Calcul Numeric –Laborator #5

Ex. 1 1) Să se construiască în Python procedura **MetNewton**(X, Y, x) conform metodei Newton. Vectorii X, Y reprezintă nodurile de interpolare, respectiv valorile funcţiei f în nodurile de interpolare. Procedura returnează un vector y reprezentând valorile polinomului $y = P_n(x)$, iar x este un vector din Numpy.

2) Să se construiască în Python în aceeaşi figură, graficele funcţiei f pe intervalul $[a, b]$, punctele $(X_i, Y_i), i = \overline{1, n+1}$ şi polinomul P_n obţinut alternativ prin metoda Newton. Datele problemei sunt: $f(x) = sin(x), n = 3, a = -\pi/2, b = \pi/2$. Se va considera diviziunea $(X_i)_{i=\overline{1,n+1}}$ echidistantă. Pentru construcţia graficelor funcţiei f şi P_n, folosiţi o discretizare cu 100 noduri.

3) Reprezentaţi grafic într-o altă figură eroarea $|e_t(x)| = |f(x) - P_n(x)|$.

4) Creşteţi progresiv gradul polinomului P_n şi rulaţi programele. Ce observaţi în comportamentul polinomului P_n? Deduceţi n maxim pentru care polinomu P_n îşi pierde caracterul.

Obs.: Polinoamele Lagrange sunt instabile pentru n mare, i.e., la o variaţie mică în coeficienţi apar variaţii semnificative în valorile polinomului.

Ex. 3 Fie funcţia $f(x) = \dfrac{1}{1 + 25x^2}$ definită pe intervalul $[-1, 1]$. Să se construiască grafic funcţia $f(x)$, polinomul Lagrange $P_n(x)$ şi punctele $(X_i, Y_i), i = \overline{1, n+1}$ pentru cazul unei discretizări uniforme cu 7 puncte. Măriţi progresiv valoarea lui n. Construiţi într-o altă figură eroarea de trunchiere $|e_t(x)| = |f(x) - P_n(x)|$. Ce observaţi? Alegeţi o discretizare neuniformă folosind nodurile Chebyshev. Ce observaţi în noile figuri?