1. La duración, en horas, de cierta clase de foco sigue una distribución exponencial con una media desconocida ϴ horas. Se toma una muestra de un solo foco al azar y se mide su duración en X horas.

a) Si X se estima ϴ, ¿Se podría decir que X es un estimador insesgado del parámetro ϴ?

b) Si a ϴ se le estima mediante un intervalo de confianza, $\left[\frac{X}{20}, 20X\right]$,

¿Cuál es el nivel de confianza de este intervalo?

SOLUCIÓN:

a) Parámetro:

X ~ Exp (1/ ϴ)

E [X]= λ^{-1}, λ= 1/ ϴ

E [X]= $(1/ ϴ)^{-1}$= ϴ,

Si, X es un estimador insesgado de ϴ.

b) 1- α = P[X/20˂ϴ˂20X] =P[X˂200^X˃ϴ/20] = $e^{\frac{-1}{2\theta}} - e^{-2\theta}$ = 0.951

2. El error de medición de un instrumento se asume que es una variable aleatoria con distribución normal $N(\mu,\sigma^2)$. Se dispone de una muestra aleatoria X_1, X_2,….., X10 de 10 mediciones con este instrumento.

Para estimar μ el ingeniero A usa el estimador: $\hat{\theta}_1 = \frac{\sum_{i=10}^{10} X_i}{10}$

Mientras que el ingeniero B usa el estimador: $\hat{\theta}_2 = \frac{\left(\sum_{i=10}^{10} X_i\right) - X_6}{9}$

En términos de las propiedades de insegabilidad y varianza de los estimadores ¿A quién le daría usted razón?

SOLUCION

a) Estimando μ para los estimadores:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{\sum_{i=10}^{10} X_i}{10} = ¿$$

$$E(\hat{\theta}_1) = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_{6\ldots} + X_{10}}{10} = \frac{10\mu}{10} = \mu$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{\left(\sum_{i=10}^{10} X_i\right) - X_6}{9} = ¿$$

$$E\left(\hat{\theta}_2\right) = \frac{\left(X_1 + X_2 + X_3 \ldots\ldots + X_{10}\right) - X_6}{9} = \frac{10\mu - \mu}{9} = \frac{9\mu}{9} = \mu$$

Calculando la varianza de los estimadores:

$$V\left[\hat{\theta}_1\right] = V\left(\frac{\sum_{i=10}^{10} X_i}{10}\right) = \sum_{i=1}^{10} \frac{Var(X_i)}{10^2} = \frac{10\sigma^2}{100} = \frac{\sigma^2}{10}$$

$$V\left[\hat{\theta}_2\right] = V\left(\frac{\left(\sum_{i=10}^{10} X_i\right) - X_6}{9}\right) = \sum_{i=1}^{10} \frac{Var(X_i)}{9^2} = \frac{11\sigma^2}{81}$$

Le daría la razón a la razón A.

3. Sea X1, X2,X3 X4, X4, una muestra aleatoria de la población X ~ N(µ,1) Para estimar µ se proponen los siguientes estimadores:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_5}{2}$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + 1}{4}$$

a) ¿Son estimadores insesgados?
b) Si se desea tener una alta probabilidad de que el estimador defiera de µ en no más de una unidad, ¿cuál de los dos estimadores anteriores escogería?

SOLUCION

a) Estimando μ para los estimadores :

$$\hat{\theta}_1=\frac{X_1+X_5}{2}=¿$$

$$E\left[\hat{\theta}_1\right]=\frac{X_1+X_5}{2}=\frac{\mu+\mu}{2}=\frac{2\mu}{2}=\mu$$

$$\hat{\theta}_2=\frac{X_1+X_2+X_3+X_4+1}{4}=¿$$

$$E\left[\hat{\theta}_2\right]=\frac{X_1+X_2+X_3+X_4+1}{4}=\frac{4\mu+1}{4}=\mu+\frac{1}{4}$$

b) $P\left[\left|\hat{\theta}_1-\mu\right|\leq 1\right]=P\left[|Z|\leq 2^{\frac{1}{2}}\right]=0.8429$

$$P\left[\left|\hat{\theta}_2-\mu\right|\leq 1\right]=P\left[-5/2\leq Z\leq 3/2\right]=0.927$$

4. El tiempo (en horas) que esperan los pasajeros en abordar un avión se distribuye uniformemente en el intervalo [0, θ]. Para estimar θ se seleccionan al azar a dos pasajeros que esperan subir al avión y se observan los tiempos X_1 y X_2 hasta abordar el avión. Si se utilizan los siguientes estimadores de θ :

$$\hat{\theta}_1=2X_1$$

$\hat{\theta}_2=¿$ X_1 + X

a) ¿Son tales estimadores insesgados?
b) ¿Cuál de los estimadores escogería como el mejor y porque?
c) ¿Con qué probabilidad $\hat{\theta}_1$ difiere θ en mas de 0.25 horas si es que θ es igual a 2 horas?

SOLUCION

a) E($\hat{\theta}_1$) = θ

E($\hat{\theta}_2$)= θ son insesgados

b) V($\hat{\theta}_1$)= $\theta^2/3$, V($\hat{\theta}_2$)= $\theta^2/6$, la segunda es menor

c) P[I $\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}$ I> 0.25]=1-P[1.75≤ X_1≤2.25] = 0.75

5. Un grupo de inversionistas quiere estimar la media del rendimiento anual cientos de valores, Selecciono una muestra aleatoria de 49 de los valores observando una media de 8.71% y una desviación estándar 2.1%.

a) Determine el valor estándar de la media
b) Estime la media del rendimiento anual de tales valores mediante un intervalo de confianza del 96%. ¿Es el error de estimación inferior al 5%?
c) Determine el nivel de confianza si el rendimiento anual medio de la población de estos valores se estima entre 7.96% y 9.46%

SOLUCION

a)

$$\acute{s}_x \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2,1}{\sqrt{49}} = 0.3$$

b) Intervalo de confianza el 96% → $\propto = 0.04$

$$Z_0 = Z_{0.98} = 2.05$$

$$I_c = \frac{\acute{x} \pm Z_0 * s}{\sqrt{n}}$$

$$I_c = 8.71 \pm \frac{2.05 * 2.1}{\sqrt{49}}$$

$I_c = 8.71 \pm 0.615$

c) .

$$\left[\acute{x} - \frac{Z*s}{\sqrt{n}};\acute{x} + \frac{Z*s}{\sqrt{n}}\right]$$

$$\acute{x} - \frac{Z*s}{\sqrt{n}} = 7.96$$

$$8.71 - Z*(0.3) = 7.96$$

$$0.75 = Z*(0.3)$$

$$2.5 = Z$$

$$Z_{0.9938} = Z_{1-\frac{\propto}{2}}$$

$$0.9938 = 1 - \frac{\propto}{2}$$

$$\propto = 0.0124$$

$NC = 1 - \propto = 0.9876$ → 98.76%

6. Se tomó una muestra aleatoria de 9 clientes de un banco local para estimar la media del tiempo que utilizan en sus distintas operaciones. La media calculada en la muestra fue 9 minutos. Se sabe que la población de los tiempos es normal con una desviación estándar de 3 minutos.

a) Halle los límites de confianza inferior y superior para la media de todos los tiempos, al nivel de confianza 0.97.

b) Si la media de la población de todos los tiempos de las operaciones se estima en el intervalo de 7 a 13 minutos, ¿es el nivel de confianza mayor que 0.97?

SOLUCIÓN:

n = 9, $\overline{x}$ = 9 y σ = 3

a) Nivel de confianza 0.97 ⟶ α = 0.03

$Z_0 = Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.985} = 2.17$

Hallamos los intervalos de confianza

$$I_C = \overline{x} \pm Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$I_C = 9 \pm (2.17)\left(\frac{3}{\sqrt{9}}\right)$$

$$I_C = 9 \pm 2.17$$

$$I_C = [7.83 ; 11.17]$$

b) dato: μ ϵ $[7 ; 13]$

$$\left[\acute{x} - Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \acute{x} + Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$$7 = 9 - Z_0 \frac{3}{\sqrt{9}}$$

$$Z_0 = 2$$

$$Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.9772}$$

1 - α/2 = 0.9772

α = 0.0456

Nivel de confianza= 1 – α =1 – 0.0456 = 0.9544

⟶ El nivel de confianza es menor.

7. Se quiere estimar la media del nivel de ansiedad de todos los estudiantes preuniversitarios. Para esto se seleccionó una muestra aleatoria de tamaño 100 estudiantes y se les planteó la prueba para medir la ansiedad, resultando una media de 70 puntos y una desviación estándar de 10 puntos.

a) ¿Cuánto es la estimación puntual para la media del nivel de ansiedad de la población?

b) ¿Es el error de estimación puntual superior a 5 puntos, con nivel de confianza de 0.98?

c) Determine el intervalo de confianza del 95% para la media del nivel de ansiedad de todos los estudiantes preuniversitarios.

d) si usted considera que el intervalo encontrado en c) no es muy preciso, ¿qué acción debería tomar para que el intervalo de estimación al 95% sea más preciso?

SOLUCIÓN:

n = 100, $\overline{x}$ = 70 y σ= 10

a) Estimación puntual

$$\mu = \overline{x} = 70$$

b) Nivel de confianza al 98% ⟶ α = 0.02

$$Z_0 = Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.99} = 2.33$$

$$error\ de\ estimación = Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Error de estimación = (2.33)($\frac{10}{\sqrt{100}}$ ¿ =2.33

⟶ el error de estimación no logra superar los 5 puntos.

c) Intervalo de confianza del 95% ⟶ α = 0.05

$$Z_0 = Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.975} = 1.96$$

$$IC = \overline{x} \pm Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$IC = 70 \pm (1.96)\left(\frac{10}{\sqrt{100}}\right)$$

$$IC = 70 \pm 1.96$$

d) Para lograr precisión debe tenerse un menor error de estimación.

⟶ Se debe aumentar el tamaño de la muestra.

8. Un estudiante de estadística aplicada quiere confirmar el peso neto medio de las latas de néctar de fruta con la etiqueta “19 onzas”. El sabe que la población de los pesos netos es normal con una desviación estándar de 2 onzas.

a) ¿Qué tamaño de muestra debería escoger si quiere estimar la media de la población de los pesos con error de 0.98, y el nivel de confianza del 0.95?

b) El seleccionó muestra aleatoria de 20 latas y obtuvo una media de 18.5 onzas. Desarrolle un intervalo de confianza del 95% para la media de la población de los pesos. Con este resultado, ¿Se aclaró la duda del estudiante?

c) ¿Qué porcentaje de tales intervalos no contendrían la media de la población?

SOLUCIÓN:

μ = 19, σ = 2

a) Nivel de confianza del 0.95 ⟶ α = 0.05

$Z_0 = Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.975} = 1.96$

$$n = \left(\frac{Z_0 \sigma}{e}\right)^2$$

$$n = \left(\frac{(1.96)(2)}{0.98}\right)^2$$

$$n = 16$$

b) Intervalo de confianza del 95% ⟶ α = 0.05

$Z_0 = 1.96$

También n = 20, $\bar{x}$ = 18.5

$$IC = \bar{x} \pm Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$IC = 18.5 \pm (1.96)\left(\frac{2}{\sqrt{20}}\right)$$

$$IC = 1.85 \pm 0.876$$

$\longrightarrow \mu \in [17.624 ; 19.376]$

c) α es el porcentaje donde no contendrá la media de la población

⟶ α = 0.05 = 5%

9. El trabajo encargado a un grupo de estudiantes de estadística consiste en realizar una encuesta para estimar el tiempo promedio por semana que los niños de entre 2 y 10 años, ven televisión. La estimación debe quedar dentro de un rango de una hora, con confianza de 95%.

a) ¿Qué tamaño de muestra deberían escoger si se sabe que la desviación estándar de la población es 3 horas?

b) ¿Qué tamaño de muestra deberían escoger si se sabe que el tiempo mínimo es 1hora y el tiempo máximo es 10 horas?

SOLUCIÓN:

Nivel de confianza de 95% ⟶ α = 0.05

$$Z_0 = Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.975} = 1.96$$

a) Nos indica que la estimación debe quedar dentro de un rango

e = 1hora/2 = 0.5 hora y σ = 3

$$n = \left(\frac{Z_0 \sigma}{e}\right)^2$$

$$n = \left(\frac{(1.96)(3)}{0.5}\right)^2$$

$$n = 138.297$$

$$n = 139$$

b) Si µ ϵ $[1;10]$

$$\sigma = \frac{10-1}{6} = 1.5$$

$$n = \left(\frac{Z_0 \sigma}{e}\right)^2$$

$$n=\left(\frac{(1.96)(1.5)}{0.5}\right)^2$$

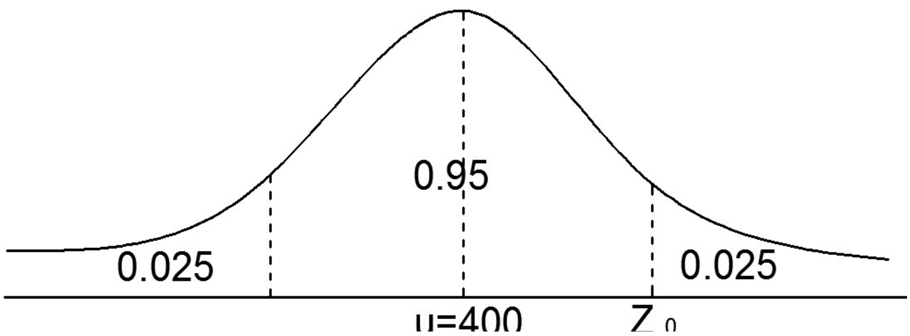
$$n=34.57$$

$$n=35$$

10. Un inversionista analiza un informe sobre ingresos familiares en la región de San Martín. El informe dice entre otras cosas que la población de los ingresos es normal con media de $400 y que el 95% de todos los ingresos familiares mensuales varían de $302 a $498. Para verificar el valor de la media de los ingresos de la población escoge una muestra al azar de 25 ingresos. Si la media de la muestra es $380. Determinar un intervalo de confianza del 95% para la media de todos los ingresos familiares mensuales de la región. Con base en este intervalo, ¿puede concluir que la media de los ingresos de esta población ha bajado?

SOLUCIÓN:

μ = 400



En Z_0 : $\bar{x}$ =498

$$P[Z<Z_0]=0.975$$

$$P\left[Z<\frac{498-400}{\sigma}\right]=\varnothing(1.96)$$

$$\varnothing\left(\frac{98}{\sigma}\right)=\varnothing(1.96)$$

$$\sigma=50$$

Intervalo de confianza del 95% ⟶ α = 0.05

$Z_0 = 1.96$

También n = 25 y $\bar{x}$ = 380

$$IC = \bar{x} \pm Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$IC = 380 \pm (1.96)\left(\frac{50}{\sqrt{25}}\right)$$

$$IC = 380 \pm 19.6$$

$\mu \in [360.4 ; 399.6]$

⟶ se rechaza que µ es 400, puesto que µ ha bajado.

11. Un Ingeniero industrial quiere estimar la longitud medida de los tornillos de alta precisión que se produce en su planta, de manera que, el estimado deberá quedar dentro de un rango de 0.04cm, con nivel de confianza 97%. El realizó un muestreo piloto y estimó la desviación estándar de la población en 0.09cm.
    a) ¿Qué tan grande es la muestra que requiere?
    b) ¿Qué tan grande es la muestra que requiere si la población tiene tamaño 1000?

SOLUCION:

Nivel de confianza: 97% ⟶ $\propto = 0.03$

$$Z_0 = Z_{1-\frac{\propto}{2}} = Z_{1-\frac{0.03}{2}} = Z_{0.985} = 2.17$$

$\sigma = 0.09 \quad e = 0.02$

a) No se conoce N (tamaño de la población)

$$\frac{Z_0 \times \sigma}{e}$$
¿
¿
$n = ¿$

b) Se conoce N : N=1000

$$n=\frac{Z_0^{\,2}.\sigma^2.N}{Z_0^{\,2}.\sigma^2+e^2(N-1)}=\frac{(2.17^2)(0.09^2)(1000)}{(2.17^2)(0.09^2)+(0.02^2)(999)}=87.134\approx 88$$

$n\approx 88$

12. Se desea estimar la cantidad promedio mensual de dinero que pagan los 1000 alumnos de un centro de educación particular. La varianza de la población no se conoce pero se sabe que las cuentas de pago caen dentro de una amplitud de variación de 60 unidades monetarias. Halle el tamaño de la muestra necesario para estimar la media de la población con un límite para el error de estimación de 3 unidades monetarias y al nivel de confianza del 95%.

SOLUCION

N=1000

Amplitud de variación: R=60

Pero sabemos que, $6\sigma=R \longrightarrow 6\sigma=60 \quad \sigma=10$

Nivel de confianza: 95% $\longrightarrow \propto=0.05$

$$Z_0=Z_{1-\frac{\propto}{2}}=Z_{1-\frac{0.05}{2}}=Z_{0.95}=1.96$$

$$n=\frac{Z_0^{\,2}.\sigma^2.N}{Z_0^{\,2}.\sigma^2+e^2(N-1)}=\frac{(1.96^2)(10^2)(1000)}{(1.96^2)(10^2)+(3^2)(999)}=40.97\approx 41$$

13. Con el fin de estimar el costo promedio por gastos en llamadas telefónicas en su residencia, el Señor Ruiz, tomo una muestra de 3 llamadas en un mes y encontró que en promedio el tiempo de duración era de 9 minutos. El señor Ruiz sabe que la varianza del tiempo de las llamases es 9.

a) Halle un intervalo de confianza al 95% para la medida del tiempo por llamada
b) Halle un intervalo de confianza al 95% para la media del costo por llamada, si el costo por llamada es de 0.10
c) La compañía de teléfonos ha venido considerando que en la residencia del señor Ruiz el tiempo promedio por llamada es de 11

minutos. En base a la información anterior, ¿El señor Ruiz deberá hacer un reclamo a la compañía?

SOLUCION

$n=3$ $\acute{X}=9$ $S^2=9$ a) Intervalo de confianza al 95% para la media del tiempo

$\propto=0.05$ $Z_0=Z_{1-\frac{\propto}{2}}=Z_{0.975}=1.96$

$I_C=\acute{X}\pm Z_0.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $I_C=9\pm 1.96\times\frac{3}{\sqrt{3}}$ $I_C=9\pm 0.98$

b) Para la media del costo, si el costo por minuto es 0.1 al 95%

NOTA: Es el mismo, solo que se multiplica por 0.1 $I_C=0.9\pm 0.098$ (Propiedad de la mediana)

d) Según la compañía, el tiempo de llamada es de 11 minutos; analizando el intervalo:

$I_C=9\pm 0.98$

$I_C=9-0.98=8.02$ $I_C=9+0.98=9.98$

Intervalo: $[8.02;9.98]$, 11 no pertenece al intervalo, por lo tanto, el Sr. Ruiz debe hacer su respectivo reclamo

14. El ingreso mensual de cada una de las 500 microempresas de servicio de una ciudad es una variable aleatoria con media μ desconocida. La SUNAT con el fin de simplificar su recaudación de estas empresas ha dispuesto que se les grave mensualmente con un 10% de sus ingresos. Una muestra al azar de 70 miro empresas reveló que la media fuera de 710 con una desviación estándar de $26.
a) Estime el monto medio de los ingresos de las microempresas de la ciudad con un intervalo de confianza del 95%
b) La SUNAT se propuso lograr mensualmente una recaudación total de al menos $36000 a estas microempresas, ¿Es factible que se cumplan sus metas?,¿Por qué?

SOUCION

N=500 (población finita)

n=70 $\acute{X}=710$ $\sigma=26$

a) I_C al 95% $\longrightarrow$ $\propto=0.05$

$$Z_0=Z_{1-\frac{\propto}{2}}=Z_{0.975}=1.96$$

$$I_C=\acute{X}\pm Z_0.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \qquad I_C=710\pm 1.96\times\frac{26}{\sqrt{70}}\times\sqrt{\frac{500-70}{500-1}}$$

$$I_C=710\pm 5.654$$

b) $I_C=710\pm 5.654$ $\quad I_C=710-5.654=704.346$

$I_C=710+5.654=715.654$ $\quad \therefore I_C=[704.346\,;715.654]$

Como el impuesto es del 10%, dividimos a Ic por 10

$\therefore I_C=[70.4346\,;71.5654]$

Y, como son 500 personas, multiplicamos por 5000

$Intervalo\,de\,recaudacion=I_R=[35217.3\,;35782.7]$

La SUNAT quiere recaudar $36000, pero no es factible, ya que el monto no se encuentra en el intervalo de recaudación.

15. La empresa de distribución eléctrica piensa que mensualmente sus medidores en un distrito no registran una cantidad aleatoria X de Kwh. El distrito cuenta con 320 hogares y la empresa cobra s/.2.3 por Kwh. A efecto de estimar el ahorro que la empresa lograría al cambiar sus medidores, la empresa ha seleccionado al azar 40 hogares del distrito, encontrando al inspeccionar sus medidores un promedio no registrado de 18 Kwh por mes con una desviación estándar de 3Kwh.
   a) Estime mediante un intervalo de 95% el ahorro total en soles que lograría la empresa al cambiar todos los medidores del distrito.
   b) Si la empresa quiere estimar el ahorro total al cambiar todos los medidores con un error de estimación no mayor de 500 soles, ¿Es

suficiente inspeccionar solo 40 medidores? Use 3 Kwh. Como aproximación de σ .

SOLUCION

N=520 (población finita)

n=40 $\acute{X}=18$ $\sigma=3$

a) I_C al 95% $\propto=0.05$

$$Z_0=Z_{1-\frac{\propto}{2}}=Z_{0.975}=1.96$$

$$I_C=\acute{X}\pm Z_0.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \qquad I_C=18\pm 1.96\times\frac{3}{\sqrt{40}}\times\sqrt{\frac{320-40}{320-1}}$$

$$I_C=18\pm 0.871 \qquad [17.129;18.871]$$

El Intervalo de ahorro total será:

$$I_A=Cantidad\times Gastos\times INTERVALO$$

$$I_A=320\times 2.3\times[17.129;18.871] \qquad I_A=[12606.944;13889.056]$$

b) $e\leq 500\,soles$ $\longrightarrow$

CONVERTIR A kWH

$$\frac{500}{320\times 2.3}=0.679\approx 0.68$$

$$\sigma=3\,Kwh$$

N=320

$$Z_0=1.96;e=0.68$$

$$n=\frac{Z_0^{\ 2}.\sigma^2.N}{Z_0^{\ 2}.\sigma^2+e^2(N-1)}=\frac{(1.96^2)(3^2)(320)}{(1.96^2)(3^2)+(0.68^2)(319)}=60.76\approx 61$$

Por lo tanto, no es suficiente solo 40 medidores. Se necesitan 61 medidores.

16. Diariamente sale en Tarapoto hacia la costa 100 camiones cargados de diversos productos. Cada camión lleva una carga de X toneladas, cuya distribución de probabilidad se sabe que es normal. Cierto día se procedió a realizar un control, seleccionando al azar 10 de estos camiones y se procedió a pesar sus cargas, encontrándose una media de 8 toneladas con una desviación estándar de 2 toneladas.
    a) Estime mediante un intervalo de confianza del 95% la carga total transportada en un día de Tarapoto hacia la costa.
    b) ¿Qué probabilidad existe de que al realizarse este procedimiento de control durante 20 días, el verdadero valor de la carga total siempre este, contenido en los intervalos de confianza del 95% hallados?. Asuma independencia

SOLUCION:

a) N=100 (población finita)

   n=10 $\acute{X}=8$ $S=2$

   n es menos que 30 ($n<30$), Por tanto, usamos t student

$$t_0=t_{1-\frac{0.05}{2};n-1}=t_{0.975;9}=2.262 \qquad t_0=2.262$$

$$I_C=\acute{X}\pm t_0.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$I_C=8\pm 2.262\times\frac{2}{\sqrt{10}}\times\sqrt{\frac{100-10}{100-1}}$$

$I_C=8\pm 1.364$ (Intervalo de carga media)

Para la carga Total

$$I_{CT}=100\times[8\pm 1.364] \qquad I_{CT}=[663.6\,;\,936.4]$$

b) X: # de días en que el total esta en I_{CT} al 95%

   n=20 $p=0.95\rightarrow q=0.05$

   Éxito

   Distribución Binomial:

$$P[x=20]=\binom{20}{20}(0.95)^{20}(0.05)^{0}=0.358$$

17. Un auditor quiere estimar el monto promedio de las cuentas por cobrar de la compañía A&B. Una muestra aleatoria de 15 cuentas por cobrar escogida de un total de 400 cuentas que tiene esta compañía revela los siguientes datos en dólares:

500, 560, 560, 800, 800, 600, 600, 730
730, 730, 640, 640, 640, 640, 870

a. ¿Cuánto es la estimación puntual de la media de la población?
b. ¿Cuánto es el error estándar de la media?
c. ¿Qué estadística debería utilizar para estimar la media y cuál es la condición fundamental para usar esta estadística?
d. Estime la media de todas las cuentas por cobrar utilizando un intervalo de confianza de 95%. Interprete el resultado brevemente.

SOLUCIÓN:

a) ¿Cuánto es la estimación puntual de la media de la población?

La media de la población total se puede estimar a través de la muestra, entonces:

μ Se estima por:

$$\acute{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{500+560+800+\ldots+640+870}{15}=669.333$$

b) ¿Cuánto es el error estándar de la media?

Como no tenemos la varianza de toda la población σ entonces con la muestra la podemos estimar $\hat{s}$, luego $\hat{s}=s_{n-1}=\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n-1}-\frac{n\acute{x}^2}{n-1}}$ o con calculadora en la opción s_x , entonces $\hat{s}=103.886$ luego debido a que la población es finita donde $N=400, y\, n=15$ el error estándar de la media muestral será:

$$ES=ET=\sigma_{\acute{x}}=\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=\frac{103.886}{\sqrt{15}}\cdot\sqrt{\frac{400-15}{400-1}}=26.348$$

c) ¿Qué estadística debería utilizar para estimar la media y cuál es la condición fundamental para usar esta estadística?

Se debe usar la estadística t-student, y la condición fundamental es que gl sea igual a 14.

d) Estime la media de todas las cuentas por cobrar utilizando un intervalo de confianza de 95%. Interprete el resultado brevemente.

Como $n<30$ y se conoce la varianza y la media, entonces usamos el estadístico ''t''
El intervalo de confianza para la estimación de la media de un población finita es

$$\acute{x} \mp t_{\left(1-\frac{\alpha}{2},n-1\right)} \times \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$, sabemos que $1-\alpha=0.95 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.975$

luego $t_{(0.975,14)}$ lo ubicamos en la tabla t student y se verifica que $t_{(0.975,14)}=2.145$.

Finalmente reemplazando los datos tendremos que es intervalo es: 669.333 ∓ 56.517

18. Una empresa de investigación quiere hacer un estudio sobre los gastos semanales de los turistas extranjeros en el Cusco. Se sabe que la población consiste en 500 turistas extranjeros. Una muestra piloto reveló que los gastos semanales de esa población tienen distribución normal con una media de $580 y un rango de $240.

SOLUCIÓN:

a) ¿Cuántos turistas se deberían de elegir para la muestra? Si se quiere tener un error de estimación para la media de $20 con nivel de confianza 0.95.

Cuando no se conoce la varianza y si el rango, entonces esta se puede aproximar por

$$\sigma=\frac{Rango}{6}\, o\, \frac{Rango}{4} \rightarrow \sigma=\frac{240}{6}=40$$. Además por formula se sabe que:

$$n=\frac{N\sigma^2}{\sigma^2+\frac{e^2}{4}(N-1)} \rightarrow N=500, \sigma=40\ y\ e=20$$

Reemplazando los datos en la formula se obtiene $n=15.53 \equiv 15$

b) Se escogió un muestra aleatoria de 15 turistas y ellos indicaron los siguientes gastos semanales en dólares:
200, 350, 575, 780, 890, 620, 150, 500
700, 400, 680, 120, 300, 880, 600

Desarrolle un intervalo de confianza del 95% para la media de la población. A partir de este resultado, ¿se confirma la media de $580?

Observamos que $n<30$ entonces usaremos el estadístico de ''t'' de la muestra obtenemos

$$\acute{x}=516.33\ y\ \hat{s}=s_{n-1}=\frac{\sum x_i^2}{n-1}-\frac{n\acute{x}^2}{n-1}=253.92$$

Luego como la población es finita

$$ES=\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=\frac{253.92}{\sqrt{15}}.\sqrt{\frac{500-15}{500-1}}=64.636$$.

Luego el intervalo es

$$\acute{x}\mp t_{\left(1-\frac{\alpha}{2},n-1\right)}\times\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$,

Sabemos que $1-\alpha=0.95\rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.975$

Luego $t_{(0.975,14)}$ lo ubicamos en la tabla t student y se verifica que $t_{(0.975,14)}=2.145$.

Finalmente reemplazando los datos tendremos que es intervalo es: 516.33 ∓ 138.643 como $580 pertenece al intervalo de estimación de la media, entonces si se confirma este valor.

19. En un depósito se cuentan con objetos de cierto tipo, adquiridos en distintos periodos y por tanto tienen distintos costos. El comerciante estima el costo total en $30000. Para verificar tal estimación se tomaron 50 costos al azar, $x_1,x_2\ldots x_{50}$ de tales objetos se encontraron:

$$\sum x_i=900\,\$,\sum x_i^2=47450$$

SOLUCIÓN:

a) Si la estimación puntual de la media de la población es \$18, ¿se puede afirmar con confianza del 97% que el error máximo de esta estimación es menor que \$5?

Dado a que $n \geq 30,$ usaremos el estadístico de ''z''. Sabemos que el error máximo de estimación es: $e \leq \frac{z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$,

Sabemos que $1-\alpha=0.97 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.985$ luego $z_{(0.985)}$ lo ubicamos en la tabla z y se verifica que $z_{(0.985)}=2.17$,

Además sabemos que $\acute{x}=\frac{\sum x_i}{n}=18,$

σ se estima a:

$$\hat{s}=\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n-1}-\frac{n\acute{x}^2}{n-1}} \equiv 25,$$

Entonces el error máximo seria $e \leq \frac{z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \hat{s}}{\sqrt{n}} \rightarrow e \leq 7.67$. Entonces no se puede afirmar que el error máximo de estimación es menor que 5

b) Suponga que el depósito cuenta con 2000 objetos. Desarrolle un intervalo de confianza del 97% para el costo total. Usando este intervalo, ¿se puede aceptar como válida la estimación del comerciante?

El intervalo de confianza es:

$$\acute{x} \mp z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \times \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=18 \mp 2.17 \times \frac{25}{\sqrt{50}} \cdot \sqrt{\frac{2000-50}{2000-1}}=18 \mp 7.57$$

Luego el costo total estimado será el intervalo $2000 \times (18 \mp 7.57)$ de donde se verifica que efectivamente al pertenecer \$30000 a este intervalo decimos que es válida la estimación del comerciante.

20. Se va a realizar una encuesta de una muestra para estimar la media semanal de gastos en cigarrillos de los fumadores continuos quienes constituyen una población de tamaño 3000. Una encuesta piloto revela que la

desviación estándar de la muestra es $5.El patrocinador de la encuesta quiere que el estimado de este dentro de un rango de $2.4 con nivel de confianza del 95%. Si la encuesta tiene un gasto fijo de $2000 más un gasto de $2 por entrevista de la muestra. ¿Cuánto le cuesta al patrocinador este trabajo?

SOLUCIÓN:

Datos:

$N=3000$ $\sigma=5$ $R=2.4$ $1-\alpha=0.95 \rightarrow z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}=z_{(0.975)}=1.96$ $n=?$ Como conocemos σ usaremos la prueba ''z'' sabemos que el intervalo de confianza de la media maestral es

$$\left[\acute{x}-z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\times\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}};\acute{x}+z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\times\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right]$$

Como el rango de la media estimada debe ser 2.4 entonces restamos límite superior menos el inferior e igualamos a 2.4

$$2\times z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=2.4\rightarrow 2\times 1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{3000-n}{2999}}=2.4,$$

Despejando n de la ecuación obtendremos que $n\equiv 65$

21. Se quiere estimar μ con un error máximo de estimación $e=3$ de una población de tamaño $N=1000$, halle el tamaño de la muestra necesaria si se sabe que los valores de la población varia en un rango de R=100

SOLUCIÓN:

Datos:

$N=1000$ $e=3$ $R=100$

Dado a que no se conoce la varianza pero si se sabe el rango de variación de los datos, entonces esta se puede aproximar por

$$\sigma=\frac{Rango}{6}\,o\,\frac{Rango}{4}\rightarrow\sigma=\frac{100}{4}=25$$ y

El tamaño de la muestra se calcula por la fórmula:

$$n=\frac{N\sigma^2}{\sigma^2+\frac{e^2}{4}(N-1)}=\frac{1000.25^2}{25^2+\frac{3^2}{4}(999)}=217.561\equiv 218$$

27. Un trabajo asignado a un grupo de estudiantes consiste en realizar una encuesta para estimar la proporción de consumidores de vino nacional. Se quiere que la estimación esté dentro del 2% de la proporción de la población con un nivel de confianza del 95%. Una encuesta piloto realizada por el grupo, revela que 6 de cada 10 consumidores de vino consume vino nacional. ¿Cuál es el tamaño de la muestra requerida?

SOLUCIÓN:

De la encuesta piloto tenemos que el 60% consume vino nacional y el 40% no consume vino nacional.

