.

130. $p = \dfrac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3}$.

131. $p = \dfrac{R T}{V}\left\{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2} + \dfrac{m_3}{M_3}\right\} = 9\cdot 10^4$ Па.

132. $p_2 = \dfrac{p_0}{1 + \dfrac{1 - \alpha}{\alpha}\dfrac{M_2}{M_1}} \approx 2{,}28$ кПа.

133. $m_1 = \dfrac{n p V M_1}{(1 + n) R T} \approx 7\cdot 10^{-8}$ кг, $m_2 = \dfrac{n p V M_2}{(1 + n) R T} \approx 3{,}9\cdot 10^{-8}$ кг,

134. 1) $p = a V$, прямая; 2) $p^2 = a R T$, парабола; 3) $V^2 = \dfrac{R}{a}\,T$, парабола. См. рис.87.

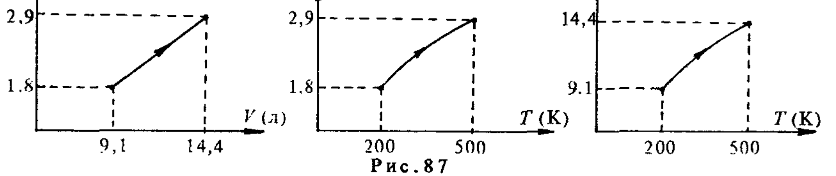


Рис.87

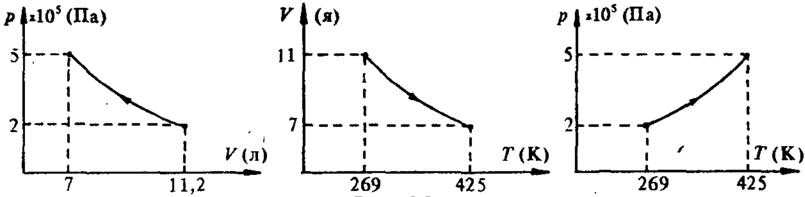


Рис.88

135. 1) $p=\frac{R\,a}{V^2}$; 2) $V=\frac{a}{T}$, гипербола; 3) $p=\frac{R}{a}\,T^2$ парабола. См. рис.88.

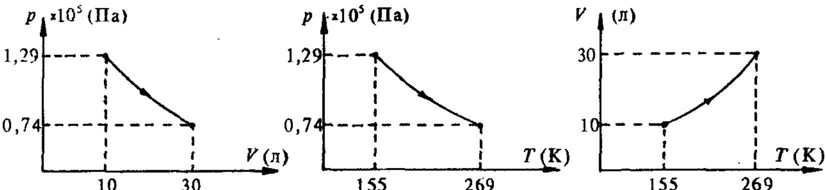


Рис.89

136. 1) $p=\frac{R\,a}{\sqrt{V}}$; 2) $p=\frac{a}{T}$, гипербола; 3) $V=\frac{R}{a}\,T^2$ парабола. См. рис.89.

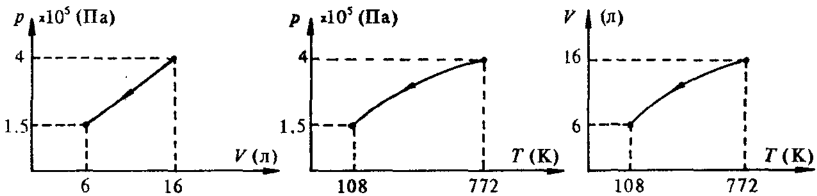


Рис.90

137. 1) $p=R\,a\,V$, прямая; 2) $p^2=a\,R^2\,T$, парабола; 3) $T=a\,V^2$ парабола. См. рис.90.

138. $m=\frac{E}{c\,(t-t_0)}=50$ кг.

139. $n_0=\frac{m\,N_A}{M\,V}\approx 7{,}5\cdot 10^{-25}$ м$^{-3}$.

140*. Решение. Так как трубка лишь немного не доходит до дна сосуда, то жидкость создаст «пробку» и воздух, заполняющий сосуд, не сможет выходить наружу. Поэтому, при наливании жидкости воздух в сосуде будет сжиматься и его давление возрастать. В некоторый момент времени давление воздуха станет достаточно большим и жидкость достигнет верхнего края трубки. Тогда давление, действующее на поверхность жидкости (на уровне AB, см. рис.91), станет равным давлению воздуха в сосуде:

$$p=p_0+\rho\,g\,(L-\Delta h), \qquad (1)$$

где Δh – высота слоя жидкости в сосуде.

Используя уравнения состояния воздуха в сосуде в начале и в конце процесса сжатия

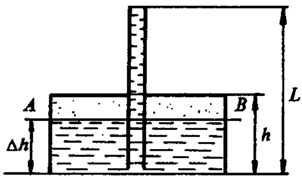


Рис.91

$$p_0 h S = \mu R T, \qquad p(h-\Delta h) S = \mu R T,$$

получим:

$$p_0 h = p(h-\Delta h). \tag{2}$$

Следовательно, уравнение (1) с учетом (2) примет вид

$$\frac{p_0 h}{h-\Delta h} = p_0 + \rho g (L-\Delta h).$$

Приведя это выражение к общему знаменателю, получим квадратное уравнение

$$\rho g \Delta h^2 - (p_0 + \rho g L + \rho g h)\Delta h + \rho g h L = 0,$$

решая которое относительно искомой величины Δh, получим:

$$\Delta h = \frac{1}{2}\left\{\frac{p_0}{\rho g} + L + h - \sqrt{\left\{\frac{p_0}{\rho g} + L + h\right\}^2 - 4hL}\right\}.$$

141*. $\Delta h = \dfrac{1}{4\rho g}\left\{p_0 + mg/S + 2\rho g h_0 - \sqrt{(p_0 + mg/S + 2\rho g h_0)^2 - 8\rho g h_0 mg/S}\right\}.$

142*. $p = \dfrac{1}{V}\left\{\dfrac{2p_0 h_0}{2h_0 + \Delta h} - \rho g \Delta h\right\}\left\{V + S(h_0 - \tfrac{1}{2}\Delta h)\right\} - p_0 \dfrac{S h_0}{V}.$

143*. **Решение.** Так как сосуд с жидкостью запаян при атмосферном давлении p_0, то если в его нижней части сделать отверстие, давление на уровне отверстия изнутри сосуда будет больше атмосферного и жидкость начнет вытекать. При этом воздух в сосуде будет расширяться и его давление уменьшаться. В некоторый момент времени давление воздуха уменьшится на столько, что жидкость перестанет вытекать. Тогда давление, действующее на уровне отверстия (см. рис.92), станет равным атмосферному:

$$p + \rho g (H - h_0 - \Delta h) = p_0, \tag{1}$$

где Δh – высота слоя жидкости, которая вытечет из сосуда.

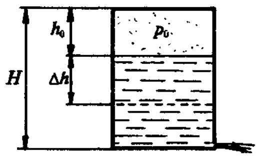


Рис.92

Используя уравнения состояния воздуха вначале и в конце процесса расширения

$$p_0 h_0 S = \mu R T,$$
$$p(h_0 + \Delta h) S = \mu R T,$$

получим:

$$p_0 h_0 = p(h_0 - \Delta h). \tag{2}$$

Следовательно, уравнение (1) с учетом (2) примет вид

$$\frac{p_0 h_0}{h_0 + \Delta h} + \rho g (H - h_0 - \Delta h) = p_0.$$

Приведя это выражение к общему знаменателю, получим квадратное уравнение

$$\Delta h^2 + (2h_0 - H + p_0/\rho g)\Delta h - h_0(H - h_0) = 0,$$

решая которое относительно величины Δh, получим:

$$\Delta h = \frac{1}{2}\left\{\frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 - H + \sqrt{\left\{\frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 - H\right\}^2 + 4h_0(H - h_0)}\right\}.$$

Следовательно, из сосуда вытечет жидкость массой

$$\Delta m = \rho\, S\, \Delta h = \frac{1}{2}\rho\, S\left\{\frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 - H + \sqrt{\left\{\frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 - H\right\}^2 + 4h_0\,(H - h_0)}\right\}.$$

144*. $p = \frac{1}{2}\left\{p_0 + \rho g h - 2\rho g h_0 + \sqrt{(p_0 + \rho g h - 2\rho g h_0)^2 + 8\rho g h_0 p_0}\right\}$, где $h = \dfrac{m}{\rho_1 S}$.

