Układy równań liniowych

Dominik Lau

23 marca 2023

1 Wstęp

Celem projektu była implementacja i przeanalizowanie metod rozwiązywania układów równań liniowych

$$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$$

Rozważane metody to metoda faktoryzacji LU, metoda Jacobiego i metoda Gaussa-Seidla. Do implementacji wykorzystano język Python oraz bibliotekę matplotlib.

2 Teoria

Metoda faktoryzacji LU

Jest to metoda bezpośredniego rozwiązywania układu równań. Pierw rozbijamy macierz **A** na dwie macierze trójkątne: dolną **L** i górną **U**

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{LU}$$

następnie rozwiązujemy dwa układy równań dla macierzy trójkątnych

$$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$$
$$\boldsymbol{LUx} = \boldsymbol{b}$$
$$\boldsymbol{Ux} = \boldsymbol{y}$$

$$\boldsymbol{Ly} = \boldsymbol{b}$$

powyższe równanie rozwiązujemy dla $\boldsymbol{y}$, następnie rozwiązujemy dla $\boldsymbol{x}$ korzystając z zależności

$$\boldsymbol{Ux} = \boldsymbol{y}$$

Metoda Jacobiego

Jest to metoda iteracyjnego rozwiązywania układu równań. Pierw rozbijamy $\boldsymbol{A}$ na macierz $\boldsymbol{D}$ (diagonalną), $\boldsymbol{L}$ (trójkątną dolną) oraz $\boldsymbol{U}$ (trójkątną górną).

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{D} + \boldsymbol{L} + \boldsymbol{U}$$

następnie iterujemy poniższe przybliżenie

$$\boldsymbol{x}^{(0)} = \vec{0}$$
$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{D}^{-1}(\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{L} + \boldsymbol{U})\boldsymbol{x}^{(k)})$$

do momentu uzyskania żądanej dokładności.

3 Analiza

A Tworzenie testowego układu równań

4 Podsumowanie

5 Źródła

- Wikipedia-Jacobi