Tenemos que:

$$n=\frac{\left(z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2\overline{p}(1-\overline{p})}{e^2}$$

Para $1-\alpha=0.95$, obtenemos: $z_{1-\frac{\alpha}{2}}=z_{0.975}=1.96$. Luego, se tiene una confianza del 95% que el error al estimar p no será mayor que 0.05 si el tamaño de la muestra es al menos,

$$n=\frac{(1.96)^2(0.4)(0.6)}{(0.02)^2}=2305$$

Rpta: El tamaño de la muestra es de 2305

28. Un grupo de investigación quiere estimar la proporción de estudiantes universitarios no graduados de una población de 10000 egresados. El estimado de la proporción de la población debe estar dentro de $\pm$ 0.048 con nivel de confianza del 95%. ¿Qué tan grande es la muestra que se requiere?

SOLUCIÓN:

Nivel de confianza al 95% ⟶α = 0.05

$$Z_{1-\alpha/2}=Z_{0.975}=1.96$$

$$\pm\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \hat{\sigma}_{\overline{p}}\right) = \pm(0.048)$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \hat{\sigma}_{\overline{p}} = 0.048$$

$$1.96 \times \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = 0.048$$

$$\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = 0.02448979592$$

Además:

$$e = Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

$$e = 1.96(0.02448979592)$$

$$e = 0.048$$

Entonces la muestra será:

$$n = \frac{(Z_{1-\alpha/2})^2 \sigma}{4e^2}$$

$$n = \frac{(1.96)^2 \sigma}{4(0.048)^2}$$

$$n = 416.8402778$$

Rpta: La muestra es de 417.

29. El gerente de comercialización de la empresa “P&C” quiere realizar una encuesta para determinar la proporción de hogares que tienen internet. Encarga el estudio del tamaño de la muestra a un practicante de estadística. ¿Cuál de las siguientes tres opciones debería elegir el estudiante si se quiere minimizar el costo y el tiempo para realizar la encuesta?

a) Con un error no mayor a 2% y con un nivel de confianza del 98%

b) En $\pm$ 2% y con un nivel de confianza del 90%

c) En un intervalo de amplitud 10% y con confianza del 95%

SOLUCIÓN:

a) Nivel de confianza del 0.98 $\longrightarrow$ α = 0.02

$Z_{1-\alpha/2}=Z_{0.99}=2.33$

$$n=\frac{(Z_{1-\alpha/2})^2\sigma}{4e^2}$$

$$n=\frac{(2.33)^2\sigma}{4(0.02)^2}$$

$$n=3393.06\cong 3394$$

b) Nivel de confianza del 0.90 ⟶ α = 0.10

$Z_{1-\alpha/2}=Z_{0.95}=1.645$

$$n=\frac{(Z_{1-\alpha/2})^2\sigma}{4e^2}$$

$$n=\frac{(1.645)^2\sigma}{4(0.02)^2}$$

$$n=1691.27\cong 1692$$

c) Nivel de confianza del 0.95 ⟶ α = 0.05

$Z_{1-\alpha/2}=Z_{0.975}=1.96$

$$n=\frac{(Z_{1-\alpha/2})^2\sigma}{4e^2}$$

$$n=\frac{(1.96)^2\sigma}{4(0.10)^2}$$

$$n=96.4\cong 97$$

Rpta: Debe escoger c)

30. Dos candidatos A y B compiten como favoritos en las elecciones a Alcalde en Pamashto. Una encuesta a boca de urna reveló que el estimado de la proporción de la población a favor de A es 40% con un error de 3% al nivel de confianza del 95%, mientras que el estudio de la proporción de la población a favor de B va de 31% a 39% con nivel de confianza del 95%, ¿cuál de los dos candidatos sería el ganador absoluto?

SOLUCIÓN:

Para el candidato A:

$$\overline{p}=0.40$$

Nivel de confianza del 0.95 ⟶ α = 0.05

$$Z_{1-\alpha/2}=Z_{0.975}=1.96$$

La muestra:

$$n=\frac{\left(Z_{1-\alpha/2}\right)^2\sigma}{4e^2}$$

$$n=\frac{(1.96)^2\sigma}{4(0.03)^2}$$

$$n=1067.11111\cong 1068$$

Entonces el error estándar estimado es:

$$\hat{\sigma}_{\overline{p}}=\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}=\sqrt{\frac{(0.4)(0.6)}{1068}}=0.01499063378$$

Los límites de confianza de p serán:

$$\overline{p}\pm\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\hat{\sigma}_{\overline{p}}\right)=0.40\pm(1.96\times 0.01499063378)=0.40\pm 0.02938164221$$

El intervalo de confianza a favor de A con un nivel de confianza del 95% es $[37.06\ ,42.94]$

Nos dicen que el intervalo de confianza a favor de B con un nivel de confianza del 95% es $[31\ ,39]$

Como los dos intervalos no tienen intersección nula, no podemos dar a un candidato como ganador, tenemos un empate técnico.

Rpta: Cualquiera pues hay empate técnico

31. Un auditor toma una muestra aleatoria de 400 cuentas por cobrar y encuentra que 320 de ellas tiene deudas de al menos $700. Determine el nivel de confianza.

a) Si el porcentaje de todas las cuentas por cobrar de al menos $700 se estima de 75.76% a 84.24%.

b) Si todas las cuentas por cobrar de al menos $700 de un total de 10000 cuentas por cobrar se estima en el intervalo [7543, 8457].

SOLUCIÓN:

a) Tenemos que el intervalo de confianza es $[75.76\,,84.24]$

Entonces:

$$\overline{p}=0.80$$

$$\overline{p}+\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\hat{\sigma}_{\overline{p}}\right)=0.8424$$

$$0.80+\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right)=0.8424$$

$$0.80+\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\sqrt{\frac{(0.8)(0.2)}{400}}\right)=0.8424$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=2.12$$

$$1-\frac{\alpha}{2}=0.983$$

$$\alpha=0.034$$

$$1-\alpha=0.966$$

b) Tenemos que el intervalo de confianza es $\left[\frac{7543}{10000},\frac{8457}{10000}\right]$

Intervalo de confianza: $[0.7543,0.8457]$

$$\overline{p}=0.80$$

$$\overline{p}+\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\hat{\sigma}_{\overline{p}}\right)=0.8457$$

$$0.80+\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right)=0.8457$$

$$0.80+\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\sqrt{\frac{(0.8)(0.2)}{400}}\right)=0.8457$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=2.285$$

$$1-\frac{\alpha}{2}=0.9887$$

$$\alpha=0.0226$$

$$1-\alpha=0.9774\cong 0.98$$

Rpta: a) 0.966. b) 0.98.

32.- Un fabricante estima en 5% la proporción de piezas defectuosas de las 5,000 producidas.

a. Para confirmar esta estimación primero se debe escoger una muestra aleatoria. Si usted está encargado del cálculo, ¿qué tamaño de muestra recomendaría si se quiere una confianza del 95% que el error de la estimación no sea superior a 0.047?

b. Si se escoge el mínimo tamaño de la muestra que usted recomienda y en ella se encuentran 40 piezas defectuosas, ¿se puede inferir que la estimación del fabricante es coherente con la estimación efectuada a partir de la muestra aleatoria. al nivel de confianza del 95%?

c. ¿Qué probabilidad existe de que al realizarse cálculos de intervalos con 20 muestras de tamaño 400 la estimación de la proporción de la población siempre esté contenido en los intervalos de confianza del 95% hallado?

SOLUCIÓN:

a)

n=?
N=5000 población total
IC =95% por lo tanto $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=1.96$

e= 0.047
Asumimos: p=0.5=q

Hallamos el tamaño de muestra cuando se conoce la población total

$$n=\frac{N\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2 pq}{N\left(e^2\right)+\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2 pq}=\frac{5000\left(1.96^2\right)(0.5)(0.5)}{5000\left(0.047^2\right)+\left(1.96^2\right)(0.5)(0.5)}=399.986\cong 400$$

b)

n=400

$p=\frac{40}{400}=0.1$ Donde $1-p=q$ entonces $q=0.9$

IC=95% entonces $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=1.96$

Estimamos el error estándar

$$\sigma_p=\sqrt{\frac{p(q)}{n}}=\sqrt{\frac{0.1(0.9)}{400}}=0.015$$

Los límites de p superior e inferior son:

$$p\mp\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)\sigma_p=0.1\mp 1.96(0.015)=0.1\mp 0.0294$$

$$p\in[7.06\ ;12.94\ ]\, en\, un\, IC=95$$

Concluimos que el 5% no está dentro del IC=95%

c)

$$1.96^{20}=0.358$$

33.- Es común usar aceros inoxidables en las plantas químicas para manejar fluidos corrosivos. Sin embargo. Estos aceros tienen especial susceptibilidad al agotamiento por corrosión causada por esfuerzos en ciertos entornos. En una muestra de 295 fallas de aleaciones de acero que ocurrieron en refinerías y plantas petroquímicas durante los últimos 10 años. 118 se debieron a agrietamientos por corrosión causada por esfuerzos y fatiga de corrosión.

a. Estime la ‘verdadera proporción de fallas de aleaciones causadas por agrietamiento por corrosión debida a esfuerzos y fatigas de corrosión de manera que pueda atribuirle una confianza del 95% a dicha estimación.

b. Si seleccionáramos repetidamente muestras de tamaño 295 fallas de aleaciones y estableciéramos un intervalo de confianza del 95%, basado en cada uno de las muestras, qué porcentaje de tales intervalos no contendrían el verdadero valor de la proporción de fallas de aleaciones causadas por esfuerzos y fatiga de corrosión’.

SOLUCION:

a)

n=295

IC del 95% entonces $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=1.96$

p=q=0.5

Estimamos el error estándar

$$\sigma_p=\sqrt{\frac{p(q)}{n}}=\sqrt{\frac{0.5(0.5)}{295}}=0.029$$

Los límites de p superior e inferior son:

$$p\mp\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)\sigma_p=0.5\mp1.96(0.029)=0.1\mp0.057$$

$$p\in[0.443;0.557]\, en\, un\, IC=95$$

b) Por definición será el 0.05= 5%

34.- El instituto de estadística del gobierno quiere realizar un estudio socioeconómico de comerciantes minoristas de Lima, Una muestra piloto grande reveló que el ingreso mensual tiene una media de S400, una desviación estándar de S50 y que la proporción de comerciante minoristas con ingresos superiores a S600 era de ochenta por ciento.

a. ¿Qué tamaño de muestra de comerciantes minoristas se debe seleccionar para estimar la media con un error de S7 y confianza 97%?

b. ¿Qué tamaño de muestra de comerciantes minoristas se debe seleccionar para estimar la proporción de comerciantes minoristas con ingresos superiores a S600 con un error de 5% y confianza 97%?

c. ¿Cuántos comerciantes minoristas se deberían seleccionar para estimar la proporción de aquellos que tienen ingresos superiores a 600 si desconoce las estadísticas de la muestra piloto?

SOLUCION:

a)

$\sigma=50$

Proporción para minoristas con ingresos superiores a 600 es de 80%
p=80%=0.8
q=0.2

Para un IC de 97% tenemos $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=2.17$

e=7

Calculamos el tamaño de la muestra

$$n=\frac{\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2 pq}{e^2}=\frac{\left(2.17^2\right)(0.8)(0.2)}{7^2}=240.25\cong 241$$

b)

IC de 97% entonces $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=2.17$

p=0.8

q=0.2

e=5%=0.05

Calculamos el tamaño de la muestra

$$n=\frac{\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2 pq}{e^2}=\frac{\left(2.17^2\right)(0.8)(0.2)}{0.05^2}=301.36\cong 302$$

c)

$$\acute{X}=400$$

$$e=\frac{1}{\sqrt{\acute{X}}}$$

IC del 97% entonces $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=2.17$

p=0.5

q=0.5

Calculamos el error

$$e=\frac{1}{\sqrt{\acute{X}}}=\frac{1}{\sqrt{400}}=0.05$$

Calculamos el tamaño de la muestra

$$n=\frac{\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2 pq}{e^2}=\frac{\left(2.17^2\right)(0.5)(0.5)}{0.05^2}=470.89\cong 471$$

35.- Una empresa encuestadora quiere estimar el rating de una telenovela en una población que consiste de 5000 hogares con T V.

a. ¿Qué tan grande debería ser la muestra si se desea que el estimado del porcentaje de la población que miran la telenovela tenga un error de 5% con nivel de confianza 0.95?

b. Desarrolle un intervalo del 95% para el porcentaje de la población que ‘miran la telenovela si una muestra aleatoria del tamaño mínimo calculado en a) reveló que el 20% miran esa telenovela.

SOLUCION:

a)

N=5000
E=5%=0.05

$1-\propto=0.95$ Entonsces $Z_{1-\frac{\propto}{2}}=1.96$

p=q=0.5
Calculamos el tamaño de muestra cuando se conoce la población total:

$$n=\frac{N\left(Z_{1-\frac{\propto}{2}}\right)^2 pq}{N\left(e^2\right)+\left(Z_{1-\frac{\propto}{2}}\right)^2 pq}=\frac{5000\left(1.96^2\right)(0.5)(0.5)}{5000\left(0.05^2\right)+\left(1.96^2\right)(0.5)(0.5)}=356.75\cong 357$$

b)

IC del 95% entonces $Z_{1-\frac{\propto}{2}}=1.96$

n= 357
p=20%=0.2 Donde q=1-p=1-0.2=0.8
p=0.2 y q=0.8
Estimamos el error estándar

$$\sigma_p=\sqrt{\frac{p(q)}{n}}=\sqrt{\frac{0.2(0.8)}{357}}=0.021$$

Los límites de p superior e inferior son:

$$p\mp\left(Z_{1-\frac{\propto}{2}}\right)\sigma_p=0.2\mp 1.96(0.021)=0.2\mp 0.04$$

36.- En una encuesta se entrevistó a una muestra de 150 personas de un total de 1500 para que expresen sus opiniones respecto a un proyecto local. La muestra reveló que 45 están de acuerdo, 75 están en contra y el resto de la muestra no opina. Si se infiere que entre 315 y 585 personas del total de dicha población están de acuerdo, ¿qué nivel de confianza se empleó?

SOLUCION:

N=1500
n=150

$p=\frac{45}{150}=0.3$ Entonces $q=0.7$

Estimamos el error estándar

$$\sigma_p=\sqrt{\frac{p(q)}{n}}=\sqrt{\frac{0.3(0.7)}{150}}=0.037$$

Por lo tanto:

$$p \mp \left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)\sigma_p = 0.3 \mp Z_{1-\frac{\alpha}{2}}(0.037)$$

Las personas que están de acuerdo están inferidas entre 315 y 585

$$315 = 1500\left(0.3 \mp Z_{1-\frac{\alpha}{2}}(0.037)\right)$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 0.205$$

El nivel de significancia será 0.9878

42. Un inversionista hace un estudio con el fin de elegir una de las dos ciudades Trujillo o Piura para abrir un centro comercial. En una muestra de 21 hogares de la ciudad de Trujillo halló: $\acute{x}_1 = \$400$, $\hat{s}_1 = \$120$. En otra muestra de 16 hogares de la ciudad de Piura halló: $\acute{x}_2 = \$380$, $\hat{s}_2 = \$60$. Suponga poblaciones normales con varianza diferentes. Usando un intervalo de confianza del 95%. ¿En cuál de las dos ciudades debería abrir la sucursal?

SOLUCIÓN:

Si $\acute{x}_1 = \$400$, $\hat{s}_1 = \$120$, $\acute{x}_2 = \$380$ y $\hat{s}_2 = \$60$. Entonces la diferencia de las medias muestrales es:

$$\acute{x}_1 - \acute{x}_2 = 400 - 380 = 20$$

El error típico de la diferencia de medias es:

$$ET = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$ET = \sqrt{\frac{120^2}{21} + \frac{60^2}{16}}$$

$$ET = 30.17804311 \cong 30.178$$

El número de grados de libertad es:

$$r=\frac{\left[\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{s_1^2}{n_1}\right]^2}{n_1-1}+\frac{\left[\frac{s_2^2}{n_2}\right]^2}{n_2-1}}$$

$$r=\frac{\left[\frac{120^2}{21}+\frac{60^2}{16}\right]^2}{\frac{\left[\frac{120^2}{21}\right]^2}{20}+\frac{\left[\frac{60^2}{16}\right]^2}{15}}$$

$$r=30.84970111\cong 31$$

Por lo que el $t_{0.975,31}=2.02034$. Entonces, los límites de confianza inferior y superior aproximados de $\mu_1-\mu_2$, están dados por:

$$(\acute{x}_1-\acute{x}_2)\mp t_o*ET=20\mp(2.02034*30.178)=20\mp 60.969$$

Entonces el intervalo de confianza del 95% para $\mu_1-\mu_2$ es:

$$-40.969\leq\mu_1-\mu_2\leq 80.969$$

Dado que $\mu_1-\mu_2=0\in[-40.969,80.969]$ podemos concluir que $\mu_1=\mu_2$, por tanto, en cualquiera de las dos ciudades podría abrir la sucursal.

43. El gerente de ventas de “REPLY” estudia el monto de los pagos con tarjetas de crédito en sus locales de Jockey Plaza y San Miguel. Para realizar este trabajo, se escogieron dos muestras aleatorias de 13 y 11 días resultando los siguientes pagos en dólares con tarjeta de crédito:

Jockey Plaza:	400, 410, 420, 380, 390, 400, 410, 405, 405, 400, 410, 415, 405.
San Miguel:	390, 395, 380, 390, 400, 380, 370, 390, 380, 395, 390.

Estos datos revelan además que las dos poblaciones de ventas tienen distribución normal con varianzas homogéneas.

Halle un intervalo de confianza de 95% para la diferencia de las dos medias de las poblaciones, ¿Se puede inferir que son iguales las medias de las dos poblaciones?

SOLUCIÓN:

Hallamos:

$\mu_1 = 403.8462 \, \mu_2 = 387.2727 \, s_1 = 10.0295 \, s_2 = 8.3567$

Se obtiene:

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1) \, x \, S_1^2 + (n_2 - 1) \, x \, S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$S_c^2 = \frac{12 \, x \, 10.0295^2 + 10 \, x \, 8.3567^2}{13 + 11 - 2}$$

$$S_c^2 = 86.6107$$

El error típico de la diferencia de medias es:

$$ET = \sqrt{\frac{s_c^2}{n_1} + \frac{s_c^2}{n_2}} \qquad ET = \sqrt{\frac{86.6107}{13} + \frac{86.6107}{11}} \qquad ET = 3.8126$$

Los grados de libertad son:

$$n_1 + n_2 - 2 = 13 + 11 - 2 = 22$$

Por lo que el $t_{0.975,22} = 2.0739$ .Entonces, los límites de confianza inferior y superior aproximados de $\mu_1 - \mu_2$, están dados por:

$$(\acute{x}_1 - \acute{x}_2) \mp t_o * ET = (403.8462 - 387.2727) \mp (2.0739 * 3.8126) = 16.5735 \mp 7.9069$$

Entonces el intervalo de confianza del 95% para $\mu_1 - \mu_2$ es:

$$8.6666 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 24.4804$$

Dado que $\mu_1 - \mu_2 = 0 \in [8.6666, 24.4804]$ podemos concluir que $\mu_1 \neq \mu_2$, por tanto, se puede inferir que no son iguales las medias de las dos poblaciones.

44. Un hipermercado está estudiando la venta diaria de pollos a la brasa en dos de sus locales Independencia y Rímac. Dos muestras aleatorias de ventas de 13 días dieron los siguientes números de pollos vendidos:

Independencia:	12, 17, 14, 18, 09, 19, 10, 20, 15, 12, 16, 09, 14
Rímac:	12, 14, 13, 11, 12, 15, 14, 15, 11, 13, 12, 11, 14

Las muestras revelaron además que las dos poblaciones de ventas son normales con varianza diferentes. Utilizando un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de las dos medias poblacionales, ¿Es válido inferir que las dos poblaciones tienen medias iguales?

SOLUCIÓN:

Si $\acute{x}_1=14.2308$, $s_1=3.5551$, $\acute{x}_2=12.8462$ y $s_2=1.4058$. Entonces la diferencia de las medias muestrales es:

$$\acute{x}_1-\acute{x}_2=14.2308-12.8462=1.3846$$

El error típico de la diferencia de medias es:

$$ET=\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$ET=\sqrt{\frac{3.5551^2}{13}+\frac{1.4058^2}{13}}$$

$$ET=1.060297841\cong 1.0603$$

El número de grados de libertad es:

$$r=\frac{\left[\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{s_1^2}{n_1}\right]^2}{n_1-1}+\frac{\left[\frac{s_2^2}{n_2}\right]^2}{n_2-1}}$$

$$r=\frac{\left[\frac{3.5551^2}{13}+\frac{1.4058^2}{13}\right]^2}{\frac{\left[\frac{3.5551^2}{13}\right]^2}{12}+\frac{\left[\frac{1.4058^2}{13}\right]^2}{12}}$$

$$r=15.66322605\cong 16$$

Por lo que el $t_{0.975,16}=2.1199$. Entonces, los límites de confianza inferior y superior aproximados de $\mu_1-\mu_2$, están dados por:

$$(\acute{x}_1-\acute{x}_2)\mp t_o*ET=1.3846\mp(2.1199*1.0603)=1.3846\mp 2.2477$$

Entonces el intervalo de confianza del 95% para $\mu_1-\mu_2$ es:

$$-0.8631\leq\mu_1-\mu_2\leq 3.6323$$

Dado que $\mu_1-\mu_2=0\in[-0.8631,3.6323]$ podemos concluir que $\mu_1=\mu_2$, por tanto, se puede inferir que son iguales las medias de las dos poblaciones.

45. Se registraron los pesos de 15 mujeres antes de comenzar y después de terminar una dieta que tuvo una duración de 4 semanas. Los datos que se registraron en parejas, dieron las medias: $\acute{x}_1=70\,kg.$, $\acute{x}_2=66\,kg.$, y la desviación estándar de las diferencias de pesos antes y después: $\widehat{S}_d=2\,kg.$ Además, la población de la diferencia de pesos tiene distribución normal. Use un intervalo de confianza del 95% para determinar si realmente la dieta baja 5kg. promedio por semanas.

SOLUCIÓN:

Si $n=15$ $x\ N(\mu,\sigma^2)\,x_1=70\,kg\,x_2=66\,kg\,\widehat{S}_d=2\,kg$:

$$\hat{d}=x_1-x_2=70-66=4$$

Con un nivel de significancia de $95\rightarrow\alpha=0.05$:

$$I_c = \hat{d} \pm \frac{t_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, n-1\right)} * \widehat{S_d}}{\sqrt{n}}$$

$$I_c = 4 \pm \frac{t_{\left(1-\frac{0.05}{2}, 15-1\right)} * 2}{\sqrt{15}}$$

$$I_c = 4 \pm \frac{2.145 * 2}{\sqrt{15}}$$

$$I_c = 4 \pm 1.1077$$

Entonces el intervalo de confianza del 95% para $\mu_1 - \mu_2$ es:

$$2.8923 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 5.1077$$

Dado que $\mu_1 - \mu_2 = \mu_0 = 5 \in [2.8923, 5.1077]$ podemos concluir que $\mu_1 - \mu_2 = \mu_0$, por tanto, se puede determinar que la dieta baja 5kg. promedio por semanas.

46. La empresa de transporte de carga interprovincial “CARGO” debe de decidir si compra la marca A o la marca B de neumáticos para su flota de camiones. Para esto hace un estudio de rendimiento, asignando un neumáticos de cada marca a las ruedas delanteras de 10 camiones y se registran en miles de kilómetros las siguientes distancias:

Camiones	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Marca A	50	47	38	44	35	36	44	48	46	48
Marca B	45	43	30	39	35	31	42	44	37	46

Los resultados del experimento revelan que las diferencias de las distancias se distribuyen en forma normal.
Utilizando un intervalo de confianza del 99% para la diferencia de las dos medias ¿Se puede concluir que los promedios de rendimiento son iguales en ambas marcas?

SOLUCIÓN:

Hallamos:

$$\mu_1 = 43.6 \, \mu_2 = 39.2 \, s_1 = 5.1029 \, s_2 = 5.4736$$

Se obtiene:

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1)\, x\, S_1^2 + (n_2 - 1)\, x\, S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$S_c^2 = \frac{9\, x\, 5.1029^2 + 9\, x\, 5.4736^2}{10 + 10 - 2}$$

$$S_c^2 = 27.9999$$

El error típico de la diferencia de medias es:

$$ET = \sqrt{\frac{s_c^2}{n_1} + \frac{s_c^2}{n_2}} \qquad ET = \sqrt{\frac{27.9999}{10} + \frac{27.9999}{10}}$$

$$ET = 2.3664$$

Los grados de libertad son:

$$n - 1 = 10 - 1 = 9$$

Por lo que el $t_{0.995,9} = 3.2498$ .Entonces, los límites de confianza inferior y superior aproximados de $\mu_1 - \mu_2$, están dados por:

$$I_c = \hat{d} \pm \frac{t_{\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right)} * \widehat{S_d}}{\sqrt{n}}$$

$$I_c = 4.4 \pm \frac{t_{\left(1 - \frac{0.01}{2}, 9\right)} * 2.3664}{\sqrt{10}}$$

$$I_c = 4.4 \pm \frac{3.2498 * 2.3664}{\sqrt{10}}$$

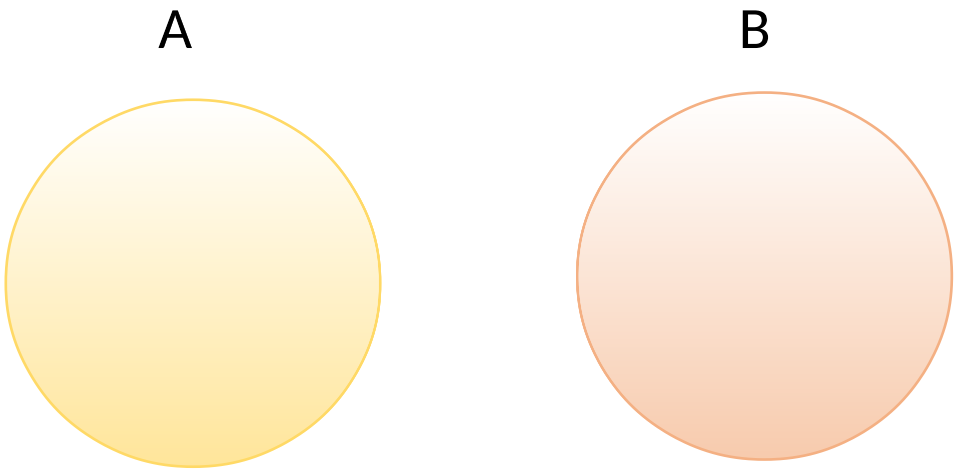
$$I_c = 4.4 \pm 2.4319$$

Entonces el intervalo de confianza del 99% para $\mu_1 - \mu_2$ es:

$$1.9681 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 6.8319$$

Dado que $\mu_1 - \mu_2 = 0 \in [1.9681, 6.8319]$ podemos concluir que $\mu_1 \neq \mu_2$, por tanto, se puede concluir que los promedios de rendimiento son iguales en ambas marcas.

47. La firma "PERUDIS" distribuye dos marcas de cerveza. En una reciente encuesta se encontró que 60 de 120 prefieren la marca A y 50 de 80 prefieren la marca B. Use un intervalo de confianza del 99% para la diferencia de proporciones con el fin de determinar si son diferentes las proporciones de preferencias poblacionales de las marcas de cerveza.



SOLUCIÓN:

Intervalo de confianza al 99% $\rightarrow \propto = 0.01$

$$Z_0 = Z_{1-\frac{\propto}{2}} = Z_{0.95} = 2.575$$

$$I_c = (\acute{P}_1 - \acute{P}_2) \pm Z_0 . \sqrt{\frac{\acute{P}_1 . \acute{q}_1}{n_1} + \frac{\acute{P}_2 . \acute{q}_2}{n_2}}$$

$$I_c = (0.5 - 0.625) \pm 2.575 . \sqrt{\frac{(0.5).(0.5)}{120} + \frac{(0.625).(0.375)}{80}}$$

$$I_c = -0.125 \pm 0.18$$

$$-0.305 \leq P_1 - P_2 \leq 0.055$$

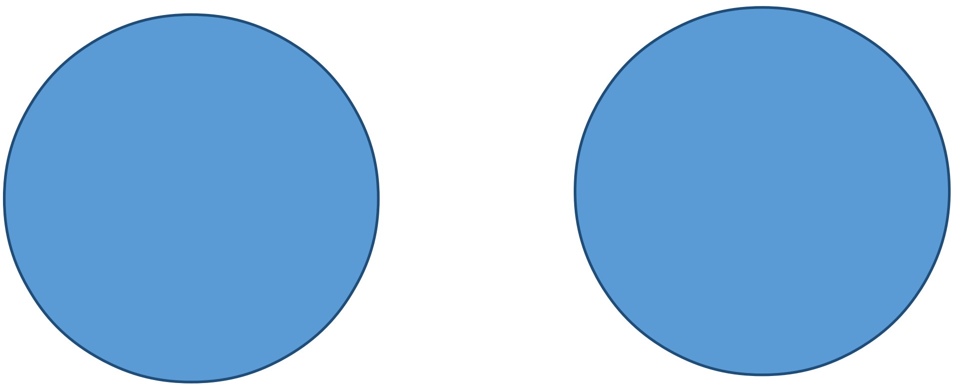
No son diferentes, porque:

$$P_1 - P_2 = 0 \in \quad I_c$$

48. En octubre, 160 personas de una muestra aleatoria de tamaño 400 aprobaron la gestión de un líder político. Dos meses más tarde, en diciembre, la mitad de otra muestra aleatoria de tamaño 500, independiente de la anterior, rechazaba tal gestión. Con un intervalo de confianza del 98%, ¿podemos concluir que dicho líder es aceptado igualmente en diciembre que en octubre?

SOLUCIÓN:

OCTUBRE DICIEMBRE



Intervalo de confianza al 98% $\rightarrow \propto = 0.02$

$$Z_0 = Z_{1-\frac{\propto}{2}} = Z_{0.99} = 2.32$$

$$I_c = \left(\acute{P}_1 - \acute{P}_2\right) \pm Z_0 . \sqrt{\frac{\acute{P}_1 . \acute{q}_1}{n_1} + \frac{\acute{P}_2 . \acute{q}_2}{n_2}}$$

$$I_c = (0.4 - 0.5) \pm 2.32 . \sqrt{\frac{(0.4).(0.6)}{400} + \frac{(0.5).(0.5)}{500}}$$

$$I_c = -0.1 \pm 0.077$$

$$I_c = [-0.177 ; -0.022]$$

$$-0.177 \leq P_1 - P_2 \leq -0.022$$

No aceptado igualmente, porque: $P_1 - P_2 = 0 \rightarrow no \in \quad I_c$

49. La agencia de publicidad “AVISO” realizo un aviso para comprobar la efectividad de un anuncio por la radio de dos distritos. Después de difundir el aviso durante una semana, se realizó una encuesta a 900 personas seleccionadas al azar en cada uno de los distritos y se les pregunto si escucharon el aviso. ¿Qué nivel de confianza se usó?

SOLUCIÓN:

$I_c : [-0.0162 ; 0.0562]$

Inferior: $I_c = (\acute{P}_1 - \acute{P}_2) - Z_0 \cdot \sqrt{\frac{\acute{P}_1 \cdot \acute{q}_1}{n_1} + \frac{\acute{P}_2 \cdot \acute{q}_2}{n_2}} = -0.0162$

Reemplazando:

$$(0.2 - 0.18) - Z_0 \cdot \sqrt{\frac{(0.2).(0.8)}{900} + \frac{(0.18).(0.82)}{900}} = -0.0162$$

$$0.0362 = Z_0 (0.0185)$$

$$1.9567 = Z_0$$

$$1.96 = Z_{0.975}$$

$$Z_{0.975} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$0.975 = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha = 0.05$$

Nivel de confianza usado = 1- $\propto$ =0.95

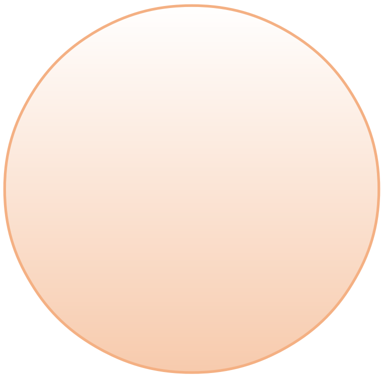
50. Dos muestras aleatorias de 250 mujeres y 200 hombres indicaron que 75 mujeres y 80 hombres consumen un nuevo producto unisex que acaba de salir al mercado, utilizando un intervalo de confianza del 95%, ¿se puede aceptar que es igual la proporción de preferencias de mujeres y hombres en toda la población?, si no es así ¿Cuál es la relación?