145*. Решение. Так как до и после перемещения поршней система находится в равновесии, то это означает, что давления над и под поршнем B одинаковы. Следовательно,

$$p_1 = p_0 + \rho g h_0, \qquad p_2 = p_0 + \rho g h, \qquad (1)$$

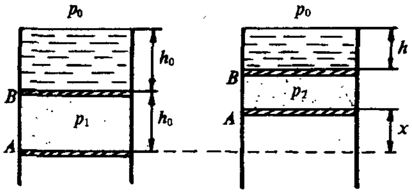


Рис. 93

где p_1, p_2 – давления газа, заключенного в объеме между поршнями до и после перемещения поршня A соответственно (см. рис. 93). Используя уравнения состояния газа в начале и в конце процесса сжатия

$$p_1 h_0 S = \mu R T,$$
$$p_2 (2h_0 - x - h) S = \mu R T$$

(где x – величина перемещения поршня A), получим:

$$p_1 h_0 = p_2 (2h_0 - x - h).$$

Теперь уравнения (1) можно переписать в виде:

$$\frac{p_2}{h_0}(2h_0 - x - h) = p_0 + \rho g h_0, \qquad p_2 = p_0 + \rho g h,$$

или

$$\frac{p_0 + \rho g h}{h_0}(2h_0 - x - h) = p_0 + \rho g h_0.$$

Окончательно получаем:

$$x = 2h_0 - h - \frac{p_0 + \rho g h_0}{p_0 + \rho g h}\, h_0.$$

146*. $x = \frac{1}{2}\left\{p_0/\rho g + L + h - \sqrt{(p_0/\rho g + L + h)^2 - 4L\, h}\right\}$.

147*. Решение. Так как до и после изменения температуры воздуха стакан находится в равновесии, то это означает, что давления на произвольном горизонтальном уровне, проходящем через жидкость, одинаковы. В частности, например, на уровнях AB (см. рис. 94):

$$p_0 + \rho g h_1 = p_1 + \rho g x_1, \qquad p_0 + \rho g h_2 = p_2 + \rho g x_2, \qquad (1)$$

где p_1, p_2 – давления воздуха в стакане при температуре T_1 и T_2 соответственно. Используя уравнения состояния газа при начальной T_1 и конечной T_2 температуре

$$p_1 (H - x_1) S = \mu R T_1,$$
$$p_2 (H - x_2) S = \mu R T_2,$$

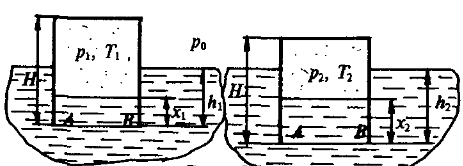


Рис. 94

получим:

$$\frac{p_2 (H - x_2)}{p_1 (H - x_1)} = \frac{T_2}{T_1}. \qquad (2)$$

Из условия равновесия стакана

$$Mg + p_0 S = p_1 S, \qquad Mg + p_0 S = p_2 S \tag{3}$$

следует:

$$p_1 = p_2.$$

Теперь уравнение (2) можно переписать в виде:

$$\frac{H - x_2}{H - x_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

или с учетом (1),(3):

$$T_2 = \frac{H - x_2}{H - x_1} T_1 = \frac{\rho g S (H - h_2) + m g}{\rho g S (H - h_1) + m g} T_1.$$

148*. $T_2 = 2T(2p + {}^3\!/_2\, \rho g H)/p.$

149*. $h = \dfrac{p H}{{}^2\!/_3\, p - \rho g H} - \dfrac{H}{2}.$

Б. ТЕРМОДИНАМИКА

150. $A = \nu R \Delta T = 8{,}31$ Дж.

151. $\Delta U = Q - A = 200$ Дж.

152. $\Delta Q = \dfrac{m}{M} R \dfrac{T_1}{2} \approx 602{,}5$ Дж.

153. $U_{min} = U_A = U_C = 150$ Дж, $U_{max} = U_B = 1200$ Дж.

154. $A = \dfrac{2}{3} \dfrac{m}{M} R T_1 \approx 150$ кДж.

155. $C_{p\,уд} - C_{v\,уд} = R/M.$

156. $\Delta U = 0.$

157*. **Решение.** Изменение внутренней энергии газа при расширении от объема V_1 до $V_2 = 3V_1$ равно:

$$\Delta U = {}^3\!/_2\, \nu R (T_2 - T_1),$$

где T_1, T_2 – температуры газа в начале и в конце расширения.

Очевидно, что $\Delta U = 0$ при $T_1 = T_2$, или

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Используя закон изменения давления газа от объема

$$p_1 = \alpha - \beta V_1, \qquad p_2 = \alpha - \beta V_2,$$

получим:

$$(\alpha - \beta V_1) V_1 = (\alpha - \beta 3V_1) 3V_1.$$

Следовательно,

$$\frac{\alpha}{\beta} = 4V_1.$$

158*. $Q = 6 R T_1 \approx 15$ кДж.

159*. $\Delta U = -\dfrac{3\alpha}{4V_1} = -3$ Дж.

160*. **Решение.** Из графика (см. рис.34) зависимости давления от температуры следует, что процесс 1-2 протекает при постоянном давлении (изобарический процесс), 2-3 – при постоянном объеме (изохорический процесс), 3-4 – при постоянной температуре (изотермический процесс).

Рассмотрим последовательно все процессы.

1). Работа в изобарическом процессе 1-2 равна

$$A_{1-2} = p_1(V_2 - V_1),$$

а изменение внутренней энергии:

$$\Delta U_{1-2} = \tfrac{3}{2}\,\nu R(T_2 - T_1) = \tfrac{3}{2}\,\nu R(T_0 - 2T_0) = -\tfrac{3}{2}\,\nu R T_0.$$

Следовательно, в процессе 1-2 газу было сообщено количество тепла

$$Q_{1-2} = A_{1-2} + \Delta U_{1-2} = p_1(V_2 - V_1) - \tfrac{3}{2}\,\nu R T_0.$$

2). Работа, изменение внутренней энергии и количество тепла в изохорическом процессе 2-3 равны:

$A_{2-3} = 0,\qquad \Delta U_{1-2} = \tfrac{3}{2}\,\nu R(T_3 - T_2) = \tfrac{3}{2}\,\nu R(3T_0 - T_0) = 3\nu R T_0,\qquad Q_{2-3} = A_{2-3} + \Delta U_{2-3} = 3\nu R T_0.$

3). Наконец, для изотермического процессе 3-4:

$$A_{3-4} = Q_{3-4},\qquad \Delta U_{3-4} = 0.$$

Работа и количество тепла в иескольких последовательных процессах равны алгебраической сумме работ и количеств тепла в каждом из них:

$$A_{1-2-3-4} = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} = p_1(V_2 - V_1) + Q_{3-4},$$

$$Q_{1-2-3-4} = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} = p_1(V_2 - V_1) - \tfrac{3}{2}\,\nu R T_0 + 3\nu R T_0 + Q_{3-4}.$$

Для определения неизвестиых величин, входящих в эти соотношения, запишем уравнение Менделеева-Клапейроиа для состояний 1, 2, 3, 4 соответственно:

$p_1 V_1 = \nu R\, 2T_0,\qquad p_2 V_2 = \nu R T_0,\qquad p_3 V_3 = \nu R\, 3T_0,\qquad p_4 V_4 = \nu R\, 3T_0,$

или, используя равенства $p_1 = p_3 = p_4$, $V_2 = V_3$:

$p_1 V_1 = \nu R\, 2T_0,\qquad p_1 V_2 = \nu R T_0,\qquad p_3 V_2 = \nu R\, 3T_0,\qquad p_1 V_4 = \nu R\, 3T_0.$

Следовательио,

$$A_{1-2-3-4} = \nu R T_0 - 2\nu R T_0 + Q_{3-4} = -\nu R T_0 + Q_{3-4},$$

$$Q_{1-2-3-4} = \nu R T_0 - 2\nu R T_0 - \tfrac{3}{2}\,\nu R T_0 + 3\nu R T_0 + Q_{3-4} = \tfrac{1}{2}\,\nu R T_0 + Q_{3-4}.$$

Окончательно получим:

$$\frac{A_{1-2-3-4}}{Q_{1-2-3-4}} = \frac{Q_{3-4} - \nu R T_0}{Q_{3-4} + \tfrac{1}{2}\,\nu R T_0} = 0{,}6.$$

Для построеиия процесса 1-2-3-4 в координатах p–V (см. рис.95) заметим, что:

$V_1 = 2V_2,\qquad V_2 = V_3,\qquad V_4 = 3V_2,$

$p_1 = p_2 = p_4,\qquad p_3 = 3p_1.$

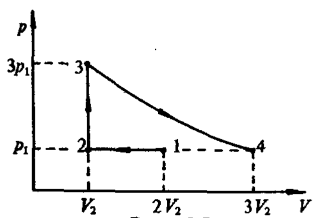


Рис.95

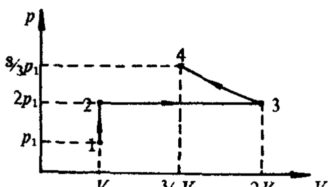


Рис.96

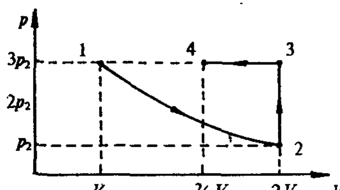


Рис.97

161*. $\dfrac{A_{1-2-3-4}}{Q_{1-2-3-4}} = \dfrac{Q_{3-4} + 2\nu\, R\, T_0}{Q_{3-4} + 6/5\, \nu\, R\, T_0} = 0,16$. См. рис.96.

