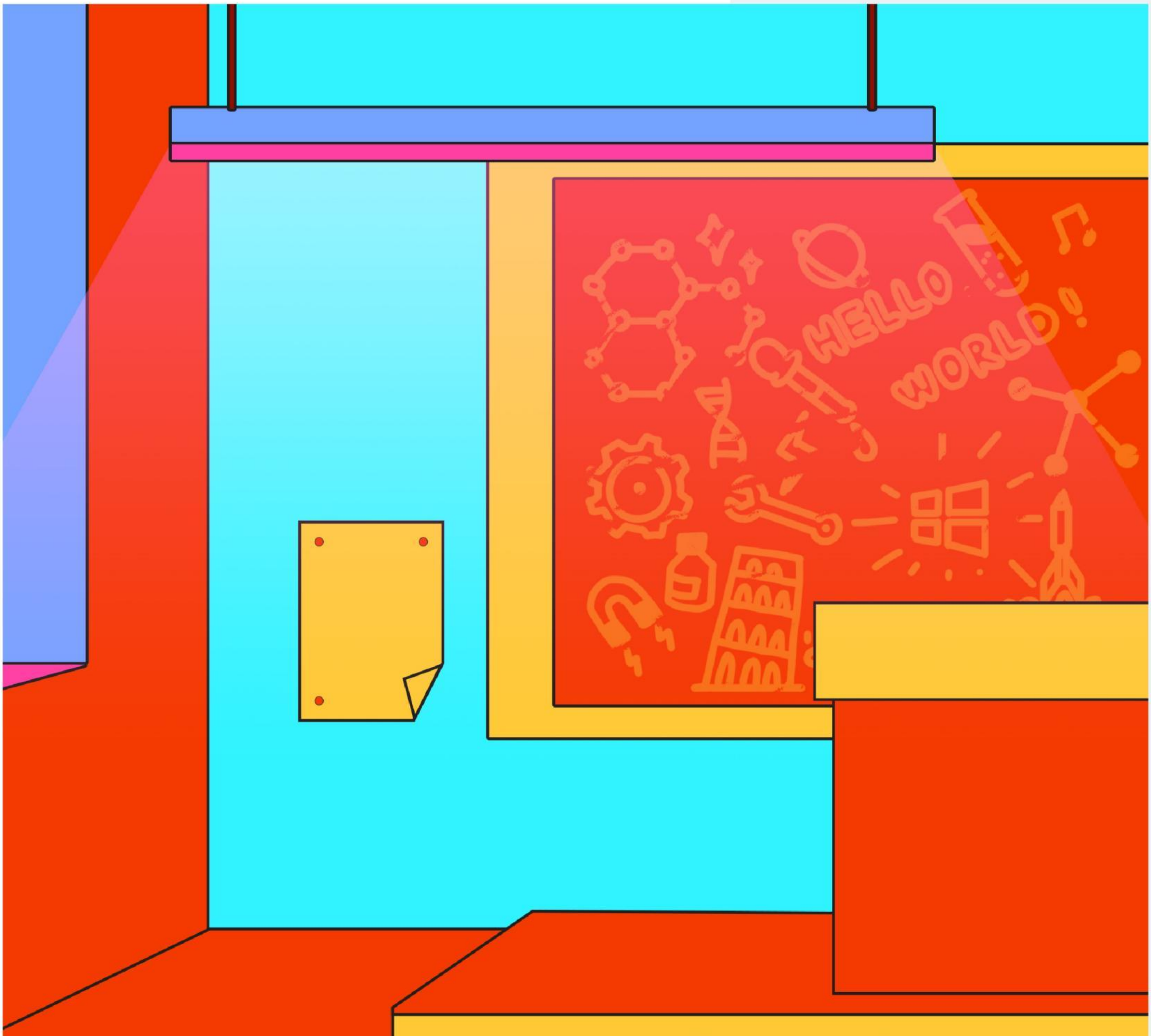
蜂考
FENGKAO



振动与波动·突击课

1小时突击

课程讲义

江苏博事达
JIANGSU BOOMSTAR

江 苏 博 事 达 律 师 事 务 所

JIANGSU BOOMSTAR LAW OFFICE

中国 南京 奥体大街68号国际研发总部园4A栋17楼 邮编：210019
17F 4ABuilding NO.68 Aoti Street, Nanjing, China P.C：210000
电话(Tel)：(86)-25-82226685 传真(Fax)：(86)-25-82226696

律 师 声 明

江苏博事达律师事务所接受蜂考品牌公司的委托，发表以下律师声明：

“蜂考系列课程”（含视频、讲义、音频等）内容均为蜂考原创，蜂考品牌公司对此依法享有著作权，任何单位或个人不得侵犯。

蜂考品牌公司为维护创作作品的合法权益，已与江苏博事达律师事务所开展长期法律顾问合作，凡侵犯课程版权等知识产权的，蜂考品牌公司将授权江苏博事达律师事务所依据国家法律法规提起民事诉讼。对严重的侵权盗版分子将报送公安部门采取刑事手段予以严厉打击。

感谢大家对蜂考品牌的长期支持，愿与各位携手共同维护知识产权保护。遵守国家法律法规，从自身做起，抵制盗版！

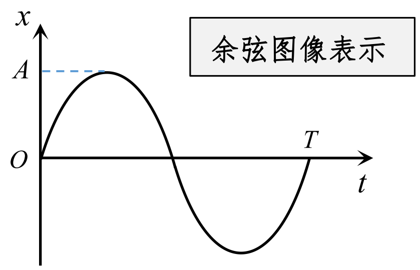
特此声明！

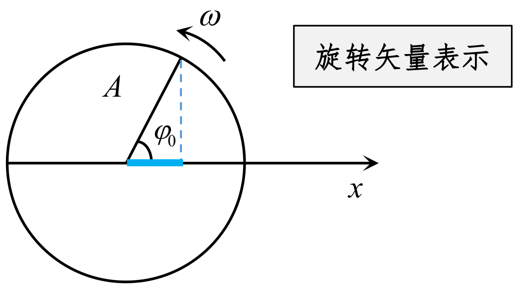
江苏博事达律师事务所
二〇二一年七月十四日

课时一　振动学方程

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 认识简谐运动	★★★★	3～5	选择、填空
2. 振动学方程	必考	5～10	大题