SOLUCIÓN:

Intervalo de confianza al 95% $\rightarrow \propto = 0.05$

MUJERES

HOMBRES



$$Z_0 = Z_{1-\frac{\propto}{2}} = 1.96$$

$$I_c = \left(\hat{P}_1 - \hat{P}_2\right) \pm Z_0 . \sqrt{\frac{\hat{P}_1 . \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{P}_2 . \hat{q}_2}{n_2}}$$

$$I_c = (0.3 - 0.4) \pm 1.96 . \sqrt{\frac{(0.3).(0.7)}{250} + \frac{(0.4).(0.6)}{200}}$$

$$I_c = -0.1 \pm 0.889$$

$$I_c = [-0.189 ; -0.011]$$

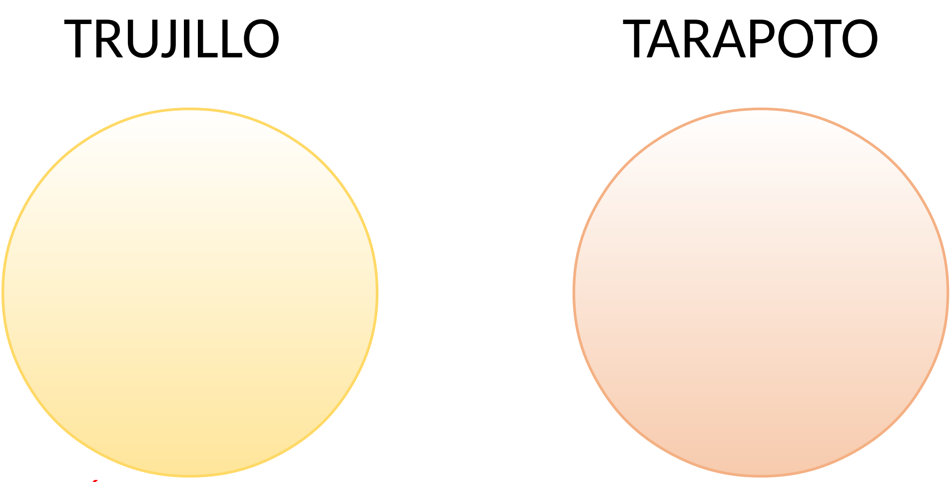
$$-0.189 \leq P_1 - P_2 \leq -0.011$$

No tienen igual proporción, porque:

$$P_1 - P_2 = 0 \; no \in \quad I_c$$

Relación: $P_1 < P_2$, porque hay valores negativos en el I_c

51. En una muestra de 500 hogares de Trujillo se encontró que 50 de ellos se encuentran vía satélite un programa especial de televisión. En Tarapoto, 30 hogares de una muestra aleatoria de 400 se estaban viendo el mismo programa especial. Desarrolle un intervalo de confianza de 95% para la diferencia de intervalos reales. ¿Puede rechazarse la suposición del patrocinador de que el porcentaje de hogares que están observando el programa especial es el mismo en las dos ciudades?



SOLUCIÓN:

Intervalo de confianza al 95% $\rightarrow \propto = 0.05$

$$Z_0 = Z_{1-\frac{\propto}{2}} = 1.96$$

$$I_c = (\acute{P}_1 - \acute{P}_2) \pm Z_0 . \sqrt{\frac{\acute{P}_1 . \acute{q}_1}{n_1} + \frac{\acute{P}_2 . \acute{q}_2}{n_2}}$$

$$I_c = (0.1 - 0.075) \pm 1.96 . \sqrt{\frac{(0.1).(0.9)}{500} + \frac{(0.075).(0.925)}{400}}$$

$$I_c = -0.025 \pm 0.037$$

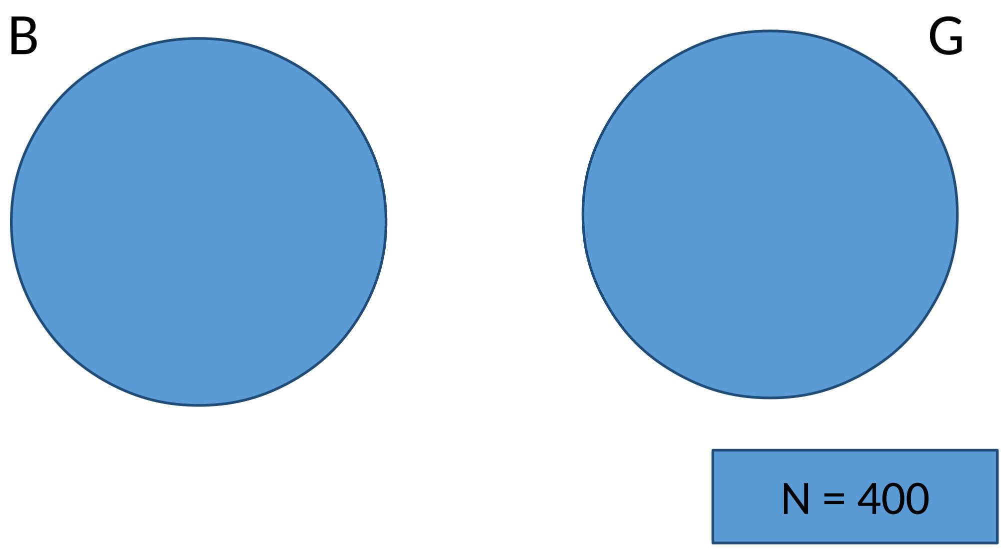
$$I_c = [-0.012 ; -0.062]$$

$$-0.012 \le P_1 - P_2 \le -0.062$$

Se acepta que $P_1 = P_2$, porque: $P_1 - P_2 = 0 \in \quad I_c$

52. En un estudio de mercado para determinar el rating de los programas de TV del mediodía una muestra aleatoria de 400 hogares reveló que 80 estaban sincronizando el programa B de TV, 120 sincronizando el programa G y el resto sincronizaban otra cosa. Desarrolle un intervalo de confianza del 98%, para la diferencia de proporciones. ¿Es la proporción global de televisores que sincronizan el programa B igual al que sincronizan G? Si no es así, ¿Cuál es la relación?

SOLUCIÓN:



Intervalo de confianza al 98% $\rightarrow \propto = 0.02$

$$Z_0 = Z_{1-\frac{\propto}{2}} = Z_{1-\frac{0.02}{2}} = Z_{0.99} = 2.33$$

$$I_c = (\acute{P}_1 - \acute{P}_2) \pm Z_0 . \sqrt{\frac{\acute{P}_1 . \acute{q}_1}{n_1} + \frac{\acute{P}_2 . \acute{q}_2}{n_2}}$$

$$I_c = (0.2 - 0.3) \pm 2.33 . \sqrt{\frac{(0.2).(0.8)}{400} + \frac{(0.3).(0.7)}{400}}$$

$$I_c = -0.1 \pm 2.33(0.0304)$$

$I_c = [-0.171 ; -0.029]$

$-0.171 \leq P_1 - P_2 \leq -0.029$

Notemos que no se da $P_1 = P_2 \rightarrow P_1 \neq P_2$

Si da intervalo negativo $\rightarrow P_1 < P_2$

53. En una muestra aleatoria e 13 tiendas se encontró que las ventas de la semana de un determinada producto de consumo popular tiene una desviación estándar $\hat{S} = \$6$. Estudios anteriores revelan que las ventas del producto tienen distribución normal. Estimo la varianza poblacional mediante un intervalo de confianza del 95%.

SOLUCIÓN:

$n = 13$

$\hat{S} = 6$

Intervalo de confianza al 95% $\rightarrow \propto = 0.05$

$\frac{\propto}{2} = 0.025$

$$\frac{(n-1)\hat{S}^2}{X^2_{1-\frac{\propto}{2}, n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)\hat{S}^2}{X^2_{\frac{\propto}{2}, n-1}}$$

$$\frac{(13-1)6^2}{X^2_{0.975, 12}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(13-1)6^2}{X^2_{0.025.12}}$$

$$\frac{432}{23.34} \leq \sigma^2 \leq \frac{432}{4.40}$$

$$18.51 \leq \sigma^2 \leq 98.18$$

54. Una muestra aleatoria de 16 sobres de cierto producto cuyos pesos se distribuyen normalmente ha dado una desviación estándar de0.6 gramos.

a) Halle un intervalo de confianza bilateral de 95% para la desviación estándar. ¿Es válido inferir que la desviación estándar delos pesos de tales sobres es 0.25?

b) Para un intervalo unilateral del 95% para la desviación estándar, ¿Qué tan grande puede ser la desviación estándar de los pesos?

SOLUCIÓN:

$n=16$

$\hat{S}=0.6$

a) Intervalo de confianza al 95% $\rightarrow \propto=0.05$

$\frac{\propto}{2}=0.025$

$$\frac{(n-1)\hat{S}^2}{X^2_{1-\frac{\propto}{2},n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)\hat{S}^2}{X^2_{1-\frac{\propto}{2},n-1}}$$

6
0.¿
¿
¿2
15.¿

$$\frac{(15).(0.6)^2}{X^2_{0.975,15}} \leq \sigma^2 \leq ¿$$

$$\frac{5.4}{27.49} \leq \sigma^2 \leq \frac{5.4}{6.26}$$

$$0.1964 \leq \sigma^2 \leq 0.8626$$

La desviación $0.4432 \leq \sigma \leq 0.9288$

No es válido decir que la desviación estándar es 0.25

b) Para un intervalo unilateral del 95% $\rightarrow \propto=0.05$

$n=16$

$\hat{S}=0.6$

$$\sigma^2 \leq \frac{(n-1)\hat{S}^2}{X^2_{\propto.n-1}}$$

$$\sigma^2 \leq \frac{15.(0.6)^2}{X^2_{0.05.15}}$$

$$\sigma^2 \leq \frac{5.4}{7.26}$$

$$\sigma^2 \leq 0.7438 \rightarrow VARIANZA$$

$$\sigma \leq 0.8624 \rightarrow DESVIACIÓN$$

55. Una gran corporación que realiza ventas de productos de consumo masivo decidió analizar la dispersión de las ventas semanales de un producto determinado en sus 400 tiendas. Tales ventas se distribuyen aproximadamente normal. Si en una muestra aleatoria de 15 de sus tiendas se encontró las siguientes ventas semanales en dólares:

700, 739, 695,710, 724, 715, 720, 723, 700, 750, 695, 760, 689, 735, 670.

Estime la desviación estándar de las ventas del producto mediante un intervalo de confianza del 95&.

SOLUCIÓN:

$$n = 15$$

$$\hat{S} = 24.454$$

Intervalo de confianza al 95% $\rightarrow \propto = 0.05$

$$\frac{\propto}{2} = 0.025$$

$$\frac{(n-1)\hat{S}^2}{X^2_{1-\frac{\propto}{2},n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)\hat{S}^2}{X^2_{\frac{\propto}{2},n-1}}$$

$$24.454¿^2$$

$$¿$$

$$(15-1).¿$$

$$\frac{(15-1).(24.454)^2}{X^2_{0.975,14}} \leq \sigma^2 \leq ¿$$

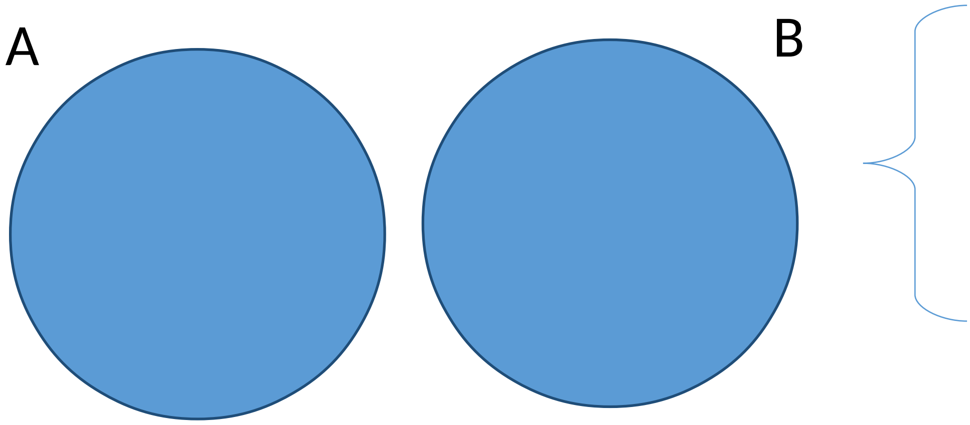
$$\frac{837109736}{26.12} \leq \sigma^2 \leq \frac{8371.9736}{5.63}$$

$$320.5196 \leq \sigma^2 \leq 1487.028$$

$$17.9 \leq \sigma \leq 378.562 \rightarrow DESVIACIÓN$$

56. Una de las maneras de medir el grado de satisfacción de los empleados de una misma categoría en cuanto a la policía salarial es a través de las varianzas de sus salarios. La fábrica A afirma ser más homogénea en la política salarial que la fábrica B. Para verificar esa afirmación, se escogieron una muestra aleatoria de 10 salarios de A y otra de 13 salarios de B, obteniendo las dispersiones $\hat{S}_A = 50$, $\hat{S}_B = 30$. Registros anteriores indican que los salarios de A y de B tienen distribuciones normales. ¿Cuál sería su conclusión si utiliza un intervalo del 95% para el cociente de las dos varianzas?

SOLUCIÓN:



A afirma ser más homogénea que B.

Intervalo al 95% $\rightarrow \propto = 0.05$

$$\frac{\widehat{S}_1^{\,2}}{\widehat{S}_2^{\,2}} f_{\frac{\propto}{2};r_2,r_1} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{\widehat{S}_1^{\,2}}{\widehat{S}_2^{\,2}} f_{1-\frac{\propto}{2};r_2,r_1}$$

$$\frac{50^2}{30^2} f_{0.025;12,9} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{50^2}{30^2} f_{0.975;12,9}$$

$$2.78 . \frac{1}{F_{0.975;9,\,12}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 2{,}78 . 3{,}87$$

$$\frac{2.78}{3.44} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 10.7586$$

$$0.81 \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 10.76$$

A si es más homogénea que B.

59.se selecccionó una muestra aleaotria de tamaño 64 de una poblacion con media µ y varianza 40^2 para realizar la prueba de la hipotesis: $H_0: \mu = 150$, contra $H_1: \mu < 150$

a) describa la regla de decision en la estadistica z, si la probabilidad de error tipo i es 0.015
b) si la media de la muestra resulta 141 ¿cual es la decision respecto a H_0?
c) halle el valor de la probabilidad P. interprete el significado

SOLUCION :

DATOS:

$\mu=150$

$\sigma=40$

$\acute{X} = 141$

$n=64$

$\propto = 0.015$

ENSAYO DE HIPÓTESIS:

$H_0: \mu = 150$

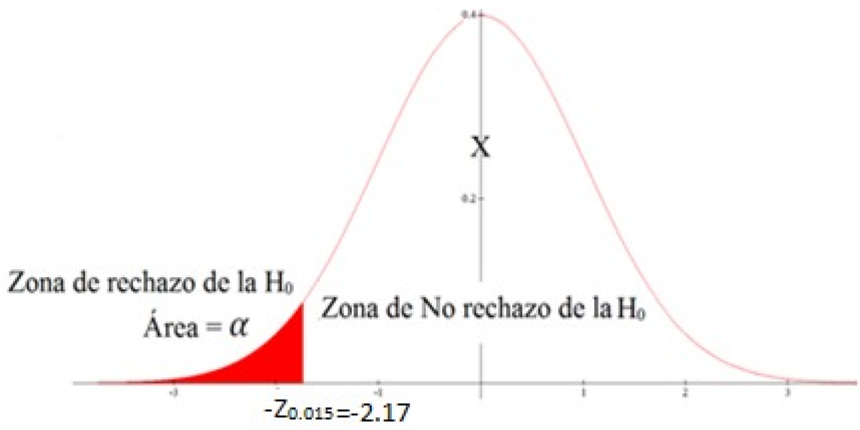
$H_1: \mu < 150$

CALCULOS:

$$Z_K = \frac{\acute{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{141 - 150}{40/\sqrt{64}} = -1.8$$

a) describa la regla de decision en la estadistica z, si la probabilidad de error tipo i es 0.015

REGION DE ACEPTACION Y RECHAZO:



Si $Z_K \geq -2.17$ No se rechaza Ho
Si $Z_K < -2.17$ Se rechaza Ho

b) si la media de la muestra resulta 141 ¿cual es la decision respecto a H_0?

CONCLUSION:

Como –1.8 ≥ -1.645 por lo tanto se rechaza Ho y se concluye con un nivel de significancia del 0.015.

c) halle el valor de la probabilidad P. interprete el significado

P=P $[Z < -Z_K]$

P= P $[Z < -1.8]$ =1- φ (-1.8)=1-0.359=0.641

$\therefore$ No se rechaza Ho

60. se seleccciónó una muestra aleaotria de tamaño 36 de una poblacion con media µ para realizar la prueba de la hipotesis: $H_0: \mu = 100$, contra $H_1: \mu \neq 100$. De tal muestra se obtuvo la media 108 y la desviacion estandar 24.

a) describa la regla de decision en $\acute{X}$, si el nivel de significacion es 0.05
b) ¿cual es la decision respecto a H_0 en el nivel dado?
c) halle el valor de P. De su comentario sobre ese valor

SOLUCION :

DATOS:

µ=100

σ= $\sqrt{24}$

$\acute{X} = 108$

n=36

$\propto = 0.05$

ENSAYO DE HIPÓTESIS:

$H_0 : \mu = 100$

$H_1 : \mu \neq 100$

CALCULOS:

$$Z_K = \frac{\acute{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{108 - 100}{\sqrt{24}/\sqrt{36}} = 9.7979$$

a) describa la regla de decision en $\acute{X}$, si el nivel de significacion es 0.05

RC= $\{Z > 1.645\}$ = $\left\{\frac{\acute{X} - 100}{0.60} > 1.645\right\}$ = $\{\acute{X} > 100.987\}$

b) ¿cual es la decision respecto a H_0 en el nivel dado?

$\therefore$ se rechaza H_0

c) halle el valor de P. De su comentario sobre ese valor

P=P $[Z < -Z_K]$ + P $[Z > -Z_K]$ =2 $P[Z < -Z_K]$

P= 2P $[Z < 9.7979]$ =2(1- φ (9.7979))=2(0.228)=0.456

$\therefore$ No se rechaza Ho

61. Se selecccionó una muestra aleaotria de 16 de una poblacion normal con media µ y varianza 400. Si para realizar la prueba de la hipotesis: $H_0 : \mu = 60$ se utiliza la region de rechazo RC= $\{\acute{X} > 70.6\}$

a) determine la probabilidad de error tipo I

b) determine la probabilidad de error tipo II, si realmente $\mu=75$

SOLUCION :

DATOS:

μ=60

σ=400

$\acute{X}=141$

n=16

$\propto=?$

ENSAYO DE HIPÓTESIS:

$H_0 : \mu=60$

$H_1 : \mu \neq 60$

RC= $\{\acute{X}>70.6\}$ = $\left\{\frac{\acute{X}-60}{0.60}>Z_{1-\propto}\right\}$

a) determine la probabilidad de error tipo I

RC= $\{\acute{X}>70.6\}$ = $\left\{\frac{\acute{X}-60}{0.60}>Z_{1-\propto}\right\}$

$\propto=2.12$

b) determine la probabilidad de error tipo II, si realmente $\mu=75$

RC= $\{\acute{X}>70.6\}$ = $\left\{\frac{\acute{X}-75}{0.60}>Z_{1-\beta}\right\}$

$\beta=18.94$

62.- Se seleccionó una muestra aleatoria de 36 observaciones de una población con media μ desviación estándar 18. Si para realizar la prueba de la hipótesis nula: H_0: μ=50, se utiliza la región de rechazo: $RC=\{\acute{X}<43\, o\, \acute{X}>57\}$.

a) Determine el nivel de significación de la prueba.
b) Determine la probabilidad de error tipo II, si realmente μ=41

SOLUCION:

$X \quad N(\mu,\sigma^2)$ $\mu=50$

$n=36$ $\sigma=18$

$H_0:\mu=5$

a) Nos pide hallar el nivel de significación con los datos dados y procedemos de la siguiente manera:

$$RC=\{\acute{X}<43\, o\, \acute{X}>57\}$$

$$RC=\{\acute{X}<a\, o\, \acute{X}>b\}$$

Con: $n=36$, $\mu=50$, $\sigma=18$

$$\Rightarrow a=\mu_0-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right), y\, b=\mu_0+z_{1-\frac{\alpha}{2}}(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

$$a=57=50+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{18}{\sqrt{36}}\right)\Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=2.3333$$

Luego:

$$1-\frac{\alpha}{2}=\Phi(2.33)\Rightarrow \alpha=2[1-(0.9901)]$$

$$\alpha=0.0198$$

b) Si $\mu=41$:

$$RC=\{\acute{X}<43\, o\, \acute{X}>57\}$$

$$RC=\{\acute{X}<a\, o\, \acute{X}>b\}$$

Con: $n=36$, $\mu=50$, $\sigma=18$

$$\Rightarrow a=\mu_0-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right), y\, b=\mu_0+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$a=43=41+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{18}{\sqrt{36}}\right)\Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=0.6666$$

$$b=57=41+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{18}{\sqrt{36}}\right)\Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=5.3333$$

Luego:

$$\beta=P[0.6666<Z<5.3333]=\Phi(5.33)-\Phi(0.66)=1-0.7454$$

$$\beta=0.2546$$

Respuesta:

a) *El nivel de significación de la prueba es igual a* $\alpha=0.0198$ *.*

b) *La probabilidad de cometer un error de tipo II con* $\mu=41$ *es igual a* $\beta=0.2546$ *.*

63.- Una firma va a comercializar un nuevo producto solo si hay prueba de que al menos el 20% de todos los consumidores lo prefieren. Para probar esa hipótesis se va a seleccionar al azar 400 consumidores. Se utiliza como región crítica $\{X<60\}$ donde X es el número de consumidores en la muestra que prefieren el producto, calcule:

a) El nivel de significación

b) La probabilidad de cometer error tipo II si realmente p=0.10

SOLUCION:

$n=400$

$x=60$

$p=0.2$

$\acute{P}=\frac{x}{n}=\frac{60}{400}=0.15$

a) Nos pide hallar el nivel de significación con los datos dados y procedemos de la siguiente manera:

$$RC=\{X<60\}$$

Como:

$$Z=\frac{\acute{P}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

$$\Rightarrow \alpha=P\left[Z<\frac{0.15-0.20}{\sqrt{\frac{0.20(0.80)}{400}}}\right]=P[Z<-2.5]=0.0062$$

$$\alpha=0.0062$$

b) Si $p=0.10$ el valor de β estará dado por:

$$\beta=P\left[Z>\frac{0.15-0.10}{\sqrt{\frac{0.10(0.90)}{400}}}\right]=P[Z>3.333]=0.0004$$

$$\beta=0.0004$$

$$RC=\{\acute{X}<43\, o\, \acute{X}>57\}$$

$$RC=\{\acute{X}<a\, o\, \acute{X}>b\}$$

Con: $n=36$, $\mu=50$, $\sigma=18$

$$\Rightarrow a=\mu_0-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right), y\, b=\mu_0+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$a=43=41+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{18}{\sqrt{36}}\right)\Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=0.6666$$

$$b=57=41+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{18}{\sqrt{36}}\right)\Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=5.3333$$

Luego:

$$\beta=P[0.6666<Z<5.3333]=\Phi(5.33)-\Phi(0.66)=1-0.7454$$

$$\beta=0.2546$$

Respuesta:

a) *El nivel de significación de la prueba es igual a* $\alpha=0.0062$ *.*

b) *La probabilidad de cometer un error de tipo II si* $p=0.10$ *es igual a* $\beta=0.0004$ *.*

64.- Una familia consiste de 10 personas en las que k de ellas sufren de alguna enfermedad y el resto son sanas. Para realizar la prueba de $H_0: k=4$ contra $H_1: k<4$, se seleccionan de esa familia 3 personas al azar. Si dos de las tres sufren alguna enfermedad se rechaza H_0, en caso contrario se acepta H_0.

a) Halle la probabilidad de error tipo I
b) Halle la probabilidad de error tipo II si k=3.

SOLUCION:

a) En el siguiente caso usamos la Binomial con los siguientes datos:

- $10\, familias$
- $k=4$
- $se\, seleccionan\, 3\, personas\, al\, azar$
- $1\, sano\; y\; 2\, enfermos$
- $H_0: k=4$
- $H_1: k<4$

Se aquí sacamos lo siguiente:

- $p=\dfrac{4}{10}=0.4$
- $1-p=0.6$
- $n=3$

Luego:

$$\alpha=P[1\, sano\; 2\, enfermos / k=4]=\sum_{k=2}^{3}\binom{3}{k}(0.4)^k(0.6)^{3-k}$$

$$\binom{3}{2}(0.4)^2(0.6)^1+\binom{3}{3}(0.4)^3(0.6)^0=0.352$$

$$\alpha=0.352$$

b) Si $k=3$ el valor de β estará dado por:

$$\beta=P[NO\, sano\; 2\, enfermos / k=3]=1-\sum_{k=2}^{3}\binom{3}{k}(0.3)^k(0.7)^{3-k}$$

$$1-\left[\binom{3}{2}(0.3)^2(0.7)^1+\binom{3}{3}(0.3)^3(0.7)^0\right]=1-0.216$$

$$\beta=0.784$$

Respuesta:

a) *La probabilidad de cometer un error de tipo I es igual a* $\alpha=0.352$ *.*

b) *La probabilidad de cometer un error tipo II si k = 3 es igual a* $\beta=0.784$

.

65.- Un sistema automático de producción está controlado si el 90% de la producción no es defectuosa. Para comprobar esta hipótesis se seleccionan al azar 10 objetos de la producción y se decidirá rechazar que el proceso está controlado si menos del ocho objetos no son defectuosos. Suponiendo independencia:

a) Plantee la hipótesis de esta prueba
b) Obtenga el nivel de significación
c) Determine la potencia del contraste si solo el 60% de la producción es no defectuosa

SOLUCION:

$$p=90=0.9$$

$$1-p=0.1$$

$$n=10$$

$$al\ menos\ 8\ objetos\ no\ son\ defectuosos$$

a) $X:$ ¿ $de\ objetos\ bueno$

$$H_0: p=0.9$$

$$H_1: p<0.9$$

b) El nivel de significación estará dado de la siguiente forma:

$$X \quad B(10, 0.9)$$

$$\alpha = P[X<8] = 1 - \sum_{k=8}^{10} \binom{10}{k} (0.9)^k (0.1)^{10-k}$$

$$1 - \left[\binom{10}{8} (0.9)^8 (0.1)^2 + \binom{10}{9} (0.9)^9 (0.1)^1 + \binom{10}{10} (0.9)^{10} (0.1)^0 \right] = 0.0702$$

$$\alpha = 0.0702$$

c) El nivel de significación estará dado de la siguiente forma:

$$X \quad B(10, 0.6)$$

$$1 - \beta = P[X<8] = 1 - \sum_{k=8}^{10} \binom{10}{k} (0.6)^k (0.4)^{10-k}$$

$$1 - \left[\binom{10}{8} (0.6)^8 (0.4)^2 + \binom{10}{9} (0.6)^9 (0.4)^1 + \binom{10}{10} (0.6)^{10} (0.4)^0 \right] = 0.8327$$

$$1 - \beta = 0.8327$$

Respuesta:

a) $X: ¿ de objetos bueno, H_0: p=0.9, H_1: p<0.9$.

b) *El nivel de significación es igual a* $\alpha=0.0702$.

c) *La potencia del contraste si solo el 60% de la producción es no defectuosa es igual a* $1-\beta=0.8327$.

66.- En una cuadra viven 100 familias de los cuales r tienen al menos una tarjeta de crédito y el resto no. Para docimar la hipótesis nula H_0: r=30 contra H_1: r>30 se seleccionan al azar a 20. Si en la muestra se encuentran por lo menos 10 familias con por lo menos una tarjeta de crédito se decidirá rechazar H_0. Calcule la probabilidad de cometer error tipo II cuando r=40.

SOLUCION:

Para la resolución del problema utilizamos la distribución hipergeométrica:

$X \quad H(N,n,r)$

$N=100$

$n=40$

$r=20$

Distribución Hipergeométrica: $X \quad H(100,40,20)$

$$\beta=P[Aceptar\ H_0]=P[P\geq 10]=1-P[X<10]=1-\sum_{k=0}^{9}\frac{\binom{40}{k}\binom{60}{20-k}}{\binom{100}{20}}$$

$$\beta=1-0.7790=0.2210$$

Respuesta:

La probabilidad de cometer un error tipo II cuando r=40 es igual a

$\beta=0.2210$

67. Se ha determinado que el tiempo en horas de operación de un sistema entre una falla y la siguiente tiene distribución exponencial con parámetro. Para

probar la hipótesis nula H_0: =1/10 cada cierto tiempo se hace una medición del tiempo X entre dos fallas consecutivas y se decide que si X<9 se rechazara H_0. De otro modo se aceptara h0.

a) calcule el nivel de significación de la prueba

b) determine la probabilidad de error tipo II cuando β=1/8

SOLUCIÓN:

a $\quad$ *Prueba de hipotesis acerca de proporciones*

$$\alpha = P[X < 15/p = 0.2]$$

$$\alpha = P\left[\frac{X - np}{\sqrt{npq}} < \frac{15 - np}{\sqrt{npq}}\right]$$

$$\alpha = P\left[\frac{X - 100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}} < \frac{15 - 100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}\right]$$

$$\alpha = P[Z < -1.25] = 0.1056$$

b)

$$\alpha = P\left[\frac{X - np}{\sqrt{npq}} < \frac{K - np}{\sqrt{npq}}\right]$$

$$0.05 = P\left[\frac{X - 100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}} < \frac{K - 100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}\right]$$

$$P[Z < -1.645] = P\left[Z < \frac{K - 100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}\right]$$

$$-1.645 = \frac{K - 100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}$$

$$K = 13.42$$

c)

$$\beta = p[X \geq C/p = 0.1] = P[Z \geq 1.14] = 0.1271.$$

$$\beta=P[Z\geq\frac{(-1.25\,x\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}+100\,x\,0.2)-100\,x\,0.1}{\sqrt{100\,x\,0.1\,x\,0.9}}]$$

$\beta=0.1271$

68. El tiempo en horas de diagnóstico de motores de automóviles se asume que es una variable aleatoria continua X cuya función de densidad es:

f (x)= θX si 0≤ x ≤√2/θ

0 en otro caso

En donde θ>0 es un parámetro desconocido.

Para realizar la prueba d la hipótesis nula H_0: θcontra H_1:θ< ½ se mandara a reparar uno de los motores, si e tal reparación se demoran C horas o más se aceptara la hipótesis nula.

Determina el valor de C si se quiere una probabilidad de 5% de rechazar la hipótesis nula cuando es realmente verdadera.

SOLUCIÓN:

a)

$$\begin{cases} Ho:P=0.7\,(70\ pagan\ sus\ impuestos) \\ H1:P<0.7\,(Menos\ del\ 70\wedge\ pagan\ sus\ impuestos) \end{cases}$$

b como se rechaza la afirmación menos de 52 contribuyentes

$$\alpha=P[X<52]$$

$$\alpha=P[\frac{X-np}{\sqrt{npq}}<\frac{52-np}{\sqrt{npq}}]$$

$$\alpha=P[Z<-0.9759000729]$$

$$\alpha=0.164\ldots.(valor\ obtenido\ interpolando)$$

c)

$$\beta=P[\acute{p}\geq 0.65/p=0.5]$$

$$\beta=P[Z\geq 2.68]$$

$\beta=0.0037$ …(probabilidad de que no se detecte diferencia)

$$1-\beta=0.9963\ldots(probabilidad\ que\ se\ detecte\ la\ diferencia)$$

69. El tiempo de vida útil en meses de cierto tipo de resistencia eléctrica es una variable aleatoria X que tiene distribución exponencial con mediaμ. Para comprobar la hipótesis H_0: μ=80 contra H_1: μ< 80 , se usa como región de rechazo de H_0 el intercambio { X<77.5} donde X es la vida útil de una muestra aleatoria de tamaño I escogida de la población de resistencias.

a) halle la probabilidad de error tipo I

b) halle la potencia de la prueba cuando la verdadera media es 76 meses.

SOLUCIÓN:

$Ho: P=0.05$ (Tradicionalmente el 5% tenían quejas del servicio)

$H1: P > 0.05$ (Se cree que el porcentaje aumento)

n=215+25+=240

$$0.008=P[X>K]$$

$$0.008=P[\frac{X-np}{\sqrt{npq}}>\frac{K-np}{\sqrt{npq}}]$$

$$0.008=P[Z>\frac{K-25}{\sqrt{25(1-\frac{125}{250})}}]$$

Como:

$$0.008=P[Z>2.41]$$ …encontramos el valor interpolando

Entonces:

$$2.41=\frac{K-0.05x240}{\sqrt{240(1-0.05)(0.05)}}$$

$$K\cong 3.88$$

70. El tiempo de falla, en horas, de cierta componente es una variable aleatoria X que tiene distribución exponencial con parámetro β. Para realizar la prueba de hipótesis nula H0: β= 0.01 contra H1:β= <0.01 se escogen dos de tales componentes ala zar y se observa sus tiempo de falla. si se decide rechazar H0 cuando el tiempo de falla de por lo menos una de ellas es menor que 400 horas, halle la probabilidad de error tipo I.

SOLUCIÓN:

$Ho: P \leq 0.03$ (Considera satisfactorio hasta un 3%)

$H1: P > 0.03$ (Lo contrario)

N=400

R.C $0.03 = P[Z > K]$

$0.03 = P[Z > 1.88]$ …..interpolando (tabla de distribución normal)

$region\ critica < 1.88, \infty + ¿$

$$\alpha = P[X > 20]$$

$$\alpha = P[\frac{X-np}{\sqrt{npq}} > \frac{20-np}{\sqrt{npq}}]$$

$$\alpha = P[\frac{X-np}{\sqrt{npq}} > \frac{20-0.03\,x\,400}{\sqrt{0.03\,x\,400\,x\,0.97}}]$$

$$\alpha = P[Z > 2.345]$$

$como\ 2.345 € \ a\ la\ region\ critica < 1.88, \infty + ¿\ se\ rechaza\ Ho$

72. El gerente de ventas "GATO S.A. "que elabora cápsulas de uña de gato indica que la demanda semanal tiene distribución normal con una media de 1000 capsulas y una desviación estándar de 360 capsulas. Sin embargo en un estudio reciente una muestra aleatoria de 36 semanas dio una demanda promedio de 850 capsulas.

a) En el nivel de significación de 0,05 ¿es posible concluir que la media de la producción semanal es menos de 1000 capsulas?
b) Determine la probabilidad P de la prueba.

Rpta: a)Ho: μ ≥1000,H1: μ≤1000, Z_k =-2,5, RC= $[Z < -1.645]$, se rechaza Ho, b) P=P $[Z < -2,5] = 0.062$.