162*. $\dfrac{A_{1-2-3-4}}{Q_{1-2-3-4}} = \dfrac{Q_{1-2} - \nu\, R\, T_0}{Q_{1-2} + 1/2\, \nu\, R\, T_0} = 0,6$. См. рис.97.

163. $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\% = 20\%$, $A = Q_1 - Q_2 = 20$ кДж.

В. ТЕПЛОВОЙ БАЛАНС И ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

164. $T_2 = T_1 \left\{ 1 - n\,(m_1/m_2 + 1) \right\} \approx 291$ K.

165. $C = \dfrac{c_{\text{в}}\, \rho\, V\, \Delta t}{T_1 - T_2 - \Delta t} \approx 16$ кДж/К.

166. $m_2 = \dfrac{n\, m_1\, T_1}{T_1\,(1 - n) - T_2} \approx 3,16$ кг.

167. $V = \dfrac{Q}{\rho\, c\,(100^0\text{C} - t_1)} \approx 1,83$ л.

168. $m = \dfrac{\rho\, V r}{\lambda} \approx 14$ кг.

169. $\Delta t = \dfrac{m_{\text{п}}\, r}{m_{\text{в}}\, c} = \approx 36,5$°С.

170. $m = \dfrac{c\, \rho\, V(100^0\text{C} - t)}{\lambda} \approx 3$ кг.

171*. **Решение.** Если поршень поднять на минимальную высоту H, при которой вся вода испарится, то давление пара будет равно давлению насыщенных паров при заданной температуре. Уравнение Менделеева-Клапейрона в этом случае примет вид

$$p_{\text{н}}\, S\, H = \frac{m_{\text{п}}}{M}\, R\, T,$$

где $m_{\text{п}} = \rho\, S\, h$ – масса пара, равная массе исходного количества воды в сосуде.

Следовательно, поршень нужно поднять на высоту

$$\Delta h = H - h, \qquad \text{или} \qquad \Delta h = \frac{\rho\, h\, R\, T}{M\, p_{\text{н}}} - h = h \left\{ \frac{\rho\, R\, T}{M\, p_{\text{н}}} - 1 \right\} \approx 1,2 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

172*. $m_{\text{э}} = \dfrac{p_0\, V M_{\text{э}}}{R\, T_0} \approx 0,8$ кг, $m_{\text{в}} = \dfrac{V M_{\text{в}}}{R} \left\{ \dfrac{p}{T} - \dfrac{p_0}{T_0} \right\} \approx 0,91$ кг.

173*. **Решение.** Так как пар насыщенный, то при вдвигании поршня будет происходить его конденсация и давление пара меняться не будет. Следовательно, работа может быть определена как

$$A = p\, \Delta V,$$

где p – давление насыщенного пара.

С учетом уравнения состояния, записанного до и после процесса вдвигания поршня

$$p\, V_1 = \frac{m_1}{M}\, R\, T, \qquad p\, V_2 = \frac{m_2}{M}\, R\, T,$$

(где m_1, m_2 – начальная и конечная массы пара под поршнем соответственно), выражение для работы можно переписать так:

$$A = \frac{(m_1 - m_2)\, R\, T}{M} = \frac{\Delta m\, R\, T}{M}.$$

Тепло, выделившееся при вдвигании поршня и конденсации Δm [кг] пара, равно

$$Q = r\,\Delta m.$$

Следовательно,

$$A = Q, \qquad \text{или} \qquad A = \frac{Q\,R\,T}{r\,M} \approx 140{,}5 \text{ Дж}.$$

174*. $\Delta m = \dfrac{A\,M}{R\,T} \approx 12$ г.

175*. Решение. Так как в трубке одновременно находятся гелий и насыщенный водяной пар, то давление смеси па закону Дальтона равно

$$p = p_1 + p_2,$$

где p_2 – давление гелия. С другой стороны

$$p = p_0 - \rho\,g\,x.$$

Следовательно,

$$p_1 + p_2 = p_0 - \rho\,g\,x, \qquad \text{или} \qquad p_2 = p_0 - \rho\,g\,x - p_1.$$

Используя это соотношение и уравнение Менделеева-Клапейрона для водяного пара и гелия

$$p_1\,V = \frac{m_1}{M_2}\,R\,T, \qquad p_2\,V = \frac{m_2}{M_1}\,R\,T,$$

получим:

$$m_1 = \frac{p_1\,V M_2}{R\,T} \approx 4{,}3\cdot10^{-7} \text{ кг}, \qquad m_2 = \frac{p_2\cdot V M_1}{R\,T} = \frac{(p_0 - p_1 - \rho\,g\,x)\,V M_1}{R\,T} \approx 4{,}9\cdot10^{-6} \text{ кг}.$$

3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

А. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

176. $q_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{ Q \pm \sqrt{Q^2 - 16\pi\,\varepsilon_0\,F\,L^2} \right\}$; $q_{1,2} = 1{,}2\cdot10^{-5}$ Кл, $q_{2,1} = 3{,}8\cdot10^{-5}$ Кл.

177. $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{4q_1\,|\,q_2\,|}{(q_1 + q_2)^2} = 3.$

178. $N = \dfrac{L}{|\,e\,|}\sqrt{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\,F} = 30000.$

179. $x = 0{,}35$ м.

180. $q = L\sqrt{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\,n\,F} = 12$ мкКл.

181. $E = \dfrac{q}{4\pi\,\varepsilon_0\,r^2} \approx 5{,}76\cdot10^{11}$ В/м.

182. $q = 4\pi\,\varepsilon_0\,R^2 E \approx 9{,}1\cdot10^5$ Кл.

183. $E = \dfrac{q_1 + |\,q_2\,|}{\pi\,\varepsilon_0\,r^2} \approx 53{,}7$ кВ/м.

184. $r = \sqrt{\dfrac{q}{4\pi\;\varepsilon\,\varepsilon_0\,E}} \approx 0{,}21$ м.

185. $q = 4\pi\,\varepsilon_0\,E\,L^2 \approx 2{,}8\cdot10^{-11}$ Кл.

186. $E = \dfrac{q}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\,L^2} \approx 5\cdot10^4$ В/м.

187. $E = \dfrac{2\sqrt{2}\,q}{4\pi\,\varepsilon_0\,L^2} \approx 127$ В/м.

188*. Решение. Заряженная пластина создает вокруг себя электрическое поле напряженностью $\vec{E}_{\text{пласт}}$. Пусть для определенности пластина заряжена положительно, тогда поле $\vec{E}_{\text{пласт}}$ направленно от нее (см. рис.98). Если внешнее поле $\vec{E}_{\text{внеш}}$ направлено так, как показано на

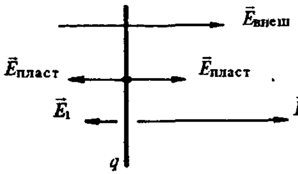


Рис.98

рисунке, то результирующие поля слева и справа от пластины будут равны:

$$E_1 = E_{пласт} - E_{внеш}, \qquad E_2 = E_{пласт} + E_{внеш}.$$

Следовательно, напряженность внешнего поля равна

$$E_{внеш} = \tfrac{1}{2}(E_2 - E_1),$$

а сила, действующая на пластину

$$|F| = |q\,E_{внеш}| = \tfrac{1}{2}\,|q\,(E_2 - E_1)|.$$

189*. $q_{ср} = \dfrac{2\varepsilon_0 S F_2}{q}$, $q_{пр} = q\dfrac{F_2 - F_1}{F_2}$.

190*. $|F_1| = \dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$, $|F_2| = \dfrac{2q^2}{\varepsilon_0 S}$, $|F_3| = \dfrac{3q^2}{\varepsilon_0 S}$.

191*. $E_A = -\dfrac{3F}{2q}$, $E_B = -\dfrac{F}{2q}$, $E_C = \dfrac{3F}{2q}$.

192. $\sigma_1 = \varepsilon_0(E_A + E_B) \approx 7{,}1\cdot10^{-9}$ Кл/м^2, $\sigma_2 = \varepsilon_0(E_A - E_B) \approx 1{,}8\cdot10^{-9}$ Кл/м^2.

193. $\Delta\varphi = \Delta T/q = 5$ кВ.

194. $\Delta\varphi = L\,E\cos\alpha \approx 8{,}5$ В.

195. $T = q\,E + m\,g = 29{,}6$ мН.

196. $E = \dfrac{m\,g}{q}(1 - \rho/\rho_0) = 200$ В/м.

197. $m = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 L^2} \approx 1{,}15$ кг.

198. $\Delta d = \dfrac{d\,(n-1)}{n} = 1{,}5$ мм.

199. $\dfrac{C_2}{C_1} = \dfrac{S_2 d_1}{S_1 d_2} = \dfrac{n}{m} = 0{,}6$, уменьшится.

200. $\Delta C = \dfrac{\varepsilon_0 S(\varepsilon - 1)}{d} \approx 1{,}1\cdot10^{-9}$ Ф.