1. 认识简谐运动





<table>
<tr><td colspan="2">简谐振动：$x = A\cos\left(\omega t+\varphi_0\right)$</td></tr>
<tr><td>振幅 A：①读图　② $A=\sqrt{{x_0}^2+\frac{{v_0}^2}{\omega^2}}$
角频率：$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{2\pi}{T}$
初相 φ_0：$t=0$ 时的相位，用旋转矢量法求</td><td>相位：$\omega t+\varphi_0$
周期：$T=\frac{2\pi}{\omega}$
频率：$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">速度：$v=\frac{dx}{dt}=-A\omega\sin\left(\omega t+\varphi_0\right)$　　$v_{\max}=A\omega$
加速度：$a=\frac{dv}{dt}=-A\omega^2\cos\left(\omega t+\varphi_0\right)$　　$a_{\max}=A\omega^2$</td></tr>
</table>

题 1. 一质点按如下规律沿 x 轴作简谐运动：$x=0.1\cos\left(8\pi t+\frac{2\pi}{3}\right)(SI)$，求此振动的周期、振幅、初相、速度最大值和加速度最大值。

解：振幅　$A=0.1m$

角频率　$\omega=8\pi \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{8\pi}=0.25s$

初相　$\varphi_0=\frac{2\pi}{3}$

速度最大值：　$v_{\max}=A\omega=0.1\times 8\pi=2.5m/s$

加速度最大值：$a_{\max}=A\omega^2=0.1\times(8\pi)^2=63.1m/s^2$

题 2. 质点做简谐运动，振动方程 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$，当 $t=T/2$（T 为周期）时，质点的速度。

$A.\ -A\omega\sin\varphi$　　$B.\ A\omega\sin\varphi$　　$C.\ -A\omega\cos\varphi$　　$D.\ A\omega\cos\varphi$　　$E.0$

答案：B. 当 $t=\dfrac{T}{2}$ 时，$v=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)\Big|_{t=\frac{T}{2}}=-A\omega\sin\left(\omega\cdot\dfrac{T}{2}+\varphi\right)$

$$=-A\omega\sin\left(\omega\cdot\frac{\frac{2\pi}{\omega}}{2}+\varphi\right)=-A\omega\sin(\pi+\varphi)=A\omega\sin\varphi$$

题 3. 将倔强系数为 k 的轻质弹簧截去一半，然后一端固定，另一端下挂质量为 m 得小球，组成振动系统。那么该系统的频率是（　）。

$A.\ \dfrac{1}{4\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　　$B.\ \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　　$C.\ \dfrac{1}{2\sqrt{2}\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　　$D.\ \dfrac{\sqrt{2}}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

答案：D. 分成相同的两段后，设倔强系数为 k'

则 $\dfrac{1}{k'}+\dfrac{1}{k'}=\dfrac{1}{k}\Rightarrow k'=2k$　则角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{k'}{m}}=\sqrt{\dfrac{2k}{m}}$

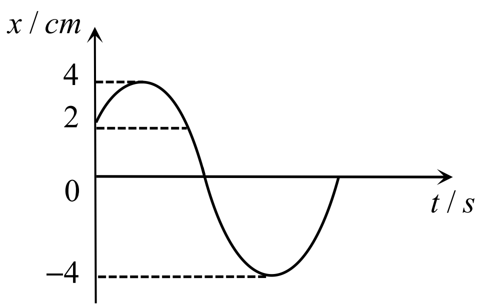
频率 $v=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{2k}{m}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

弹簧串联：$\dfrac{1}{k}=\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}$

弹簧并联：$k=k_1+k_2$

2. 振动学方程

题 1. 已知一物体作简谐运动，周期为 $1s$，振动曲线如图所示，求简谐运动的余弦表达式。



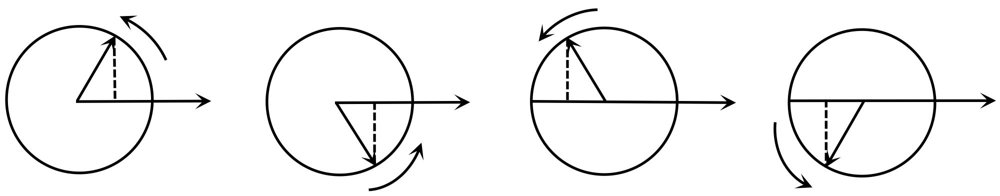
解：振幅　$A=0.04m$

周期　$T=1s\ \Rightarrow\ \omega=\dfrac{2\pi}{T}=2\pi\ \text{rad}/s$

由旋转矢量法得 $\varphi_0=-\dfrac{\pi}{3}$

$x=0.04\cos\left(2\pi t-\dfrac{\pi}{3}\right)$

题 2. 一质点作简谐运动，振幅为 A，在起始位置时刻质点的位移为 $\frac{A}{2}$，且向 x 轴的正方向运动，代表此简谐运动的旋转矢量图为：



A　　　　B　　　　C　　　　D

答案：B　（涉及动画演示，详情见视频课程）

题 3. 质点沿 x 轴作简谐运动，用余弦函数表示，振幅为 A，当 $t=0$ 时，质点处于 $x_0=-\frac{A}{2}$ 处且 x 向轴负方向运动，则其初相为：

