

## 《概率统计(I)》考试试卷(第一套) (A 卷)

课程号

2515670030

考试时间

100 分钟

适用专业年级(方向): 全校各相关专业

考试方式及要求:

闭卷,可携带无存储功能计算器;学生请在答题纸上准确填涂试卷类型及考生信息

## 一、填空题(每小题 3 分,共 12 分)

1、设  $X$  服从区间  $[0, 10]$  上的均匀分布,则  $P\{-2 < X \leq 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2、设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -4 \\ 0.4, & -4 \leq x < 2 \\ 0.8, & 2 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$ , 则  $EX = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3、设  $A$  与  $B$  相互独立,  $P(B) = 0.5$ ,  $P(A - B) = 0.3$ , 则  $P(B - A) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4、已知随机变量  $X \sim B(10, 0.1)$ ,  $Y \sim P(1)$ , 若  $E(XY) = 1$ , 则  $X$  与  $Y$  的相关系数  $\rho_{XY} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 二、单项选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1、宋元两代是我国古代数学非常辉煌的时期,其中秦九韶、李治、杨辉、朱世杰并称宋元数学四大家,其代表作秦九韶的《数书九章》,李治的《测圆海镜》和《益古演段》,杨辉的《详解九章算法》和《杨辉算法》,朱世杰的《算学启蒙》和《四元玉鉴》。现有古数学著作《数书九章》、《测圆海镜》、《益古演段》、《详解九章算法》、《杨辉算法》、《算学启蒙》、《四元玉鉴》共七本,从中任取两本,至少含有一本秦九韶或杨辉的著作的概率是 ( )

A.  $\frac{5}{7}$

B.  $\frac{4}{7}$

C.  $\frac{3}{7}$

D.  $\frac{2}{7}$

2、设随机事件  $A$  与  $B$  相互独立,且  $P(A) > 0$ ,  $P(B) > 0$ , 则以下结论不正确的是 ( )

A.  $P(B|A) > 0$

B.  $P(A|B) = P(A)$

C.  $P(A|B) = 0$

D.  $P(AB) = P(A)P(B)$

3、设  $X, Y$  的方差都存在, 且不等于 0, 则  $D(X+Y)=DX+DY$  是  $X, Y$  ( )

- A. 不相关的充分条件, 但不是必要条件
- B. 相互独立的必要条件, 但不是充分条件
- C. 不相关的必要条件, 但不是充分条件
- D. 相互独立的充分必要条件

4、设二维离散型随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0.1	0.05	0.25
1	0	0.1	0.2
2	0.2	0.1	0

则 ( )

- A.  $X, Y$  相互独立
- B.  $X, Y$  不相关
- C.  $X, Y$  相互独立且相关
- D.  $X, Y$  不相互独立

5、设随机变量  $X$  的方差为 25, 则根据切比雪夫不等式, 有  $P\{|X-EX|<10\}$  ( )

- A.  $\geq 0.75$
- B.  $\leq 0.75$
- C.  $\leq 0.25$
- D.  $\geq 0.25$

6、设  $X_1, X_2, X_3$  是来自正态总体  $N(\mu, 4)$  的简单随机样本, 其中  $\mu$  未知, 则下列不是统计量的是 ( )

- A.  $\max\{X_1, X_2, X_3\}$
- B.  $(X_1 + X_2 + X_3)/3$
- C.  $\min\{X_1, X_2, X_3\}$
- D.  $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 (X_i - \mu)^2$

7、设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = ke^{-\frac{(x+1)^2}{2}}$ , 则下列结论不正确的是 ( )

- A.  $k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
- B.  $EX = 1$
- C.  $EX^2 = 2$
- D.  $DX = 1$

8、设  $X_1, X_2, \dots, X_9$  是来自总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本, 其中  $\mu$  和  $\sigma$  未知, 测得样本均值  $\bar{x} = 23$ , 样本标准差  $s = 3$ , 则  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间为

( ) (已知  $t_{0.025}(9) \approx 2.62$ ,  $t_{0.05}(9) \approx 1.83$ ,  $t_{0.025}(8) \approx 2.31$ ,  $t_{0.05}(8) \approx 1.86$ )

- A. (20.38, 25.62)
- B. (21.17, 24.83)
- C. (20.69, 25.31)
- D. (21.14, 24.86)

## 三、计算题 (共 64 分)

1、(本题 10 分) 某商店出售的某型号的电子元件是由甲、乙、丙、丁四家工厂生产的, 其中甲厂产品占总数的 10%, 乙厂产品占总数的 20%, 丙厂产品占总数的 30%, 丁厂产品占总数的 40%。已知甲、乙、丙、丁四家工厂的合格率分别为 80%, 90%, 70%, 80%。试求

- (1) 随意从该商店买一只电子元件是合格品的概率;
- (2) 从该商店买到合格的电子元件是甲工厂生产的概率。

2、(本题 10 分) 设随机变量  $X \sim N(0, 1)$ , 求  $Y = e^X$  的概率密度函数。

3、(本题 12 分) 设随机变量  $X$  的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 (1)  $P\{-1 < X < 1\}$ ; (2) 数学期望  $EX$ ; (3) 方差  $DX$ 。

4、(本题 12 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  具有联合密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- (1) 求常数  $k$ ;
- (2) 求  $(X, Y)$  的边缘密度函数  $f_X(x)$  和  $f_Y(y)$ ;
- (3) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立。

5、(本题 6 分) 设某批矿砂的 5 个样品中镍含量 (以%计), 经测定为

3.25    3.27    3.24    3.26    3.24

设测定值总体服从正态分布, 但参数均未知, 问在显著性水平  $\alpha = 0.01$  下能否认为这批矿砂的镍含量为 3.25? ( $t_{0.005}(4) = 4.6041$ ,  $t_{0.005}(5) = 4.0322$ )

6、(本题 14 分) 设总体  $X$  的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{\frac{1-\theta}{\theta}}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中参数  $\theta > 0$  且未知, 且  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体一组简单随机样本。

- (1) 求未知参数  $\theta$  的矩估计量  $\hat{\theta}_1$ ;
- (2) 求未知参数  $\theta$  极大似然估计量  $\hat{\theta}_2$ ;
- (3) 证明  $\hat{\theta}_2$  是  $\theta$  的无偏估计量。

座位号

姓名

学号

教学班号(课序号)

年级

专业