SOLUCION:

$X \quad N(\mu, \sigma^2)$

$\mu = 1000 \qquad \sigma = 360$

$\acute{x} = 850$

c) Hipótesis

$H_0: \mu \geq 1000 \qquad H_1: \mu < 1000 \qquad \propto = 0.05$

$n = 36$

$Z_k = \frac{\acute{x} - \acute{\mu}}{\sigma / \sqrt[2]{n}} = \frac{850 - 1000}{360 / \sqrt[2]{36}} = -2.5 \qquad Z = Z_{0.05} = -1.645$ Luego

la región critica de rechazo:

$RC = [Z < -1.645]$ Conclusión: Se rechaza H_0

$RC = [Z < -1.645]$

d) $P = P[Z < -2.5] = \varnothing(-2.5) = 0.0062 = 0.62$

73. un proceso de llenado automático de durazno en rodajas está preocupando al gerente de producción porque las latas se están llenando en exceso. Por registros anteriores se sabe el peso neto (en gramos) de las latas tiene distribución normal con media 500 y que el 95% de todos esos pesos están entre 480.4 y 519.6 . El departamento de control de calidad tomó una muestra al azar de 9 latas de la producción yobtuvo los siguientes pesos:

490,495,501,492,490,500,493,502,501

a) El nivel de significación α=0,05, ¿es posible concluir que el peso medio es diferente a 500 gramos ?
b) Determine la probabilidad P de la prueba

Rpta: a) Ho:μ=500,H1: μ ≠500, σ =10, RA= $\langle -1.96 \leq Z \leq 1.96 \rangle, Z_k = -1.2, N_{O,}$ b) P=2x0.1151.

SOLUCION:

$X \quad N(\mu, \sigma^2)$

$\mu = 500$

$\acute{x} = 496$

$$Z=\frac{\acute{x}-\acute{\mu}}{\sigma}=\frac{519.6-500}{\sigma}=1.96\rightarrow\sigma=10$$

a) Hipótesis:

$H_0:\mu=500 \quad H_1:\mu\neq 500$ 33

$\propto=0.05$

$n=9$

$Z_k=\frac{\acute{x}-\acute{\mu}}{\sigma/\sqrt{9}}=\frac{496-500}{10/\sqrt{9}}=-1.2 \qquad Z=Z_{1-0.05/2}=1.96 \qquad Conclusión: Se$

acepta H_0

b) $P=2\,xP[Z<-1.2]=\varnothing(-1.2)=2\,x\,0.1151=2\,x\,11.51$

74. Un reporte estadístico, afirma que los fumadores adultos de cigarrillos en Lima consumen en promedio 10 cigarrillos por día. Un grupo de alumnos que hace un trabajo de estadística aplicada va a comprobar esta afirmación. Para esto ha escogido una muestra aleatoria de 36 fumadores adultos y se observó una media de 9 y una desviación estándar de 3 cigarrillos por día.

a) en el nivel de significación de 0,01 ¿es posible concluir que el consumo promedio ha bajado?

b) determine la potencia de esta prueba si el valor real de la media es 8 cigarrillos por día.

rpta. A) Ho: μ=10 ,H1: μ<10, $Z_k=-2, RC=\{Z<-2.33\}, se\ acepta\ H_0$, b) 1-β=1-0.0475=0.9525.

SOLUCION:

$X \quad N(\mu,\sigma^2)$

$\mu=10 \quad \sigma=3$

$\acute{x}=9$

a) Hipótesis

$H_0 : \mu \geq 10 \quad H_1 : \mu < 10 \quad \propto = 0.01$

$n = 36$

$Z_k = \frac{\acute{x} - \acute{\mu}}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{9-10}{3/\sqrt{36}} = -2 \qquad Z = Z_{1-0.01} = -2.33$

Conclusión: se acepta H_0

Decisión: el promedio no ha bajado.

b) $RC = \{Z < -2.33\} = \{\acute{X} < 10 - 2.33\,x\,1/2\} = \{\acute{X} < 8.835\}$

B

$¿P[\acute{X} \geq 8.835 / \mu = 8] = P\left[Z \geq \frac{8.835-8}{\frac{3}{\sqrt{36}}}\right] = P[Z \geq 1.67] = 1 - 0.9525 = 0.0475$

$1 - \beta = 1 - 0.0475$

75. el gerente de producción de la compañía de cerveza "DORADA" revisa su línea de producción. El llenado automático debe dar un contenido medio 320 cm^3 . Una muestra aleatoria de 36 latas de cerveza de sus producción ha dado un contenido medio de $317cm^3$ y una desviación estándar de 12 cm^3.

a) determínela región de rechazo para una prueba unilateral en el nivel de significación 0.015¿hay suficiente razón para creer que existe una baja en la media de los contenidos?

b) ¿con qué probabilidad esta prueba no detecta una diferencia igual a $8cm^3$ en el promedio de los contenidos y por debajo de lo que indica la hipótesis nula?

Rpta: $H_0 : \mu = 320, H_1 : \mu < 320, Z_k = -1.5, RC = \{\acute{X} < 315.56\}, No.$

B) $P[aceptar\, H_O / \mu = 312] = P[Z \geq 1.78] = 0.0.375$

SOLUCION:

$X \quad N(\mu, \sigma^2)$

$\mu = 320 \qquad \sigma = 12$

$\acute{x}=317$

a) Hipótesis

$H_0: \mu \geq 320 \quad H_1: \mu < 320 \quad \propto = 0.015$

$n=36$

$Z_k = \frac{\acute{x}-\acute{\mu}}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{317-320}{12/\sqrt{36}} = -1.5 \qquad Z = Z_{1-0.015} = -2.17$

$$\frac{\acute{X}-320}{\frac{12}{\sqrt{36}}} = -2.17$$

$\acute{X} = 356.56$

Conclusión: No hay razón por que creer que hay una baja en la media de los contenidos.

b) μ=320-8=312

$$Z_K = \frac{315.56-312}{\frac{12}{\sqrt{36}}} = 1.78$$

$P\left[aceptar\ H_O / \mu = 312\right] = P\left[Z \geq 1.78\right] = 0.0375$

76. La prueba de resistencia física que se aplica a los alumnos de la PUCP tiene una media de 200 puntos y una desviación estándar de 50 puntos para comprobar la hipótesis de la media se sometieron a la prueba a 100 alumnos seleccionados al azar. Si se utiliza como región de rechazo de Ho, el intervalo: $\{\acute{X} < 190\}$.

a) determine la probabilidad de tomar la decisión correcta de aceptar que $H_0: \mu = 200$ cuando realmente es verdadera.

b) ¿con que probabilidad esta prueba detecta una diferencia igual a 15 puntos en el promedio de la resistencia y por debajo de lo que indica la hipótesis nula?

Rpta:a) $RC = \{\acute{X} < 190\}, P\left[aceptar\ H_0 / \mu = 200\right] = P\left[Z \geq -2\right] = 0.9772$. b) $P\left[rechazar\ H_0 / \mu = 185\right] = P\left[Z \geq 1\right] = 0.1587$

SOLUCION:

$X \quad N(\mu, \sigma^2)$

$\mu = 200 \qquad \sigma = 50$

$\acute{x} = 190 \qquad n = 36$

$$Z_k = \frac{\acute{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{190 - 200}{50 / \sqrt{100}} = -2$$

a) $P = P[Z \geq -2] = 1 - \varnothing(-2) = 1 - 0.0228 = 0.9772 = 97.72$

b) Ahora µ=200-15=185, entonces:

$$Z_k = \frac{190 - 185}{\frac{50}{\sqrt{100}}} = 1$$

$$P[rechazar\, H_0 / \mu = 185] = P[Z \geq 1] = 0.1587$$

77. El gerente de producción de la empresa "HILOS" afirma que el nuevo hilo sintético que produce su compañía tiene una resistencia media a la ruptura mayor de kilogramos. Usted piensa que esta cifra es exagerada y pide realizar una prueba. En una muestra aleatoria de 36 de tales hilos se ha medido la resistencia X, resultando las siguientes sumas:

$$\sum_{i=1}^{36} X_i = 612, \sum_{i=1}^{36} X_i^2 = 10719$$

a) Plantee las hipótesis del problema
b) ¿Cuál es la estadística de la prueba?
c) Realice la prueba de la hipótesis en el nivel de significación de 0.05
d) Halle el porcentaje de las veces en que tal muestra nos lleva a rechazar en forma acertada que la resistencia media a la ruptura es igual a 15 kg. Cuando realmente es igual a 2 kg. Por encima de ello.

SOLUCION:

Datos

X: resistencia media de ruptura

$\mu = 15$

$n = 36$

Estos valores lo hallamos gracias a las sumatorias que los propone el ejercicio

$$\acute{X}=\frac{\sum_{i=1}^{36} X_i}{n}=17$$

$$S_n^2=\frac{\sum_{i=1}^{36} X_i^{\,2}}{n}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{36} X_i}{n}\right)^2=\frac{35}{4}$$

De acuerdo a la eficiencia de a parámetros sabemos

$$\sigma^2=\frac{n}{n-1}S_n^2$$

$$\sigma=3$$

a) $H_0: \mu=15$

$H_1: \mu>15$

b) Estadística de prueba Z

$$Z=\frac{\acute{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

c) Si se supone verdadera a la hipótesis nula $H_0: \mu=15$ para $\alpha=0.05$ y la alternativa unilateral cola a la derecha

$$Z_{1-\alpha}=Z_{0.95}=1.645$$

Este valor se obtiene según la tabla de la normal la cual nos proporciona dos valores aproximados, de acuerdo a este caso debemos realizar una interpolación para obtener el valor verdadero, ahora definimos nuestra región de rechazo o región critica.

$$R.C.=\{Z>Z_{1-\alpha}\}$$

$$R.C.=\{Z>1.645\}$$

Cálculos:

$$Z_k=\frac{17-15}{3/\sqrt{36}}=4$$

Decisión: Dado que $Z_k=4$ deberíamos de rechazar $H_0: \mu=15$

La región crítica de H_0 en la variable $\acute{X}$ es:

$$R.C.=\left\{\acute{X}>\frac{Z_{1-\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}+\mu\right\}$$

$$R.C.=\{\acute{X}>15.8225\}$$

De aquí también se deduce que: la media es de 17 y si pertenece a la región de rechazo como afirma el enunciado obtenido.

d) La potencia de prueba es $1-\beta$ donde β es la probabilidad de aceptar H_0 cuando $\mu=17$ de acuerdo al problema (error de tipo II)

$$\beta=P[\acute{X}>15.8225/\mu=17]$$

$$\beta=P\left[Z>\frac{15.8225-17}{3/\sqrt{36}}\right]$$

$$\beta=P[Z>-2.36]$$

$$\beta=1-\varnothing(2.36)=0.0091$$

$$1-\beta=0.9909$$

Siendo esta la probabilidad de la decisión correcta de rechazar H_0 cuando es falsa $1-\beta$ en la cual decimos en 9909 casos de 10000.

78. Un estudio estadístico indica que el tiempo en minutos que utilizan los 100 operarios para confeccionar un pantalón de la firma “JEAN” es una variable aleatoria cuya función es normal con media 15 y desviación estándar 3.2. Para comprobar el tiempo promedio se escogieron los tiempos de producción de 16 operarios resultando una media de 16.

a) Plantee las hipótesis adecuadas del problema.
b) ¿Cuál es la estadística de Prueba?
c) Realice la prueba de las hipótesis en el nivel de significación 0.05

SOLUCION:

Tiempo en minutos de 100 operarios

$\mu=15$

$\sigma=3.2$

Tiempo en minutos de 16 operarios

$\acute{X}=16$

a) $H_0 : \mu = 15$

$H_1 : \mu > 15$

b) Estadística de prueba normal (Z), población Finita

c) $\alpha = 0.05$

$$Z_k = \frac{16 - 15}{3.2/\sqrt{16}} = 1.25$$

Luego la región critica de rechazo:

$$R.C. = \{Z > Z_{1-\alpha}\}$$

$$R.C. = \{Z > Z_{1-0.05}\}$$

$$R.C. = \{Z > 1.645\}$$

Decisión: Como Z_k no se encuentra en la región de rechazo, se acepta H_0

79. La empresa agroindustrial “COCONA S.A.” de Iquitos procesa palmito y las envasa en frascos para su consumo. Se sabe que el tiempo del proceso tiene distribución normal con una media de 10 minutos. Se introduce un nuevo método para reducir el tiempo medio del proceso. Para comprobar el cambio del promedio se observaron aleatoriamente 10 tiempos de proceso y se obtuvieron los siguientes resultados.

Tiempos	7	8	9	10	11	12	12.5
# de frascos	2	2	2	1	1	1	1

a) En el nivel de significación de 0.05, ¿se puede decir que el tiempo de llenado con el nuevo método es significativamente inferior al anterior?
b) Determinar la probabilidad P de la prueba.

SOLUCION:

a) $H_0 : \mu = 10$

$H_1 : \mu < 10$

Nivel de significación de 0.05

b) Población normal con varianza desconocida y $n=10$, y $H_0: \mu=10$ es verdadera si, la estadística es:

$$T=\frac{\acute{X}-10}{\frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}}$$

Que se distribuye según una t-Student con 9 grados de libertad.

La región critica:

Para una prueba unilateral cola a la izquierda con un nivel de significación de 0.05, para lo cual en la tabla de la T-Student se halla el valor crítico:

$$t_{0.95,9}=1.833$$

Para lo cual consecuentemente se obtiene la región crítica o de rechazo

$$R.C.=\{T<-t_{0.95,9}\}$$

$$R.C.=\{T<-1.833\}$$

Cálculos:

De los datos de la muestra se obtiene:

$$n=10$$

$$\acute{X}=9.35$$

Error estándar $ES=\frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}=0.6238322424\approx 0.6238$

$$t_k=\frac{9.35-10}{0.6238}=-1.041946786\approx -1.0419$$

Decisión: Se acepta $H_0: \mu=10$ debido a que t_k no se encuentra en la región crítica.

c) Probabilidad P de la prueba

$$Probabilidad=P[T<-1.0419]$$

$$P[T<-1.0419]=0.1623$$

80. Las cajas de avena llenadas por un proceso automático deben tener un contenido de 160 gramos en promedio. Si no es así debe detenerse la

producción para regular la máquina. Para el control se obtuvo el peso en gramos X_i de 10 cajas seleccionadas al azar de esa productividad y resultaron las siguientes sumas:

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 1580, \sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 249658$$

a) Plantee las hipótesis para una prueba unilateral cola izquierda.
b) ¿Qué estadística se debería usar en la prueba y que condición fundamental requiere esta estadística?
c) En el nivel de significación de 0.01 ¿Es razonable detener la producción?

SOLUCION:

a) $H_0: \mu = 160$

$H_1: \mu < 160$

b) T-Student: Población normal con varianza desconocida $n = 10$, y $H_0: \mu = 160$ es verdadera si, la estadística es:

$$T = \frac{\acute{X} - 160}{\frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}}$$

Que se distribuye según una t-Student con 9 grados de libertad.

c) La región critica:

Para una prueba unilateral cola a la izquierda con un nivel de significación de 0.01, para lo cual en la tabla de la T-Student se halla el valor crítico:

$$t_{0.99,9} = 2.821$$

Para lo cual consecuentemente se obtiene la región crítica o de rechazo

$$R.C. = \{T < -t_{0.99,9}\}$$

$$R.C. = \{T < -2.821\}$$

Cálculos:

De los datos de la muestra se obtiene:

$n = 10$

$\acute{X} = 158$

Estos valores lo hallamos gracias a las sumatorias que los propone el ejercicio

$$\acute{X}=\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{n}=158$$

$$S_n^2=\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i^2}{n}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{n}\right)^2=24965.8$$

De acuerdo a la eficiencia de a parámetros sabemos

$$\hat{S}^2=\sigma^2=\frac{n}{n-1}S_n^2$$

$$\hat{S}=\sqrt{2}$$

Error estándar $\quad ES=\frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}=0.4472135955\approx 0.4452$

$$t_k=\frac{158-160}{0.4452}=-2\sqrt{5}\approx -4.47214$$

Decisión: Se rechaza $H_0:\mu=160$ debido a que t_k no se encuentra en la región crítica. Por lo tanto SI se detener la producción.

81. Una máquina produce cierta parte componente cuya longitud debería ser 1.2 cm. Promedio. Por un estudio anterior se sabe que la longitud de las componentes se distribuyen según la ley de probabilidad normal con desviación estándar de 0.5 cm. Existe la preocupación de que han cambiado los ajustes realizados a la máquina que las produce. Para salir de la preocupación se requiere diseñar una prueba de hipótesis con probabilidad de error tipo 1 igual a 0.0287.

a) Halle el tamaño de la muestra y la región critica sabiendo que si la verdadera media es 1.6 cm. Entonces, la probabilidad de error tipo 2 sería igual a 0.0179.
b) Si con el tamaño de la muestra hallado en a) resulta Z=-2, halle la media de la muestra, ¿Cuál sería su opinión al respecto?

SOLUCION:

a) $H_0:\mu=1.2$

$H_1: \mu = 1.6$

$error\ de\ tipo\ 1: \alpha = 0.0287 \rightarrow Z_{1-\alpha} = 1.9$

$error\ de\ tipo\ 2: \beta = 0.0179 \rightarrow Z_{1-\beta} = -2.1$

Sea K el valor crítico de la prueba. Si se supone verdadera la hipótesis nula $H_0: \mu = 1.2$, entonces la distribución de $Z = \frac{\acute{X} - 1.2}{0.5/\sqrt{n}}$ es normal N(0,1), solo si el tamaño de la muestra es grande.

Luego, para $\alpha = 0.0287 = P[Error\ tipo\ I]$ en la distribución se tiene:

$$\alpha = 0.0287 = P[rechazar\ H_0 / H_0: \mu = 1.2\ es\ verdadera]$$

$$0.0287 = P\left[Z > \frac{K - 1.2}{0.5/\sqrt{n}}\right]$$

De donde resulta

$$\frac{K - 1.2}{0.5/\sqrt{n}} = 1.9 \rightarrow K = \frac{1.9\, x\, 0.5}{\sqrt{n}} + 1.2$$

También si se supone verdadera la hipótesis nula $H_1: \mu = 1.6$,

entonces la distribución de $Z = \frac{\acute{X} - 1.6}{0.5/\sqrt{n}}$ es normal N(0,1), solo si el tamaño de la muestra es grande.

Luego, para $\beta = 0.0179 = P[Error\ tipo\ II]$ en la distribución se tiene:

$$\beta = 0.0179 = P[aceptar\ H_0 / H_1: \mu = 1.6]$$

$$0.0179 = P\left[Z > \frac{K - 1.6}{0.5/\sqrt{n}}\right]$$

De donde resulta

$$\frac{K - 1.6}{0.5/\sqrt{n}} = -2.1 \rightarrow K = \frac{-2.1\, x\, 0.5}{\sqrt{n}} + 1.6$$

Luego de $K = \frac{1.9\, x\, 0.5}{\sqrt{n}} + 1.2$ y de $K = \frac{-2.1\, x\, 0.5}{\sqrt{n}} + 1.6$, se obtiene:

$n = 25\ y\ K = 1.39$

La región crítica de la media es:

$$R.C.=\left\{\acute{X}>\frac{Z_{1-\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}+\mu\right\}$$

$$R.C.=\left\{\acute{X}>\frac{1.9x0.5}{\sqrt{25}}+1.2\right\}$$

$$R.C.=\{\acute{X}>1.39\}$$

b) Nos dan el valor de Z= -2

$$Z=\frac{\acute{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$-2=\frac{\acute{X}-1.2}{\frac{0.5}{\sqrt{25}}}\rightarrow\acute{X}=1$$

Si $\acute{X}$ es un valor de media de la muestra de $n=25$ casos, se rechazara la hipótesis nula $H_0:\mu=1.2$. En caso contrario, no se debe rechazar H_0 .

En este caso la media $\acute{X}=1$ no se encuentra en la región crítica o de rechazo. Por lo tanto se acepta H_0 .

82.Se sabe que las ventas diarias de la compañía “P&C” tiene distribución normal con media de $2277 y desviación estándar de $300. El gerente de ventas de la compañía cree que la media de la compañía ha bajado a $1800. Diseñe una prueba para estas hipótesis considerando la del gerente como una alternativa de manera que haya una probabilidad igual a 0.004 de cometer un error Tipo I y una probabilidad de error Tipo II igual a 0.017.

SOLUCIÓN:

Datos:

$\mu_0=2277$

$\mu_1=1800$

$\delta=300$

$\alpha=0.004$

$\beta=0.017$

Hipótesis:

$H_0: \mu_0 = 2277$

$H_1: \mu_1 = 1800$

Hallamos el número de datos:

$$n = \frac{\left(z_{1-\alpha} + z_{1+\beta}\right)^2 . \delta^2}{\left(\mu_0 - \mu_1\right)^2} = \frac{\left(z_{0.996} + z_{0.983}\right)^2 . 300^2}{(477)^2} = \frac{(2.66 + 2.12)^2 . 300^2}{(477)^2} = 9.04 \cong 9$$

Hallamos el valor crítico de la variable K en la variable $\acute{x}$ de la prueba unilateral cola a la izquierda de H_0 contra H_1

$$K = \mu_0 - z_{1-\alpha} + \frac{\delta}{\sqrt{n}} = 277 - 2.66 \frac{300}{\sqrt{9.04}} = 2012$$

Regla de decisión: Si $\acute{x}$ es el valor de media de la muestra n = 9 casos, se rechazara H_0 si $\acute{x} < 2012$, en caso contrario se aceptara H_0

87.Un fabricante afirma que es 5% el porcentaje de su producción defectuosa. Para comprobar esta hipótesis se seleccionó una muestra aleatoria de 40 observaciones y se encontró que el porcentaje muestral de defectuosos es 0.10. En el nivel de significación de 0.05. ¿Cuál es su decisión respecto a la afirmación del fabricante?

SOLUCIÓN:

$\propto = 0.05$

H_0: p=0.05

H_1: p≠0.05

p_0 = 0.10

Calculamos el estadístico

$$z = \frac{(p_0 - p)}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = \frac{(0.10 - 0.05)}{\sqrt{\frac{(0.05)(0.95)}{40}}} = 1.4509$$

El valor de p es:

$$2. P(Z > 1.4509) = 2.(1 - P(Z < 1.4509)) = 2(1 - 0.9265) = 0.1470$$

Este valor es superior a 0.05 por lo que no podemos rechazar la hipótesis nula y concluimos que la proporción de producción defectuosa es 0.05 (5%) tal y como afirma el fabricante

88. Un candidato político consistentemente ha sido favorecido por al menos 58% de la votación de la población en encuestas hechas durante los meses que preceden a las elecciones generales. Sin embargo, una encuesta a 500 votantes realizada la semana final de la campaña reveló que la proporción de votantes a favor de él fue de 54%. Al nivel de significación del 5%, ¿debería este candidato creer que el nivel de su apoyo ha bajado?

SOLUCION:

Hipótesis:

$Ho: p \geq 0.58 \quad H_1: p < 0.58$

Nivel de significación:

$\alpha = 0.05$

Estadística de prueba:

$$Z = \frac{\acute{P} - p_o}{\sqrt{p_o(1 - p_o)/n}}$$

Región critica:

$R.C. = \{Z < 1.645\}$

Calculo:

$$\frac{0.54 - 0.58}{\sqrt{0.58(1 - 0.58)/500}} = -1.812$$

Decisión:

Dado que $Z_k = -1.812 \in Region\,Critica$ debería el candidato creer que ha bajado su nivel de apoyo

89. Un legislador desea probar la hipótesis que más del 65% de sus representados está a favor de cierta legislación laboral que se está presentado en el congreso, basándose en una muestra al azar de 400 ciudadanos.

Si la probabilidad de error tipo I es $\alpha = 0.05$.

a) ¿Qué valor como mínimo debe tener la proporción de la muestra, para que a partir de ese valor, la decisión sea aceptar la hipótesis del legislador?
b) ¿Cuál es la probabilidad de tomar la decisión errada de rechazar la propuesta del legislador cuando en realidad el 70% de los votantes acepta la legislación?

SOLUCION:

Hipótesis:

$$Ho: p \leq 0.65 \qquad H_1: p > 0.65$$

a)

El mínimo valor ocurrirá si:

$$P(Z=0.95) = -1.645 \qquad -1.645 = \frac{\acute{P} - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)/n}} = \frac{\acute{P} - 0.65}{\sqrt{0.65(1-0.65)/400}}$$

$$\acute{P} = 0.689$$

b)

$$P\left[\acute{P} \leq 0.689 / p = 0.7\right]$$

Entonces hallamos Z:

$$Z = \frac{0.689 - 0.7}{\sqrt{0.7(1-0.7)/400}} \qquad \rightarrow \qquad P[Z \leq -0.48] = 0.3156$$

90. Un informe médico indica que el 80% de los adultos mayores de 50 años han sido intervenidos quirúrgicamente al menos una vez. Para realizar una prueba de hipótesis unilateral de este informe médico se toma una muestra aleatoria de 100 adultos mayores de 50 años. Si se utiliza como región de rechazo de la hipótesis nula el conjunto (X<72), en donde X es el número de personas que han sido intervenidos quirúrgicamente al menos una vez.

a) Halle la probabilidad de error tipo I
b) Halle la probabilidad de error tipo II. Si el porcentaje real es 0.65
c) Ilustre la solución del problema con una grafica

SOLUCION:

$$n = 100 \qquad p = 0.8 \qquad RC = \{X < 72\}$$

Entonces:

a)

$$RC=\left\{\frac{X}{n}<\frac{72}{100}\right\} \qquad RC=\{\acute{P}<0.72\} \qquad RC=\left\{\frac{\acute{P}-p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)/n}}<\frac{0.72-0.8}{\sqrt{0.8(1-0.8)/100}}\right\}$$

$$RC=\{Z<-2\}$$

Ahora podremos hallar la probabilidad de error tipo I según tabla:

$$\alpha=P[Z<-2]=0.0228$$

b)

$$\beta=\{acepta\ Ho/Ho:p=0.65\,es\,falsa\} \qquad \beta=P\left[Z\geq\frac{0.72-0.65}{\sqrt{0.65(1-0.65)/100}}\right]$$

$$\beta=P[Z\geq 1.47] \qquad \beta=0.0708$$

91.La compañía de productos lácteos “La leche” está considerando cambiar sus actuales envases plásticos por envases de cartón, siempre y cuando se compruebe que más del 60% de los consumidores aceptan el nuevo envase de cartón, para esto realiza una consulta a 600 consumidores seleccionados al azar.

a) En el nivel de significación no mayor de 0.05, ¿Qué valor mínimo debe tener el número de consumidores en la muestra que aceptan el nuevo envase de cartón para que a partir de ese valor la decisión se cambiar los envases?
b) Si 384 consumidores de la muestra aceptan el nuevo envase, ¿cuál es la significación para esta prueba?

SOLUCION:

$Ho:p\leq 0.6$ No cambien el envase $H_1:p>0.6$ cambien el envase

$$n=600$$

Nivel de significación:

$$\alpha=0.05$$

a)

Probabilidad mínima:

$$RC=¿1.645,+\infty¿ \qquad 1.645=\frac{P_k-0.6}{\sqrt{0.6(1-0.6)/600}} \quad \rightarrow \quad P_k=0.6329 \qquad \frac{X}{n}=P_k$$

$X=0.6329\times 600$ $\quad X=379.74\approx 380$ Entonces se decidirá cambiar de envase si 380 consumidores desean el cambio

b)

$$P[X>384] \qquad P\left[Z>\frac{384/600-0.6}{\sqrt{0.6(1-0.6)/600}}\right] \qquad P[Z>2]=0.0228$$

92. La empresa encuestadora C&A afirma que el 20% de todos los electores del a población están a favor del candidato a alcalde: Sr. Ruiz. Queremos comprobar esta afirmación utilizando la siguiente regla de decisión: Si la proporción a favor del Sr. Ruiz, en una muestra al azar de 400 electores esta entre 16.08% y 23.92% se decide aceptar la hipótesis de la encuestadora. En caso contrario se decide rechazar tal hipótesis.

a) Determine el nivel de significación de la prueba.
b) Halle la probabilidad de cometer erro tipo II si realmente el porcentaje a favor es 0.25.

SOLUCION:

$Ho: p=0.2 \qquad H_1: p\neq 0.2$ a)

$\alpha=?$

$$RA=\{0.1608\leq P\leq 0.2392\}$$

$$RA=\left\{\frac{0.1608-0.2}{\sqrt{0.2(1-0.2)/400}}\leq\frac{\acute{P}-p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)/n}}\leq\frac{0.2392-0.2}{\sqrt{0.2(1-0.2)/400}}\right\}$$

$$RA=\{-0.196\leq Z\leq 0.196\}$$

Cómo tenemos la región de aceptación:

$$Z_{\frac{\alpha}{2}}=-0.196$$

Podremos hallar el nivel de significancia: $\alpha=0.05$ $b¿$

$$\beta=P[P=0.1608/p=0.25\leq P\leq P=0.2392/p=0.25]$$

$$\beta=P\left[\frac{0.1608-0.25}{\sqrt{0.25(1-0.25)/400}}\leq Z\leq\frac{0.2392-0.25}{\sqrt{0.25(1-0.25)/400}}\right]$$

$$\beta=P[Z=-0.498]-P[Z=-4.11] \qquad \beta=0.3085-0.0000 \qquad \beta=0.3085$$

93. La distribuidora "PERUFAM" va a comercializar un nuevo producto sólo si se comprueba al menos el 20% de todos los consumidores lo prefieren. Se escogió una muestra al azar de 100 consumidores y se halló el número X de consumidores que prefieren el producto.

a) Si se utiliza como región de rechazo: (x < 15), calcule el nivel de significación de la prueba.
b) Halle el valor crítico K si se desea rechazar la hipótesis nula cuando X < K al nivel de significación no mayor de 0.05.
c) ¿Con qué probabilidad la prueba detecta que la hipótesis nula es falsa cuando el verdadero valor del porcentaje que prefieren el producto es 0.10 ?

SOLUCION:

a) $\mathit{Prueba\ de\ hipotesis\ acerca\ de\ proporciones}$

$$\alpha=P[X<15/p=0.2]$$

$$\alpha=P\left[\frac{X-np}{\sqrt{npq}}<\frac{15-np}{\sqrt{npq}}\right]$$

$$\alpha=P\left[\frac{X-100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}<\frac{15-100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}\right]$$

$$\alpha=P[Z<-1.25]=0.1056$$

b)

$$\alpha=P\left[\frac{X-np}{\sqrt{npq}}<\frac{K-np}{\sqrt{npq}}\right]$$

$$0.05=P\left[\frac{X-100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}<\frac{K-100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}\right]$$

$$P[Z<-1.645]=P\left[Z<\frac{K-100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}\right]$$

$$-1.645=\frac{K-100\,x\,0.2}{\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}}$$

$$K=13.42$$

c)

$$\beta=p[X\geq C/p=0.1]=P[Z\geq 1.14]=0.1271\,.$$

$$\beta=P[Z\geq\frac{(-1.25\,x\sqrt{100\,x\,0.2\,x\,0.8}+100\,x\,0.2)-100\,x\,0.1}{\sqrt{100\,x\,0.1\,x\,0.9}}]$$

$$\beta=0.1271$$

94. La SUMAT afirma que el 70% de los contribuyentes pagan sus impuestos correctamente. Si menos de 52 contribuyentes de una muestra de 80 contribuyentes pagan sus impuestos correctamente, se rechaza la afirmación. Se acepta en caso contrario.

a) Plantea las hipótesis de esta prueba
b) ¿Cuál es el nivel de significación de prueba?
c) ¿En qué porcentaje la prueba puede detectar una diferencia de 20% por debajo de lo inclinado en la hipótesis nula?

SOLUCION:

a)

$$\begin{cases} Ho: P=0.7\,(70\ pagan\ sus\ impuestos) \\ H1: P<0.7\,(Menos\ del\ 70\wedge\ pagan\ sus\ impuestos) \end{cases}$$

b) como se rechaza la afirmación menos de 52 contribuyentes

$$\alpha=P[X<52]$$

$$\alpha=P[\frac{X-np}{\sqrt{npq}}<\frac{52-np}{\sqrt{npq}}]$$

$\alpha = P[Z < -0.9759000729]$

$\alpha = 0.164 \ldots .(valor\ obtenido\ interpolando)$

c)

$\beta = P[\acute{p} \geq 0.65 / p = 0.5]$

$\beta = P[Z \geq 2.68]$

$\beta = 0.0037$ …(probabilidad de que no se detecte diferencia)

$1 - \beta = 0.9963 \ldots (probabilidad\ que\ se\ detecte\ la\ diferencia)$

95. De una lista de 2,000 cliente de un hipermercado que pagan a plazos, se seleccionó un amuestra aleatoria para obtener una opinión acerca del servicio. En la nuestra se halló que 215 no tienen quejas del servicio, 25 tienen quejas, 10 no opinan al respecto. Tradicionalmente el 5% tenían quejas del servicio, sin embargo se cree que ahora este porcentaje aumento ¿Cuál es la situación actual si se quiere una probabilidad de 0.008 de cometer un error tipo I?

SOLUCION:

$Ho: P = 0.05$ (Tradicionalmente el 5% tenían quejas del servicio)

$H1: P > 0.05$ (Se cree que el porcentaje aumento)

n=215+25+=240

$0.008 = P[X > K]$

$0.008 = P\left[\frac{X - np}{\sqrt{npq}} > \frac{K - np}{\sqrt{npq}}\right]$

$0.008 = P\left[Z > \frac{K - 25}{\sqrt{25\left(1 - \frac{125}{250}\right)}}\right]$

Como:

$0.008 = P[Z > 2.41]$ …encontramos el valor interpolando

Entonces:

$2.41 = \frac{K - 0.05x\,240}{\sqrt{240(1 - 0.05)(0.05)}}$

$K \cong 3.88$

96. Un empleado del banco “TRABAJA” ha revisado 2000 créditos .Luego, un editor selecciono al azar 400 de tales créditos y encontró que en 20 de

ellas había errores. Considerando como satisfactoria hasta 3% de créditos con error y en el nivel de significación de 3% ¿puede admitirse como satisfactorio el trabajo del empleado?