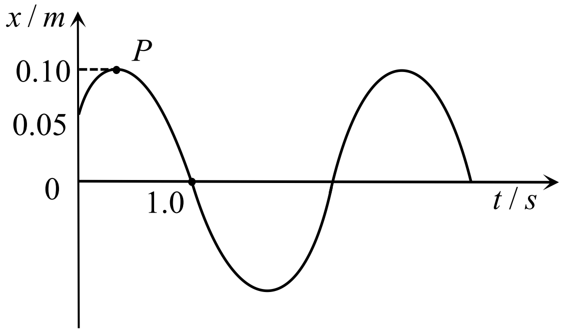
$A.\ \frac{\pi}{6}$　　　　$B.\ \frac{2\pi}{3}$　　　　$C.\ \frac{4\pi}{3}$　　　　$D.\ \frac{\pi}{3}$

答案：B（涉及动画演示，详情见视频课程）

题 4. 质点振动的 $x-t$ 曲线如图所示，求：

（1）质点的振动方程；

（2）质点从 $t=0$ 的位置到达 P 点相应位置所需的最短时间。



解：(1)　$A=0.1$

由旋转矢量法知　$\varphi_0=-\frac{\pi}{3}$

$$x=0.1\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)$$

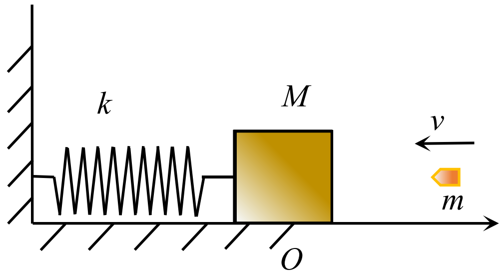
代入 $(1,0)$ 点得：$0=0.1\cos\left(\omega-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\omega-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}\ \Rightarrow\ \omega=\frac{5\pi}{6}\qquad x=0.1\cos\left(\frac{5\pi}{6}t-\frac{\pi}{3}\right)$$

(2)　$t=0$ 时相位：$\varphi_0=-\frac{\pi}{3}$；　$t=t_p$ 时相位：$\varphi_p=0$

$$\Delta\varphi=\varphi_p-\varphi_0=\frac{\pi}{3}\qquad t=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{5\pi}{6}}=0.4s$$

题 5. 如图所示，质量为$1.0\times10^{-2}kg$的子弹，以$500m\cdot s^{-1}$的速度射入并嵌入在木块中，同时使弹簧压缩从而作简谐运动。设木块质量为$4.99kg$，弹簧的劲度系数为$k=8.00\times10^{3}N\cdot m^{-1}$。若以弹簧原长时木块所在处为坐标原点，向右为$x$轴正方向，求简谐运动方程。



解：由动量守恒

$$mv=(M+m)v_0$$

$$v_0=\frac{m}{M+m}v=\frac{0.01}{0.01+4.99}\times500=1m/s$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m+M}}=\sqrt{\frac{8\times10^{3}}{0.01+4.99}}=40\ rad/s$$

$$A=\sqrt{{x_0}^2+\frac{{v_0}^2}{\omega^2}}=\sqrt{0^2+\frac{1^2}{40^2}}=2.5\times10^{-2}m$$

由旋转矢量法知$\varphi_0=\frac{\pi}{2}$

$$x=2.5\times10^{-2}\cos\left(40t+\frac{\pi}{2}\right)$$

课时一　练习题

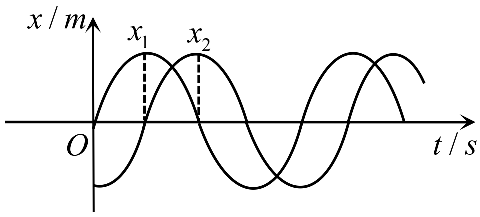
1. 质量为$0.01kg$的小球与轻弹簧组成的系统的振动规律为$x=0.1\cos2\pi\left(t+\frac{1}{3}\right)m$，$t$以$s$计，则该振动的周期为________，初相为________。

2. 一弹簧振子的质量为$0.500kg$，当振子以$35.0cm$的振幅振动时，其每$0.5s$重复一次运动，求振子的振动周期T，频率ν，角频率ω，弹簧的倔强系数k，物体运动的最大速率$v_{\max}$和弹簧给物体的最大作用力$F_{\max}$。

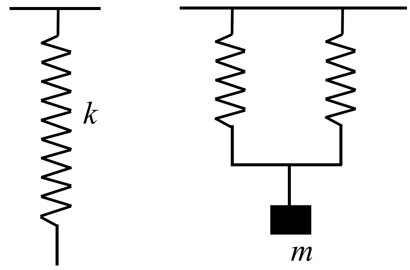
3. 一质点作简谐运动振动方程为$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)m$，当时间$t=\frac{T}{2}$时（$T$为周期），质点的速度为________。

4. 两个同周期简谐运动曲线如图所示，x_1比x_2的相位（　　）。

$A.$ 超前π　$B.$ 落后π　$C.$ 超前$\frac{\pi}{2}$　$D.$ 落后$\frac{\pi}{2}$



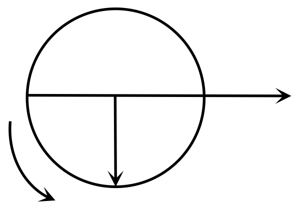
5. 一劲度系数为k的轻弹簧截成二等份，将它们并联，下面挂一质量为m的物体，如图所示，则振动系统的频率为（　　）。



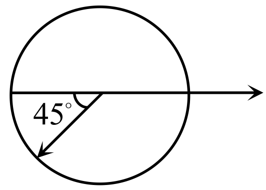
A. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}$　　B. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

C. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}$　　D. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{m}}$

6. 一弹簧振子作简谐运动振幅为A，周期为T，其运动方程用余弦函数表示，若$t=0$时，振子在平衡位置且向正方向运动，则初相为________。



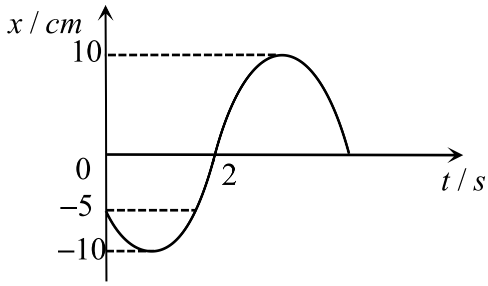
7. 设质点沿x轴作简谐运动，用余弦函数表示，振幅为A，当$t=0$时，质点过$x_0=-\frac{A}{\sqrt{2}}$处且向x轴正方向运动，则其初相为（　　）。



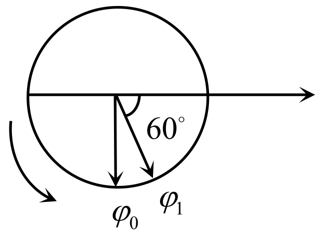
A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{5\pi}{4}$

C. $-\frac{5}{4}\pi$　　D. $-\frac{\pi}{3}$

8. 一简谐振动的振动曲线如图所示，求振动方程。

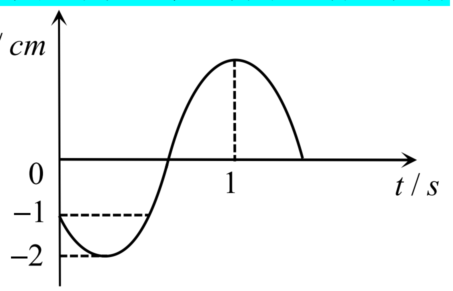


9. 质点作周期为T，振幅为A的谐振动，则质点由平衡位置运动到离平衡位置$A/2$处所需的最短时间是（　　）。



A. $\frac{T}{4}$　　B. $\frac{T}{6}$　　C. $\frac{T}{8}$　　D. $\frac{T}{12}$

10. 已知某简谐振动曲线如图所示，位移单位为厘米，时间单位为秒，求此简谐运动的振动方程。



课时二　振动的能量及合成

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 振动的能量	★★★	$0\sim2$	选择、填空
2. 振动的合成	★★★	$0\sim2$	选择、填空

3. 振动的能量

题 1. 质点做简谐振动，从平衡位置运动到最大位移处时，质点的动能________，势能________，总的机械能________。（填增大、减小或不变）

解：减小；　增大；　不变

题 2. 一弹簧振子作简谐运动，当其偏离平衡位置的位移的大小为振幅的 $\frac{1}{4}$ 时，其动能为振动总能量的（　）。

$A.\ \frac{9}{16}$　　$B.\ \frac{11}{16}$　　$C.\ \frac{13}{16}$　　$D.\ \frac{15}{16}$

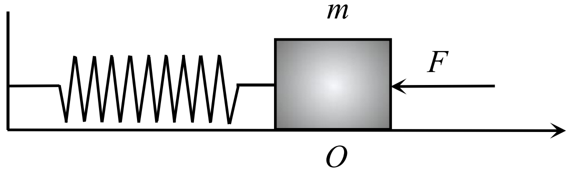
答案：D． $x=\frac{1}{4}A$　势能：$E_P=\frac{1}{2}k\left(\frac{1}{4}A\right)^2=\frac{1}{32}kA^2$

总机械能 $E=\frac{1}{2}kA^2$

动能 $E_k=\frac{1}{2}kA^2-\frac{1}{32}kA^2=\frac{15}{32}kA^2$

$$\Rightarrow \frac{E_k}{E}=\frac{\frac{15}{32}kA^2}{\frac{1}{2}kA^2}=\frac{15}{16}$$

题 3. 有一水平的弹簧振子，如图所示，弹簧的劲度系数为 $k=25N\cdot m^{-1}$，物体的质量为 $m=1.0kg$，物体静止在平衡位置。设以一水平向左的恒力 $F=10N$ 作用在物体上（不计一切摩擦），使其由平衡位置向左运动了 $0.05m$，此时撤除力 F，当物体运动到最左边时开始计时，求物体的运动方程。



解：由机械能守恒，$F\cdot x=\frac{1}{2}kA^2$

$$10\times0.05=\frac{1}{2}\times25\times A^2 \ \Rightarrow A=0.2m$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{25}{1}}=5\ rad/s$$

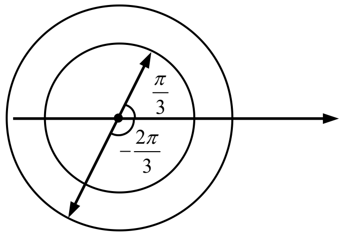
物体从最左边开始计时，由旋转矢量法知 $\varphi_0=\pi$

$$x=0.2\cos(5t+\pi)$$

4. 振动的合成

题 1. 某质点同时参与轴上的两个简谐运动：$x_1=0.03\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$，$x_2=0.05\cos\left(2\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)$ (SI)，合成振动的振动方程为____________。

解法一：由旋转矢量图可得



合振幅 $A=0.05-0.03=0.02$

初相：$\varphi=-\frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow x=0.02\cos\left(2\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)$

解法二：带公式

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\left(\varphi_2-\varphi_1\right)}$$

$$=\sqrt{0.03^2+0.05^2+2\times0.03\times0.05\cos\left(-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right)}=0.02$$