201. $\dfrac{C_2}{C_1} = \dfrac{\varepsilon\,d_1}{d_2} = \dfrac{\varepsilon}{n} = 1{,}4$, увеличится.

202. $C = \dfrac{4\varepsilon_0 d}{\pi D^2} \approx 28\cdot10^{-14}$ Ф.

203. $\dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{\pi\,d_2}{4d_1}$.

204. $q = \varepsilon_0 S\,E \approx 1{,}77\cdot10^{-10}$ Кл.

205. $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 E} \approx 3{,}4$.

206. $q = \dfrac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}\,\mathcal{E} = 25$ мкКл.

207. $W = \dfrac{\varepsilon_0 S\,\Delta\varphi^2}{2d} \approx 4{,}4\cdot10^{-8}$ Дж.

208*. $d_{min} = l\,\dfrac{|m\,g - q\,E|}{\sqrt{\dfrac{q^2\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + (m\,g - q\,E)^2}}$ при $m\,g \neq q\,E$ и $q\,\sigma > 0$; $d_{min} = l$ при $m\,g = q\,E$ и $q\,\sigma > 0$.

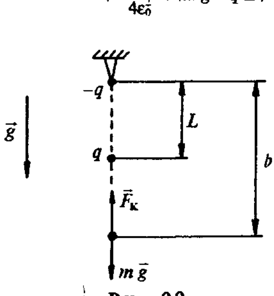


Рис.99

209*. Решение. На шарик при движении будут действовать: сила тяжести $m\,\vec{g}$, направленная вниз, и сила Кулона $\vec{F}_к$, направленная вверх. Пусть в исходном положении $F_к > m\,g$. Тогда в начале движения ускорение $\vec{a}$ шарика будет направлено вверх. Однако, при движении сила Кулона будет уменьшаться (так как будет увеличиваться расстояние между зарядами), и, если шарик достигнет положения равновесия, то после этого вектор ускорения $\vec{a}$ изменит направление на противоположное и шарик упадет на поверхность земли. Следовательно, для падения на землю шарику достаточно достичь с нулевой скоростью точки, где его ускорение равно нулю (положение равновесия). Равенство сил нулю дает

$$m g = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 b^2}, \tag{1}$$

где b – расстояние между зарядами в положении равновесия шарика (см. рис.99).

Так как при движении на шарик действует переменная по величине сила $\vec{F}_к$, то решать задачу через законы Ньютона сложно. Проще воспользоваться законом сохранения энергии.

Если нулевой уровень отсчета потенциальной энергии выбрать в положении равновесия шарика, то энергия системы в начальный момент равна

$$W_1 = m g (b - L) + \frac{m \upsilon_{\min}^2}{2} - \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 L}, \tag{2}$$

где последнее слагаемое – энергия взаимодействия между зарядами.

Энергия системы в положении равновесия шарика (с учетом, что здесь скорость шарика равна нулю):

$$W_2 = -\frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 b}. \tag{3}$$

Следовательно,

$$m g (b - L) + \frac{m \upsilon_{\min}^2}{2} - \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 L} = -\frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 b}.$$

С учетом (1) получим:

$$\frac{m \upsilon_{\min}^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 L} - \frac{q^2 \sqrt{4\pi \varepsilon_0 m g}}{4\pi \varepsilon_0 q} - \frac{m g q}{\sqrt{4\pi \varepsilon_0 m g}} + m g L,$$

или

$$\upsilon_{\min} = \sqrt{\frac{q^2}{2\pi m \varepsilon_0 L} - 2q\sqrt{\frac{g}{\pi m \varepsilon_0}} + 2g L} = \sqrt{2 g L}\left\{\frac{q}{2L\sqrt{\pi m \varepsilon_0}} - 1\right\} \quad \text{при} \quad \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 L^2} > m g.$$

Если сила тяжести в исходном положении больше или равна силе Кулона, то шарик упадет на землю при $\upsilon_{\min} = 0$.

При решении задачи мы полагали, что так как расстояние до земли велико, то положение равновесия находится над ее поверхностью.

210*. $F = m g (3 - \sqrt{2}) + \dfrac{q^2}{2\pi \varepsilon_0 L^2}\left\{1 - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right\}$.

211*. $h = \dfrac{q}{8\pi \varepsilon_0 m g L} - \frac{1}{2} L \operatorname{tg}\alpha$ при $\dfrac{q}{4\pi \varepsilon_0} \le m g L \operatorname{tg}\alpha\,(L + 2l\cos\alpha)$;

$h = l\sin\alpha \cos^2\alpha + \dfrac{q^2\, l \cos\alpha \sin^2\alpha}{4\pi \varepsilon_0 m g L (L + 2 l \cos\alpha)}$ при $\dfrac{q}{4\pi \varepsilon_0} > m g L \operatorname{tg}\alpha\,(L + 2l\cos\alpha)$.

212*. **Решение.** В зависимости от знаков зарядов q и Q возможны разные случаи движения бусинки и, следовательно, разные решения задачи.

Рассмотрим случай, когда заряд $q > 0$, а силовые линии напряженности $\vec{E}$ поля на-

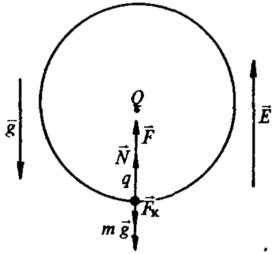


Рис. 100

правлены вверх.

Так как буснника двнжется по окружностн, расположенной в вертикальной плоскости, то для решения задачи достаточно запнсать уравнение движения бусинки в нижней точке кольца в проекции на нормаль и закон сохранения энергии.

В нижней точке на бусинку действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Кулона взаимодействия между зарядами $\vec{F}_к$, сила $\vec{F} = q\vec{E}$, с которой на заряд q действует внешнее электрическое поле, и сила реакции $\vec{N}$ (см. рис. 100).

Уравнение движения бусинки в проекции на нормаль к траектории в нижней точке имеет внд

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = F + N - mg \pm F_к, \tag{1}$$

где υ – скорость бусинки в рассматриваемой точке, знак «+» соответствует случаю $Q < 0$ (заряда притягиваются), а знак «–» – случаю $Q > 0$ (заряда отталкиваются). По условию задачи в ннжней точке бусинка на кольцо не давит, т.е. $N = 0$. Поэтому, с учетом выражений для сил $\vec{F}$ и $\vec{F}_к$, уравнение (1) запишем в виде

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = qE - mg \pm \frac{q|Q|}{4\pi\varepsilon_0 R^2}. \tag{2}$$

Если нулевой уровень отсчета потенциальной энергии выбрать в нижней точке кольца, то в исходном положенин энергия бусинки равна

$$W_1 = 2mgR + W_{вз\,1},$$

а в нижней точке кольца:

$$W_2 = \tfrac{1}{2}m\upsilon^2 + W_{вз\,2},$$

где $W_{вз\,1}$, $W_{вз\,2}$ – энергня взаимодействия зарядов в начальном и конечном положениях соответственно. Очевидно, что $W_{вз\,1} = W_{вз\,2}$.

Так как электрическое поле потенциально, то работа силы $\vec{F} = q\vec{E}$ не зависит от формы траектории и может быть определена как

$$A = -qE\,2R,$$

где знак «–» связан с тем, что проекпия силы $\vec{F}$ на направление перемещения в рассматриваемом случае отрицательна.

Следовательно,

$$W_2 - W_1 = A, \quad \text{или} \quad \tfrac{1}{2}m\upsilon^2 - 2mgR = -2qER. \tag{3}$$

Решая уравнення (2)-(3) относительно Q, получим:

$$Q = \frac{20\pi\varepsilon_0 R^2(qE - mg)}{q} \qquad \text{при} \qquad qE \neq mg,$$

где знак заряда Q автоматически следует из разности $(qE - mg)$.

Если заряд $q < 0$, а снловые линии напряженностн $\vec{E}$ поля направлены вверх, то в случае $Q < 0$ сила давления бусинки в нижней точке в нуль обратиться не может, так как все силы $m\vec{g}$, $\vec{F}_к$ и $\vec{F}=q\vec{E}$ будут давать отрицательную проекцию на нормаль к траектории. Поэтому рассмотрим случай $Q>0$.