SOLUCION:

$Ho: P \leq 0.03$ (Considera satisfactorio hasta un 3%)

$H1: P > 0.03$ (Lo contrario)

N=400

R.C $0.03 = P[Z > K]$

$0.03 = P[Z > 1.88]$ …..interpolando (tabla de distribución normal)

$region\, critica < 1.88, \infty + ¿$

$\alpha = P[X > 20]$

$\alpha = P[\frac{X-np}{\sqrt{npq}} > \frac{20-np}{\sqrt{npq}}]$

$\alpha = P[\frac{X-np}{\sqrt{npq}} > \frac{20-0.03\,x\,400}{\sqrt{0.03\,x\,400\,x\,0.97}}]$

$\alpha = P[Z > 2.345]$

$como\ 2.345 \text{€}\ a\, la\, region\, critica < 1.88, \infty + ¿\ se\, rechaza\, Ho$

97. El administrador del banco “CREDITOS” afirma que el 10% de los clientes hacen operaciones diarias por más de $10,000.Se va a diseñar una prueba de hipótesis para el porcentaje .halle el tamaño de la muestra y el valor crítico de la prueba si se desea que la probabilidad se cometer error tipo I sea 0.0228 y que el riesgo de tomar una decisión equivocada sea 0.0329 cuando la proporción de clientes que hacen operaciones por más de $10,000 sea realmente 5%.

SOLUCION:

$Ho: P = 0.1$ (Se afirma que el 10%...)

$H1: P \neq 0.1$ (Lo contrario)

N=100k

$0.0228 = 2xP[X < K]$

$0.0228 = 2Px[\frac{X-np}{\sqrt{npq}} < \frac{K-np}{\sqrt{npq}}]$

$0.0228 = 2P[Z < \frac{K - 0.1\,x\,100\,k}{\sqrt{0.1\,x\,0.9\,x\,100\,k}}]$

Como:

$$0.0114 = P[Z < -2.27]$$ …encontramos el valor interpolando

Con el segundo dato

$$\beta = 0.0329 = P\left[\frac{-2.27\,x\sqrt{4.75\,k} + 100\,kx\,0.1 - 100\,x\,0.05}{\sqrt{100\,kx\,0.05\,x\,0.95}} \leq Z \leq \frac{2.27\,x\sqrt{4.75\,k} + 100\,kx\,0.1 - 100\,x\,0.05}{\sqrt{100\,kx\,0.05\,x\,0.95}}\right]$$

Resolviendo los sistema de ecuaciones

Tenemos aproximadamente k≅4→n=400 y K≅0.07

98.- El jefe de control de la firma de confecciones “INDIO” afirma que solo el 1% de las prendas producidas por ellos no satisface el control de calidad. Se desa comprobar esta hipótesis contra la alternativa que supone es un 3% el porcentaje de prendas que no pasan el control de calidad. Si se quiere correr un riesgo de no más de 5 casos de 100 de rechazar la afirmación del jefe de control si es realmente verdadera y de correr un riesgo de no más de 1 caso de 100 de aceptar la afirmación del jefe de control cuando la alternativa es realmente cierta, ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra a seleccionar y cual la región critica o de rechazo de la afirmación del jefe de planta?

SOLUCION:

Datos:

$H_0: p = 0.01$

$H_1: p = 0.03$

$\alpha = 0{,}05$

$\beta = 0{,}01$

Tomamos un valor de prueba: K

Analizando cuando $H_0: p = 0.01$, es verdadera

Entonces: $\alpha = P[Error\ tipo\ I]$

$$0.05 = P[\acute{p} > K / p = 0.01]$$

$$0.05 = P\left[Z > \frac{K - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}\right]$$

$$0.05 = P\left[Z > \frac{K - 0.01}{\sqrt{\frac{0.01(0.99)}{n}}}\right]$$

$$1.645=\frac{K-0.01}{\sqrt{\frac{0.01(0.99)}{n}}}$$

Despejando: $$K=\frac{0.163675}{\sqrt{n}}+0.01$$

Analizando cuando $H_1: p=0.03$, es verdadera

Entonces: $$\beta=P[Error\ tipo\ II]$$

$$0.01=P[\hat{p}\leq K/p=0.03]$$

$$0.01=P\left[Z\leq\frac{K-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}\right]$$

$$0.01=P\left[Z\leq\frac{K-0.03}{\sqrt{\frac{0.03(0.97)}{n}}}\right]$$

$$2.33=\frac{K-0.03}{\sqrt{\frac{0.03(0.97)}{n}}}$$

Despejando: $$K=0.03-\frac{0.397468}{\sqrt{n}}$$

Comparando: $$\frac{0.163675}{\sqrt{n}}+0.01=0.03-\frac{0.397468}{\sqrt{n}}$$

Se obtiene: n=788

Posteriormente: K=0.016

¿
+¿¿
$$R.C.=¿0.016,\infty^{¿}$$

99.-Los diámetros en centímetros de las piezas que produce un torno tienen distribución normal con desviación estándar de 0.25. En un recipiente control una muestra aleatoria de 20 piezas dio una desviación estándar de 0.32. En el nivel de significación 0.05, ¿es el aparente incremento de variabilidad significativo?

SOLUCION:

Datos:

$$X \quad N(\mu,0.25^2)$$

$n=20$

$s=0.32$

$\alpha=0{,}05$

a) Formulación de hipótesis

$$H_0: \sigma^2 = (0.25)^2$$

$$H_1: \sigma^2 > (0.25)^2$$

b) Nivel de significación

$$\alpha = 0{,}05$$

c) Estadístico de prueba

$$X = \frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2} \quad X^2_{(n-1)}$$

$$X = \frac{(20-1)(0.32)^2}{(0.25)^2} \quad X^2_{(20-1)}$$

$$X = 31.13 \quad X^2_{(19)}$$

d) Región Critica

Para $\alpha = 0{,}05$ y para un contraste unilateral, se encuentran los siguientes valores críticos:

Lado Derecho: $X^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = X^2_{0.95,19} = 30.14$

La Región crítica es: $R.C. = X > 30.14$

e) Decisión

Como $X = 31.13 \epsilon R.C., se\ rechaza\ H_0$, se concluye que el aparente incremento de variabilidad si es significativo.

100.- El peso en gramos de los envases no retornables de gaseosa tiene distribución normal con una media de 10 y una varianza igual a 0.25. Para comprobar el valor de la varianza se escogió una muestra aleatoria de 16 envases resultando una varianza de 0.20. En el nivel de significación del 5%,

¿es válido inferir que la varianza de los pesos de tales envases es menor que 0.25?

SOLUCION:

Datos:

$X \quad N(10, 0.25^{\square})$

$n=16$

$s^2=0.20$

$\alpha=0,05$

a) Formulación de hipótesis

. $H_0: \sigma^2=0.25$

. $H_1: \sigma^2<0.25$

b) Nivel de significación

. $\alpha=0,05$

c) Estadístico de prueba

. $X=\frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2} \quad X^2{}_{(n-1)}$

. $X=\frac{(16-1)(0.20)}{0.25} \quad X^2{}_{(16-1)}$

$X=12 \quad X^2{}_{(15)}$

d) Región Critica

Para $\alpha=0,05$ y para un contraste unilateral, se encuentran los siguientes valores críticos:

Lado Izquierdo: $X^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}=X^2_{0.25,15}=7.26$

La Región crítica es: $R.C.=X<7.26$

e) Decisión

Como $X=7.26\epsilon R.A., no\, se\, rechaza\, H_0$, se concluye que no es válido inferir que la varianza de los pesos es menor que 0.25.

101.-Las ventas mensuales en soles de filetes de atún en todos los mercados, tienen distribución normal con una varianza de 400. Para realizar una prueba del valor de la varianza se escogió una muestra aleatoria de 13 tiendas y se encuentra que las ventas del mes dan una varianza de 360. Al nivel de significación dl 5%, ¿hay razón suficiente para concluir que la varianza de la población es diferente de 400?

SOLUCION:

Datos:

$X \quad N(\mu, 400)$

$n=13$

$s^2=360$

$\alpha=0,05$

a) Formulación de hipótesis

$$H_0: \sigma^2=400$$

$$H_1: \sigma^2 \neq 400$$

b) Nivel de significación

$$\alpha=0,05$$

c) Estadístico de prueba

$$X=\frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma_0^2} \quad X^2_{(n-1)}$$

$$X=\frac{(13-1)360}{400} \quad X^2_{(13-1)}$$

$$X=10.8 \quad X^2_{(12)}$$

d) Región Critica

Para $\alpha=0,05$ y para un contraste bilateral, se encuentran los siguientes valores críticos:

Lado Derecho: $X^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}=X^2_{0.95,12}=23.34$

La Región crítica es: $R.C.=X>23.34$

Lado Izquierdo: $X^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}=X^2_{0.25,12}=4.40$

La Región crítica es: $R.C.=X<4.40$

e) Decisión

Como $X=10.8\epsilon R.A.,no\,se\,rechaza\,H_0$, se concluye que no hay razón suficiente para inferir que la varianza de la población es diferente de 400.

102.- Los salarios en dólares del personal de las compañías A y B se distribuyen según el modelo de probabilidad normal con igual media. Para determinar cuál de ellas tiene salarios más homogéneos, se escogió una muestra aleatoria de 10 salarios de A, y 9 de B resultando las varianzas 100 y 225 respectivamente.

En el nivel de significación $\alpha=001$, ¿hay razón suficiente para decidir que en la compañía A los salarios son más homogéneos?

SOLUCION:

Datos:

$X \quad N(\mu,\sigma^2)$

$n_1=10$. $n_2=9$

$s_1^2=100$. $s_2^2=225$

$\alpha=0,01$

a) Formulación de hipótesis

$$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$$

$$H_1:\sigma_1^2<\sigma_2^2$$

b) Nivel de significación

$$\alpha=0,01$$

c) Estadístico de prueba

$$F=\frac{s_1^2}{s_2^2} \quad F_{(n_1-1,n_2-1)}$$

.

$$F = \frac{100}{225} \quad F_{(10-1,9-1)}$$

$$F = 0.44 \quad F_{(9,8)}$$

d) Región Critica

Para $\alpha = 0{,}05$ y para un contraste unilateral, se encuentran los siguientes valores críticos:

Lado Izquierdo: $F_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)} = F_{0.25,(9,8)} = 0.183$

La Región crítica es: $R.C. = X < 0.183$

e) Decisión

Como $F = 0.44 \epsilon R.A.,\, no\, se\, rechaza\, H_0$, se concluye que no hay razón suficiente para inferir que en la compañía A los salarios son mas homogéneos.

103. El jefe de logística de cerámicas “LOZA” tiene que escoger entre dos marcas A y B de maquinas para su planta de producción. El sabe que cada marca tiene un tiempo de producción por pieza cuya distribución es normal. Se le permitió probar ambas maquinas durante un periodo de prueba para luego escoger 10 tiempos al azar para cada aun de ellas, resultando los siguientes tiempos en segundos:

Maquina A: 40, 49, 47, 42, 48,38, 44, 49, 50, 37
Maquina B: 40, 41, 39, 40, 38, 42, 43, 37, 38, 41

En el nivel de significación de 0.05 y una prueba bilateral. ¿Se podría concluir que las varianzas poblacionales son iguales? ¿Qué marca de maquina debe adquirir?

SOLUCION:

Datos:

$A: n = 10, \acute{X} = 44.4, S_1 = 4.88$

$B: n = 10, \acute{X} = 39{,}9, S_2 = 1{,}91$

¿Se podría concluir que las varianzas poblacionales son iguales?

$\alpha = 0{,}05$; probar $\sigma_1 = \sigma_2$

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD

1. Formulación de hipótesis:

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2. Nivel de significación: $\alpha = 0,05$

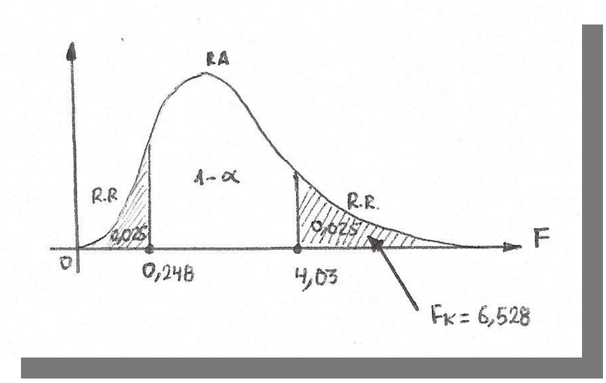
3. Estadística:

$$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1,\, n_2-1)}$$

$$f_k = \frac{(4.88)^2}{(1.91)^2} \quad F_{(10-1,\,10-1)} = F_{(9,9)}$$

$$f_K = 6,528$$

4. Región critica (H_0¿ :



5. Decisión:
$6,528 \in RR$, entonces se rechaza H_0 y se concluye que no son iguales.

¿Qué marca de maquina debe adquirir?

$\sigma_1(A) < \sigma_2(B)$, si se da entonces la maquina A es mejor que B

1. Formulación de hipótesis:

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_A^2 < \sigma_B^2$

2. Nivel de significación: $\alpha = 0,05$

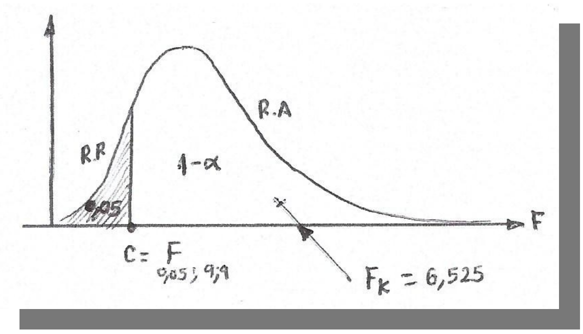
3. Estadística:

$$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1,\, n_2-1)}$$

$$f_k = \frac{(4.88)^2}{(1.91)^2} \quad F_{(10-1,10-1)} = F_{(9,9)}$$

$$f_K = 6{,}528$$

4. **Región critica (** H_0¿ :



5. **Decisión:**
$f_K = 6{,}525 \in RA$, no se rechaza H_0 y se concluye que B menor dispersión que A.

104. Un estudio estadístico sobre el uso de cajeros automáticos indica que el monto diario (en dólares) de los movimientos tanto para hombres y mujeres tienen distribución normal con la misma media y con varianzas respectivas de 64 y 49.sin embargo la inferencia respecto a la igualdad de las medias es poco creíble. Para investigar más a respecto, se seleccionaron aleatoriamente los montos de los movimientos de 20 hombres y 25 mujeres dando las medias respectivas de 200 y 205. Para el nivel de significación de 1%, ¿Se puede concluir que las medias de las dos poblaciones de montos son diferentes?

SOLUCION:

Datos:

$$H: n=20, \acute{X}_1=200, S^2=64$$

$$B: n=25, \acute{X}_2=205, S^2=49$$

¿Diferentes?

1. **Formulación de hipótesis:**

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

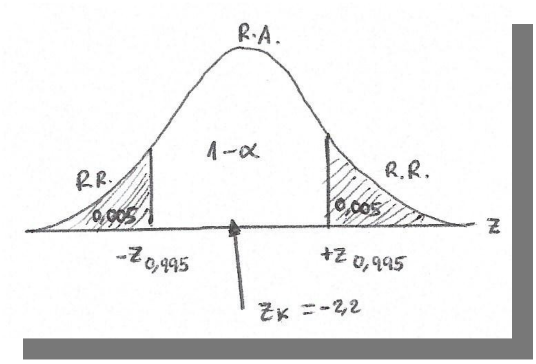
2. Nivel de significación: $\alpha = 0{,}01$

3. Estadística: Distribución normal $\rightarrow z$

$$Z_k = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{\frac{(S_1)^2}{n_1} + \frac{(S_2)^2}{n_2}}} \qquad \pm Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = \pm Z_{\left(1-\frac{0.01}{2}\right)} = \pm Z_{0,995}$$

$$Z_k = \frac{200 - 205}{\sqrt{\frac{64}{20} + \frac{49}{25}}} = -2{,}2$$

4. Región critica (H_0¿ :



5. Decisión:

$Z_k \in RA$, entonces no se rechaza H_0 y se concluye que son iguales. No son diferentes.

105. Un inversionista está por decidir entre dos localidades para abrir un centro comercial. Para esto debe probar la hipótesis de que hay diferencia en la media de los ingresos mensuales de los hogares de las dos provincias. Se escogió una muestra aleatoria de cada lugar y se obtiene la tabla de resultados en dólares:

	Localidad	
	A	B
Tamaño muestral	300	400
Media muestral	400	420
Varianza muestral	8100	14400

a) ¿Qué estadística es la apropiada para esta prueba de hipótesis?

b) Para un nivel de significación de 0.05, ¿puede el inversionista concluir que le es indiferente construir en cualquiera de los dos localidades?, si no es así, ¿En cuál de las localidades debería abrir el centro comercial?

SOLUCION:

Datos:

$H: n=300, \acute{X}_1=400, S_1^2=8100$

$B: n=400, \acute{X}_2=420, S_2^2=14400$

a) ¿Qué estadística es la apropiada para esta prueba de hipótesis?

Como $n_1 \geq 30\; y\; n_2 \geq 30$, entonces el estadístico seria z_0.

b) ¿puede el inversionista concluir que le es indiferente construir en cualquiera de los dos localidades?

1. Formulación de hipótesis:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

2. Nivel de significación: $\alpha = 0{,}05$

3. Estadística:

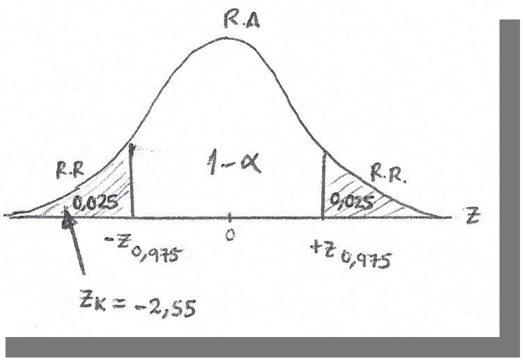
Como $n_1 \geq 30\; y\; n_2 \geq 30$, entonces:

$S_1^2 = \sigma_1^2\; y\; S_2^2 = \sigma_2^2$

$$Z_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad \pm Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = \pm Z_{0{,}975}$$

$$Z_k = \frac{400-420}{\sqrt{\frac{8100}{300} + \frac{14400}{420}}} = -2{,}55$$

4. Región critica ($H_0¿$:



5. Decisión:
   $Z_k \in RR$, entonces se rechaza H_0 , se concluye que las medias son diferentes.

Si no es así, ¿En cuál de las localidades debería abrir el centro comercial?

$\mu_1(A) < \mu_2(B)$, si se da entonces B tiene mayor ingreso que A.

1. Formulación de hipótesis:

   $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

   $H_1 : \mu_1 < \mu_2$

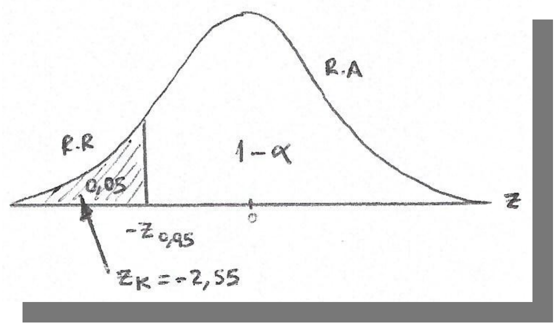
2. Nivel de significación: $\alpha = 0{,}05$

3. Estadística:

$$Z_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad -Z_{(1-\alpha)} = -Z_{0{,}95}$$

$$Z_k = \frac{400 - 420}{\sqrt{\frac{8100}{300} + \frac{14400}{420}}} = -2{,}55$$

4. Región critica ($H_0 ¿$:



5. Decisión:

$Z_k \in RR$, entonces se rechaza H_0 , se dice que B tiene mayor ingreso que A

106. Un analista financiero está interesado en comparar los niveles de rendimiento, en puntos porcentuales, de dos empresas de sectores diferentes 1 y 2.El sabe que las tasas de rendimiento de cada una de estas empresas tiene distribución normal. Seleccionó al azar 16 acciones de cada una de las empresas y observo las tasas de rendimiento. Las tasas de rendimiento dieron las medias 45 y 38, y las varianzas 128 y 64 respectivamente para las empresas 1 y 2.

A nivel de significación 0.05

a) ¿Son diferentes las dos varianzas poblacionales de las tasas de rendimiento?

b) Es la tasa de rendimiento promedio de la empresa 1 mayor que la de la empresa 2?

SOLUCION:

Datos:

$sector\ 1: n_1=16, \acute{x}_1=45, S_1^2=128$

$sector\ 2: n_2=16, \acute{x}_2=38, S_2^2=64$

a) ¿Son diferentes las dos varianzas poblacionales de las tasas de rendimiento?

1. Formulación de hipótesis:

$H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2. Nivel de significación: $\alpha=0{,}05$

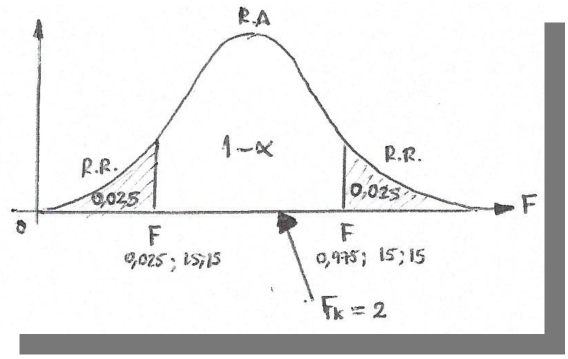
3. Estadística:

$$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1,\, n_2-1)}$$

$$f_k = \frac{128}{64} \quad F_{(16-1,\, 16-1)} = F_{(15,15)}$$

$$f_K = 2$$

4. Región critica ($H_0¿$:



5. Decisión:
$f_K = 2 \in RA$, no se rechaza H_0 y se concluye que si son iguales las varianzas.

b) Es la tasa de rendimiento promedio de la empresa 1 mayor que la de la empresa 2?

$$\mu_1(1) > \mu_2(2)$$

Varianzas poblacionales desconocidas usamos “t”

1. Formulación de hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

2. Nivel de significación: $\alpha = 0{,}05$

3. Estadística:

$$Como\,\sigma_1^2=\sigma_1^2\,(pero\,varianzas\,iguales)$$

$$t_k=\frac{\acute{x}_1-\acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_c^2}{n_1}+\frac{S_c^2}{n_2}}} \quad t_{(1-\alpha;\,n_1+n_2-2)}=t_{(0,95;30)}$$

Hallamos:

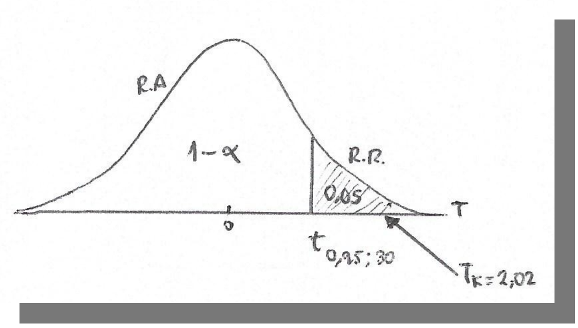
$$S_c^2=\frac{(n_1-1)\,S_1^2+(n_2-1)\,S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

$$S_c^2=\frac{(16-1)\,128+(16-1)\,64}{16+16-2}$$

$$S_c^2=96$$

$$t_k=\frac{\acute{x}_1-\acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_c^2}{n_1}+\frac{S_c^2}{n_2}}}=\frac{45-38}{\sqrt{\frac{96}{16}+\frac{96}{16}}}=2{,}02 \quad t_{(0,95;30)}$$

4. Región critica ($H_0¿$:



5. Decisión:

$t_k \in RR$, entonces se rechaza H_0 , se concluye que $\mu_1>\mu_2$

107. El gerente de compras de las empresas de transporte “CARGA” debe decidir por dos marcas A y B de bujías para su flota de camiones. El sabe que las vidas útiles en km, para cada marca de bujía tienen distribución normal. La vida útil de muestra aleatoria de 10 bujías de la marca A, dio una media de 8000 y una varianza de 5600. La vida útil de una muestra aleatoria de 9 bujías de la marca B dio una media de 7900 y una varianza de 810.
A nivel de significación 0.05

a) Realice una prueba bilateral de homogeneidad de las varianzas?
b) ¿Por cuál de las dos marcas de bujía debería decidir el gerente?

SOLUCION:

Datos:

$A: n_1=10, \acute{x}_1=8000, S_1^2=5600$

$B: n_2=9, \acute{x}_2=7900, S_2^2=810$

a) Realice una prueba bilateral de homogeneidad de las varianzas?
   Prueba de homogeneidad

1. Formulación de hipótesis:

$$H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

2. Nivel de significación: $\alpha=0{,}05$

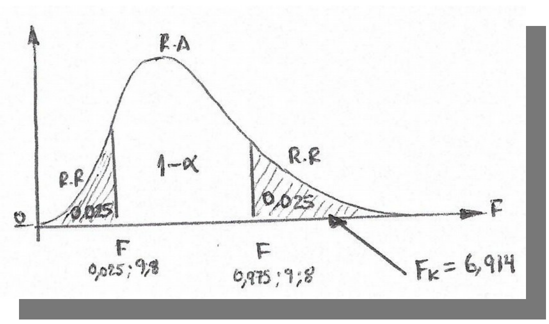
3. Estadística:

$$f_k=\frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1, n_2-1)}$$

$$f_k=\frac{5600}{810} \quad F_{(10-1, 9-1)}=F_{(9,8)}$$

$$f_K=6{,}914$$

4. Región critica (H_0¿ :



5. Decisión:

$f_K = 6{,}914 \in RR$, se rechaza H_0 y se concluye que son diferentes.

b) ¿Por cuál de las dos marcas de bujía debería decidir el gerente?
$\mu_1(A) > \mu_2(B)$

1. Formulación de hipótesis:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$

2. Nivel de significación: $\alpha = 0{,}05$

3. Estadística:

Como las varianzas son desconocidas, pero diferentes

$$t_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad t_r$$

$$t_k = \frac{8000 - 7900}{\sqrt{\frac{5600}{10} + \frac{810}{9}}} \quad t_r$$

$t_k = 3{,}922$

Donde:

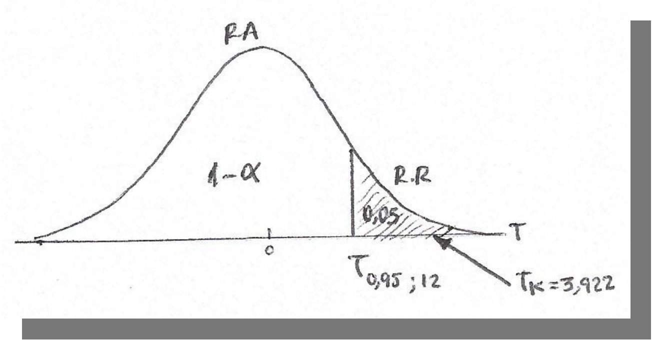
$$r = \frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1}\right]^2}{n_1 - 1} + \frac{\left[\frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{n_2 - 1}} = \frac{\left[\frac{5600}{10} + \frac{810}{9}\right]^2}{\frac{\left[\frac{5600}{10}\right]^2}{10 - 1} + \frac{\left[\frac{810}{9}\right]^2}{9 - 1}}$$

$$r = \frac{422500}{35856{,}94444}$$

$r = 11{,}78 \cong 12$

$t_k = 3{,}922 t_r = t_{12}$

4. Región critica (H_0¿ :



5. Decisión:

$t_k \in RR$, entonces se rechaza H_0 , se concluye que $\mu_1 > \mu_2$ por lo tanto debe elegir la marca A.

108. El grupo “NATURA” lanza la publicidad de su producto de fibra natural afirmando que su consumo durante un mes da como resultado la pérdida de peso. Una muestra aleatoria de 12 personas que consumieron el producto revelo un peso medio de 62 kg antes, un peso medio de 58 kg después de un mes de iniciado el consumo y una desviación estándar de las diferencias de pesos $\hat{S}_d = 5\,kg$..

Suponga que la diferencia de los pesos tiene distribución normal.
En el nivel de significación de 0.01.

a) ¿Se debería concluir que el producto es efectivo?
b) Halle el valor de la probabilidad P de la prueba.

SOLUCION:

Antes: Después:

$n_1 = 12$ $n_2 = 12$

$\acute{x}_1 = 62$ $\acute{x}_2 = 58$

$\hat{S}_d = 5$ $\alpha = 0.01$

a) Se debe concluir que es efectivo $\mu_1 < \mu_2$

1. Formulación de Hipótesis:

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$

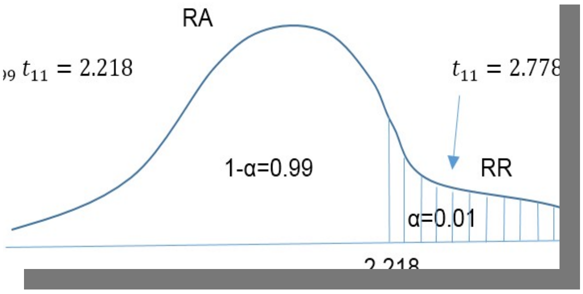
2. Nivel de significación: $\alpha = 0.01$

3. Estadística de prueba:

$t_k = \dfrac{\acute{d}}{\hat{S}_d/\sqrt{n}} \quad t_{(n-1)}$ $\qquad t_k = \dfrac{4}{5/\sqrt{12}} \quad t_{(12-1)} = t_{(11)}$

$\acute{d} = 62 - 58 = 4$ $\qquad t_k = 2.778$

4. Región Crítica: H_0



5. Decisión:

$t_k \in a\,RR$, entonces se rechaza H_0 , y se concluye que el producto es efectivo.

c) $P = P(T > 2.778) = 0.00898$

109. El agente de compras de la compañía “PC” se vio confrontado con dos marcas de computadoras para su adquisición. Se le permitió probar ambas marcas asignando una misma tarea a 50 máquinas de cada marca, resultando las medias respectivas 55 y 50 minutos. Suponga las dos poblaciones tienen varianza homogénea igual a 100. Para el nivel de significación α=0.05:

a) ¿Excede el tiempo promedio de la marca 1 al de la marca2 en al menos 9 minutos?

SOLUCION:

$n_1 = 50$ $\qquad n_2 = 50$

$\acute{x}_1 = 55$ $\qquad \acute{x}_2 = 50$

$S_1^2 = 100$ $\qquad S_1^2 = 100$ $\qquad \alpha = 0.05$

a)

1. Formulación de Hipótesis:

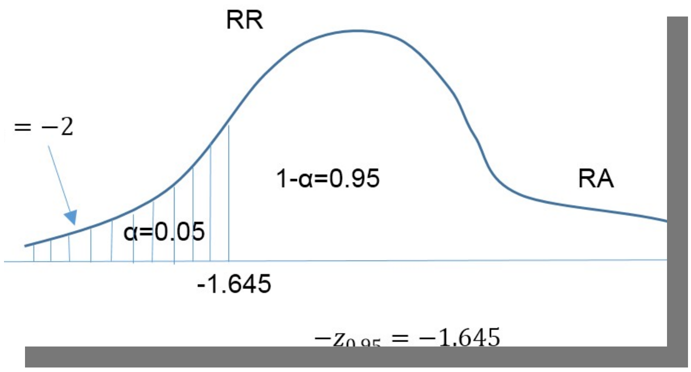
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 9$ $\qquad\qquad$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 9$

2. Nivel de significación: $\alpha = 0.05$

3. Estadística de prueba:

$$z_k = \frac{(\acute{x}_1 - \acute{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim z_{1-\alpha}\, z_{0.15} \qquad\qquad z_k = \frac{(55 - 50) - (9)}{\sqrt{\frac{100}{50} + \frac{100}{50}}} = -2$$

4. Región Crítica: H_0



5. Decisión:

$z_k \in a\, RR$, entonces se rechaza H_0

110. Dos profesores enseñan a dos secciones A y B el mismo curso de matemáticas. Para comprobar los promedios en las calificaciones obtenidas con loa dos profesores, se escogieron dos muestras aleatorias independientes de 9 notas de A y 8 notas de B dando los siguientes resultados:
Grupo A: 02, 18, 10, 20, 17, 05, 12, 16, 11
Grupo B. 12,16, 09, 16, 12, 13, 11, 10
Suponga que las calificaciones con cada uno de los profesores se distribuyen normalmente con un nivel de significación α=0.05,

a) ¿Se podría concluir que son homogéneas las varianzas de las calificaciones con los dos profesores?
b) ¿Es la calificación promedio de A más alta que la de B?

SOLUCION:

$n_1 = 9$ $\qquad\qquad$ $n_2 = 8$

$\acute{x}_1 = 12.333$ $\qquad\qquad$ $\acute{x}_2 = 12.375$

$S_1^2=36.75$ $S_2^2=6.5536$ $\alpha=0.05$

a) Prueba de Homogeneidad:

1. Formulación de Hipótesis:

$H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

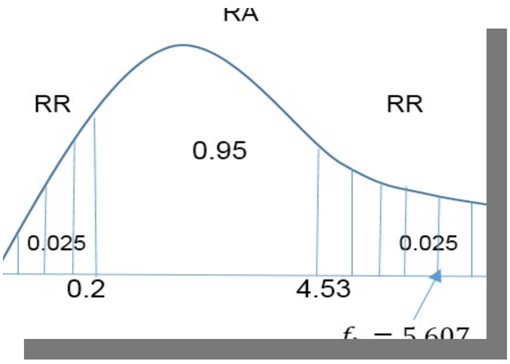
2. Nivel de significación: $\alpha=0.05$

3. Estadística de prueba:

$f_k=\frac{S_1^2}{S_2^2}$ $f_{(n_1-1),(n_2-1)}$ $f_k=\frac{36.75}{6.5536}$ $f_{(9-1),(8-1)} f_{(8),(7)}$

$f_k=5.607$ $f_{(8,7)}$

4. Región Crítica: H_0



$¿_{0.025} f_{8,7}=\frac{1}{¿_{0.975} f_{8,7}}=\frac{1}{4.90}=0.2$

$¿_{0.025} f_{8,7}=4.53$

5. Decisión:

$f_k \in a RR$, entonces se rechaza H_0 , se concluye que las varianzas son diferentes.

b) ¿es la calificación promedio de A más alta que la de B?

