**《算法设计与分析》（第一套）参考答案与评分标准**

适用专业年级（方向）：计算机科学与技术2014

**一、（共6分）**解：

a、S= ，p=(a+b+c)/2 可以。 （2分）

b、S=(bc sinA)/2，A是b边和c边的夹角 不行。因为b边和c边的夹角A没有给出其值，同时也没有指出其计算方法，确定其值有困难，不满足算法的可行性。 （2分）

c、S=(aha)/2，ha是a边上的高 不行。因为a边上的高ha没有给出其值，同时也没有指出其计算方法，确定其值有困难，不满足算法的可行性。（2分）

**二、（共6分）**

a. 解：输入规模分别为2000和200，增长了10倍，则有

（10n）2 / n2 = 100

因此求解1000规模问题的执行时间是200规模问题的100倍。 （3分）

b. 解： n22 = 100\*n12 n2=10n1

因此新计算机可求解元素个数是老计算机的10倍。 （3分）

**三、（共10分）**解：4位数分为2个2位数，代入分治乘法公式

①1302\*1220=13\*12\*104+(15\*32-13\*12-02\*20)\*102+02\*20

递归分治有：

②13\*12

＝1\*1\*102+((1+3)\*(1+2)-1\*1-3\*2)10+3\*2=1\*102+(12-1-6)\*10+6=156

③02\*20

＝2\*0\*102+((2+0)\*(2+0)-2\*0-2\*0)\*10+2\*0=0\*102+(4-0-0)\*10+0=40

④15\*32

＝1\*3\*102+((1+5)\*(3+2)-1\*3-5\*2)\*10+5\*2=3\*102+(30-3-10)\*10+10=480

⑤合并子解得：1302\*1220=156\*104+(480-156-40)\*102+40=1588440

**评分标准：数字分解正确得2分，计算正确得6分，结果正确得2分。部分正确，酌情扣分。**

**四、（共12分）**解：

1. 该算法的基本操作是乘法（或除法）。 （2分）
2. =

=

=(n-1)(n+1)+(n-2)n+(n-3)(n-1)+……+1\*3

==2+

=(2n3+3n2-5n)/6 （4分）

1. 该算法的时间效率类型: Θ(n3) （2分）
2. 缺陷: for k←n downto i do （缺陷不唯一）

A[j,k]←A[j,k]-A[i,k]\*A[j,i]/A[i,i]

A[j,i]/A[i,i]在该层循环中每一次的值都是相同的，与循环变量k没有任何关系，每次都重复计算没有任何必要，浪费时间。 (2分)

修改：将A[j,i]/A[i,i]的值在循环外用一个变量t保存起来，这样每次循环时直接调用t值即可，不需再重复计算A[j,i]/A[i,i]，代码如下：

t= A[j,i]/A[i,i]

for k←n downto i do

A[j,k]←A[j,k]-A[i,k]\*t （2分）

**五、（共22分）**解：

1. Algorithm MaxMin(A[l..r], minv, maxv) // l<=r

//输出：最大值maxv和最小值minv

if l=r

minv=A[l]

maxv=A[l]

else

m=⌊(l+r)/2⌋

MaxMin(A[l..m], minv, maxv)

MaxMin(A[m+1..r], minv2, maxv2)

if minv2<minv minv=minv2

if maxv2>maxv maxv=maxv2

**评分标准：算法思路、实现功能、书写正确得10分。部分正确，酌情扣分。**

1. Algorithm MaxMin(A[0..n-1], minv, maxv) // l<=r

// A[0..n-1]中元素已经预先调用排序算法进行升序排列（排序算法略）

//输出：最大值maxv和最小值minv

minv=A[0]

maxv=A[n-1]

**评分标准：算法思路、实现功能、书写正确得6分。部分正确，酌情扣分。**

1. 分治算法时间效率类型为Θ(n) (2分)

预排序算法时间效率类型为Θ(nlogn) (2分)

因此，分治算法的时间效率更好。 （2分）

**六、（共14分）**解：

a、二者均是减治算法。 （2分）

1. T(n)=T(n/2)+1, T(1)=1 （2分）
2. 当n=2k 时，T(n)= T(n/2)+1

=T(n/4)+2=T(n/8)+3=……=T(n/2k)+k

=T(n/n)+log2n

=1+log2n （3分）

1. T(n)=T(n/3)+2, T(1)=1 （2分）
2. 当n=3k 时，T(n)= T(n/3)+2

=T(n/9)+4=T(n/27)+6=……=T(n/3k)+2k

=T(n/n)+2log3n

=1+2log3n （3分）

1. 1+2log3n=2 log32 log2n+1=(2/log23)\*log2n+1>log2n+1

因此三重查找不如折半查找效率高。 （2分）

**七、（18分）**解：

a.**方法一：**

F(n)=min{F(n-dj)}+1 j: n>=dj， n>0

F(0)=0

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 |

所以最少需要2枚硬币。

**方法二：**

c (i, 0) = 0

c (1, j) = j if j>0

c (i, j) = c(i-1, j), if j-d[i]<0

c (i, j) = min{ c(i-1, j), 1 + c (i, j - d[i]) } if j-d[i]>=0

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 0 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 |
| 3 | 0 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 |

所以最少需要2枚硬币。

**评分标准：两种方法任选其一。动态规划表正确得6分，结论正确得2分。**

b.方法一：F(10)=2的值是由F(10-5)+1求得，因此面额为5的硬币被选中1次；

F(5)=1的值是由F(5-5)+1求得，因此面额为5的硬币再选中1次。

因此最优方案是两枚面额为5的硬币。

方法二：C(3,10)!=C(2,10),因此D[3]=5的硬币被选中1次；C(3,5)!=C(2,5), 因此D[3]=5的硬币再被选中1次。所以最优方案是两枚面额为5的硬币。

**评分标准：两种方法任选其一。求解过程正确得2分，结论正确得2分。**

c.贪心算法按照硬币面额从大到小的规则依次选取：

10=7\*1+1\*3

因此需要1枚面额为7和3枚面额为1的硬币，总共需要4枚硬币。

**评分标准：求解过程正确得2分，结论正确得2分。**

d.不能。（2分）

**八、（12分）**解：（可自行设置价值上界，也可无价值上界，树形态不唯一）

a.

w=0, v=0

w=10, v=100

w=0, v=0

w=17

**×超重**

w=10, v=100

w=18

**×超重**

w=10, v=100

w=7, v=63

w=0, v=0

w=15, v=119

w=7, v=63

**非更优**

1

1

1

1

1

0

0

0

0

0

**可行解**

**最优解**

w=8, v=56

**非更优**

w=0, v=0

**非更优**

1

0

**评分标准：树结构正确、计算正确、选择正确得10分，部分正确，酌情扣分。**

b. 最大装包价值＝119 （1分）

最优装包方案：物品2、物品3 （1分）

∵从根到最优解结点路径的标记为0, 1,1，即解向量x=[ 0, 1, 1]