

综合练习

一、选择题（每题3分）

1. 一运动质点在某瞬时位于矢径 \vec{r} 的端点处，其速度大小的表达式为（ D ）

(A) $\frac{dr}{dt}$ (B) $\frac{d\vec{r}}{dt}$ (C) $\frac{d|\vec{r}|}{dt}$ (D) $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$

2. 一质点沿 x 轴作直线运动， t 时刻的坐标为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI)。则 1 秒末的瞬时加速度为（ D ）

(A) 6m/s^2 . (B) -6m/s^2 . (C) 3m/s^2 . (D) -3m/s^2 .

3. 长为 $L=2\text{m}$ 质量为 $m=3\text{kg}$ 的均匀细杆对过杆的一端且与杆垂直的轴的转动惯量 J 等于（ C ）

(A) $1\text{kg}\cdot\text{m}^2$ (B) $3\text{kg}\cdot\text{m}^2$ (C) $4\text{kg}\cdot\text{m}^2$ (D) $12\text{kg}\cdot\text{m}^2$

4. 如图 1, 1/4 圆弧轨道（质量为 M ）与水平面光滑接触, 一物体（质量为 m ）自轨道顶端滑下, M 与 m 间有摩擦, 则（ D ）

(A) M 与 m 组成系统的总动量及水平方向动量都守恒, M 、 m 与地组成的系统机械能守恒;

(B) M 与 m 组成系统的总动量及水平方向动量都守恒, M 、 m 与地组成的系统机械能不守恒;

(C) M 与 m 组成的系统动量不守恒, 水平方向动量不守恒, M 、 m 与地组成的系统机械能守恒;

(D) M 与 m 组成的系统动量不守恒, 水平方向动量守恒, M 、 m 与地组成的系统机械能不守恒.

5. 对于一个物体体系来说, 在下列条件中, 哪种情况下系统的机械能守恒?（ C ）

(A) 合外力为零.

(B) 合外力不作功.

(C) 外力和非保守内力都不做功.

(D) 外力和保守内力都不做功.

6. 一质量为 2kg 的物体受到水平力 $F = 3t$ (SI) 作用而沿 x 轴做一维直线运动, $t = 0$ 时物体位于原点并静止, 则前 2s 内物体受到的冲量大小为（ B ）。

(A) $4\text{N}\cdot\text{s}$ (B) $6\text{N}\cdot\text{s}$ (C) $8\text{N}\cdot\text{s}$ (D) $9\text{N}\cdot\text{s}$

7. 关于刚体与质点的描述, 下列说法中不正确的是（ B ）

(A) 转动惯量是衡量刚体转动惯性的物理量;

(B) 刚体转动时没有惯性;

(C) 刚体平动时具有平动惯性, 简称惯性;

(D) 刚体的转动惯量与刚体的质量和质量的空间分布有关。

8. 关于合外力和合外力矩的描述, 以下说法正确的是（ C ）

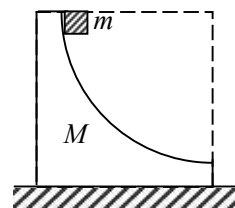


图 1

- (A) 合外力矩为零时，合外力一定为零；
 (B) 合外力为零时；合外力矩一定为零；
 (C) 合外力为零时，合外力矩不一定为零；
 (D) 以上说法都不对。

9. 作匀速圆周运动的物体运动一周后回到原处，这一周期内物体 (C)

- (A) 动量不守恒，合外力为零；
 (B) 动量守恒，合外力不为零；
 (C) 动量变化为零，合外力不为零；
 (D) 动量变化为零，合外力为零。

10. 对功的概念有以下几种说法，正确的是 (B)

- (A) 保守力做负功时，系统内相应的势能减少；
 (B) 质点运动经一闭合路径，保守力对质点做的功为零；
 (C) 作用力和反作用力大小相等、方向相反，所以两者做功的代数和必为零。
 (D) 保守力做正功时，系统内相应的势能增加。

二、填空题 (共 15 分，每题 3 分，共 5 题)

1. 一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表达式为 $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t^2\vec{j}$ ，则该质点的运动加速度为 $\vec{a} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$ (矢量)。

2. 设作用在质量为 1kg 的物体上的力 $F=6t+3$ (SI)，如果物体在这一力的作用下，由静止开始沿直线运动，在 0 到 2s 的时间间隔内，这个力作用在物体上的冲量大小为多少 $18\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 。

3. 粒子 B 的质量与粒子 A 的质量相等，开始时粒子 A 的速度为 $3\vec{i} + 4\vec{j}$ ，粒子 B 的速度为 $4\vec{i} - 4\vec{j}$ ，由于两者的相互作用 (碰撞，动量守恒)，粒子 A 的速度变为 $7\vec{i} - 4\vec{j}$ ，此时粒子 B 的速度等于 $4\vec{j}$ 。