Prueba unilateral

1.- formulación de hipótesis

$H_0: u_1=u_2$

$H_1: u_1>u_2$

2.- Nivel de confianza

$\propto=0.05$

3.- estadística de prueba

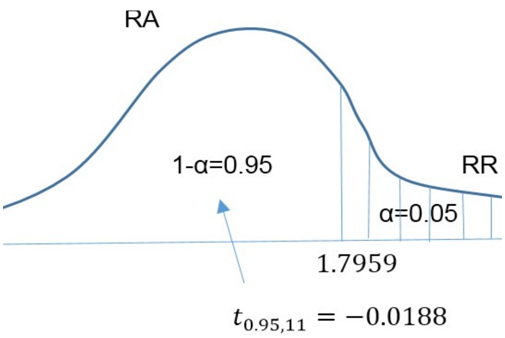
Como $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$t_k=\frac{\acute{x}_1-\acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}} \quad t_{(r)}$$

Donde: $$r=\frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1}\right]^2}{n_1-1}+\frac{\left[\frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{n_2-1}}=\frac{\left[\frac{36.75}{9}+\frac{6.5536}{8}\right]^2}{\frac{\left[\frac{36.75}{9}\right]^2}{8}+\frac{\left[\frac{6.5536}{8}\right]^2}{7}}\cong 11$$

$$t_k=\frac{12.333-12.375}{\sqrt{\frac{36.75}{9}+\frac{6.5536}{8}}}=-0.0188$$

4.- Región critica



$$t_{0.95,11}=1.7959$$

5.- DECISION:

$t_k \in aRA$, entonces no se rechaza H_0 , y se concluye que se acepta

$H_0: u_1=u_2$

111. La empresa de transporte terrestre de pasajeros "BUS" está por decidir si compra la marca A o la marca B de llantas para su flota de ómnibus. Se sabe que el rendimiento de cada marca tiene distribución normal. Se probaron dos muestras independientes de 9 llantas de las marcas A y B resultando los siguientes rendimientos en kilómetros:

Marca A: 32000, 30000, 33000, 31000, 32000, 35000, 34000, 35000, 31000

Marca B: 35000, 37000,36000, 38000, 37000, 39000, 32000, 33000, 40000

Con un nivel de significación de 0.01.

a) ¿Es razonable concluir que son significativamente diferentes las varianzas de los rendimientos?
b) ¿Es posible concluir que las dos marcas rinden igual?

SOLUCION:

$n_1 = 9$ $n_2 = 9$

$\acute{x}_1 = 32555.56$ $\acute{x}_2 = 36333.33$

$S_1^2 = 3277777.778$ $S_2^2 = 7000000$ $\alpha = 0.01$

a)

1. Formulación de Hipótesis:

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

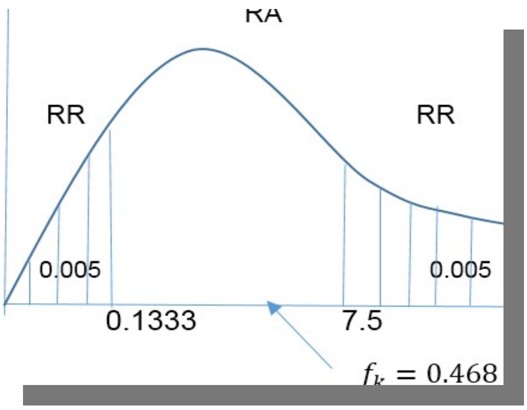
2. Nivel de significación: $\alpha = 0.01$

3. Estadística de prueba:

$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \; f_{(n_1-1),(n_2-1)}$ $f_k = \frac{3277777.778}{7000000} \; f_{(9-1),(9-1)} f_{(8),(8)}$

$f_k = 0.468 \; f_{(8,8)}$

4. Región Crítica: H_0



$\text{¿}_{0.025} f_{8,8} = \frac{1}{\text{¿}_{0.975} f_{8,8}} = \frac{1}{7.5} = 0.133$

$\text{¿}_{0.025} f_{8,8} = 7.5$

5. Decisión:

$f_k \in a RA$, entonces no se rechaza H_0 , y se concluye que las varianzas son iguales

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

b) ¿es posible concluir que las dos marcas rinden igual?

1.- formulación de hipótesis

$H_0 : u_1 = u_2$

$H_1 : u_1 \neq u_2$

2.- Nivel de confianza
$\alpha = 0.01$

3.- estadística de prueba

Como $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

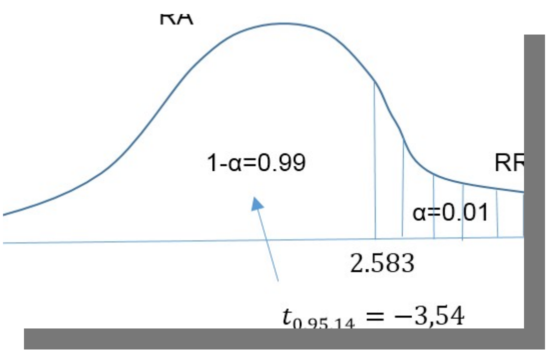
$$t_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_C^2}{n_1} + \frac{S_C^2}{n_2}}} \quad t_{(n_1+n_2-2)} \quad t_{(16)}$$

Donde:

$$S_C^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(9-1)3277777.778 + (9-1)7000000}{9+9-2} = 5138888.889$$

$$t_k = \frac{32555.56 - 36333.33}{\sqrt{\frac{5138888.889}{9} + \frac{5138888.889}{9}}} = -3,54$$

4.- Región critica:



$t_{0,99;16} = 2,583$

5. Decisión:

$t_k \in a RA$, entonces se rechaza H_0 , y se concluye que $H_0 : u_1 = u_2$

112. Las ventas medias semanales de las llantas PS214 en dos tiendas A y B de servicios, son aproximadamente iguales. Sin embargo el gerente de ventas de la tienda B cree que sus ventas son más consistentes. A continuación se presenta el número de llantas PS214 que se vendieron en las últimas 10 semanas en la tienda A y durante las últimas 11 semanas en la tienda B:

Tienda A: 32, 35, 34, 35, 32, 30, 33, 31, 31, 33
Tienda B: 39,38, 40,42, 45, 44, 35, 32, 36, 38, 37
Suponga que tales ventas en cada tienda tienen distribución normal. En el nivel de significación de α=0.05

a) ¿Son homogéneas las varianzas de las ventas semanales?
b) ¿Está usted de acuerdo con el gerente de la tienda B?

SOLUCION:

$n_1=10$ $\quad$ $n_2=11$

$\acute{x}_1=32.6$ $\quad$ $\acute{x}_2=38.73$

$S_1^2=2.933$ $\quad$ $S_2^2=15.018$ $\quad$ $\alpha=0.05$

a) Prueba de Homogeneidad:

1. Formulación de Hipótesis:

$H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$ $\quad$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

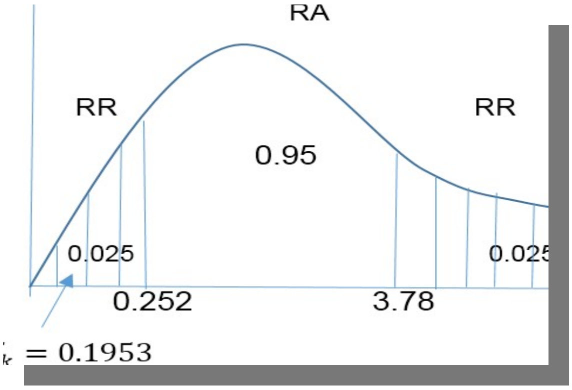
2. Nivel de significación: $\alpha=0.05$

3. Estadística de prueba:

$$f_k=\frac{S_1^2}{S_2^2} \quad f_{(n_1-1),(n_2-1)} \qquad f_k=\frac{2.933}{15.018} \quad f_{(10-1),(11-1)} f_{(9),(10)}$$

$$f_k=0.1953 \quad f_{(9,10)}$$

4. Región Crítica: H_0



$¿_{0.025} f_{9,10} = \frac{1}{¿_{0.975} f_{10,9}} = \frac{1}{3.96} = 0.252$

$¿_{0.025} f_{9,10} = 3.78$

5. Decisión:

$f_k \in a\,RR$, entonces se rechaza H_0 , y se concluye que las varianzas son DIFERENTES

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

b) ¿está usted de acuerdo con el gerente de la tienda B?

Prueba unilateral

1.- formulación de hipótesis

$H_0 : u_1 < u_2$

$H_1 : u_1 > u_2$

2.- Nivel de confianza

$\alpha = 0.05$

3.- estadística de prueba

Como $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

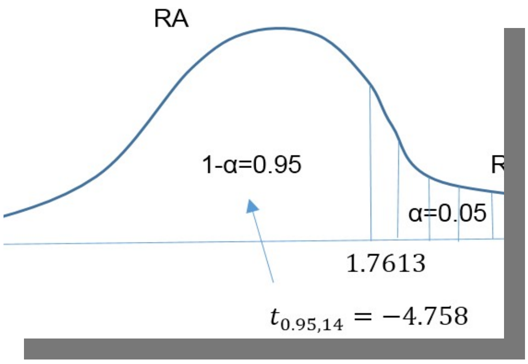
$$t_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad t_{(r)}$$

Donde:

$$r = \frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1}\right]^2}{n_1 - 1} + \frac{\left[\frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{n_2 - 1}} = \frac{\left[\frac{2.933}{10} + \frac{15.018}{11}\right]^2}{\frac{\left[\frac{2.933}{10}\right]^2}{9} + \frac{\left[\frac{15.018}{11}\right]^2}{10}} \cong 14$$

$$t_k = \frac{32.6 - 38.73}{\sqrt{\frac{2.933}{10} + \frac{15.018}{11}}} = -4.758$$

4.- Región critica



$t_{0.95,14} = 1.7613$

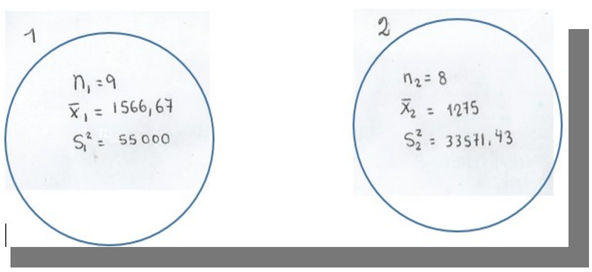
5.- DECISION:

$t_k \in aRA$, entonces no se rechaza H_0 , y se concluye que se acepta

$H_0 : u_1 < u_2$ B vende más.

113. En un estudio para comparar la venta de arroz embolsado en los hipermercados 1 y 2 se escogieron el monto de las ventas de 9 y 8 días al azar respectivamente de 1 y 2 resultando los siguientes datos en soles:
Mercado 1: 1500, 1700, 1600, 1800, 1700, 1900, 1200, 1300, 1400
Mercado 2: 1200, 1000, 1300, 1100, 1200, 1500, 1400, 1500
Suponga que tales ventas en cada uno de los supermercados tienen distribución normal.
Utilizando el nivel de significación del 1%.
    a) ¿Se puede concluir que las varianzas de todas las ventas son iguales?
    b) Utilice una prueba unilateral, para determinar si existe alguna diferencia significativa en las ventas medias.

SOLUCIÓN:



a) Prueba de homogeneidad

1.- formulación de hipótesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.01$

3.- estadística de prueba

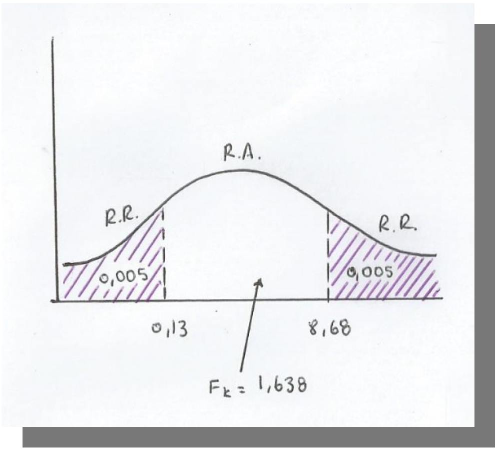
$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1;n_2-1)}$

$f_k = \frac{55000}{33571{,}43} \quad F_{8,7} \rightarrow F_K = 1{,}638$

4.- región critica

$0{,}005\, F_{8,7} = \frac{1}{0{,}995\, F_{8,7}} = \frac{1}{7{,}69}$

$0{,}995\, F_{8,7} = 8{,}68$



5.- DECISION:

$F_K \in RA$, *No se rechaza* H_0, *entonces se concluye que las variazas son iguales*

b) Prueba unilateral

1.- formulación de hipótesis

$H_0: u_1 = u_2$

$H_1: u_1 > u_2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.01$

3.- estadística de prueba

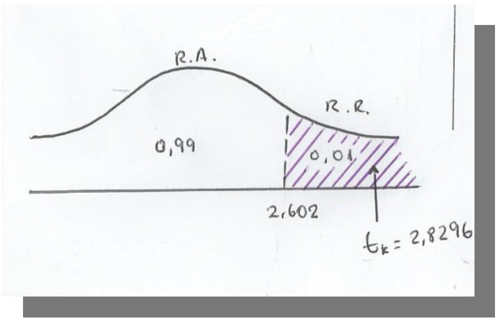
Como $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$t_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_C^2}{n_1} + \frac{S_C^2}{n_2}}} \quad t_{(n_1+n_2-2)} \quad t_{(15)}$$

Donde: $S_C^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(9-1)55000 + (8-1)43}{9+8-2} = 45000$

$$t_k = \frac{1566,67 - 1275}{\sqrt{\frac{45000}{9} + \frac{45000}{8}}} = 2,8296$$

4.- Región critica



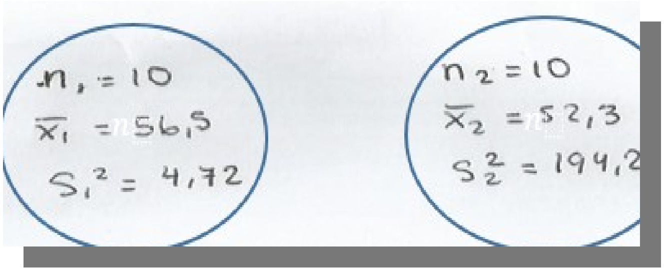
$0,99\, t_{15} = 2,602$

5.- DECISION:

$t_K \in RR$, *No rechaza* H_0, *entonces se concluye que si existe diferencia en las ventas medias*

114. El gerente de ventas de pantalones "INCA" quiere saber si una reducción del 5% en el precio de su producto es suficiente para aumentar sus ventas. Para comprobar esta hipótesis el fabricante selecciono en forma aleatoria 10 sucursales donde se vendió el producto a precio normal y otras 10 sucursales donde se vendió a precio de oferta. El número de unidades vendidas durante la semana pasada fue:
Precio de oferta: 55, 56, 57, 56, 58, 53, 54, 59, 60, 57
Precio normal: 50, 45, 49, 50, 38, 58, 63, 37, 48, 85
Suponga que cada una de tales ventas se distribuye aproximadamente normal. En el nivel de significancia de 0,05,
   a) ¿Se puede concluir que son iguales las varianzas de los precios?
   b) ¿Se puede inferir que la reducción del precio aumenta las ventas?

SOLUCIÓN:



a) Prueba de homogeneidad

1.- formulación de hipótesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.05$

3.- estadística de prueba

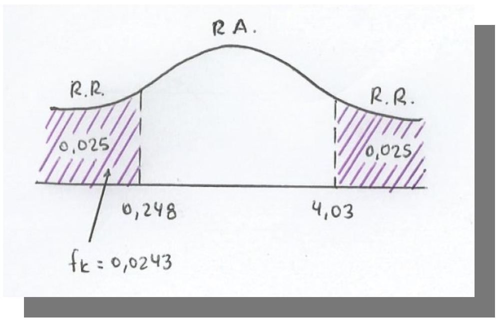
$$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1;n_2-1)}$$

$$f_k = \frac{4{,}72}{194{,}23} \quad F_{9,4} \rightarrow f_K = 0{,}0243$$

4.- región critica

$$0{,}025\,F_{9,9} = \frac{1}{0{,}975\,F_{9,9}} = \frac{1}{4{,}03}$$

$$0{,}975\,F_{9,9} = 4{,}03$$



5.- DECISION:

$F_K \in RR$, se rechaza H_0, entonces se concluye que las variazas son distinas

b) Prueba unilateral

1.- formulación de hipótesis

$H_0: u_1 = u_2$

$H_1: u_1 > u_2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.05$

3.- estadística de prueba

Como $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

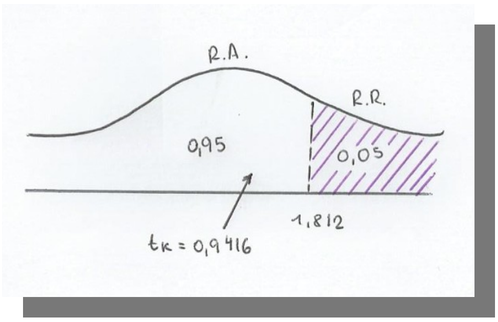
$$t_k = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad t_{(r)}$$

Donde: $$r = \frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1}\right]^2}{n_1 - 1} + \frac{\left[\frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{n_2 - 1}} = \frac{\left[\frac{4,72}{10} + \frac{194,23}{10}\right]^2}{\frac{\left[\frac{4,72}{10}\right]^2}{9} + \frac{\left[\frac{194,23}{10}\right]^2}{9}} \cong 9$$

Entonces:

$$t_k = \frac{56,5 - 52,3}{\sqrt{\frac{4,72}{10} + \frac{194,23}{10}}} = 0,9416$$

4.- Región critica



$t_{0.95,9} = 1,812$

5.- DECISION:

$t_K \in RA$, *No rechaza* H_0, *entonces se concluye que la reduccion del precio no aumento las ventas*

115. Los salarios mensuales de los empleados de dos grandes empresas manufacturadas A y B se distribuyen aproximadamente normal con medias iguales. Sin embargo los empleados de la empresa B creen tener los mejores salarios. Dos muestras aleatorias independientes de 8 empleados de A y de 9 empleados de B dieron los siguientes salarios en nuevos soles:

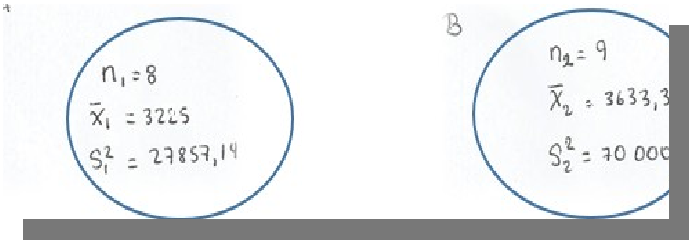
Muestra A: 3400, 3500, 3100, 3200, 3000, 3300, 3100, 3200

Muestra B: 3800, 3700, 3900, 3500, 3700, 3600, 3200, 3300, 4000

a) ¿Se puede concluir que las varianzas de los salarios son iguales?

b) ¿Es razonable concluir que los empleados de la empresa B están mejor pagados? Realice una prueba unilateral

SOLUCIÓN:



a) Prueba de homogeneidad

1.- formulación de hipótesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.05$

3.- estadística de prueba

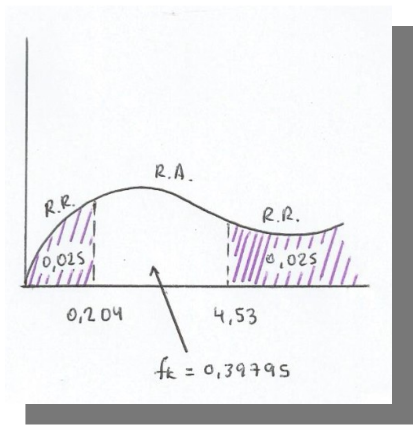
$$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1;n_2-1)}$$

$$f_k = \frac{27857,14}{70000} \quad F_{7,8} \rightarrow f_K = 0,39795$$

4.- región critica

$$0,025\, F_{7,8} = \frac{1}{0,975\, F_{7,8}} = \frac{1}{4,53}$$

$$0,975\, F_{7,8} = 4,53$$



5.- DECISION:

$F_K \in RA$, *no se rechaza* H_0, *entonces se concluye que las variazas son iguales*

b) Prueba unilateral

$H_1 : u_1 < u_2$

1.- formulación de hipótesis

$H_0 : u_1 = u_2$

$H_1 : u_1 < u_2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.05$

3.- estadística de prueba

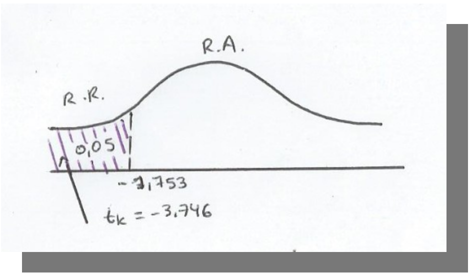
Como $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$t_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_C^2}{n_1} + \frac{S_C^2}{n_2}}} \quad t_{(n_1+n_2-2)} \quad t_{(15)}$$

Donde: $S_C^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{27857{,}14 + (9-1)70000}{9+8-2} = 50333{,}332$

$$t_k = \frac{3225 - 3633{,}33}{\sqrt{\frac{50333{,}332}{8} + \frac{50333{,}332}{9}}} = -3{,}746$$

4.- región critica



$0{,}99\, t_{15} = -1{,}753$

5.- DECISION:

$t_K \in RR$, *se rechaza* H_0, *entonces se concluye que los empleados de B son mejor pagados*

116. Se realiza el control de los frascos de 300 gramos de un producto que tiene solo dos componentes A y B en iguales cantidades promedio. Se sabe que cada componente del producto tiene distribución normal. Una muestra aleatoria de 10 frascos ha dado los siguientes porcentajes de la componente A:

48%, 52%, 49%, 55%, 62%, 51%, 53%, 54%, 55%, 56%
Para un nivel de significación de 0,05.

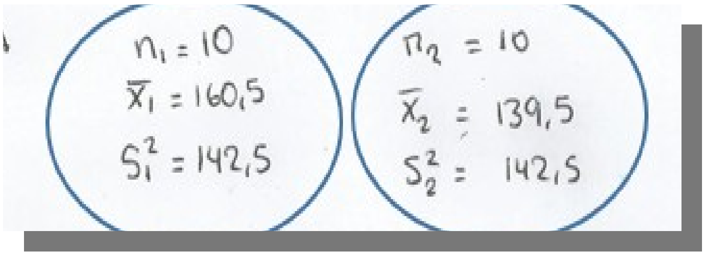
a) Determine si las varianzas de los contenidos de las dos componentes son homogéneas.
b) Son diferentes los promedios de los contenidos de las dos componentes

SOLUCIÓN:

Frascos de 300 gramos, porcentajes para A: 48%, 52%, 49%, 55%, 62%, 51%, 53%, 54%, 55%, 56%

A: 144, 156, 147, 165, 186, 153, 159, 162, 165, 168

B: 156, 144, 153, 135, 114, 147, 141, 138, 135, 132



a) Prueba de homogeneidad

1.- formulación de hipótesis

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.05$

3.- estadística de prueba

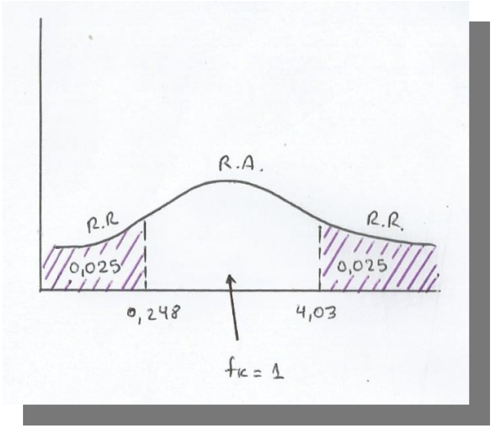
$$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1;n_2-1)}$$

$$f_k = \frac{142,5}{142,5} \quad F_{9,9} \rightarrow f_K = 1$$

4.- región critica

$$0,025\,F_{9,9} = \frac{1}{0,975\,F_{9,9}} = \frac{1}{4,03}$$

$$0,975\,F_{9,9} = 0,248$$



5.- DECISION:

$F_K \in RA$, no se rechaza H_0 , entonces se concluye que las variazas son iguales

b)

1.- formulación de hipótesis

$H_0 : u_1 = u_2$

$H_1 : u_1 \neq u_2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.05$

3.- estadística de prueba

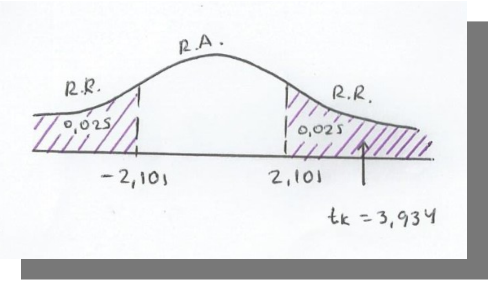
Como $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$t_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{S_C^2}{n_1} + \frac{S_C^2}{n_2}}} \quad t_{(n_1+n_2-2)} \quad t_{(18)}$$

Donde: $S_C^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(10-1)5 + (10-1)142,5}{10+10-2} = 142,5$

$$t_k = \frac{160,5 - 134,5}{\sqrt{\frac{142,5}{10} + \frac{142,5}{10}}} = 3,934$$

4.- Región critica



$t_{0,025;18}=-2,101$

$t_{0,975;18}=2,101$

5.- DECISION:

$t_K \in RR$, se rechaza H_0, entonces se concluye que los promedios si son diferentes

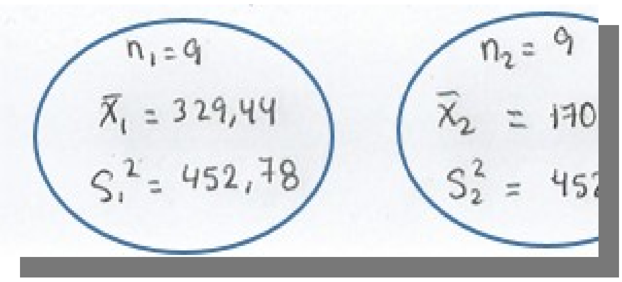
117. La compañía agroindustrial "MERMELADA" envasa uno de sus productos en frascos de 500 gramos. En la etiqueta de cada frasco se afirma que su contenido es en promedio 70% de fresa y 30% de piña. Se sabe que el contenido de cada una de las dos componentes tiene distribución normal. Un investigador examino el contenido de 9 frascos escogidos al azar, resultando los siguientes porcentajes de fresa:
71, 67, 65, 63, 58, 72, 68, 64, 65
    a) ¿Son iguales las varianzas de los contenidos de las dos componentes?
    b) ¿Dan los datos prueba suficiente de que la diferencia entre el contenido promedio de fresa y de piña de los frascos son mayor a 100 gramos?

SOLUCIÓN:

Frascos de 500 gramos
Porcentajes fresa (A)
71%, 67%, 65%, 63%, 58%, 72%, 68%, 64%, 65%

Datos:

Fresa (A):355, 335, 325, 315, 290, 360, 340, 320, 325
Piña (B):145, 165, 175, 185, 210, 140, 160, 180, 175



a) Prueba de homogeneidad

1.- formulación de hipótesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.01$

3.- estadística de prueba

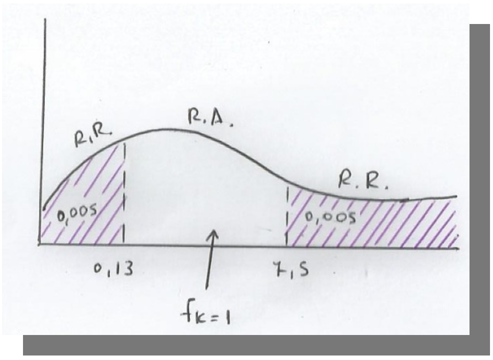
$f_k = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1 - 1; n_2 - 1)}$

$f_k = \frac{452{,}78}{452{,}78} \quad F_{8,8} \rightarrow f_K = 1$

4.- región critica

$0{,}005\, F_{8,8} = \frac{1}{0{,}995\, F_{8,8}} = \frac{1}{7{,}5}$

$0{,}995\, F_{8,8} = 7{,}5$



5.- DECISION:

$F_K \in RA$, *no se rechaza* H_0, *entonces se concluye que las variazas son iguales*

b)

1.- formulación de hipótesis

$H_0: u_1 - u_2 = 100$

$H_1: u_1 - u_2 > 100$

2.- Nivel de confianza

$\propto = 0.01$

3.- estadística de prueba

Como $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$\acute{x}$$

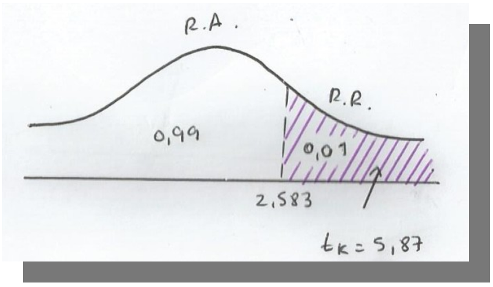
$$\frac{(¿¿1-\acute{x}_2)-(u_1-u_2)}{\sqrt{\frac{S_C^2}{n_1}+\frac{S_C^2}{n_2}}} \quad t_{(n_1+n_2-2)} \quad t_{(16)}$$

$$t_k = ¿$$

Donde: $S_1^2 = S_2^2 \rightarrow S_C^2 = S_1^2 S_C^2 = 452,78$

$$t_k = \frac{(329,44-170,56)-100}{\sqrt{\frac{452,78}{9}+\frac{452,78}{9}}} = 5,87$$

4.- Región critica



$t_{0,99;16} = 2,583$

5.- DECISION:

$t_K \in RR$, *se rechaza* H_0, *entonces se concluye que la diferencia de contenidos promedio de fresa y de piña es mayor a* 100 *gramos*

123. En una muestra de 500 hogares de Trujillo se encontró que 50 de ellos estaban viendo vía satélite un programa especial de televisión. En otra muestra de 400 hogares de Tarapoto se encontró que 28 de ellos estaban viendo el mismo programa especial. En el nivel de significación 0.05, ¿puede rechazarse la suposición del patrocinador de que el porcentaje de hogares que están observando el programa especial no es el mismo en las dos ciudades?

SOLUCIÓN:

$$A: n_A = 500, \bar{p}_A = \frac{X}{n_A} = \frac{50}{500} = 0.1$$

$$B: n_B = 400, \overline{p}_B = \frac{X}{n_B} = \frac{28}{400} = 0.07$$

a) $H_0: p_A = p_B$

$H_1: p_A \neq p_B$

b) $\alpha = 0.05$

c) Estadística de prueba

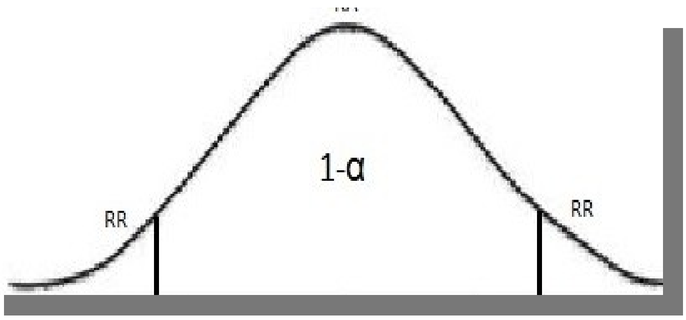
$$Z = \frac{(\overline{p}_A - \overline{p}_B) - (p_A - p_B)}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_A} + \frac{\hat{p}\hat{q}}{n_B}}} \quad N(0;1)$$

$$\hat{p} = \frac{X_A + X_B}{n_A + n_B} = \frac{n_A \overline{p}_A + n_B \overline{p}_A}{n_A + n_B}$$

$$\hat{p} = \frac{50+28}{500+400} = 0.087$$

$$\rightarrow Z = \frac{0.1 - 0.07 - (0)}{\sqrt{\frac{0.087 \times 0.913}{500} + \frac{0.087 \times 0.913}{400}}} = 1.59$$

d) Región de aceptación y rechazo



e) Conclusión: Se acepta H_0 .

124. En un estudio de mercado para determinar el rating de los programas de TV del mediodía una muestra aleatoria de 400 hogares de cierta comunidad reveló que 80 están sintonizando el programa B de TV, 120 sintonizan el programa G y el resto sintoniza otra cosa. ¿Es la

proporción global de televidentes que sintonizan el programa B igual al que sintonizan G? Utilice $\alpha=0.01$ y una prueba bilateral.