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\left(\varphi_2-\varphi_1\right)}$$

$$\tan\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$$

$$\tan\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}=\frac{0.03\sin\frac{\pi}{3}+0.05\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}{0.03\cos\frac{\pi}{3}+0.05\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}=\sqrt{3}$$

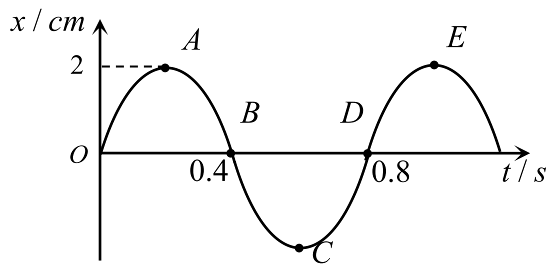
由旋转矢量法可知 $\varphi=-\frac{2\pi}{3}$ $\quad\Rightarrow x=0.02\cos\left(2\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)$

课时二 练习题

1. 一弹簧振子做简谐振动，当位移为振幅的一半时，其动能为总能量的（ ）

$A.\frac{1}{4}$ $\quad B.\frac{1}{2}$ $\quad C.\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad D.\frac{3}{4}$

2. 图示为弹簧振子的振动图像，由图像知振动周期为________s，A、B、C、D、E 对应的时刻中，动能最大的点是__________。



3. 一物体质量为$0.25kg$，在弹性力作用下做简谐运动，弹簧的劲度系数为$k = 25N/m$，如果物体起始振动时具有势能$0.06J$和动能$0.02J$，求：

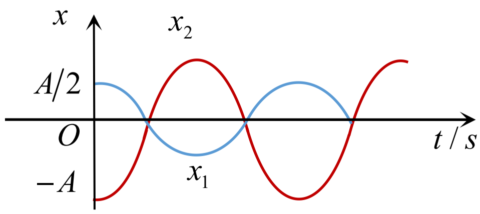
（1）振幅；

（2）动能恰等于势能时的位移；

（3）经过平衡位置时物体的速度。

4. 图示为两个简谐振动的振动曲线，若这两个简谐振动可叠加，则合成的余弦振动的初相为（　　）

$A.\frac{3}{2}\pi$　　　　$B.\ \pi$　　　　$C.\frac{1}{2}\pi$　　　　$D.0$

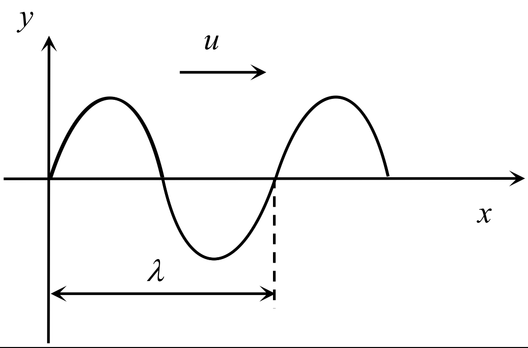


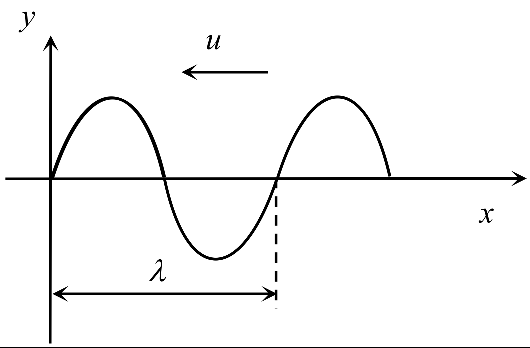
5. 一质点同时参与两个在同一直线上的简谐振动，其表达式分别为$x_1 = 4\times10^{-2}\cos\left(2t+\frac{1}{6}\pi\right)$，$x_2 = 3\times10^{-2}\cos\left(2t-\frac{5}{6}\pi\right)(SI)$，则合成振动的振幅为________，初相__________。

课时三　机械波

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 认识机械波	★★★	$0\sim3$	选择、填空
2. 波动方程	必考	$5\sim10$	大题

5. 认识机械波





常用的三个波动方程：

$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right] \qquad y = A\cos\left[2\pi\left(vt-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0\right] \qquad y = A\cos\left[\omega t+\varphi_0-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x\right]$$

①波速：$u=\frac{\lambda}{T}=\lambda\cdot v$

②两点间相位差：$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$

③波速与 x 同向，相位落后，减号；波速与 x 反向，相位超前，加号。

题 1. 已知一平面简谐波的波动方程为：$y=2.0\cos\left[2\pi\left(t-\frac{x}{8}\right)+\frac{\pi}{3}\right](m)$，则此波沿 x 轴_____方向传播，波速为_______，波长为_______，原点处初相为_______。

解：减号，代表往正方向传播；$\lambda=8m$　$v=1Hz$　$u=\lambda v=8m/s$；　由方程可知初相：$\frac{\pi}{3}$

题 2. 一横波沿绳子传播时，波的表达式为 $y=0.05\cos(10\pi t-4\pi x)(SI)$，则（　）。

$A.$ 波长为 $0.5m$　　$B.$ 波速为 $5m/s$　　$C.$ 波速为 $25m/s$　　$D.$ 频率为 $2Hz$

答案：A． $4\pi x=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x \Rightarrow \lambda=0.5m$

$$\omega=10\pi \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{10\pi}=0.2\ s \qquad v=\frac{1}{T}=\frac{1}{0.2}=5Hz$$

$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{0.5}{0.2}=2.5m/s$$

题 3. 频率为$100Hz$，传播速度为$300\,m/s$的平面简谐波，波线上距离小于波长的两点振动的相位差为$\frac{\pi}{3}$，则两点相距（　）。

