1.

a. 每次处理器必须执行的指令：

$\frac{10^{12}}{1000} = 10^9$

花费在执行指令上的时间：

$\frac{10^9}{10^6} = 1000s$

发消息：$10^9 \times 999 \times 10^{-9} = 999s$

$1000 + 999 = 1999$

∴ 该程序需要时间为1999s

b. $10^9 \times 999 \times 10^{-3} + 1000 = 999000 / 00s$

≈32年.

总时间花费近32年

2. a. ∵不在1号板的缓存中

∴0号板发送的无效将不会对其缓存造成任何影响

易：由于系统使用回写缓存，所以当1号板加载包含x的行时，它可能会加载包含旧值x的行。

∴赋值y=x可能为旧x=5执行之前的值x.

b. 在基于目录的系统中当0号板执行赋值时，它将通过通知该目录中包含x的行无效，这里的问题是，1号板可能会在0号板无效这两个动作之间加载包含x的行

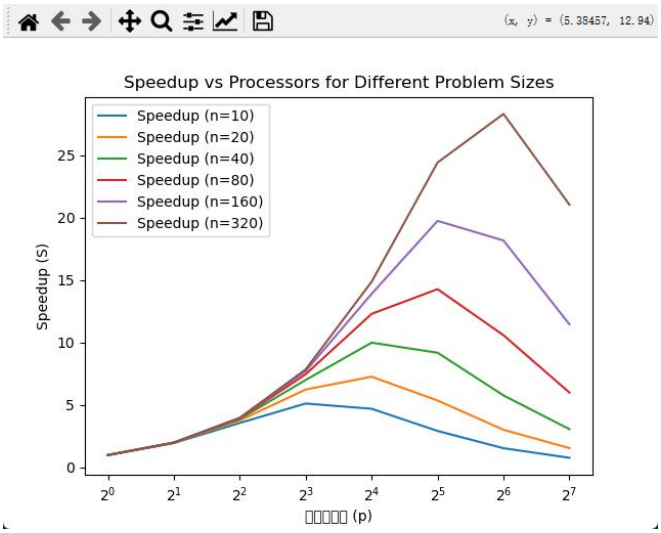
c. 程序员可以显式地同步两个核心，1号板将会一直使用x直到0号板通知它更新已经完成，可以使用信号量或忙等待等操作

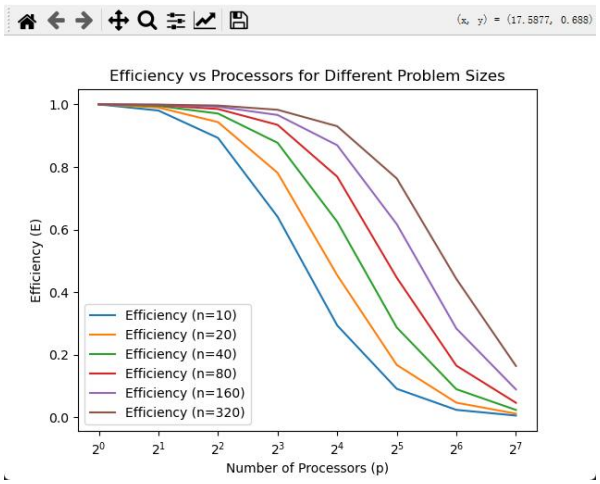
3、代码：

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# 参数设置
n_values = [10, 20, 40, 80, 160, 320]  # 问题规模
p_values = [1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128]  # 处理器数量
alpha = 0.1  # 通信因子

# 初始化结果存储
results = []

# 计算加速比和效率
for n in n_values:
    for p in p_values:
        if p == 1:
            T_parallel = n  # 单处理器时没有通信开销
        else:
            T_parallel = n / p + alpha * (p - 1)
        S = n / T_parallel  # 加速比
        E = S / p  # 效率
        results.append((n, p, S, E))

# 数据分析和可视化
results = np.array(results)
for n in n_values:
    data = results[results[:, 0] == n]
    plt.plot(data[:, 1], data[:, 2], label=f"Speedup (n={n})")
plt.xscale("log", base=2)
plt.xlabel("Number of Processors (p)")
plt.ylabel("Speedup (S)")
plt.title("Speedup vs Processors for Different Problem Sizes")
plt.legend()
plt.show()

for n in n_values:
```

```
        data = results[results[:, 0] == n]
        plt.plot(data[:, 1], data[:, 3], label=f"Efficiency (n={n})")
plt.xscale("log", base=2)
plt.xlabel("Number of Processors (p)")
plt.ylabel("Efficiency (E)")
plt.title("Efficiency vs Processors for Different Problem Sizes")
plt.legend()
plt.show()
```

运行结果：





(a) 加速比和效率的表现

当 n=10 时：

小规模处理器（p 小）：

加速比 S 随着处理器数量 p 几乎线性增加，因为问题规模 n 很小，通信开销几乎可以忽略不计。

处理器数量增加到一定程度（p 大）：

随着 p 增加，加速比的增加速度减缓。这是因为通信开销逐渐占据主导地位，甚至当 p 从 64 增加到 128 时，加速比可能反而减少。

效率 E 的表现也反映了这一点：当 p 小时，效率接近 1；当 p 增加时，效率迅速下降，表明通信开销显著增加，削弱了并行性能。

当 n=320 时：

加速比（S）：

无论 p 多大，每次将处理器数量翻倍时，加速比几乎都会提高两倍。这是因为问题规模 n 足够大，通信开销相对于计算成本显得很小。

效率（E）：

效率接近 1，且随着 p 增加几乎不下降。这表明在大问题规模下，计算成本占主导地位，而通信开销的影响较小。

当 p 固定，而 n 增加时：

- **小规模处理器（p 小）：**
  - 加速比 S 和效率 E 随着 n 的增加几乎保持不变。例如，当 p=2 时，无论 n 是 10 还是 320，效率都接近 1，因为通信开销相对较小。
- **大规模处理器（p 大）：**
  - 随着 n 增加，加速比 S 和效率 E 会提高，因为更大的问题规模可以有效摊薄通信开销。
  - 然而，当 n 接近其最大值（例如 320）时，加速比和效率的提升速度会逐渐减缓，因为通信开销仍然存在，并且已经接近计算性能的极限。

(b) 效率公式及分析

效率公式为：

$$E = \frac{T_{\text{serial}}}{pT_{\text{parallel}}} = \frac{T_{\text{serial}}}{T_{\text{serial}} + pT_{\text{overhead}}}.$$

其中：

- Tserial 是串行程序的运行时间。
- Toverhead 是并行化带来的通信开销或其他额外成本。

分析：

①如果通信开销增长速度比串行计算时间慢：

随着问题规模 n 的增加，$\frac{T_{\text{overhead}}}{T_{\text{serial}}}$ 会变得越来越小。

效率公式中分母 $1 + p \cdot \frac{T_{\text{overhead}}}{T_{\text{serial}}}$ 变小，因此效率 E 随 n 的增加而提高。

总结：问题规模变大，计算时间主导运行开销，并行效率提高。

②如果通信开销增长速度比串行计算时间快：

随着问题规模 n 的增加，$\frac{T_{\text{overhead}}}{T_{\text{serial}}}$ 会变得越来越大。

效率公式中分母 $1 + p \cdot \frac{T_{\text{overhead}}}{T_{\text{serial}}}$ 增大，因此效率 E 随 n 的增加而降低。

总结：通信开销逐渐主导运行时间，导致并行效率下降。