SOLUCIÓN:

$$TV\,B: n_B=500\,,\overline{p}_B=\frac{X}{n_B}=\frac{80}{400}=0.2$$

$$TV\,G: n_G=400\,,\overline{p}_G=\frac{X}{n_G}=\frac{120}{400}=0.3$$

a) $H_0: p_B=p_G$

$H_1: p_B\neq p_G$

b) $\alpha=0.01$

c) Estadística de prueba

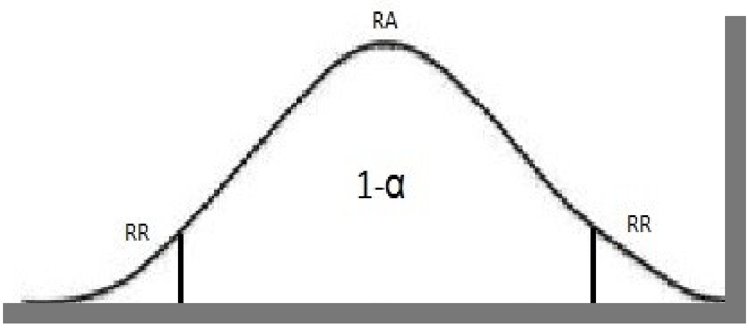
$$Z=\frac{(\overline{p}_B-\overline{p}_G)-(p_B-p_G)}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_B}+\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_G}}}\quad N(0;1)$$

$$\hat{p}=\frac{X_B+X_G}{n_B+n_G}=\frac{n_B\overline{p}_B+n_B\overline{p}_G}{n_B+n_G}$$

$$\hat{p}=\frac{80+120}{400+400}=0.25$$

$$\rightarrow Z=-3.27$$

d) Región de aceptación y rechazo



e) Conclusión: Se rechaza H_0 .

125. La agencia de publicidad ''RDT'' realizó un estudio para comparar la efectividad de un anuncio en la radio en dos distritos. Después de difundir dicho aviso, se realizó una encuesta telefónica con 600 personas seleccionadas al azar, que viven en cada uno de los distritos resultando las proporciones: 20% y 18% respectivamente para el primero y segundo distrito. En el nivel de significancia del 5%, ¿es posible concluir que la proporción de todas las personas que escucharon dicho aviso en el primer distrito es superior a la del segundo distrito?

SOLUCIÓN:

$A: n_A = 600, \overline{p}_A = 20$

$B: n_B = 600, \overline{p}_B = 18$

a) $H_0: p_A = p_B$

$H_1: p_A > p_B$

b) $\alpha = 0.05$

c) Estadística de prueba

$$Z = \frac{(\overline{p}_A - \overline{p}_B) - (p_A - p_B)}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_A} + \frac{\hat{p}\hat{q}}{n_B}}} \quad N(0;1)$$

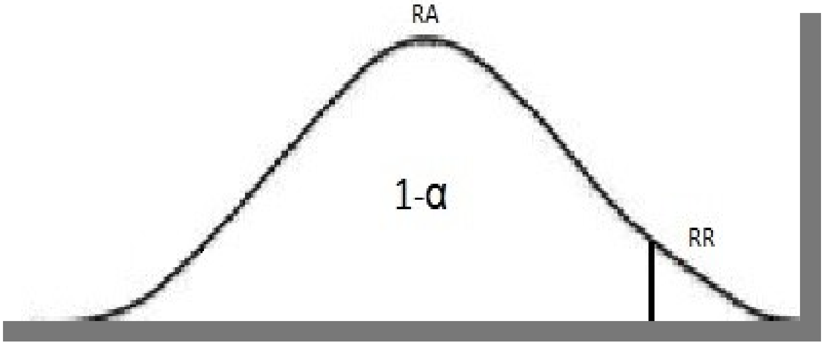
$$\hat{p} = \frac{n_A \overline{p}_A + n_B \overline{p}_A}{n_A + n_B}$$

$$\hat{p} = \frac{0.2 \times 600 + 0.18 \times 600}{600 + 600} = 0.19$$

$\rightarrow Z = 0.88$

d) Región de aceptación y rechazo

0



e) Conclusión: Se acepta H_0 .

126. Para probar la eficacia de dos nuevos insecticidas en la protección contra plagas de las viñas San Antonio en san Martín, se seleccionaron al azar 80 plantas de uva para rociarlo con insecticida A y 50 plantas de uva para rociarlo con el insecticida B. Cuando maduraron las uvas se encontró que 6 y 5 plantas de uvas rociadas con A y B respectivamente tenían plagas. Con un nivel de significancia del 5%, ¿se puede concluir que le insecticida A es más eficaz?

SOLUCIÓN:

$$A: n_A = 80, \overline{p}_A = \frac{X}{n_A} = \frac{6}{80} = 0.075$$

$$B: n_B = 50, \overline{p}_B = \frac{X}{n_B} = \frac{5}{50} = 0.1$$

a) $H_0: p_A = p_B$

$H_1: p_A < p_B$

b) $\alpha = 0.05$

c) Estadística de prueba

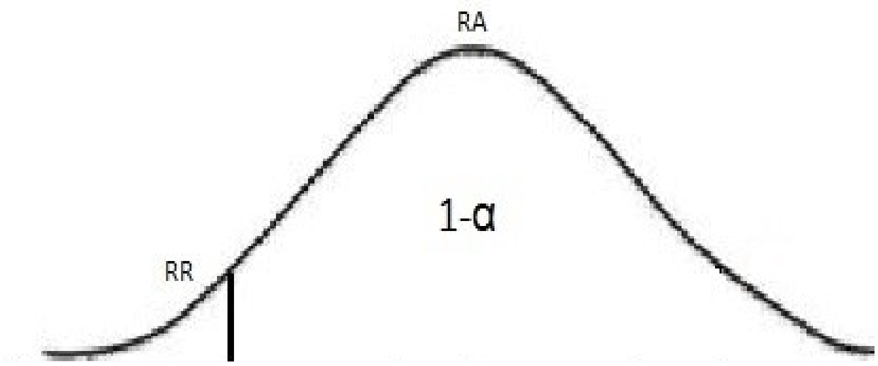
$$Z = \frac{(\overline{p}_A - \overline{p}_B) - (p_A - p_B)}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_A} + \frac{\hat{p}\hat{q}}{n_B}}} \quad N(0;1)$$

$$\hat{p} = \frac{X_A + X_B}{n_A + n_B} = \frac{n_A \overline{p}_A + n_B \overline{p}_A}{n_A + n_B}$$

$$\hat{p}=\frac{6+5}{80+50}=0.085$$

$$\rightarrow Z=-0.50$$

d) Región de aceptación y rechazo



e) Conclusión: Se acepta H_0 .

127. El gerente de compras de una compañía está evaluando dos marcas de equipo para fabricar un artículo. Examinó una muestra aleatoria de 50 para la primera marca y encontró que 5 de ellos tenían defectos. Controló otra muestra aleatoria de tamaño 80 para la segunda marca y encontró que 6 de ellos tenían defectos. Los manuales de los equipos indican que el porcentaje de fabricación defectuosa del total es la misma para las dos marcas de quipo. Sin embargo, como la primera cuesta bastante menos, el gerente de compras le otorga a esa marca el beneficio de la duda y afirma que la primera tiene mayor porcentaje de producción defectuosa. En el nivel de significancia del 0.05, ¿cuál es la conclusión de usted?

SOLUCIÓN:

$$A: n_A=50, \overline{p}_A=\frac{X}{n_A}=\frac{5}{50}=0.1$$

$$B: n_B=80, \overline{p}_B=\frac{X}{n_B}=\frac{6}{80}=0.075$$

a) $H_0: p_A \leq p_B$

$H_1: p_A > p_B$

b) $\alpha=0.05$

c) Estadística de prueba

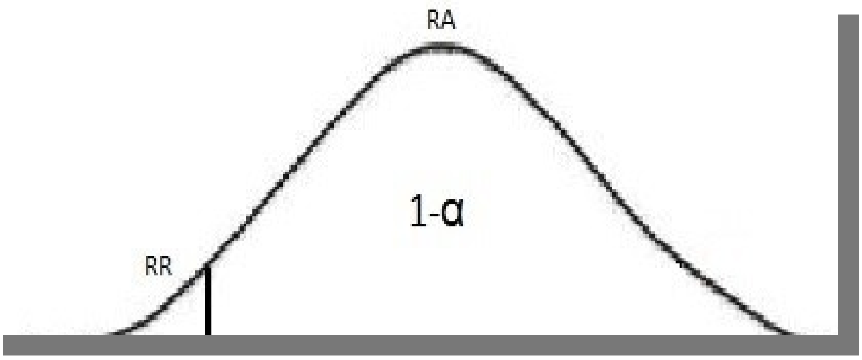
$$Z=\frac{(\overline{p}_A-\overline{p}_B)-(p_A-p_B)}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_A}+\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_B}}} \quad N(0;1)$$

$$\hat{p}=\frac{X_A+X_B}{n_A+n_B}=\frac{n_A\overline{p}_A+n_B\overline{p}_A}{n_A+n_B}$$

$$\hat{p}=\frac{5+6}{50+80}=0.085$$

$$\rightarrow Z=0.50$$

d) Región de aceptación y rechazo



e) Conclusión: Se acepta H_0 .

128. Un vendedor de la compañía ELECTRIC visita a 6 clientes por día. Se cree que el número de ventas por día que él realiza es una variable aleatoria que puede ser descrita mediante una distribución Binomial, Durante 100 días se han registrado las siguientes ventas por día de este vendedor:

Número de ventas	0	1	2	3	4	5
Número de	1	4	60	2	6	3

días	0	1		0		

En el nivel de significación 0.01, ¿puede usted concluir que estos datos, en efecto, se ajustan a la distribución binomial B (5,0.4)?

SOLUCION:

$$\acute{x}=\acute{u}=1.86$$

$$\acute{p}=\frac{\acute{u}}{5}=0.37\approx 0.4$$

$$\acute{q}=0.6$$

$$P=(X=i)=\binom{b}{x}*p^{b}*q^{n-b}$$; b=5

Para el primer caso: $$P=(X=0)=\binom{5}{0}*0.4^{0}*0.6^{5-0}=0.078$$

Del mismo modo para los siguientes, y llenamos la tabla.

Luego para hallar las frecuencias esperadas:

$$Ei=n(Pi)$$

$$Ei=140(0.8)=10.92\approx 11$$

Realizamos el mismo proceso para los casos siguientes. En la tabla resumimos:

Número de ventas	Número de días	Pi	Ei
0	10	0.08	11
1	41	0.26	36
2	60	0.35	48
3	20	0.23	32
4	6	0.08	11
5	3	0.01	1
	140	1.00	

Agrupamos debido a que la frecuencia esperada es menor que 5. Entonces gl=5-1-1=3

Oi	Ei
10	11
41	36
60	48
20	32

9	12

1) H_0 : la distribución de datos observados concuerda con la binomial B (5,0.4).
   H_1 : la distribución de datos no concuerda con la binomial B (5,0.4).
2) Nivel de significancia: $\alpha=0.01$
3) Estadística: $\sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i-E_i)^2}{Ei}$, cuya distribución es aproximadamente una chi-cuadrado con 3 grados de libertad.
4) Región critica. $\alpha=0.01$ y 3 grado en la distribución de $X^2(3)$ se halla el valor crítico $X^2{}_{0.990,3}=11.35$. Se rechazara H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor de 11.35. No se rechazara de lo contrario.
5) Cálculos. De la tabla resulta:

0.09
0.69
3.00
4.50
0.75
9.04

$$X^2{}_{cal}=\frac{(10-11)^2}{11}+\frac{(41-36)^2}{36}+\ldots+\frac{(9-12)^2}{12}$$

$$X^2{}_{cal}=0.09+0.69+\ldots+0.75=9.04$$

Decisión. Dado que $X^2{}_{cal}=9.04<11.35$ no se rechaza la hipótesis nula.

129. Se seleccionaron aleatoriamente 100 cuentas en la sección de contabilidad del banco “CREDIT” y se las examino para descubrir errores, obteniendo los siguientes resultados.

Número de errores	0	1	2	3	4	5	6
Número de cuentas	64	46	25	9	4	1	1

Pruebe la hipótesis de que la distribución del número de errores se ajusta a una distribución de Poisson con media uno. Use un nivel de significación del 1%.

SOLUCIÓN:

Primero obtenemos: $\acute{x}=1$

Hallando las probabilidades: $Pi=P[X=i]=e^{-1}\frac{1^i}{i!}$

$$Po=P[X=0]=e^{-1}\frac{1^0}{0!}=0.3679$$

Hallando la frecuencia esperada. $Ei=n(Pi)$

$$Eo=150(0.3679)=55.2$$

Del mismo modo para los siguientes datos:

Numero de errores	Numero de cuentas	Pi	Ei
0	64	0.3679	55.2
1	46	0.3679	55.2
2	25	0.1839	27.6
3	9	0.0613	9.2
4	4	0.0153	2.3
5	1	0.0031	0.5
6	1	0.0005	0.1
	150	1	

Como se observa que la frecuencia esperada es menor que 5. Luego el gl=4-1-1

Oi	Ei
64	55.2
46	55.2
25	27.6
15	12.0

1) H_0 : la distribución de datos observados concuerda con la distribución poisson.
   H_1 : la distribución de datos no concuerdapoisson.
2) Nivel de significancia: $\alpha=0.01$
3) Estadística: $\sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i-E_i)^2}{Ei}$, cuya distribución es aproximadamente una chi-cuadrado con 3 grados de libertad.
4) Región critica. $\alpha=0.01$ y 2 grado en la distribución de $X^2(2)$ se halla el valor crítico $X^2{}_{0.990,2}=9.21$. Se rechazara H_0 si el valor

calculado de chi-cuadrado es mayor de 9.21. No se rechazara de lo contrario.

5) Cálculos. De la tabla resulta:

$$X^2_{cal}=\frac{(64-55.2)^2}{55.2}+\frac{(46-55.2)^2}{55.2}+\ldots+\frac{(15-12.03)^2}{12.03}$$

$$X^2_{cal}=3.862$$

Decisión. Dado que $X^2_{cal}=3.862<9.21$ no se rechaza la hipótesis nula.

130. Durante 100 intervalos de tiempo cada uno de 3 minutos, se registraron las llamadas telefónicas recibidas en una central, resultando la siguiente distribución:

Número de llamadas	0	1	2	3	4
Numero de intervalos	48	35	11	5	1

¿Puede usted concluir, con probabilidad de error tipo I de 0.01 que la distribución de estos datos se ajusta a una distribución de poisson?

SOLUCIÓN:

$$\acute{x}=\gamma=0.76$$

Hallando las probabilidades: $Pi=P[X=i]=e^{-0.76}\frac{0.76^i}{i!}$

$$Po=P[X=0]=e^{-0.76}\frac{0.76^0}{0!}=0.4677$$

Hallando la frecuencia esperada. $Ei=n(Pi)$

$$Eo=100(0.4677)\approx 46.8$$

Del mismo modo para los siguientes datos y obtenemos:

Número de llamadas	Numero de intervalos	Pi	Ei
0	48	0.47	46.8
1	35	0.36	35.5

2	11	0.14	13.5
3	5	0.03	3.4
4	1	0.01	0.7
	100	1.00	

Debido a que hay frecuencias menores a 5 agrupamos de la siguiente forma y gl=4-1-1=2

Oi	Ei
48	46.8
35	35.5
11	13.5
6	4.0

$1¿H_0$: la distribución de datos observados concuerda con la distribución poisson.

H_1 : la distribución de datos no concuerda poisson.

2) Nivel de significancia: $\alpha=0.01$

3) Estadística: $\sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i-E_i)^2}{Ei}$, cuya distribución es aproximadamente una chi-cuadrado con 2 grados de libertad.

4) Región critica. $\alpha=0.01$ y 2 grado en la distribución de $X^2(2)$ se halla el valor crítico $X^2{}_{0.990,2}=9.21$. Se rechazara H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor de 9.21. No se rechazara de lo contrario.

5) Cálculos. De la tabla resulta:

$$X^2{}_{cal}=\frac{(48-46.8)^2}{46.8}+\frac{(35-35.5)^2}{35.5}+\ldots+\frac{(6-4)^2}{4}$$

$$X^2{}_{cal}=0.032+0.008+0.466+0.988$$

$$X^2{}_{cal}=1.494$$

6) Decisión. Dado que $X^2{}_{cal}=1.494<9.21$ no se rechaza la hipótesis nula.

131. El servicio médico de la universidad trata de determinar si el número de pacientes que atiende por emergencia tiene distribución de poisson. Durante 100 días se han registrado el número de pacientes atendidos por emergencia resultando la siguiente distribución de frecuencias:

Número de pacientes	0	1	2	3	4	5
Número de días	40	34	16	7	2	1

Al nivel de significación 0.05, ¿se puede concluir que los datos, en efecto se ajustan a la distribución sugerida?

SOLUCION:

$\acute{x} = \gamma = 1$

Hallando las probabilidades: $Pi = P[X=i] = e^{-1}\frac{1^i}{i!}$

$Po = P[X=0] = e^{-1}\frac{1^0}{0!} = 0.3679$

Hallando la frecuencia esperada. $Ei = n(Pi)$

$Eo = 100(0.3679) \approx 36.8$

En la tabla a continuación el resumen de las operaciones

Número de pacientes	Número de dias	Pi	Ei
0	40	0.37	36.8
1	34	0.37	36.8
2	16	0.18	18.4
3	7	0.06	6.1
4	2	0.02	1.5
5	1	0.00	0.3
	100	1.00	

Se observa que existen datos menores a 5 en la frecuencia esperada, entonces lo agrupamos: el gl=4-1-1=2

Oi	Ei
40	36.8
34	36.8
16	18.4
10	8.0

1) H_0 : la distribución de datos observados concuerda con la distribución poisson.
H_1 : la distribución de datos no concuerda poisson.

2) Nivel de significancia: $\alpha = 0.05$

3) Estadística: $\sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{Ei}$, cuya distribución es aproximadamente una chi-cuadrado con 3 grados de libertad.

4) Región critica. $\alpha = 0.05$ y 2 grado en la distribución de $X^2(2)$ se halla el valor crítico $X^2_{0.950,2} = 5.99$. Se rechazara H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor de 5.99. No se rechazara de lo contrario.

5) Cálculos. De la tabla resulta:

$$X^2_{cal} = \frac{(40-36.8)^2}{36.8} + \frac{(34-36.8)^2}{36.8} + \ldots + \frac{(16-18.4)^2}{18.4}$$

$X^2_{cal} = 1.319$

Decisión. Dado que $X^2_{cal} = 1.319 < 5.99$ no se rechaza la hipótesis nula.

133. En una muestra aleatoria de 45 baterías de la marca “BOCH” para automóvil, vendidas hace dos años, se encontraron los siguientes tiempos de vida útil en meses:

Vida útil	Baterías
10.5-11.5	2
11.5-12.5	4
12.5-13.5	6
13.5-14.5	10
14.5-15.5	15
15.5-16.5	5
16.5-17.5	3

¿Se puede concluir, con un nivel de significancia de 0.05, que la duración de tales baterías tiene una distribución normal con media 14.311 horas y desviación estándar de 1.4897?

SOLUCION:

Sea X: duración en meses (variable aleatoria continuas)

1) H_0: $X \approx N(14.311, 1.4897)$; $X_i \approx N(\mu_i, \sigma_i)$ (distribución normal, μ=14.311, σ=1.4897)

2) H_1: no H_0

3) α = 0.05

4) Se procederá a calcular los valores de z para encontrar las probabilidades en la tabla. Recordando que $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$, se sustituye el valor de x por los límites de clase comenzando con el límite de 11.5

Límite real	$Z = \frac{X - 14.311}{1.4897}$	**$P_{(X)}$**
11.5	-1.89	P(x≤11.5) = 0.02938
12.5	-1.22	P(x≤12.5) = 0.11123
13.5	-0.54	P(x≤13.5) = 0.29460
14.5	0.13	P(x≤14.5) = 0.55172
15.5	0.79	P(x≤15.5) = 0.78524
16.5	1.47	P(x≤16.5) = 0.92922
17.5	2.14	P(x≤17.5) = 0.98382

Las probabilidades que no se muestran en la tabla anterior se calcularon por diferencias;

P (x≤11.5) = 0.02938

P (11.5≤x≤12.5) = 0.11123-0.02938 = 0.08185

P (12.5≤x≤13.5) = 0.18337

P (13.5≤x≤14.5) = 0.25712

P (14.5≤x≤15.5) = 0.23352

P (15.5≤x≤16.5) = 0.14398

P (16.5≤x≤17.5) = 0.0546

5) Con estas probabilidades se calcularán los valores esperados, multiplicando cada probabilidad por 45.

Límites de clase	Frecuencias Observadas	Probabilidad	Frecuencia Esperada
10.5-11.5	2	0.02938	1.32
11.5-12.5	4	0.08185	3.68
12.5-13.5	6	0.18337	8.25

Nota:

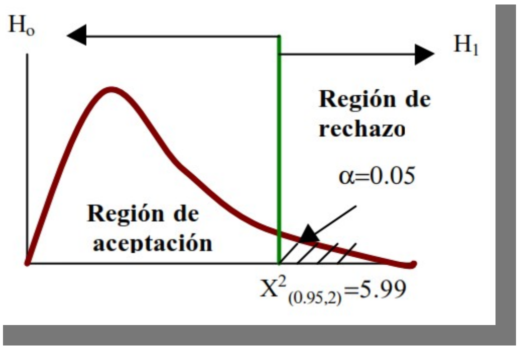
Aprox. La suma de la frecuencia esperada debe ser n= 45

13.5-14.5	10	0.25712	11.57
14.5-15.5	15	0.23352	10.51
15.5-16.5	5	0.14398	6.48
16.5-17.5	3	0.0546	2.46

6) Es necesario que se cumpla la condición ∀i, ei ≥ 5 por lo que se deben agrupar clases adyacentes. Como resultado se tienen cuatro clases k=4

Duración (meses)	Frecuencias Observadas (oi)	Frecuencia Esperada (ei)
10.5-13.5	12	13.25
13.5-14.5	10	11.57
14.5-15.5	15	10.51
15.5-17.5	8	8.94

7) Ahora se puede definir la región de rechazo de H_0



Observemos que en este ejemplo la media y la desviación estándar de la distribución normal no se estimaron, sino que están propuestas, en donde r=0

$\alpha = 0.05$, gl.= k-1-m = 4-1-1 = 2

8) Regla de decisión.

Si $X^2_R \leq 5.99$ *no se rechaza* H_0

Si $X^2_R > 5.99$ *se rechaza* H_0

9) Cálculo del estadístico de prueba

$$X^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(oi-ei)^2}{ei}=\left[\frac{(12-13.25)^2}{13.25}+\frac{(10-11.57)^2}{11.57}+\frac{(15-10.51)^2}{10.51}+\frac{(8-8.94)^2}{8.94}\right]=2.35$$

10) Justificación y decisión:

Como el 2.35 no es mayor de 5.99, no se rechaza H_0 y se concluye con un $\alpha = 0.05$ que el ajuste de los datos a una distribución normal es bueno.

134. Los ingresos mensuales en dólares de una muestra de hogares en la ciudad de Tarapoto se tabularon en la siguiente distribución de frecuencias:

Ingresos	Familias
150-200	20
200-250	30
250-300	60
300-350	100
350-400	80
400-450	60
450-500	40

¿Puede usted concluir, con el nivel de significación del 1% que estos ingresos familiares tiene una distribución normal?

SOLUCION:

Hemos de calcular la μ=342,499, σ=97.755 (con ayuda de la calculadora)

Sea X: duración en meses (variable aleatoria continuas)

1) H_0: $X \approx N(342.499, 97.755)$; $X_i \approx N(\mu_i, \sigma_i)$
2) H_1: no H_0
3) $\alpha = 0.01$
4) Se procederá a calcular los valores de z para encontrar las probabilidades en la tabla. Recordando que $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$, se sustituye el valor de x por los límites de clase comenzando con el límite de 200

Límite real	$Z = \frac{X - 325}{108.01}$	$P_{(x)}$
200	– 1.79	P(x≤200) = 0.03673
250	-1.17	P(x≤250) = 0.12100
300	-0.54	P(x≤300) = 0.29460
350	0.09	P(x≤350) = 0.53586
400	0.72	P(x≤400) = 0.76424
450	1.34	P(x≤450) = 0.90988
500	1.97	P(x≤500) = 0.97558

Las probabilidades que no se muestran en la tabla anterior se calcularon por diferencias;

P (x≤200) = 0.03673

P (200≤x≤250) = 0.12100-0.03673 =0.08427

P (250≤x≤300) = 0.1736

P (300≤x≤350) = 0.24126

P (350≤x≤400) = 0.22838

P (400≤x≤450) = 0.14564

P (450≤x≤500) = 0.0657

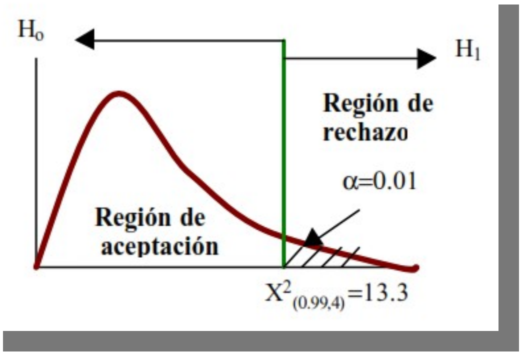
5) Con estas probabilidades se calcularán los valores esperados, multiplicando cada probabilidad por 390.

Límites de clase	Frecuencias Observadas	Probabilidad	Frecuencia Esperada
150-200	20	0.03673	14.3
200-250	30	0.08427	32.8
250-300	60	0.1736	67.7
300-350	100	0.24126	94.1
350-400	80	0.22838	89.1
400-450	60	0.14564	56.8
450-500	40	0.0657	25.6

6) Es necesario que se cumpla la condición ∀i, ei ≥ 5 por lo que se deben agrupar clases adyacentes. Como resultado se tienen cuatro clases k=7

Límites de clase	Frecuencias Observadas	Frecuencia Esperada
150-200	20	14.3
200-250	30	32.8
250-300	60	67.7
300-350	100	94.1
350-400	80	89.1
400-450	60	56.8
450-500	40	25.6

7) Ahora se puede definir la región de rechazo de H_0



Observemos que en este ejemplo la media y la desviación estándar de la distribución normal no se estimaron, sino que están propuestas, en donde r=0

α = 0.01, gl.= k-1-m = 7-1-2 = 4

8) Regla de decisión.

Si $X^2_R \leq 13.3 \, no \, se \, rechaza \, H_0$

Si $X^2_R > 13.3 \, se \, rechaza \, H_0$

9) Cálculo del estadístico de prueba

$$X^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(oi-ei)^2}{ei}=\left[\frac{(20-14.3)^2}{14.3}+\frac{(30-32.8)^2}{32.8}+\ldots+\frac{(40-25.6)^2}{25.6}\right]=13.2$$

10) Justificación y decisión:

Como el 13.2 no es mayor de 13.3, no se rechaza H_0 y se concluye con un

α = 0.01 que el ajuste de los datos a una distribución normal es bueno.

135. Al nivel de significación del 1%, ¿Podemos concluir que es normal N (0,1) la población de la ha sido extraída la muestra aleatoria simple

2.6 , 1.8 , 2.2 , -1.6 , 2.1 , 2.7 , -1.0 , 2.0 , 1.7 , 2.4 ?

SOLUCION:

N°	Datos Xi observados	Valores Zi tipificados	Probabilidad acumulada observada Sn(xi)	Prob. Acumulada esperada Fi	Diferencias $\lvert Sn(xi)-Fi \rvert$
1	-1.6	-2.03	0.10	0.02118	0.0788
2	-1.0	-1.64	0.20	0.05050	0.1495
3	1.7	0.12	0.30	0.54776	0.2477
4	1.8	0.18	0.40	0.57142	0.1714
5	2.0	0.32	0.50	0.62552	0.1255
6	2.1	0.39	0.60	0.65173	0.0517
7	2.2	0.45	0.70	0.67364	0.0264
8	2.4	0.58	0.80	0.71904	0.0801
9	2.7	0.78	0.90	0.78230	0.1177
10	2.8	0.84	1	0.79955	0.2005

Hemos de calcular la μ=1.51, σ=1.53 (con ayuda de la calculadora)

Luego, hallamos los valores tipificados con la siguiente fórmula:

$$Z_i = \frac{X_i - \overline{X}}{\sigma}$$

$$Z_1 = \frac{-1.6 - 1.51}{1.53} = -2.03$$

$$Z_2 = -1.64$$

$$Z_3 = 0.12$$

$$Z_4 = 0.18$$

$$Z_5 = 0.32$$

$$Z_6 = 0.39$$

$$Z_7 = 0.45$$

$$Z_8 = 0.58$$

$$Z_9 = 0.78$$

$$Z_{10} = 0.84$$

Conclusión:

Ho: la distribución es normal N (0,1). La diferencia máxima de porcentajes observados y esperados es D = 0.2477, para n=10, α = 0.01, en la Tabla de Kolmogorov- Smirnov se halla el valor crítico 0.49.

Dado que $0.2477 < 0.49,$ se acepta la hipótesis nula.

136. ¿Podemos concluir que es normal la población de la que ha sido extraída la siguiente muestra aleatoria simple

-8.01 , 11.53 , 10.8 , -3.14 , -13.9 , 8.63 , -1.79 , -5.63 , 5.04 , 14.36?

SOLUCION:

Nivel de significancia de 0.01

N°	Datos Xi observados	Valores Zi tipificados	Probabilidad	Prob. Acumulada	Diferencias

			acumulada observada Sn(xi)	esperada Fi	$\lvert Sn(xi)-Fi \rvert$
1	-13.9	-1.63	0.10	0.05155	0.0485
2	-8.01	-1.02	0.20	0.15386	0.0461
3	-5.63	-0.77	0.30	0.22065	0.0794
4	-3.14	-0.51	0.40	0.30503	0.0949
5	-1.79	-0.37	0.50	0.35569	0.1443
6	5.04	0.34	0.60	0.63307	0.0331
7	8.63	0.71	0.70	0.76115	0.0612
8	10.8	0.94	0.80	0.82639	0.0264
9	11.53	1.02	0.90	0.84614	0.0539
10	14.36	1.31	1	0.90490	0.0951

Hemos de calcular la μ=1.789, σ=9.59 (con ayuda de la calculadora)

Luego, hallamos los valores tipificados con la siguiente fórmula:

$$Z_i=\frac{X_i-\overline{X}}{\sigma}$$

$$Z_1=\frac{-13.9-1.789}{9.59}=-1.63$$

$$Z_2=-1.02$$

$$Z_3=-0.77$$

$$Z_4=-0.51$$

$$Z_5=-0.37$$

$$Z_6=0.34$$

$$Z_7=0.71$$

$$Z_8=0.94$$

$$Z_9=1.02$$

$$Z_{10}=1.31$$

Conclusión:

Ho: la distribución es normal N (0,1). La diferencia máxima de porcentajes observados y esperados es D = 0.144, para n=10, α = 0.01, en la Tabla de Kolmogorov- Smirnov se halla el valor crítico 0.49.

Dado que $0.144 < 0.49$, se acepta la hipótesis nula.

137. Las calificaciones de 350 personas sometidas a una prueba de aptitud dieron la siguiente tabla de frecuencia:

Calificación	80	85	90	95	100	105	110	115	120
Personas	13	27	38	55	70	60	42	33	12

¿Puede usted concluir con el nivel de significancia de 0.05, que estos datos se ajustan a una distribución normal?

SOLUCION:

Nivel de significancia de 0.01

Puntaje	Datos Xi observados	Valores Zi tipificados	Probabilidad acumulada observada Sn(xi)	Prob. Acumulada esperada Fi	Diferencias $\lvert Sn(xi) - Fi \rvert$
80	13	-2.06	0.11	0.01970	0.0903
85	27	-1.55	0.22	0.06057	0.1594
90	38	-1.05	0.33	0.14686	0.1831
95	55	-0.54	0.44	0.29460	0.1454
100	70	-0.39	0.55	0.34827	0.2017
105	60	0.47	0.66	0.68082	0.0208
110	42	0.97	0.77	0.83398	0.0639
115	33	1.47	0.88	0.92922	0.0492
120	12	1.98	0.99	0.97615	0.0138

Sol.

Hemos de calcular la μ=100.3857, σ=9.917 (con ayuda de la calculadora)

Luego, hallamos los valores tipificados con la siguiente fórmula:

$$Z_i = \frac{X_i - \overline{X}}{\sigma}$$

$$Z_1 = \frac{80 - 100.3857}{9.917} = -2.06$$

$Z_2 = -1.55$

$Z_3 = -1.05$

$Z_4 = -0.54$

$Z_5 = -0.39$

$Z_6 = 0.47$

$Z_7 = 0.97$

$Z_8 = 1.47$

$Z_9 = 1.98$

Conclusión:

Ho: la distribución es normal N (0,1) con μ=100.3857, σ=9.917. La diferencia máxima de porcentajes observados y esperados es D = $0.2017,$ para n=9, α = 0.05, en la Tabla de Kolmogorov- Smirnov se halla el valor crítico $1.36/\sqrt{350} = ¿$ 0.0727

Dado que $0.727 < 0.2017$ se rechaza la hipótesis nula.

138. El gerente de procesamiento de datos de la compañía COMP estudió el uso de la computadora en el departamento de contabilidad de la compañía. En una muestra aleatoria de 60 trabajos del mes pasado se registró el tiempo de procesamiento (en segundos) para cada trabajo, con los siguientes resultados:

03	16	18	04	15	12	17	11	15	17	07	02	08	14	16
09	10	14	18	14	12	19	13	09	07	19	11	15	17	12
16	05	09	14	16	17	14	16	10	15	14	17	11	10	15
13	16	13	15	12	09	08	15	17	09	14	13	10	15	13

Al nivel de significación del 5%, pruebe la hipótesis de que la distribución los tiempos de procesamiento es normal.

SOLUCION:

Datos:

$A: n=10, \acute{X}=44.4, S_1=4.88$

$B: n=10, \acute{X}=39,9, S_2=1,91$

¿Se podría concluir que las varianzas poblacionales son iguales?

