西南石油大学《概率论与数理统计》2022-2023 学年第一学期期末试卷

备用数据：

$u_{0.99}=2.326, t_{0.995}(99)\approx u_{0.995}=2.575, \chi^2_{0.005}(99)=66.510, \chi^2_{0.995}(99)=138.987$

一、选择题（共 20 分，每题 4 分）

1、下列结论哪一个不正确　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

(A) 设 A,B 为任意两个事件，则 $A\bigcup B-A=B$；

(B) 若 $A=B$，则 A,B 同时发生或 A,B 同时不发生；

(C) 若 $A\subset B$，且 $B\subset A$，则 $A=B$；

(D) 若 $A\subset B$，则 A-B 是不可能事件.

2、设 (X,Y) 的联合概率函数为

X \ Y	0	1	2	3
0	1/8	1/4	1/8	0
1	0	1/8	1/4	1/8

则（1）概率 $P(1\le Y<3, X\ge 0)$ 等于　　　　　　　　　　　　　　（　　）

(A) $\frac{5}{8}$；　　(B) $\frac{1}{2}$；　　(C) $\frac{3}{4}$；　　(D) $\frac{7}{8}$.

（2）$Z=X+Y$ 的概率函数为　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

(A)

Z	0	1	2	3	4
概率	1/8	3/8	1/4	1/8	1/8

(B)

Z	1	2	3	4
概率	3/8	1/4	1/4	1/8

(C)

Z	1	2	3	4
概率	1/8	1/4	1/4	3/8

(D)

Z	0	1	2	3	4
概率	1/8	1/4	1/4	1/4	1/8

3、如果 $EX^2<\infty$，$EY^2<\infty$，且 X 与 Y 满足 $D(X+Y)=D(X-Y)$，则必有 （ ）

(A) X 与 Y 独立； (B) X 与 Y 不相关； (C) $D(Y)=0$； (D) $D(X)D(Y)=0$.

4、若 $D(X)=25, D(Y)=36$，X 和 Y 的相关系数 $\rho_{X,Y}=0.4$，则 X,Y 的协方差 $Cov(X,Y)$ 等于（ ）

(A) 5； (B) 10； (C) 12； (D) 36.

二、计算题（共 38 分）

1.（12 分）设 X, Y 为随机变量，且 $P(X\geq 0, Y\geq 0)=\dfrac{3}{7}$，$P(X\geq 0)=P(Y\geq 0)=\dfrac{4}{7}$.

求（1）$P(\min(X,Y)<0)$；（2）$P(\max(X,Y)\geq 0)$.

2.(10 分)一个男子在某城市的一条街道遭到背后袭击和抢劫，他断言凶犯是黑人.然而，当调查这一案件的警察在可比较的光照条件下多次重新展现现场情况时，发现受害者正确识别袭击者肤色的概率只有 80%，假定凶犯是本地人，而在这个城市人口中 90%是白人，10%是黑人，且假定白人和黑人的犯罪率相同，

（1）问：在这位男子断言凶犯是黑人的情况下，袭击他的凶犯确实是黑人的概率是多大？

（2）问：在这位男子断言凶犯是黑人的情况下，袭击他的凶犯是白人的概率是多大？

3.(16 分)设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}2, 0<x<y<1\\ 0, \quad \text{其它}\end{cases}$$

（1）求 X,Y 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$；

（2）求条件概率 $P(0<X<\frac{1}{2}\,\Big|\,\frac{1}{2}<Y<\frac{3}{4})$；

（3）问：X 与 Y 是否相互独立？请说明理由；

（4）求 $Z=X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$.

三、应用题（共 24 分）

1.(14 分)某地交通管理部门随机调查了 100 辆卡车，得到它们在最近一年的行驶里程（单位：100km）的数据 $x_1, x_2, \cdots, x_{100}$，由数据算出 $\bar{x}=145$，样本标准差 $s=24$.假设卡车一年中行驶里程服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，分别求出均值 μ 和方差 σ^2 的双侧 0.99 置信区间。(请保留小数点后两位有效数字。)

2.(10 分)某商业中心有甲、乙两家影城，假设现有 1600 位观众去这个商业中心的影城看电影，每位观众随机地选择这两家影城中的一家，且各位观众选择哪家影城是相互独立的.问：影城甲至少应该设多少个座位，才能保证因缺少座位而使观众离影城甲而去的概率小于 0.01. （要求用中心极限定理求解.）

四、解答题(共 18 分)

设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本,总体 X 的密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta e^{\theta} x^{-(\theta+1)}, & x>e \\ 0, & 其它\end{cases}$$，其中 θ 为未知参数, $0<\theta<1$.

(1)求出 θ 的极大似然估计；

(2)记 $\alpha=\dfrac{1}{\theta}$，求参数 α 的极大似然估计；

(3)问:在（2）中求到的 α 的极大似然估计是否为 α 的无偏估计?请说明理由。