

da V

① Fie date două numere naturale x, y , $931/a$.

Să se arate că $14 / (10x + 21y^2 + 21y)$
Petrucean Octavian, Petrucean Mihaela

Rezolvare

$931 = 7 \cdot 133$ număr 7 divizibil pe x

deci 7 divizibil pe $10 \cdot x \Rightarrow 14 / 10x$

$$21y^2 + 21y = 21y(y+1) = 3 \cdot 7y(y+1) : 7$$

$y(y+1) : 2$ — pentru că produsul a două numere consecutive e divizibil cu 2 (ste par)

I $y = 2k$, k nr. natural (deci e par)

$$\text{atunci } y(y+1) = 2k \cdot (2k+1) : 2$$

II $y = 2k+1$, k nr. natural (deci e impar)

$$\begin{aligned} \text{atunci } y(y+1) &= (2k+1)(2k+1+1) = \\ &= (2k+1)(2k+2) \\ &= (2k+1) \cdot 2(k+1) : 2 \end{aligned}$$

$$\text{deci } \begin{matrix} y(y+1) \text{ ste par} \\ y(y+1) : 7 \end{matrix} \Rightarrow y(y+1) : 14$$

$$\text{Rezult } (10x + 21y(y+1)) : 14$$

data

- (2) Se considerăm două numere naturale A, B
 $A = \overline{ab}$, $B = \overline{xyz}$ cu proprietățile
 $2+4+6+\dots + B = \overline{xyz00}$, A^2 se termină
cu \overline{ab} . Să se calculeze $A+B$
Potrean Odăno, Potrean Micaș

Rezolvare

$$2+4+6+\dots + \overline{xyz} = \overline{xyz00}$$

$$\overline{xyz} = 2 \cdot k, \text{ } k \text{ natural, } k \neq 0$$

$$2+4+6+\dots + 2 \cdot k = 2(1+2+\dots + k) = 2 \cdot k(k+1) : 2 = k(k+1)$$

$$\overline{xyz00} = \overline{xyz} \cdot 100 = 2k \cdot 100 = 200k$$

$$\text{deci } k(k+1) = 200k$$

$$k^2 + k = 200k \text{ unde } k^2 = 199k \quad | : k$$

$$\text{deci } k = 199 \Rightarrow \overline{xyz} = 199 \cdot 2 = 398 = B$$

$$A^2 - A = \dots \overline{ab} - \overline{ab} = \dots 00 \text{ deci } (A^2 - A) : 100$$

$$A = \overline{ab} \Rightarrow A(A-1) \div 100$$

$$100 = 25 \cdot 4$$

$$(25, 4) = 1$$

$$\text{deci } A(A-1) \div 25$$

$$A(A-1) \div 4$$

$$\textcircled{I} \quad A = 25 \Rightarrow A+B = 25+398 = 423$$

$$\textcircled{II} \quad A = 76 \Rightarrow A+B = 76+398 = 474$$

Se considera $\sqrt{}$

$$A = 2021 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2020)$$

$$B = 1 + 3 + 5 + \dots + 4041$$

Să se calculeze $(A-B)^{2020}$

Potnaru Octavia. Potnaru Mirela

Rezolvare:

$$A = 2021 + 2 \cdot 2020 \cdot 2021 : 2 = 2021 + 2020 \cdot 2021 = \\ = 2021 (2020 + 1) = 2021^2$$

$$B = 1 + 3 + 5 + \dots + 4041$$

$$B = 4041 + 4039 + \dots + 1$$

$$2B = 4042 + 4042 + \dots + 4042$$

$$B = 4042 \cdot \frac{(4042-1):2+1}{2} = 2021^2$$

$$B = 2021^2 \Rightarrow A - B = 2021^2 - 2021^2 = 0 \Rightarrow (A-B)^{2020} = 0^{2020} = 0$$