4. 直角坐标系中某刚体的转动轴沿 z 轴 (即转动轴沿 \vec{k} 方向)。该刚体所受的力为 $\vec{F} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ，该力的作用点处的矢量为 $\vec{r} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ ，则该力产生的力矩矢量为 $7\vec{k}$ 。

5. 质点沿半径为 0.10m 的圆周运动，其角坐标 θ 可表示为 $\theta = 5 + 2t^3$ 。当 $t = 1\text{s}$ 时，它的法向加速度的大小为 3.6ms^{-2} ，切向加速度的大小为 1.2ms^{-2} 。

三、计算题 (10 分) 一轴承光滑的定滑轮，半径为 $R=0.1\text{m}$ ，一根不能伸长的轻绳，一端缠绕在定滑轮上。另一端系有一质量为 $m=4.0\text{kg}$ 的物体，如图 2 所示。已知 $g=10\text{m/s}^2$ ，其初角速度 $\omega_0=0\text{rad/s}$ 。求：(1) 若不计滑轮的质量 (即 $M=0$)，物体的加速度和定滑轮角加速度为多少？(2) 若 $M=2.0\text{kg}$ ，定滑轮的角加速度及物体的加速度为多少？当物体下降 1m 时定滑轮的角速度为多少。

解：(1) 若 $M=0$ ， $a=10\text{m/s}^2$ (1 分)

$$\beta = \frac{a}{R} = 100\text{rad/s}^2$$

(2) 若 $M=2.0\text{kg}$ ，对 m 进行受力分析得：

$$mg - T = ma$$

对定滑轮进行受力分析得：

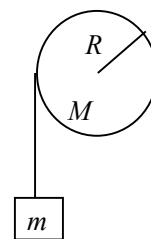


图 2

$$TR = J\beta \quad (\text{转动定律})$$

$$J = MR^2/2$$

而

$$\beta R = a$$

$$\text{所以得: } \beta = 80 \text{ rad/s}^2, \quad a = 8 \text{ m/s}^2$$

$$(2) \text{ 由公式 } v^2 = 2ah$$

$$\text{得: } v = \sqrt{2ah} = 4 \text{ m/s}$$

$$\text{所以定滑轮的角速度: } \omega = \frac{v}{R} = 40 \text{ rad/s}$$

四、计算题 (10 分) 一轴承光滑的定滑轮, 质量为 $M=8.0\text{kg}$, 半径为 $R=0.1\text{m}$, 转动惯量 $J=\frac{1}{2}mR^2$, 其两侧轻绳分别悬挂质量为 $m_1=2.0\text{kg}$ 和质量为 $m_2=4.0\text{kg}$ 的物体, 轻绳不可伸长且与滑轮间无相对滑动, 如图 3 所示。已知 $g=10\text{m/s}^2$, 其初角速度 $\omega_0=0\text{rad/s}$ 。求: (1) 物体的加速度; (2) 当物体下降 1m 时定滑轮的角速度。

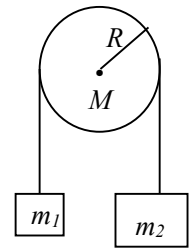


图 3

(1) 解: 设 m_1 和 m_2 所受拉力分别为 T_1 和 T_2

$$m_2g - T_2 = m_2a \quad \text{-----(1)}$$

$$T_1 - m_1g = m_1a \quad \text{-----(2)}$$

$$T_2R - T_1R = J\beta \quad \text{-----(3)}$$

$$J = \frac{1}{2}mR^2 \quad \text{-----(4)}$$

$$a = R\beta \quad \text{-----(5)}$$

$$\text{联立上式求解得: } a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_2 + m_1 + \frac{1}{2}m}$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$(3) \text{ 由公式 } v^2 = 2ah$$

$$\text{得: } v = \sqrt{2ah} = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{所以定滑轮的角速度: } \omega = \frac{v}{R} = 20 \text{ rad/s}$$

五、计算题 (10 分) 如图 4 所示, 人造地球卫星在地球的万有引力作用下沿着一平面作椭圆轨道运动, 地球中心可以视为固定点, 且为椭圆轨道的焦点。卫星在近地点 A 离地面的距离为 439km , 在远地点 B 离地面的距离为 2384km 。已知卫星在近地点的速度为 $v_A=8.12\text{kms}^{-1}$, 设地球的平均半径为 $R=6370\text{km}$, 卫星质量为 1000kg 。求:

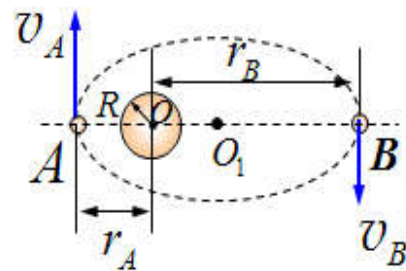


图 4

- 1) 卫星在远地点 B 的速度大小。
- 2) 从 A 点运动到 B 点卫星动能的增量
- 3) 从 A 点运动到 B 点万有引力做的功

解：1) $r_A = 6370 + 439 = 6809\text{km}$ $r_B = 6370 + 2384 = 8754\text{km}$

根据角动量守恒定律，有 $mv_B r_B = mv_A r_A$

$$\text{得 } v_B = \frac{r_A}{r_B} v_A = \frac{6809 \times 8.12}{8754} = 6.32\text{km/s}$$

$$2) \text{动能的增量 } \Delta E_k = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -1.3 \times 10^{10} J$$

$$3) \text{由动能定理 } A = \Delta E_k = -1.3 \times 10^{10} J$$

六、计算题 (5 分) 一质点在轴上作加速直线运动，设 $t = 0$ 时， $x_0 = 1\text{m}$ ， $v_0 = 0 \text{ m/s}$ ，若加

速度 $a = 3t + 5$ ，求 $t = 2\text{s}$ 时刻的速度和位置。

$$\text{解：1) 由 } a = \frac{dv}{dt} = 3t + 5, \text{ 得 } \int_{v_0}^v dv = \int_0^t (3t + 5) dt,$$

$$\text{得 } v = v_0 + 5t + \frac{3}{2} t^2 \text{ 带入数据得 } v = 16 \text{ m/s}$$

$$2) v = \frac{dx}{dt}, \text{ 得 } \int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt, \text{ 得 } x = x_0 + v_0 t + \frac{5}{2} t^2 + \frac{t^3}{2}$$

$$3) \text{带入数据得 } x = 15 \text{ m}$$

七、计算题 (5 分) 一力 $\vec{F} = F_0(x\vec{i} + y\vec{j})$ (F_0 为常量) 作用在质点上，该质点从坐标原点开始，沿圆周逆时针运动到 $(0, 2R)$ 的过程中 (图 5)，求力 \vec{F} 对质点的功。

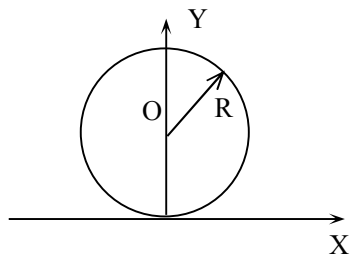


图 5

解：由求功公式可得：

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$= \int F_0(x\vec{i} + y\vec{j}) \cdot (dx\vec{i} + dy\vec{j})$$

$$= \int_0^0 F_0 x dx + \int_0^{2R} F_0 y dy = 2F_0 R^2$$

八、**计算题（10分）** 如图6所示，一根长 l 、质量为 M 的均匀直杆，其一端挂在光滑轴上静止在竖直位置，今有一质量为 m 的子弹以水平方向速度 v 射入杆的下端并嵌在里面一起转动。求（1）子弹入射前相对于 O 点的角动量大小；（2）子弹嵌入杆内刚转动的角速度。

解：（1） $L = mvl$

（2）碰撞后的角动量为 （刚体的碰撞，角动量守恒）

$$L' = (J_1 + J_2)\omega$$

其中 $J_1 = ml^2$; $J_2 = \frac{1}{3}Ml^2$

碰撞前后角动量守恒，即

$$mvl = (J_1 + J_2)\omega$$

所以

$$\omega = \frac{3mv}{(M + 3m)l}$$

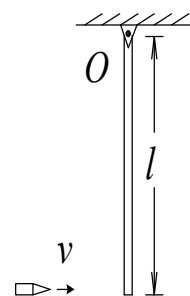


图6

九、分析解释题（5分）两题二选一

1、（1）什么力叫保守力？（2）请列举至少三种保守力并写出它们相应的势能表达式。

解：若物体沿任一闭合路径运动一周力所做的功为零，则这类力称为保守力。

保守力：重力；弹性力；万有引力。

2、图7所示是一种常见的直升机，除了机身顶上有个水平面内的旋翼之外，尾部在竖直平面内还有一个旋翼。请你用所学的物理知识解释这两个旋翼的作用。

解：机身顶上旋翼产生飞机的升力。由角动量守恒可知，机身顶上旋翼旋转时，机身将作反方向旋转，不利于飞机控制平衡。故需要在尾部在竖直平面内安装一个旋翼产生一个水平方向的推力阻止机身的反方向旋转，从而方便飞行员控制直升机的平衡。



图7