Уравнение движения (2) примет вид

$$\frac{m\upsilon^2}{R}=-|q|E-mg+\frac{|q|Q}{4\pi\varepsilon_0R^2}.$$

Работа силы $\vec{F}=q\vec{E}$ в рассматриваемом случае положительна и может быть определена как

$$A=|q|E2R,$$

а закон сохранения энергии (3) примет вид

$$½m\upsilon^2-2mgR=2|q|ER.$$

Следовательно,

$$Q=\frac{20\pi\varepsilon_0R^2(|q|E+mg)}{|q|}. \tag{4}$$

Если заряд $q>0$, а силовые линии напряженности $\vec{E}$ поля направлены вниз, то, очевидно, что при $Q>0$ задача не имеет решения (силы $m\vec{g}$, $\vec{F}_к$ и $\vec{F}=q\vec{E}$ будут давать отрицательную проекцию на нормаль к траектории), а при $Q<0$ ее решение совпадает с (4), но с учетом знаков зарядов:

$$Q=-\frac{20\pi\varepsilon_0R^2(qE+mg)}{q}.$$

При $q<0$ и силовых линиях напряженности $\vec{E}$ поля направленных вниз уравнение движения и закон сохранения энергии формально совпадают с (2)-(3), но в (2) знак «+» соответствует случаю $Q>0$ (заряда притягиваются), а знак «–» – случаю $Q<0$ (заряда отталкиваются). Поэтому здесь решение задачи имеет вид

$$Q=\frac{20\pi\varepsilon_0R^2(mg-|q|E)}{|q|} \qquad \text{при} \qquad |q|E\neq mg,$$

где знак заряда Q автоматически следует из разности $(mg-|q|E)$.

213*. Решение. На каждое из тел при движении будут действовать: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ и сила Кулона $\vec{F}_к$, направленные так, как показано на рис. 101.

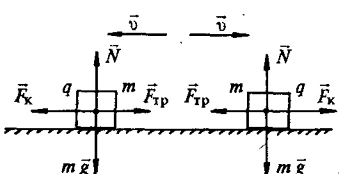


Рис. 101

Так как при движении тел сила Кулона будет меняться по величине, то решение задачи через законы Ньютона будет сложным. Поэтому воспользуемся законом сохранения энергии.

В начальный момент энергия системы равна энергии взаимодействия зарядов:

$$W_1=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0L},$$

а в конечный:

$$W_2=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0x}+2\frac{m\upsilon_{max}^2}{2},$$

где x – расстояние между телами в момент времени, когда их скорости достигли максимальных значений.

Силы трения будут совершать отрицательную работу, так как $\vec{F}_{тр}$ и перемещение каждого из тел направлены в противоположные стороны:

$$A_{тр} = -2F_{тр}S,$$

где $F_{тр} = \mu N = \mu m g$, $S = \frac{1}{2}(x - L)$ – путь, пройденный каждым из тел к рассматриваемому моменту.

Тогда

$$W_2 - W_1 = A_{тр}, \qquad \text{или} \qquad \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x} + m v_{max}^2 - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L} = -\mu m g (x - L).$$

Скорость каждого из тел будет максимальной в момент, когда ускорение станет равным нулю, т.е. при равенстве сил трения и электростатического взаимодействия:

$$F_{тр} = F_к, \qquad \text{или} \qquad \mu m g = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2}.$$

Откуда получаем:

$$x = \frac{q}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 \mu m g}}.$$

Подставляя найденное значение x в закон сохранения энергии

$$q\sqrt{\frac{\mu m g}{4\pi\varepsilon_0}} + m v_{max}^2 - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L} = -q\sqrt{\frac{\mu m g}{4\pi\varepsilon_0}} + \mu m g L$$

получим:

$$v_{max} = \left\{\mu g L + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 m L} - 2q\sqrt{\frac{\mu g}{4\pi\varepsilon_0 m}}\right\}^{1/2},$$

или

$$v_{max} = \frac{q}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m L}} - \sqrt{\mu g L} \qquad \text{при} \qquad \mu m g < \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}.$$

Б. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

214. $j = \frac{q}{t S} = 2\ МА/м^2$.

215. $U = \frac{R Q}{t} = 6\ В$.

216. $\rho = \frac{\pi d^2 U}{4 L I} \approx 5{,}1\cdot 10^{-6}\ Ом\cdot м$.

217. $I = \frac{\pi d^2 U}{4 L \rho} \approx 0{,}236\ А$.

218. $N = \frac{I t}{|e|} \approx 2\cdot 10^{17}$.

219. $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 100\ Ом$, $R_2 = \frac{U_2}{I_2} = 100\ кОм$.

220. $U_1 = I R_1 = 200\ В$, $U_2 = I R_2 = 120\ В$, $U_3 = I R_3 = 0{,}4\ В$, $U = I(R_1 + R_2 + R_3) = 320{,}4\ В$.

221. $I_{к.з.} = I\frac{\mathscr{E}}{\mathscr{E} - I R} = 5{,}5\ А$.

222. $R_1 = R_2 \frac{U/R_2}{I - U/R_2} \approx 20{,}2\ Ом$.

223. $U_V = 187{,}5\ В$, $I_V = 12{,}5\ мА$

224. $E = \frac{\mathscr{E} R}{(R + r) d} = 225\ В/м$, $Q = C\frac{\mathscr{E} R}{r/n + R} \approx 13{,}5\ мкКл$.

225. $R = 2{,}25\ Ом$.

226. $I_{к.з.} = \frac{U I (R_2 - R_1)}{R_2 (U - I R_1)}$.

227. $R_V = \dfrac{rR}{(N-1)(R+r)}$.

228. $R_r = \dfrac{(R_1 - R_2)\,R_{ш}}{R_2}$ при $R_1 > R_2$.

229. $\Delta\varphi = \dfrac{U}{R}(R + R_п) = 1000$ В.

230*. $n_i = \dfrac{n\,|e|\,U\,x\,L^2}{2m\,\upsilon_0\,d}$.

231*. **Решение.** Давление электронов на анод площадью S равно

$$p = \frac{F}{S},$$

где F – сила светового давления.

Анодный ток I равен суммарному заряду, достигшему поверхности электрода в единицу времени:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Так как заряд одного электрона равен $|e|$, то за время Δt поверхности анода достигнет

$$n = \frac{\Delta q}{|e|} = \frac{I\,\Delta t}{|e|}$$

электронов, каждый из которых разгоняясь в электрическом поле «катод-анод» вблизи анода будет иметь скорость υ. Ее значение можно найти, например, из закона сохранения энергии:

$$\tfrac{1}{2}\, m\,\upsilon^2 = |e|\,U,$$

где m – масса электрона. Следовательно,

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}}.$$

Считая, что все электроны поглощаются поверхностью анода, найдем импульс силы, действующей на электрод при взаимодействии за время Δt с n электронами:

$$F\,\Delta t = n\,(m\,\upsilon).$$

Окончательно получим:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{n\,(m\,\upsilon)}{S\,\Delta t} = \frac{I\,\Delta t\,(m\,\upsilon)}{S\,\Delta t\,|e|} = \frac{I}{S}\sqrt{\frac{2\,m\,U}{|e|}}.$$

232*. **Решение.** Решаем задачу аналогично №231. Анодный ток I равен суммарному заряду, достигшему поверхности электрода в единицу времени:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

За время Δt поверхности анода достигнет

$$n = \frac{\Delta q}{|e|} = \frac{I\,\Delta t}{|e|}$$

электронов, каждый из которых будет иметь скорость υ, величину которой найдем из закона сохранения энергии:

$$\tfrac{1}{2}\, m\,\upsilon^2 = |e|\,U.$$

Следовательно,

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}}.$$

Если все электроны поглощаются поверхностью анода, то импульс силы, действующей на электрод при взаимодействии за время Δt с n электронами равен

$$F\Delta t = n\,(m\,v),$$

или сила давления на поверхность анода:

$$F = \frac{n\,(m\,v)}{\Delta t} = I\sqrt{\frac{2\,m\,U}{|e|}} = b\,U^{3/2}\sqrt{\frac{2\,m\,U}{|e|}} = b\,U^2\sqrt{\frac{2\,m}{|e|}}.$$

Очевидно, что при увеличении напряжения в три раза сила давления изменится в

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{b\,U_2^2\sqrt{2\,m/|e|}}{b\,U_1^2\sqrt{2\,m/|e|}} = 9$$

раз.

233*. $p = \dfrac{m\,I\,L}{|e|}$.

234*. $q = \varepsilon_0\,I\,(\rho_2 - \rho_1) \approx 2{,}66\cdot10^{-17}$ Кл.

235*. $\sigma = \dfrac{\varepsilon_0\,I\,(\rho_1 - \rho_2)}{S} \approx 1{,}33\cdot10^{-12}$ Кл/м^2.

236*. $E = \dfrac{I\,(\rho_2 - \rho_1)}{2S} \approx 0{,}067$ В/м.

237*. $E_0 = \dfrac{I\,(\rho_1 + \rho_2)}{2S} = 2{,}2$ В/м.

238. $P = \dfrac{10U_1\;(U_2 - U_1)}{R} = 240$ Вт.

239. $P_2/P_1 = 1{,}1$.

240. $P = Q = 1{,}68\cdot10^8$ Дж/час $\approx 46{,}7$ кВт, $L = \dfrac{\pi\,d^2U^2}{4Q\,\rho} = 0{,}5$ м.

241. $r = \dfrac{U^2}{P} \approx 60{,}5$ Ом.

242. $R = r,\;\; N = \dfrac{2}{9}\,\dfrac{\mathcal{E}^2}{r}$.

243. $P \approx 3{,}84$ Вт.

244. $P \approx 23$ Вт.

245. $P = \dfrac{1}{16}\,\dfrac{\mathcal{E}^2}{R}$.