$A.\ 2.86m$　　$B.\ 2.19m$　　$C.\ 0.5m$　　$D.\ 0.25m$

答案:C.　$\lambda = uT = u\cdot\frac{1}{\nu} = 300\times\frac{1}{100} = 3m$

由 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x \quad \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}\cdot\Delta x \Rightarrow \Delta x = 0.5m$

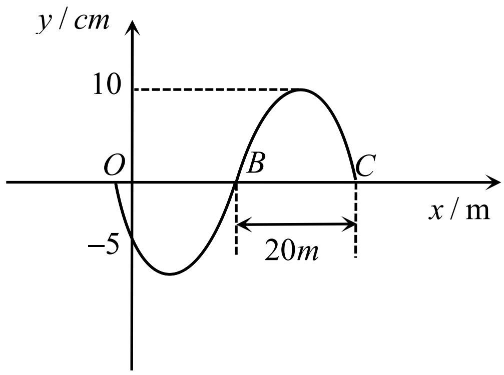
6. 波动方程

题 1. 已知一沿x轴正向传播的平面简谐波，时间$t=0$时的波形如图所示，且$T=2s$，求：

（1）O点的振动方程；

（2）该波的波动方程；

（3）$x=60m$处质点的振动方程和速度表达式。



各质点的速度方向：

上坡下，下坡上

解：（1）振幅 $A=0.1m$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \ \ rad/s$$

由旋转矢量法得 $\varphi_0 = -\frac{2\pi}{3}$

$$y = 0.1\cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

（2）$\lambda = 40m \qquad u = \frac{\lambda}{T} = \frac{40}{2} = 20m/s$

$$y = 0.1\cos\left[\pi\left(t - \frac{x}{20}\right) - \frac{2\pi}{3}\right]$$

（3）$x = 60$

$$y = 0.1\cos\left[\pi\left(t - \frac{60}{20}\right) - \frac{2\pi}{3}\right] = 0.1\cos\left[\pi t - \frac{11\pi}{3}\right]$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -0.1\pi\sin\left(\pi t - \frac{11\pi}{3}\right)$$

波动方程

①求原点振动方程

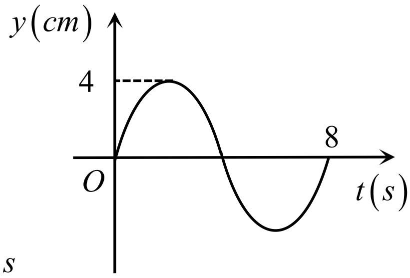
$$y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

②求波速u

③带入公式：

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$$

题 2. 一平面简谐波在介质中以波速 $u=2m/s$ 沿 x 轴负方向传播，原点 O 处质点的振动曲线如图所示，求：



（1）原点 O 的质点的振动方程

（2）该波的波动方程

（3）$x=20m$ 处质点的振动方程

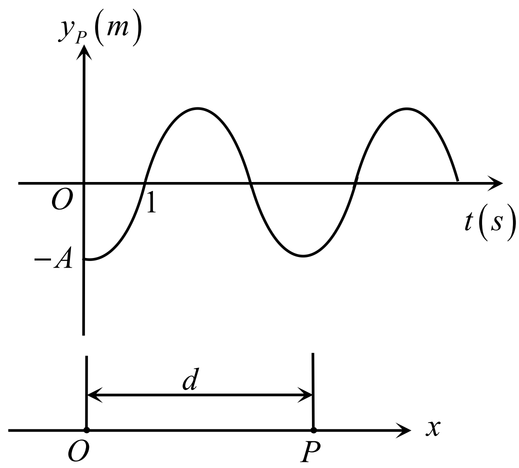
解（1）振幅 $A=4\times10^{-2}m$　周期 $T=8s$　$\Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}rad/s$

由旋转矢量法得 $\varphi_0=-\frac{\pi}{2}$　　$y=4\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{4}t-\frac{\pi}{2}\right)$

（2）$u=2m/s$　　波动方程：$y=4\times10^{-2}\cos\left[\frac{\pi}{4}\left(t+\frac{x}{2}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$

（3）$x=20m$ 时，$y=4\times10^{-2}\cos\left[\frac{\pi}{4}\left(t+\frac{20}{2}\right)-\frac{\pi}{2}\right]=4\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{4}t+2\pi\right)$

题 3. 一平面简谐波沿 Ox 轴的负方向传播，波长为 λ，P 处质点的振动规律如图所示，已知 P 点与 O 点的距离为 d。



(1) 求 P 处质点的振动方程

(2) 求此波的波动表达式

解：（1）设振幅 A，由旋转矢量法得 $\varphi_0=\pi$

$y=A\cos(\omega t+\pi)$

$t=1$ 时　$y=0$　　$0=A\cos(\omega+\pi)$

$\omega+\pi=\frac{3\pi}{2}$　　$\Rightarrow \omega=\frac{\pi}{2}$　　$y=A\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\pi\right)$

（2）　由 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}}=4$　，$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{\lambda}{4}$

以 P 为原点，$y=A\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t+\frac{x}{\frac{\lambda}{4}}\right)+\pi\right]=A\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t+\frac{4x}{\lambda}\right)+\pi\right]$

则以 O 为原点，$y=A\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t+\frac{4(x-d)}{\lambda}\right)+\pi\right]$