$\alpha=0,05$; probar $\sigma_1=\sigma_2$

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD

6. Formulación de hipótesis:

$$H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

7. Nivel de significación: $\alpha=0,05$

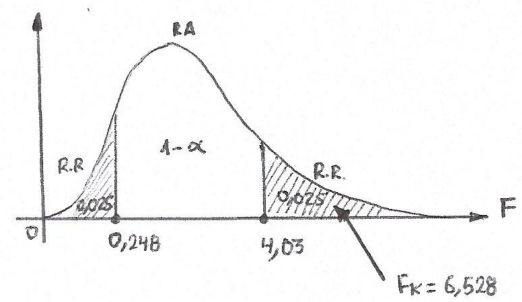
8. Estadística:

$$f_k=\frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{(n_1-1, n_2-1)}$$

$$f_k=\frac{(4.88)^2}{(1.91)^2} \quad F_{(10-1, 10-1)}=F_{(9,9)}$$

$$f_K=6,528$$

9. Región critica ($H_0¿$:



10. Decisión:

$6{,}528 \in RR$, entonces se rechaza H_0 y se concluye que no son iguales.

Rpta: Ho: la distribución es normal con x=12.75, y s=3.9644. La diferencia máxima de porcentajes observados y esperados es D=0.140, para n=60, $\propto = 0.05$, en la tabla de Kolmogorov-Smirnov se halla el valor crítico 1.36/ $\sqrt{60}$ =0.1756. Dado que 0.140<0.1755 se acepta la hipótesis nula

139. Los siguientes resultados representan las calificaciones en una prueba de aptitud académica que rindieron 150 alumnos:

68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 75, 75, 75, 76, 76, 76, 76, 56, 56, 56, 56
56, 57, 57, 57, 57, 57, 65, 65, 65, 65, 65, 66, 66, 66, 66, 66, 72, 72, 72, 72, 72
73, 73, 73, 73, 73, 35, 36, 37, 38, 39, 69, 69, 69, 69, 69, 69, 80, 81, 81, 82, 82,
83, 83, 84, 70, 70, 70, 70, 70, 71, 71, 71, 71, 71, 58, 58, 58, 59, 59, 59, 58, 58
67, 67, 67, 67, 67, 67, 67, 67, 67, 67, 45, 46, 46, 47, 47, 47, 48, 48, 74, 74, 74
74, 74, 70, 71, 72, 40, 41, 41, 42, 43, 43, 44, 42, 78, 78, 78, 79, 79, 50, 51, 51
52, 52, 53, 53, 53, 54, 54, 60, 61, 61, 61, 62, 62, 62, 62, 62, 62, 63, 64, 85, 86
87, 30, 93

Suponiendo que estas notas constituyen una muestra aleatoria, ¿puede usted concluir, con un nivel de significación del 5%, que estas notas provienen de una distribución normal

SOLUCION:

Datos:

$H: n=20, \acute{X}_1=200, S^2=64$

$B: n=25, \acute{X}_2=205, S^2=49$

¿Diferentes?

6. Formulación de hipótesis:

$$H_0: \mu_1=\mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

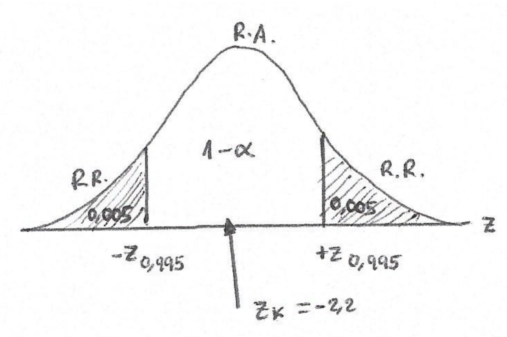
7. Nivel de significación: $\alpha=0{,}01$

8. Estadística: Distribución normal $\rightarrow z$

$$Z_k=\frac{x_1-x_2}{\sqrt{\frac{(S_1)^2}{n_1}+\frac{(S_2)^2}{n_2}}} \quad \pm Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}=\pm Z_{\left(1-\frac{0.01}{2}\right)}=\pm Z_{0{,}995}$$

$$Z_k=\frac{200-205}{\sqrt{\frac{64}{20}+\frac{49}{25}}}=-2{,}2$$

9. Región critica ($H_0¿$:



10. Decisión:

$Z_k \in RA$, entonces no se rechaza H_0 y se concluye que son iguales. No son diferentes.

Rpta: H0: la distribución es normal con x=63.88, S=12.2759. La diferencia máxima de porcentajes observados y esperados es D=0.123, para n=150, $\alpha=0.01$,en la tabla de Kolmogorov-Smirnov se halla el valor critico 1.63/ $\sqrt{150}$ =0.133. Dado que 0.1230<0.133 se acepta la hipótesis nula

140. Con los datos del problema 138 construya una distribución de frecuencias de 13 intervalos y utilizando el método de chi-cuadrado pruebe la hipótesis nula que la población de las calificaciones es normal. Use el nivel de significación: 0.05

SOLUCION:

Datos:

$H: n=300, \acute{X}_1=400, S_1^2=8100$

$B: n=400, \acute{X}_2=420, S_2^2=14400$

c) ¿Qué estadística es la apropiada para esta prueba de hipótesis?

Como $n_1 \geq 30\ y\ n_2 \geq 30$, entonces el estadístico seria z_0 .

d) ¿puede el inversionista concluir que le es indiferente construir en cualquiera de los dos localidades?

6. Formulación de hipótesis:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

7. Nivel de significación: $\alpha = 0{,}05$

8. Estadística:

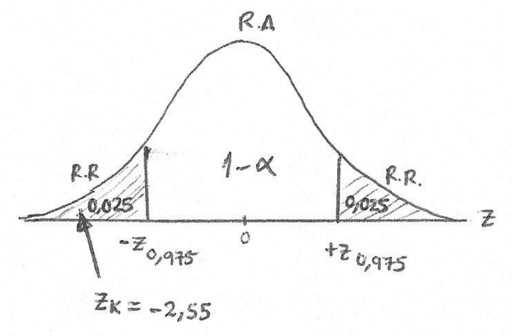
Como $n_1 \geq 30\ y\ n_2 \geq 30$, entonces:

$S_1^2 = \sigma_1^2\ y\ S_2^2 = \sigma_2^2$

$$Z_k = \frac{\acute{x}_1 - \acute{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad \pm Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = \pm Z_{0{,}975}$$

$$Z_k = \frac{400 - 420}{\sqrt{\frac{8100}{300} + \frac{14400}{420}}} = -2{,}55$$

9. Región critica (H_0¿ :



10. Decisión:

$Z_k \in RR$, entonces se rechaza H_0 , se concluye que las medias son diferentes

Rpta: Con intervalos se obtiene: frec. Obsevadas: 1, 5, 8, 8, 10, 18, 12, 36, 28, 12, 8, 3,1, Ho: esta distribución es normal con X=64.367, S=12.241. Frec. Esperada: 1.2, 2.3, 5.03, 9.6, 15.3, 20.8, 23.99, 19.5, 13.8, 8.2, 4.2, 1.8,. A la misma conclusión se llega agrupando en cualquier número de intervalos entre 5 y 20

141.A una muestra de empleados de la PUCP clasificados como: Docentes, no docentes y de servicio, se les pidió que escogieran entre tres planes de seguro familiar particular: A, B y C. En el cuadro que sigue se dan los resultados:

Clase de Trabajo	Plan seguro		
	A	B	C
Docente	100	150	60
No docente	40	70	20
Servicio	20	40	10

Se quiere probar si hay relación entre el plan de seguro que seleccionaron y su tipo de trabajo.

a) Enuncie la hipótesis de la prueba
b) Describa la estadística de prueba
c) Determine la región critica de la prueba al nivel de significación del 5%
d) A que conclusión llega usando el nivel de significación al 0.05
e) Determine el nivel de significación de la prueba

SOLUCION:

Datos:

$sector\ 1: n_1=16, \acute{x}_1=45, S_1^2=128$

$sector\ 2: n_2=16, \acute{x}_2=38, S_2^2=64$

c) ¿Son diferentes las dos varianzas poblacionales de las tasas de rendimiento?

6. Formulación de hipótesis:

$H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

7. Nivel de significación: $\alpha=0{,}05$

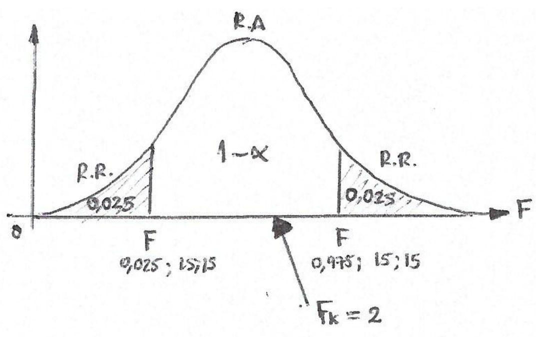
8. Estadística:

$$f_k=\frac{S_1^2}{S_2^2}\ F_{(n_1-1,\, n_2-1)}$$

$$f_k=\frac{128}{64}\ F_{(16-1,\, 16-1)}=F_{(15{,}15)}$$

$$f_K=2$$

9. Región critica ($H_0¿$:



Rpta: El tipo de plan no depende del tipo de trabajo.

142. A una muestra de 200 adultos se clasifico de acuerdo a su sexo y al numero de horas que miran televisión durante la semana, Las frecuencias

Sexo	Número de horas que miran T.V.	
	Menos de 15 horas	al menos 15 horas
Hombres	55	45
Mujeres	40	60

observadas se dan en la siguiente tabla.

Con esta información ¿se puede concluir con un nivel de significación de 0.05 que el tiempo utilizado para ver televisión es independiente del sexo

SOLUCION:

SOUCION

N=500 (población finita)

n=70 $\acute{X}=710$ $\sigma=26$

c) I_C al 95% $\longrightarrow$ $\propto=0.05$

$$Z_0=Z_{1-\frac{\propto}{2}}=Z_{0.975}=1.96$$

$$I_C=\acute{X}\pm Z_0.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \qquad I_C=710\pm 1.96\times\frac{26}{\sqrt{70}}\times\sqrt{\frac{500-70}{500-1}}$$

$$I_C=710\pm 5.654$$

d) $I_C=710\pm 5.654$ $\quad I_C=710-5.654=704.346$

$I_C=710+5.654=715.654$ $\quad \therefore I_C=[704.346\,;715.654]$

Como el impuesto es del 10%, dividimos a Ic por 10

$\therefore I_C=[70.4346\,;71.5654]$

Y, como son 500 personas, multiplicamos por 5000

$$Intervalo\,de\,recaudacion=I_R=[35217.3\,;35782.7]$$

143. Se seleccionó de una muestra de 800 votantes y se les clasificó de acuerdo a su nivel de ingresos como bajo, medio y alto, y según su opinión con respecto a una reforma impositiva en: a favor, en contra, sin decisión. Las frecuencias observadas se dan en la siguiente tabla

Opinión	Ingresos		
	Bajo	Medio	Alto
A favor	200	130	70
En contra	60	60	80
Sin decisión	40	60	100

¿Hay relación entre la opinión de los votantes y su nivel de ingresos? Use el nivel de significación de 0.05

SOLUCION:

200 (150)	130 (125)	70 (125)	400
60 (75)	60 (62.5)	80 (62.5)	200
40 (75)	60 (62.5)	100 (62.5)	200
300	250	250	800

1° Formulación de hipótesis

Ho: La opinión no depende de los ingresos

H1: La opinión depende de los ingresos

2° Nivel de significación

α = 0,05

3° Estadística de prueba

$$X^2 = \sum \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim X^2_{1-\alpha, r-1, t-1}$$

$$X^2 = \begin{matrix} 200-150 \\ ¿ \\ ¿ \\ ¿2 \\ ¿ \\ ¿ \end{matrix} \sim X^2_{0.95, 2(2)}$$

$$X^2 = ¿\ 88 \sim X^2_{0.95,4} = 9.49$$

4° Región critica

R.C. (X^2 >9.49)

5° Decisión

X^2 ε R.C, se rechaza la Ho

144. Un investigador realizo el estudio para determinar si el tamaño de familia depende del nivel de educación del padre. La muestra se clasificó de acuerdo al nivel de educación y al número de hijos, en la siguiente tabla

Nivel de educación	Número de hijos				
	0 a 1	2	3	4	5 o mas
Primaria	20	18	12	14	30
Secundaria	50	25	18	16	24
Superior	12	6	4	8	12

¿Se puede inferir que el tamaño de la familia es independiente del nivel de educación del padre?

Use el nivel de significación 5%

SOLUCION:

20 (28.5)	18 (17.12)	12 (11.88)	14 (13.28)	30 (26.03)	94
50 (40.54)	25 (24.23)	18 (16.81)	16 (18.79)	24 (32.63)	133
12 (12.80)	6 (7.65)	4 (5.31)	8 (5.93)	12 (10.3)	42
82	49	84	800	66	269

1° Formulación de hipótesis

Ho: El tamaño de formativa es independiente de la educación del país

H1: El tamaño de formativa es dependiente de la educación del país

2° Nivel de significación

α = 0,05

3° Estadística de prueba

$$X^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \sim X^2_{1-\alpha, r-1, t-1}$$

$$X^2 = \begin{matrix} 20-28.65 \\ ¿ \\ ¿ \\ ¿2 \\ ¿ \\ ¿ \end{matrix} \sim X^2_{0.95,3(4)}$$

$X^2 = ¿\ 11.525 \sim X^2_{0.95,8} = 15.51$

4° Región critica

R.C. (X^2 >15.51)

5° Decisión

X^2 noε R.C, se acepta la Ho

145. La gerente de firmas GROUP desea determinar si las ventas de productos dependen de la clase de clientes clasificados en 4 grupos. Una muestra aleatoria de las ventas suministro la siguiente información:

	Producto			
	1	2	3	4
Profesionales	30	35	55	40
Comerciantes	155	50	125	80
Obreros	130	30	105	50
Ama de casa	35	15	20	45

¿Se puede concluir que las ventas de los 4 productos son homogéneas entre los 4 grupos de clientes diferentes? Nivel de significación 0.05

SOLUCION:

30 (56)	35 (20.8)	55 (98.8)	40 (34.4)	160
155 (143.5)	50 (53.3)	125 (125.05)	80 (88.15)	410
130 (110.25)	30 (40.95)	105 (96.075)	50 (67.72)	315
35 (40.25)	15 (14.95)	20 (35.075)	45 (24.72)	115
350	130	305	215	1000

1° Formulación de hipótesis

Ho: Las ventas de los 4 productos es homogénea entre las 4 clases

H1: Las ventas de los 4 productos no es homogénea entre las 4 clases.

2° Nivel de significación

α = 0,05

3° Estadística de prueba

$$X^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \sim X^2_{1-\alpha, r-1, t-1}$$

$$X^2 = \begin{matrix} 30-56 \\ ¿ \\ ¿ \\ ¿2 \\ ¿ \\ ¿ \end{matrix} \sim X^2_{0.95,3(3)}$$

$X^2 = 61.07 \sim X^2_{0.95,9}$ = 16.92

4° Región critica

R.C. (X^2 >16.92)

5° Decisión

X^2 ε R.C, se rechaza la Ho

146. El cuadro que sigue es una muestra de televidentes por clases sociales que ven diariamente cuatro programas de Tv del medio día (talk-shows)

Enuncie la hipótesis Ho para determinar si hay independencia estadística entre los televidentes talk-shows y clases sociales, y probar tal hipótesis al nivel de significación del 1%

Talk-shows	Clases social			
	Pobre	Media baja	Media	Rica
Profesionales	190	280	500	280
Comerciantes	250	300	350	150
Obreros	160	250	180	120
Ama de casa	100	150	80	80

SOLUCION

190 (255.85)	280 (358.19)	500 (405.70)	280 (230.26)	1250
250 (214.91)	300 (300.88)	350 (340.79)	150 (193.42)	1050
160 (145.32)	250 (203.45)	180 (230.44)	120 (130.79)	710
100 (83.92)	150 (117.48)	80 (133.07)	80 (75.53)	410
700	980	1110	630	3420

1° Formulación de hipótesis

Ho: La preferencia de programa es independiente de la clase social

H1: La preferencia de programa es dependiente de la clase social

2° Nivel de significación

α = 0,01

3° Estadística de prueba

$$X^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \sim X^2_{1-\alpha, r-1, t-1}$$

$$X^2 = \begin{matrix} 190 - 255.85 \\ ¿ \\ ¿ \\ ¿2 \\ ¿ \\ ¿ \end{matrix} \sim X^2_{0.99,3(3)}$$

$X^2 = 139.977 \sim X^2_{0.99,9}$ = 21.67

4° Región critica

R.C. (X^2 > 21.67)

5° Decisión

X^2 ε R.C, se rechaza la Ho

147. La compañía de cerveza “DORADA” está interesada en saber si el consumo de su marca de cerveza depende de una localización geográfica en especial. Para responder a esta pregunta la compañía solicitó a una firma de investigación de mercados interrogar a consumidores en cada una de las 4 regiones principales del país. Los resultados se registran en la siguiente tabla:

Consumo anual de personas	REGION			
	Sur	Centro	Norte	Selva
Más de 10 cajas	200	120	100	90
De 5 a 10 cajas	150	100	150	200
Menos de 5 cajas	100	230	200	160

SOLUCION:

200 (127.5)	200 (127.5)	100 (127.5)	90 (127.5)	510
150 (150)	150 (150)	150 (150)	200 (150)	600
100 (172.5)	100 (172.5)	200 (172.5)	160 (172.5)	690
450	450	450	450	1800

1° Formulación de hipótesis

Ho: La localización geográfica es independiente del consumo de cerveza

H1: La localización geográfica es dependiente del consumo de cerveza

2° Nivel de significación

α = 0,05

3° Estadística de prueba

$$X^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \sim X^2_{1-\alpha, r-1, t-1}$$

$$X^2 = \begin{matrix} 200 - 127.5 \\ ¿ \\ ¿ \\ ¿2 \\ ¿ \\ ¿ \end{matrix} \sim X^2_{0.95,2(3)}$$

$X^2 = 146.89 \sim X^2_{0.95,6}$ = 12.59

4° Región critica

R.C. (X^2 >12.59)

5° Decisión

X^2 ε R.C, se rechaza la Ho

148. El cuadro que sigue es una muestra de lectores por clases sociales que leen diariamente cuatro periódicos:

PERIODO	CLASES SOCIAL			
	POBRE	CLASE MEDIA INFERIOR	CLASE MEDIA	RICA
X	14	25	45	24
Y	20	25	30	10
Z	11	20	14	4
W	10	15	10	6

Enuncie las hipótesis para para determinar si hay relación entre lectores de periódicos y clases sociales. Realice la prueba al nivel de significación 0.01.

SOLUCIÓN:

- Como en este tipo de ejercicios, se acostumbra verificar la independencia de dos muestras poblacionales.

- H_o: *La preferencia de los periódicos es independiente de la clase social.*

  H_1: *La preferencia de los periodicos depende de la clase social.*
- La prueba se va realiza con un nivel de significación 0,01.
- Estadística: Se utilizara $\sum \frac{(Oi-e_i)^2}{e_i}$ con V(r-1)(c-1)=(4-1)(4-1)=9 grados de libertad.
- Región critica: el valor critico está dado por $X^2_{1-\alpha;V}=X^2_{0.95;9}=21,666$. Se rechaza si H_o si el valor calculado de la estadística chi- cuadrado es mayor de 21,666; en caso contrario, no se rechaza.
- Cálculos: las frecuencias observadas y esperadas se dan en la tabla que sigue.

PERIODO	CLASES SOCIAL				TOTAL
	POBRE RICA	CLASE MEDIA INFERIOR	CLASE MEDIA		
X	14 20.899	25 32.438	45 37.781	24 16.792	108
Y	20 16.519	25 25.530	30 29.735	10 13.216	85
Z	11 9.523	20 14.717	14 17.1413	47 7.618	49
W	10 7.968	15 12.314	10 14.343	6 6.375	41
TOTAL	55	85	99	44	283

- Procedemos a calcular:

$$X^2_{cal}=\sum \frac{(Oi-e_i)^2}{e_i}=\frac{(14-20,899)^2}{20,899}+\frac{(25-32,438)^2}{32,438}+\ldots+\frac{(6-6,375)^2}{6,375}=16,8957$$

- Decisión: Dado que 16,8957<21.666, se debería aceptar H_o .

149. El director de compras de una fábrica grande debe decidir por la compra de una de cuatro marcas de máquinas que hay en el mercado. Para probar si existe diferencia significativa en la cantidad de las máquinas, obtiene una muestra de producción de 150 artículos para cada una de ellas y observa el número de defectuosos. Los resultados se dan en la siguiente tabla.

CALIDAD	MAQUINA			
	A	B	C	D
DEFECTUOSOS	21	12	15	18
BUENOS	129	138	135	132

SOLUCIÓN:

a) Enuncie las hipótesis de la prueba.

H_0: *las cuatro maquinas tienen la misma calidad.*

H_1: *las cuatro maquinas no tienen la misma calidad.*

b) Describa la estadística de la prueba.

En esta ocasión se utilizar la $\sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i}$; se distribuye como chi-cuadrado con V(r-1)(c-1)=(4-1)(2-1)=3 grado de libertad.

c) Determine la región crítica de la prueba al nivel de significancia del 5%.

Para el nivel de significación $\alpha = 0.05$ y 4 grado de libertad el valor critico es: $X^2_{0.95;3} = 7{,}815$. Se rechazara H_0 si el valor calculado de la estadística chi-cuadrado es mayor que 7.815.

d) ¿a qué conclusión llega usted si usa el nivel de significancia del 0.05?

CALIDAD	MAQUINA				TOTAL
	A	B	C	D	
DEFECTUOSOS	21 16.5	12 16.5	15 16.5	18 16.5	66
BUENOS	129 133.5	138 133.5	135 133.5	132 133.5	534
TOTAL	150	150	150	150	600

$$X^2_{cal} = \sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i} = \frac{(21 - 16.5)^2}{16.5} + \frac{(12 - 16.5)^2}{16.5} + \ldots + \frac{(132 - 133.5)^2}{133.5} = 3.06435$$

SE LEGA A LA CONCLUSION DE QUE LAS CUATRO MARCAS DE MAQUINAS QUE QUIERE COMPRAR EL DIRECTOR DE UNA FABRICA, TIENEN LA MISMA CALIDAD.

150. Se realiza un estudio para determinar si existen diferencias significativas entre las proporciones de adultos de la ciudad de lima, Cuzco; Trujillo e Iquitos que prefieren una determinada pasta dental. Las respuestas de 200 adultos seleccionados al azar en cada una de estas ciudades se registran en la siguiente tabla.

PREFEREN	CUIDAD			
	LIMA	CUZCO	TRUJILLO	IQUITOS
SI	130	125	135	140

NO	70	75	65	60

En el nivel de significancia de 0.25 ¿Se puede inferir que las proporciones de personas que prefieren la pasta dental son las mismas en las ciudades?

SOLUCIÓN:

- Sean P1, P2 y P3 los porcentajes de confecciones defectuosos para los tres turnos: mañana, tarde y noche, respectivamente.
- HIPOTESIS:

  $H_0: P1 = P2 = P3 = P4$

  $H_1: No\ todos\ los\ P1 = P2 = P3 = P4\ son\ iguales.$

- Nivel de significancia $\alpha = 0{,}25.$
- En esta ocasión se utilizar la $\sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i}$; se distribuye como chi-cuadrado con V(r-1)(c-1)=(2-1)(4-1)=3 grado de libertad.
- REGION CRITICA: $x^2_{0.95;\,3} = 9.35$ Se rechaza H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor $9.35.$ Se; no se rechaza en caso contrario.

PREFEREN	CUIDAD				TOTAL
	LIMA	CUZCO	TRUJILLO	IQUITOS	
SI	130 99.375	125 99.375	135 99.375	140 99.375	530
NO	70 50.625	75 50.625	65 50.625	60 50.625	270
TOTAL	150	200	200	200	800

$$X^2_{cal} = \sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i} = \frac{(130 - 99.375)^2}{99.375} + \frac{(125 - 99.375)^2}{99.375} + \ldots + \frac{(60 - 50.625)^2}{50.625} = 2.795$$

- Como el valor calculado es 2.795<9.35, SE ACEPTA $H_0.$

151. El departamento de reclamos de la compañía “TP&TP” cree que la actitud de reclamar de sus clientes es independiente de la edad. Se quiere verificar esta hipótesis utilizando una muestra aleatoria de 600 clientes cuyas respuestas se dan en la siguiente tabla de contingencia:

RECLAMAN	GRUPO DE EDAD			
	16-25	25-40	40-55	55-MAS
NO	135	140	100	120
SI	15	40	20	30

a) ¿Cuál es su opinión con respecto a la hipótesis propuesta?

b) ¿Puede usted concluir que las proporciones de clientes que reclaman es la misma en las cuatro categorías de edades?
c) Utilice la estadística Z para determina si la proporción de reclamos es la misma para los más jóvenes y los más viejos.

SOLUCIÓN:

Al nivel de significación de 5%.

a) ¿Cuál es su opinión con respecto a la hipótesis propuesta?
Como se observa en la tabla; el reclamo es independiente de los grupos de edades, dependería del motivo; del reclamo.
b) ¿Puede usted concluir que las proporciones de clientes que reclaman es la misma en las cuatro categorías de edades?

- Sean P1, P2 y P3 los porcentajes de confecciones defectuosos para los tres turnos: mañana, tarde y noche, respectivamente.
- HIPOTESIS:
  $H_0: P1=P2=P3=P4$

  $H_1: No\ todos\ los\ P1=P2=P3=P4\ son\ iguales.$
- Nivel de significancia $\alpha=0{,}05.$
- En esta ocasión se utilizar la $\sum\frac{(Oi-e_i)^2}{e_i}$; se distribuye como chi-cuadrado con V(r-1)(c-1)=(2-1)(4-1)=3 grado de libertad.
- REGION CRITICA: $x^2_{0.95;\,3}=7.815$ Se rechaza H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor $7.815.$ Se; no se rechaza en caso contrario.

RECLAMAN	GRUPO DE EDAD				TOTAL
	16-25	25-40	40-55	55-MAS	
NO	135 123.75	140 148.5	100 99	120 123.75	495
SI	15 26.25	40 31.5	20 21	30 26.25	105
TOTAL	150	180	120	150	600

$$X^2_{cal}=\sum\frac{(Oi-e_i)^2}{e_i}=\frac{(135-123.75)^2}{123.75}+\frac{(140-148.5)^2}{148.5}+\ldots+\frac{(30-26.25)^2}{26.25}=9.331$$

- Como el valor calculado es 9.331>7.81, rechaza $H_0.$

c) Utilice la estadística Z para determina si la proporción de reclamos es la misma para los más jóvenes y los más viejos.

- Como nos dicen que los más jóvenes n1=150 ; los más viejos n2=150; De los cuales para los más jóvenes reclaman p1=15 y de los las viejos p2=30.
- HIPOTESIS:

  $H_0: P1 = P2$

  $H_1: P1 > P2$

- Nivel de significancia $\alpha = 0{,}05.$

  ESTADISTICA: si $H_0: P1 = P2$ es supuesta verdadera y las muestras son grandes, la estadística es: $Z = \dfrac{\acute{P}_1 - \overline{P_2}}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n_1} + \dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n_2}}}$ que tiene un distribución aproximadamente normal N(0,1)

- REGION CRITICA: con un nivel de significancia del 5%. una prueba unilateral cola a la derecha, la región critica o de rechazo Ho.

  $RC = (Z > 1.645)$

- CALCULOS:

  $$\acute{P}1 = \frac{15}{150} = 0.1$$

  $$\acute{P}2 = \frac{30}{150} = 0.2$$

  $$\hat{P} = \frac{15+30}{150+150} = 0.15$$

  ERROR ESTANDAR:

  $$ES = \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_1} + \frac{\hat{p}\hat{q}}{n_2}} = \sqrt{\frac{0.15 * 0.85}{150} + \frac{0.15 * 0.85}{150}} = 0.0412$$

  $$Zk = \frac{\acute{P}_1 - \overline{P_2}}{ES} = \frac{0.2 - 0.1}{0.0412} = 2.427$$

DECISIÓN: COMO Zk=2.427 PERTENECE A LA REGION DE RECHAZO, SE RECHAZA H_0

152. La fábrica de cerámica “ARTES” realiza un estudio para determinar si la proporción de artículos defectuosos producidos por los trabajadores es la misma durante los turnos de mañana, tarde o noche. Una muestra de la producción de un día ha dado los siguientes resultados.

	TURNOS		
	MAÑANA	TARDE	NOCHE
DEFECTUOSOS	41	20	57
NO DEFECTUOSOS	369	380	323

Al nivel de significación de 0.01.

a) ¿Se puede concluir que la proporción de artículos defectuosos producidos es la misma para los tres turnos?
b) ¿Qué pares de proporciones poblacionales son diferentes?

SOLUCIÓN:

a) ¿Se puede concluir que la proporción de artículos defectuosos producidos es la misma para los tres turnos?

- Sean P1, P2 y P3 los porcentajes de confecciones defectuosos para los tres turnos: mañana, tarde y noche, respectivamente.
- HIPOTESIS:

  $H_0: P1 = P2 = P3$

  $H_1: No\ todos\ los\ P1 = P2 = P3\ son\ iguales.$

- Nivel de significancia $\alpha = 0{,}01.$
- En esta ocasión se utilizar la $\sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i}$; se distribuye como chi-cuadrado con V(r-1)(c-1)=(2-1)(3-1)=2 grado de libertad.
- REGION CRITICA: $x^2_{0.99;2} = 9.210.$ Se rechaza H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor 9.210; no se rechaza en caso contrario.

	TURNOS			TOTAL
	MAÑANA	TARDE	NOCHE	
DEFECTUOSOS	41 40.655	20 39.664	57 37.681	118
NO DEFECTUOSOS	369 369.345	380 360.336	323 342.319	1072
TOTAL	410	400	380	1190

$$X^2_{cal} = \sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i} = \frac{(41 - 40.655)^2}{40.655} + \frac{(20 - 39.664)^2}{39.664} + \ldots + \frac{(323 - 342.319)^2}{342.319} = 21.22$$

- Como el valor calculado es 21.22>9.210, rechaza H_0.

b) ¿Qué pares de proporciones poblacionales son diferentes?
PARA MAÑANA Y TARDE.

MAÑANA	TARDE	TOTAL
41 30.88	20 30.12	61
369 374.12	380 369.88	749
410	410	810

- Sean P1, P2 y P3 los porcentajes de confecciones defectuosos para los tres turnos: mañana, tarde y noche, respectivamente.
- HIPOTESIS:

  $H_0 : P1 = P2$

  $H_1 : No\ todos\ los\ P1 = P2\ son\ iguales.$
- Nivel de significancia $\alpha = 0{,}01.$
- En esta ocasión se utilizar la $\sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i}$; se distribuye como chi-cuadrado con V(r-1)(c-1)=(2-1)(2-1)=1 grado de libertad.
- REGION CRITICA: $x^2_{0.99;\,1} = 6.64.$ Se rechaza H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor6.64; no se rechaza en caso contrario.

$$X^2_{cal} = \sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i} = \frac{(41 - 30.88)^2}{30.88} + \frac{(20 - 30.12)^2}{30.12} + \ldots + \frac{(380 - 369.88)^2}{369.88} = 7.264$$

- Como el valor calculado es 7.26>6.64, rechaza H_0.

PARA MAÑANA Y NOCHE

MAÑANA	NOCHE	TOTAL
41 50.66	57 47.14	98
369 359.14	323 332.86	692
140	380	790

- Sean P1, P2 y P3 los porcentajes de confecciones defectuosos para los tres turnos: mañana, tarde y noche, respectivamente.
- HIPOTESIS:

  $H_0 : P1 = P2$

  $H_1 : No\ todos\ los\ P1 = P2\ son\ iguales.$
- Nivel de significancia $\alpha = 0{,}01.$
- En esta ocasión se utilizar la $\sum \frac{(Oi - e_i)^2}{e_i}$; se distribuye como chi-cuadrado con V(r-1)(c-1)=(2-1)(2-1)=1 grado de libertad.
- REGION CRITICA: $x^2_{0.99;\,1} = 6.64.$ Se rechaza H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor6.64; no se rechaza en caso contrario.

$$X^2_{cal}=\sum\frac{(Oi-e_i)^2}{e_i}=\frac{(41-566)^2}{5066}+\frac{(57-47.14)^2}{47.14}+\ldots+\frac{(323-332.86)^2}{332.86}=4.54$$

- Como el valor calculado es 4.54<6.64, no se rechaza H_0. P1=P2.

PARA TARDE Y NOCHE:

TARDE	NOCHE	TOTAL
20 39.49	57 37.51	77
380 360.51	323 342.49	703
400	380	780

- Sean P1, P2 y P3 los porcentajes de confecciones defectuosos para los tres turnos: mañana, tarde y noche, respectivamente.
- HIPOTESIS:

  $H_0: P1=P2$

  $H_1: No\ todos\ los\ P1=P2\ son\ iguales.$

- Nivel de significancia $\alpha=0{,}01$.
- En esta ocasión se utilizar la $\sum\frac{(Oi-e_i)^2}{e_i}$; se distribuye como chi-cuadrado con V(r-1)(c-1)=(2-1)(2-1)=1 grado de libertad.
- REGION CRITICA: $x^2_{0.99;\,1}=6.64$. Se rechaza H_0 si el valor calculado de chi-cuadrado es mayor6.64; no se rechaza en caso contrario.

$$X^2_{cal}=\sum\frac{(Oi-e_i)^2}{e_i}=\frac{(20-39.49)^2}{39.49}+\frac{(57.-37.51)^2}{37.51}+\ldots+\frac{(323-342.49)^2}{342.49}=21.9$$

- Como el valor calculado es 7.26>6.64, no se rechaza H_0.
- EN CONCLUSION LOS PARES MAÑANA-NOCHE Y TARDE- NOCHE; TIENE INGUAL PROPORCION POBLACIONAL.