246. $\eta = \dfrac{I_0 - I}{I_0} = 0{,}6 = 60\%$.

247. $\eta_1 = \dfrac{2\eta}{1 + \eta} = 0{,}67 = 67\%$.

248. $\eta = \dfrac{\mathcal{E} - I\,r}{\mathcal{E}} = 0{,}8 = 80\%$.

249. $\dfrac{R}{r} = \dfrac{\eta}{1 - \eta} = 4$.

250. $\Delta T = \dfrac{\mathcal{E}^2\,t}{4m\,c\,r} \approx 318$ K.

251. $n = 4$, последовательно.

В. МАГНЕТИЗМ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

252. $F = \mu\,(m\,g \pm I\,B\,L)$; $F = 0{,}148$ Н или $F = 0{,}048$ Н.

253. $B = \dfrac{m\,g}{L\,T} \approx 5$ мТл.

254. $\alpha = \mathrm{arctg}\,\dfrac{I\,B\,L}{m\,g} \approx 5{,}78°$.

255. $A = I\,B\,L\,S = 12$ мДж.

256. $v = \dfrac{q\,B\,R}{m}$.

257. $a_n = \dfrac{|e|\,B\,v}{m} \approx 6{,}4\cdot10^{10}$ м/с^2, $a_\tau = 0$.

258. $\mathcal{E} = B\,v\,L = 0{,}5$ В.

259. $\mathcal{E} = {}^1\!/_2\,B\,\omega\,L^2 = 0{,}25$ В.

260. $\alpha = \arccos\left\{1 - \dfrac{\Delta\Phi}{B\,a^2}\right\} = 60°$.

261. $\mathcal{E} = \dfrac{N\,B\,\pi\,d^2(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)}{4\Delta t}$.

262. $\Delta\Phi = {}^1\!/_4\,\pi\,d^2k\,(x_1 - x_2) = -\,31{,}4$ мВб.

263. $\Delta\Phi = \frac{1}{2} B a^2 (\frac{9}{8} - \cos 30^\circ) \approx 8{,}3$ мВб.

264. $\Delta N = \dfrac{\Delta\Phi}{\pi R^2 B \cos\alpha} = 318.$

265. $I = \dfrac{N\Phi}{L} = 0{,}4$ А.

266. $L = \dfrac{\mathscr{E}\Delta t}{\Delta I} = 20$ мГн.

267*. Решение. Если к проводнику приложить силу $\vec{F}$, то при его перемещении будет меняться площадь, ограниченная контуром, и, следовательно, возникнет изменяющийся со временем поток индукции магнитного поля:

$$\Phi = B S,$$

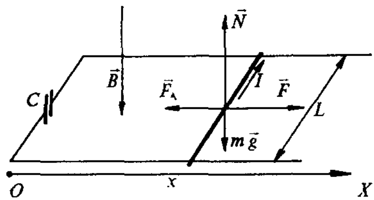


Рис. 102

где $S = L x$ – площадь контура. Известно, что наличие не стационарного магнитного потока приведет к появлению в контуре э.д.с. электромагнитной индукции:

$$|\mathscr{E}| = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dS}{dt} = B L \frac{dx}{dt} = B L v,$$

что в свою очередь приведет к возникновению тока I и силы Ампера F_A:

$$F_A = I B L,$$

направленной в сторону противоположную $\vec{F}$ (см. рис. 102).

Сила тока по определению равна

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Так как ток заряжает конденсатор, то

$$q = C U = C|\mathscr{E}| = C B L v, \qquad I = \frac{dq}{dt} = C B L \frac{dv}{dt} = C B L a,$$

где a – ускорение проводника.

С учетом выражения для силы тока силу Ампера можно представить в виде

$$F_A = C B^2 L^2 a$$

а уравнение движения проводника:

$$m a = F - F_A = F - C B^2 L^2 a.$$

Откуда находим:

$$a = \frac{F}{m + C B^2 L^2} \approx 3{,}3 \text{ м/с}^2.$$

268*. $v = \dfrac{m g R (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{B^2 L^2 \cos\alpha(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)} \approx 2{,}4$ м/с.

269*. Решение. При соскальзывании перемычки возникнет переменный магнитный поток,

$$\Phi = B S \cos\alpha,$$

обусловленный тем, что меняется площадь, ограниченная контуром:

$$S = L x,$$

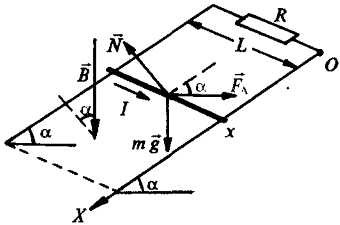


Рис.103

где x – координата перемычки, отсчитываемая от верхнего края контура (см. рис.103). Наличие не стационарного магнитного потока приведет к появлению в контуре э.д.с. электромагнитной индукции:

$$|\mathscr{E}| = \frac{d\Phi}{dt} = B\cos\alpha\,\frac{dS}{dt} = B\,L\cos\alpha\,\frac{dx}{dt} = B\,L\,\upsilon\cos\alpha,$$

что в свою очередь приведет к возникновению тока I и силы Ампера $\vec{F}_A$:

$$F_A = I\,B\,L,$$

направленной так, как показано на рисунке.

Силу тока можно определить как

$$I = \frac{|\mathscr{E}|}{R} = \frac{B\,L\,\upsilon\cos\alpha}{R}.$$

Уравнение движения перемычки в проекции на ось OX можно записать в виде:

$$m\,a = m\,g\sin\alpha - F_A\cos\alpha, \qquad m\,a = m\,g\sin\alpha - \frac{B^2L^2\,\upsilon\cos^2\alpha}{R}.$$

Так как скорость тела максимальна в момент времени, когда ускорение равно нулю, то

$$0 = m\,g\sin\alpha - \frac{B^2L^2\,\upsilon_{max}\cos^2\alpha}{R}, \qquad \text{или} \qquad \upsilon_{max} = \frac{m\,g\,R\sin\alpha}{B^2L^2\cos^2\alpha}.$$

270*. $\upsilon_{max} = \dfrac{(F - m\,g\sin\alpha)\,R}{B^2L^2\cos^2\alpha}$.

271*. $\upsilon_{max} = \dfrac{\mathscr{E}L\,B - m\,g\,r}{B^2L^2\sin\alpha}$.

272*. $\upsilon_{max} = \dfrac{m\,g\,R(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{B^2L^2\cos\alpha(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}$.

273*. $\upsilon_{max} = \dfrac{(F + m\,g\sin\alpha)\,R}{B^2L^2\sin^2\alpha}$.

274*. $a = \dfrac{F - m\,g\sin\alpha}{m + C\,B^2L^2\cos^2\alpha}$.

275*. $\alpha_{max} = 2\arcsin\dfrac{B\,L\,C\,U}{2m\sqrt{g\,l}} \approx 12°$.

276*. $C_1 = C_2\,\dfrac{\sin \alpha/2}{\sin \beta/2} \approx 15$ мкФ.

277*. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m + C\,B^2L^2}{2k}} \approx 0{,}63$ с.

278*. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(m - C\,B^2L^2)\,l}{m\,g}} \approx 0{,}94$ с.

4. ОПТИКА

А. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

279. $\alpha = \arcsin\dfrac{\sin\varphi}{n} \approx 41°$.

280. $l_{min} = 4F = 2$ м.

281. $F = \dfrac{a\,\Gamma}{(\Gamma + 1)^2} = 0{,}4$ м.

282. $\alpha = 36°$.

283. $\upsilon' = \dfrac{F}{d - F}\,\upsilon = 0{,}5$ м/с.

284. $\beta = \arcsin(1/n) - \alpha \approx 18{,}6°$.

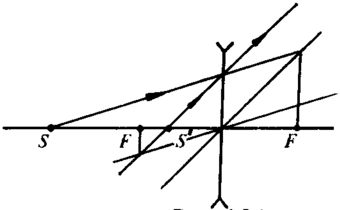


Рис.104

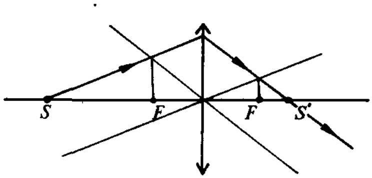


Рис.105

285. $F \approx 6{,}67$ см. См. рис.104.

286. $F \approx 6{,}67$ см. См. рис.105.

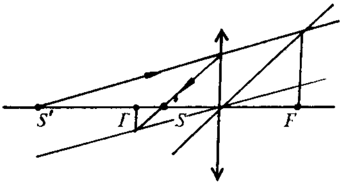


Рис.106

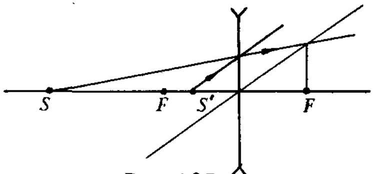


Рис.107

287. $d \approx 13{,}3$ см. См. рис.106.

288. $d = 40$ см. См. рис.107.