课时三　练习题

1. 一横波沿着绳子传播，其波的表达式为 $y=0.05\cos(100\pi t-2\pi x),(SI)$

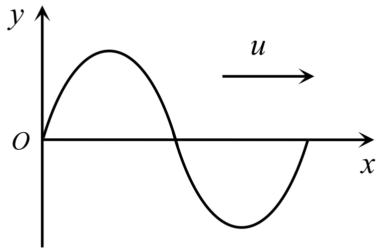
（1）求此波的振幅、波速、频率和波长；

（2）求绳子上各质点的最大振动速度和最大振动加速度。

2. 频率为 $100Hz$ 的波，其波速为 $250m/s$，在同一条波线上，相距为 $0.5m$ 的两点的相位差（　）

$A.\frac{\pi}{5}$　　$B.\frac{2\pi}{5}$　　$C.\frac{3\pi}{5}$　　$D.\frac{4\pi}{5}$　　$E.\pi$

3. 一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形曲线如图所示，则 O 点的振动初相位 φ_0 为________。



4. 波动的速度称为波速，以下关于波速的说法，哪些是正确的（　）

①振动状态传播的速度等于波速；

②质点振动的速度等于波速；

③相位传播的速度等于波速；

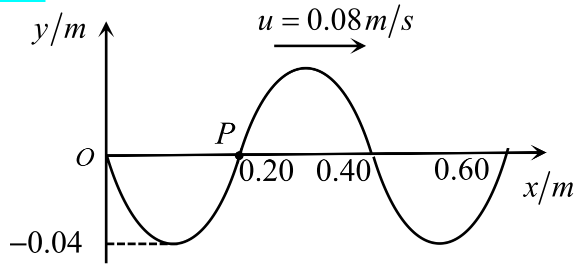
④能量传播的速度等于波速。

$A.$①③④　　$B.$①②③　　$C.$①②④　　$D.$②③④

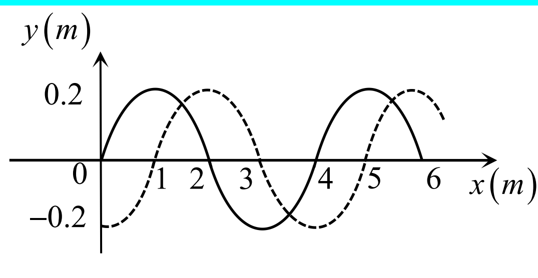
5. 下图为一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，求：

（1）该波的波动方程；

（2）P 处质点的运动方程。



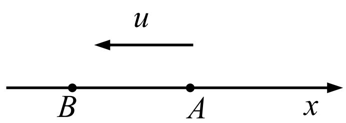
6. 如图所示，一余弦横波沿 x 轴正向传播。实线表示 $t=0$ 时刻的波形，虚线表示 $t=0.5s$ 时刻的波形，求此波的波动方程。



7. 一平面简谐波以$u=400m/s$波速在均匀介质中沿x轴正向传播，位于坐标原点处的质点振动周期为$0.01s$，振幅为$0.1m$，取原点处质点经过平衡位置且负向运动时作为计时起点，求：（1）波函数；（2）距原点$2m$处P点的振动方程。

8. 一平面简谐波沿x轴负方向传播，已知$x=-1m$处质点的振动方程为$y=A\cos(\omega t+\varphi)$，若波速为$u$，则此波的表达式为________________。

9. 如图，一平面波在介质中以波速$u=20m/s$沿x轴负方向传播，已知A点振动方程为$y=3\times10^{-2}\cos4\pi t$，$(SI)$



（1）以A点为坐标原点写出波的表达式；

（2）以距A点$5m$处的B点为坐标原点，写出波的表达式。

课时四　机械波（二）

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 波动的能量	★★★	0 ~ 2	选择、填空
2. 波的干涉	★★★★★	0 ~ 2	选择、填空
3. 驻波	★★★	0 ~ 2	选择、填空
4 多普勒效应	★★	0 ~ 2	选择、填空

1. 波的能量

题 1. 一平面简谐波在弹性媒质中传播，在某一瞬间，媒质中某质元正处于平衡位置，此时它的能量是：

$A.$动能为零，势能最大　　$B.$动能为零，势能为零

$C.$动能最大，势能最大　　$D.$动能最大，势能为零

答案：C　（详细解答见视频课程）

题 2. 当机械波在媒质中传播时，媒质质元的最大形变发生在：

$A.$最大位移处　$B.$位移为$\frac{\sqrt{2}}{2}A$处　$C.$平衡位置处　$D.$位移为$\frac{A}{2}$处

答案：C　（详细解答见视频课程）

2. 波的干涉

题 1. 波的相干条件为：

$A.$频率相同，振动方式相同，相位差恒定

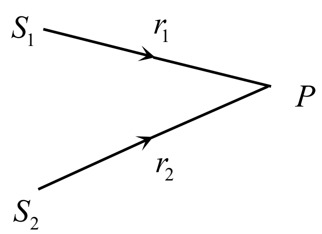
$B.$频率相同，振动方式相同，相位差不定

$C.$频率相同，振动方式垂直，相位差恒定

$D.$频率相同，振动方式垂直，相位差不定

答案：A

题 2. 如图所示，两列波长为λ的相干波在点P相遇，波在点S_1振动的初相是φ_1，点S_1到点P的距离是r_1，波在点S_2的初相是φ_2，点S_2到点P的距离是r_2，以k代表零或正负整数，则点P是干涉极大的条件为：



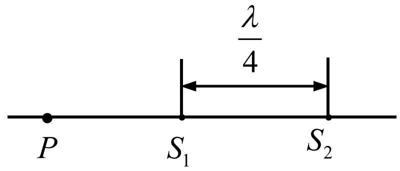
$A.\ r_2-r_1=k\pi$　　$B.\ \varphi_2-\varphi_1=2k\pi$

$C.\ \varphi_2-\varphi_1+\frac{2\pi(r_1-r_2)}{\lambda}=2k\pi$　　$D.\ \varphi_2-\varphi_1+\frac{2\pi(r_2-r_1)}{\lambda}=2k\pi$

答案：C

题 3. 如图示，两相干波源 S_1 和 S_2 相距 $\frac{\lambda}{4}$（λ 为波长），S_1 的相位比 S_2 的相位超前 0.5π，在 S_1，S_2 的连线上，S_1 外侧各点（例如 P 点）两简谐波引起的相位差是：________

A. 0　　B. π　　C. $\frac{1}{2}\pi$　　D. $\frac{3}{2}\pi$



答案：B. $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi(r_2-r_1)}{\lambda}=-0.5\pi-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4}=-\pi$

3. 驻波

$y_1=A\cos 2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)$　　$y_2=A\cos 2\pi\left(\nu t+\frac{x}{\lambda}\right)$

驻波：$y=2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\nu t$

①两相邻波节（波腹）之间距离为：$\frac{\lambda}{2}$

②波节位置：$x=(2k+1)\frac{\lambda}{4}(k=0,\pm1,\pm2)$　　波腹位置：$x=k\frac{\lambda}{2}(k=0,\pm1,\pm2)$

题 1. 两列波在同一直线上传播，其表达式分别为 $y_1=6\cos(4\pi t-0.02\pi x)$，$y_2=6\cos(4\pi t+0.02\pi x)(SI)$，则驻波方程为________，波节位置 x 为________。

解：$A=6$　　$\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x=0.02\pi x$　　$\omega=4\pi$　　$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{4\pi}{2\pi}=2$

驻波 $y=2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\nu t=12\cos 0.02\pi x\cdot\cos 4\pi t$

$\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x=0.02\pi x\ \Rightarrow\lambda=100m$

波节 $x=(2k+1)\frac{\lambda}{4}=(2k+1)\frac{100}{4}=25(2k+1)$　　$(k=0,\pm1,\pm2)$

题 2. 一弦上的驻波表达式为 $y=0.1\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\cdot\cos(6\pi t)(SI)$,形成该驻波的两个反向传播的行波的波长为________，频率为________，两个相邻波腹之间的距离为________。

解：由　$y=2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\nu t$

$2\pi\frac{x}{\lambda}=\frac{\pi}{2}x\ \Rightarrow\ \lambda=4m$　　$2\pi\nu t=6\pi t\ \Rightarrow\ \nu=3Hz$

两相邻波腹之间距离为：$\frac{\lambda}{2}=\frac{4}{2}=2m$

4. 多普勒效应

题 1. 汽车以 $40\,m/s$ 的速度驶离工厂，工厂汽笛鸣响频率为 $800\,Hz$，设空气中声速为 $340\,m/s$，则汽车司机听到笛声的频率是________ Hz。

解：$v=\left(1-\dfrac{u_0}{u}\right)v_0=\left(1-\dfrac{40}{340}\right)\times 800=706\,Hz$

课时四　练习题

1. 当一平面简谐机械波在弹性媒质中传播时，下列结论哪个是正确的（　　）。

$A.$ 媒质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒。

$B.$ 媒质质元的振动动能和弹性势能都作周期性变化，但二者相位不相同。

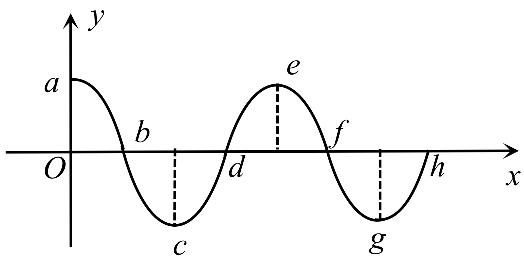
$C.$ 媒质质元的振动动能和弹性势能的相位在任一时刻都相同，但数值不等。

$D.$ 媒质质元在其平衡位置处弹性势能最大。

2. [判断]简谐波上任一质元的动能、势能在任意时刻均相等。（　　）

3. 一列机械横波在 t 时刻的波形曲线如图所示，则该时刻势能为最小值的介质质元的位置是：

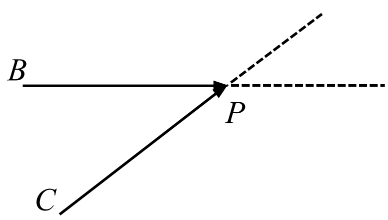
$A.\ a\ c\ e\ g$　　　$B.\ a\ e$　　　$C.\ b\ d\ f\ h$　　　$D.\ c\ g$



4. 下列不是相干波的条件的是（　　）。

$A.$ 振幅相等　　　$B.$ 频率相等　　　$C.$ 振动方向平行　　　$D.$ 相位差恒定

5. 两列满足相干条件的平面简谐横波，如图所示，波 1 沿 BP 方向传播，在 B 点的振动表达式为 $y_{10}=0.2\cos(2\pi t)m$，波 2 沿 CP 方向传播，在 C 点的振动表达式为 $y_{20}=0.2\cos(2\pi t+\pi)m$，且 $BP=0.4m$，$CP=0.5m$，波速为 $0.2\,m/s$，则两列波传到 P 点时的相位差 $\Delta\varphi=$________，在 P 点所引起的合振动的振幅 $A=$________。



6. 设入射波的表达式为 $y_1 = A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+\frac{t}{T}\right)$，在 $x=0$ 处发生发射，反射点为一固定端，设反射时无能量损失，则反射波的表达式为________。

7. 一细线上做驻波式振动，其方程为 $y = 1.0\cos\frac{\pi}{3}x\cos 40\pi t$，$x, y$ 的单位为 cm，t 的单位 s，则两列分波的传播速度为________，驻波相邻两波节之间的距离是________。

8. 在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动（　　）。

$A.$ 振幅相同，相位相同　　$B.$ 振幅不同，相位不同

$C.$ 振幅相同，相位不同　　$D.$ 振幅不同，相位相同