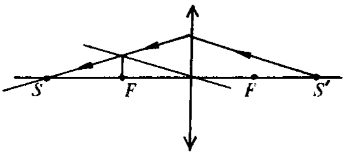


Рис.108

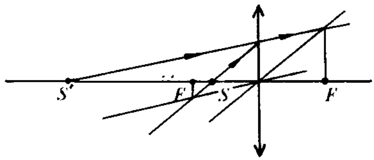


Рис.109

289. $d = 30$ см. См. рис.108.

290. $F = 7{,}5$ см. См. рис.109.

291*. Решение. Рассмотрим луч SA, падающий под произвольным углом α на поверхность цилиндра (см. рис.110). По закону преломления этот луч будет распространяться в цилиндре под углом β к нормали, восстановленной к границе раздела сред (в нашем случае это радиус OA):

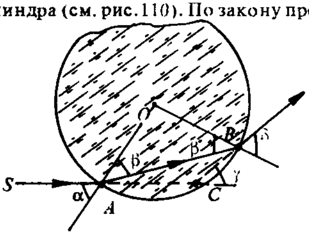


Рис.110

$$\sin\alpha = n\sin\beta.$$

Очевидно, что угол $\angle OBA$ падения преломленного луча в точку B также равен β. Поэтому,

$$n\sin\beta = \sin\delta.$$

Следовательно, угол, под которым луч выйдет из цилиндра $\delta = \alpha$. Тогда, интересующий нас угол γ найдем как внешний угол треугольника ΔABC:

$$\gamma = (\alpha - \beta) + (\delta - \beta) = 2(\alpha - \beta),$$

или

$$\gamma = 2\left(\alpha - \arcsin\frac{\sin\alpha}{n}\right) = 2\left(\alpha - \arcsin\frac{\sin\alpha}{1{,}5}\right).$$

292*. $\theta_{max} = 2\arcsin(1/n) \approx 83°40'$. **293***. $\upsilon = 4\pi n R \approx 63$ см/с.

294*. $\upsilon = \frac{F}{d - F}\upsilon = 5{,}45$ см/с; в ту же сторону, что и источник.

295*. $\upsilon_t = \Gamma\upsilon \approx 2$ см/с, $\upsilon_F = \frac{\Gamma}{\Gamma + 1}\upsilon \approx 2$ см/с.

296*. **Решение.** Путь l, пройденный телом вдоль оптической оси до остановки, можно найти по разному, например, по теореме об изменении кинетической энергии:

$$\Delta E_к = A(\vec{F}),$$

где $\Delta E_к = E_{к\,2} - E_{к\,1} = -\frac{1}{2} m \upsilon^2$ – изменение кинетической энергии тела, $A(\vec{F}) = -F_{тр}\, l = -\mu\, m\, g\, l$ – работа силы трения на пути l. Следовательно,

$$-\frac{1}{2} m \upsilon^2 = -\mu\, m\, g\, l, \qquad l = \frac{\upsilon^2}{2\mu g}.$$

Так как в начале и в конце перемещения тела оно находится далее фокусного расстояния линзы, то уравнение линзы для этих двух положений можно записать в виде

$$\frac{1}{2F} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{2F + l} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F},$$

где a, b – соответствующие расстояния от линзы до изображения. Откуда получим:

$$a = \frac{2FF}{2F - F} = 2F, \qquad b = \frac{F(2F + l)}{2F + l - F} = \frac{F(2F + l)}{F + l}.$$

Расстояние, пройденное изображением, равно:

$$S = |b - a| = 2F - \frac{F(2F + l)}{F + l} = \frac{Fl}{F + l} = \frac{F\upsilon^2}{2\mu Fg + \upsilon^2}.$$

297*. $\mu = \frac{F\upsilon^2}{2(a - F)Sg}$.

298*. **Решение.** На шарик при движении по окружности радиусом R_0 действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Уравнение движения шарика в проекции на оси OX и OY имеет вид (см. рис.):

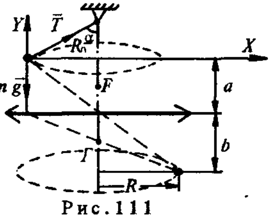


Рис. 111

$$OX:\ m\omega^2 R_0 = T\sin\alpha,$$
$$OY:\ 0 = T\cos\alpha - mg,$$

где ω – угловая скорость шарика. Решая эту систему уравнений, получим:

$$\frac{m\omega^2 R_0}{mg} = \frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha},$$

или

$$\omega = \sqrt{\frac{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{R_0}} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{L^2 - R_0^2}}}$$

Уравнение линзы запишем в виде

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F},$$

где b – расстояние от линза до плоскости вращения изображения. Следовательно,

$$b=\frac{aF}{a-F}.$$

С другой стороны увеличение линзы равно

$$\Gamma=\frac{b}{a}, \qquad \text{или} \qquad \Gamma=\frac{R}{R_0}.$$

Откуда получаем:

$$\frac{F}{a-F}=\frac{R}{R_0}, \qquad R_0=\frac{R(a-F)}{F}, \qquad \omega=\sqrt{g}\left\{L^2-\frac{R^2(a-F)^2}{F^2}\right\}^{-1/4}.$$

299*. $R=\frac{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\omega^2}\;\frac{F}{a-F}.$

300*. **Решение**. Так как сила изменяется по гармоническому закону $P=P_0\sin\omega t$, то и ускорение материальной точки

$$a=\frac{P}{m}=\frac{P_0}{m}\sin\omega t$$

также будет изменяться по гармоническому закону. Известно, что в этом случае ускорение можно представить в виде

$$a=-\omega^2x,$$

где x – смещение точки от положения равновесия. Следовательно,

$$\frac{P_0}{m}\sin\omega t=-\omega^2x, \qquad \text{или} \qquad x=-\frac{P_0}{m\omega^2}\sin\omega t.$$

Очевидно, что максимальное смещение точки будет при $\sin\omega t=1$:

$$x_{max}=\frac{P_0}{m\omega^2}.$$

Уравнение линзы

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F}$$

позволяет найти расстояние от линзы до изображения:

$$d=\frac{Fa}{a-F}.$$

Увеличение линзы

$$\Gamma=\frac{b}{a}=\frac{F}{a-F}, \qquad \text{или} \qquad \Gamma=\frac{x'_{max}}{x_{max}},$$

где x'_{max} – максимальное смещение изображения. Следовательно,

$$x'_{max}=x_{max}\frac{F}{a-F}=\frac{P_0}{m\omega^2}\;\frac{F}{a-F}.$$

301*. $\Delta x=\frac{2F^2P_0m\omega^2}{(m\omega^2F)^2-P_0^2}.$

Б. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

302. $\upsilon_1 = \dfrac{c}{n_1} \approx 2{,}26 \cdot 10^8$ м/с, $\upsilon_2 = \dfrac{c}{n_2} \approx 2 \cdot 10^8$ м/с.

303. $n = \dfrac{c}{\upsilon} = 1{.}5$.

304. $\upsilon_1 = \dfrac{c}{n_1} \approx 2{,}54 \cdot 10^8$ м/с. $\upsilon_2 = \dfrac{c}{n_2} \approx 2{,}23 \cdot 10^8$ м/с.

305. $\lambda_2 = n\,\lambda_1 \approx 6{,}12$ **мкм.**

306. $\Delta\upsilon = c\,\dfrac{n_2 - n_1}{n_1 n_2} \approx -2{,}6 \cdot 10^7$ м/с.

307. $\dfrac{\Delta\upsilon}{c} = \dfrac{n-1}{n} = 0{,}33 = 33\%$.

308. $n = \dfrac{1}{1-k} = 1{,}25$.

309. $n_2 = \dfrac{1}{1/n - \Delta\upsilon/c} \approx 2{,}4$.

310. $\lambda_2 = \dfrac{\lambda}{\eta} \approx 0{,}466$ мкм.

311. $n = \dfrac{c\,t}{S} = 1{,}5$.

В. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

312. $U = \dfrac{h\,c}{e\,\lambda} \approx 10^6$ В.

313. $\varepsilon = \dfrac{h\,c}{\lambda} \approx 7{,}94 \cdot 10^{-15}$ Дж, $p = \dfrac{h}{\lambda} \approx 2{,}65 \cdot 10^{-23}$ Н·с.

314. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2h\,c}{\lambda\,m}} \approx 1{,}4$ км/с.

315. $\lambda = \dfrac{2h\,c}{3k\,T} \approx 3 \cdot 10^{-6}$ м.

316. $E_K = \dfrac{h^2}{2m\,\lambda^2} \approx 5 \cdot 10^{-25}$ Дж.

317. $\dfrac{E_Ф}{E_a} = \dfrac{2h\,c}{3k\,T\lambda} \approx 80$.

318. $\lambda = \dfrac{h\,c}{\frac{1}{2}\,m\upsilon_0^2 + |\,e\,|\,U} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-8}$ м.

319. $N = \dfrac{E\,\lambda}{h\,c} \approx 2{,}5 \cdot 10^{17}$.

320. $N = \dfrac{2\pi\,P}{h\,\omega} \approx 1{,}27 \cdot 10^{17}$ фотонов/с.

321. $N = \dfrac{\eta\,P\,\lambda}{n\,h\,c} \approx 0{,}14 \cdot 10^{17}$ фотонов/импульс.

322*. $F = \dfrac{N}{c}(1 + R - T) = 2 \cdot 10^{-7}$ Н.

323*. **Решение.** Импульс n фотонов, падающих на поверхность, равен

$$p = n\,\frac{h\nu}{c},$$

где ν – частота излучения лазера. Так как поверхность поглощает все излучение, то изменение импульса фотонов равно

$$\Delta p = p = F\Delta t, \qquad \text{или} \qquad n\,\frac{h\nu}{c} = F\Delta t,$$

где F – сила, действующая на фотоны, равная по величине искомой силе светового давления.

Используя выражение мощности лазера

$$N = \frac{n\,h\,\nu}{\Delta t},$$

получим:

$$F = n\,\frac{h\nu}{c\Delta t} = \frac{N}{c} \approx 3{,}34 \cdot 10^{-10}\ \text{Н}.$$

324*. $n = \dfrac{N \tau \lambda}{4\pi r^2 h c}$.

325. $\dfrac{c}{\upsilon} = \sqrt{\dfrac{m c \lambda \lambda_0}{2h(\lambda_0 - \lambda)}} \approx 650$.

326. $m = \dfrac{h}{c \lambda_0} \approx 10^{-35}$ кг.

327. $\lambda_0 = \dfrac{h c}{h c/\lambda - \frac{1}{2} m \upsilon_m^2} \approx 650$ нм, $\nu_0 = \dfrac{c}{\lambda} - \dfrac{m \upsilon_m^2}{2h} \approx 4{,}5 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$.

328. $U = \dfrac{h c/\lambda - A}{|e|} \approx 1$ В.

329. $\nu_0 = \nu - \dfrac{m \upsilon^2}{2h} \approx 1{,}25 \cdot 10^{15}$ Гц.

330. $\lambda = \dfrac{h c}{A + |e|\, U} \approx 3{,}1 \cdot 10^{-7}$ м.

331. $A = \dfrac{h c}{\lambda} - |e|\, U \approx 3$ эВ.

332. $U = \dfrac{h c/\lambda - A}{|e|} \approx 1{,}75$ В.

333. $A = h\nu - |e|\, U \approx 2{,}1$ эВ.

334. $p = \sqrt{2m(h c/\lambda - A)} \approx 5{,}1 \cdot 10^{25}$ кг·м/с.

335. $\upsilon = \sqrt{2(p c - A)/m} \approx 1{,}4 \cdot 10^6$ м/с.

336. $\dfrac{p_{эл}}{p_ф} = \dfrac{\sqrt{2m(p_ф c - A)}}{p_ф} \approx 350$.

337. $A = \dfrac{|e|(|U_2| - n|U_1|)}{n - 1} \approx 4{,}5$ эВ.

338. $l = \dfrac{h c/\lambda - A}{|e|\, E} \approx 3.7$ см.

339. $A = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж, $I_{нас} = 30$ мА, $n = \dfrac{I_н}{|e|} \approx 1{,}9 \cdot 10^{17}$ электронов/с.

В. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

340. $\upsilon = \dfrac{3}{4} \dfrac{h R}{m_a} \approx 3{,}27$ м/с.

341. $\lambda \approx 18{,}7 \cdot 10^{-7}$ м.

342. $\dfrac{R}{r} = 2{,}25$.

343. $x = 9,\ y = 5,\ Z = B$.

344. $y = 4.\ X = 2$.

345. $y = 0,\ z = 1,\ X = n$.

346. $T = \dfrac{t \lg 2}{\lg 3 - \lg 2} \approx 1{,}1\, t$.

347. $\Delta n = \dfrac{m}{M} N_A (1 - 2^{-t/T})$.

348. $\eta = 1 - 2^{-t/T}$.

349. $T = \dfrac{t \lg 2}{2 \lg 2} = \frac{1}{2}\, t$.

350. В 9 раз.

351. $N = \dfrac{m}{\mu} N_A \left\{1 - 2^{-\Delta t/T}\right\} \approx 9{,}38 \cdot 10^{18}$ атомов; $q = |e|\, N = 1{,}5$ Кл.

352. $E_{min} \approx 10{,}56$ (МэВ).

353. $m = 3(m_p + m_n) - \dfrac{E_1 - (Q + E_2)}{c^2} \approx 6{,}013$ а.е.м. $\approx 9{,}98 \cdot 10^{-27}$ кг.

354. $Q \approx 3{,}015 \cdot 10^{23}$ МэВ $\approx 4{,}8 \cdot 10^{10}$ Дж.

355. $E_{min} = 931{,}5(3 m_{He} - m_C) \approx 7{,}27$ (МэВ).

356. $m = 4 \dfrac{P t}{Q} m_0 \approx 1{,}9$ кг.

Вариант А

1. $F = \dfrac{3m \upsilon_0}{4\sqrt{2}\, t_1} \approx 8{,}5$ Н.

2. $A_1/A_2 = 3$.

3. $N = \dfrac{p V}{k T} \approx 5 \cdot 10^8$.

4. $|\Delta F| = \dfrac{q^2}{\varepsilon_0 S}$.

5. $L = \sqrt{\dfrac{I}{p}} \sqrt{\dfrac{2m U}{|e|}}$.

6. $X = p,\ y = 1,\ z = 1$.

Вариант Б

1. $E \approx 6{,}31$ Дж.

2. $a = g\sqrt{10}$.

3. $m = \dfrac{\rho S^2}{2g}\left\{\sqrt{[p_0/\rho g + H - h]^2 + 4 p_0 h g/\rho S^2} - [p_0/\rho g + H - h]\right\}$.

4. $W = \dfrac{m U}{k} = 30$ мДж.

5. $\beta = \arcsin(1/n) - \alpha \approx 18{,}6°$.

6. $m = \dfrac{M}{N_A} N 2^{-t/T}$.

Вариант В

1. $S = 5\upsilon_0 t_0$.

2. $F = \dfrac{(M+m) g}{3}$, $x = \dfrac{3}{4}\dfrac{M}{M+m}$, $M < 2m$.

3. $Q \approx 4068$ Дж.

4. $\dfrac{F_{эл}}{F_{грав}} = \dfrac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 \gamma m^2} \approx 1{,}24 \cdot 10^{36}$ раз.

5. $I_1 = \dfrac{U_3}{R_1} = 6$ А, $I_2 = \dfrac{U_3}{R_2} = 4$ А, $I_3 = \dfrac{U_3}{R_3} = 1$ А. $I = I_1 + I_2 + I_3 = 11$ А.

6. $r = \dfrac{h^2 \varepsilon_0 n^2}{\pi m e^2}$, $\omega_2 = \dfrac{\pi m e^4}{2\varepsilon_0 h^3 n^3} \approx 5 \cdot 10^{15}\ с^{-1}$.

Вариант Г

1. $t_0 = \dfrac{\sqrt{\upsilon^2 + 2(a_1 - a_2) L} - \upsilon}{a_1 - a_2}$.

2. $T = 2\pi\sqrt{m/k} \approx 1{,}4$ с.

3. $p = \tfrac{1}{2}\left\{p_0 + m g/S - 2\rho g h_0 + \sqrt{(p_0 + m g/S - 2\rho g h_0)^2 + 8\rho g h_0 p_0}\right\}$.

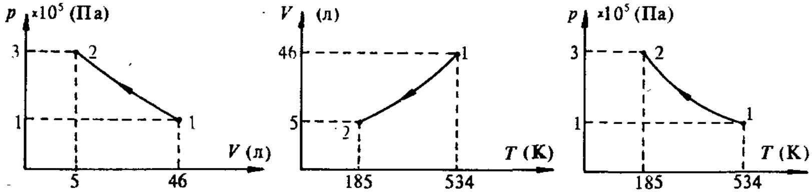


Рис.112

4. 1) $p = \dfrac{R^2}{a\sqrt{V}}$; 2) $V = a T^2$, парабола; 3) $p = \dfrac{R}{a T}$, гипербола. См. рис.112.

5. $q = \varepsilon_0 I(\rho_2 - \rho_1) \approx -6{,}65 \cdot 10^{-17}$ Кл.

6. $\upsilon = \dfrac{h}{m\lambda} \approx 1{,}4$ км/с.

Вариант Д

1. $m_2 = 3m_1$.

2. $A = \dfrac{3R V_1^2}{2\alpha^2} \approx 11$ мДж.

3. $\dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{c - \Delta\upsilon_1}{c - \Delta\upsilon_2} = 1{,}25$.

Вариант Е

1. $\dfrac{N}{m g} = 5$.

2. $h = \dfrac{4m}{\pi\rho(d_1^2 + d_2^2)}$.

3. $B = \dfrac{F}{q\upsilon} = 5 \cdot 10^3$ Тл.

СОДЕРЖАНИЕ