

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było wyznaczenie współczynnika sprężystości sprężyn przy użyciu metody statycznej i dynamicznej. Ćwiczenie obejmowało również wyznaczenie współczynnika sprężystości dla układu sprężyn połączonych równolegle i szeregowo. Podczas opracowania przyjęliśmy $\Delta x = 2$ mm chcąc uwzględnić podziałkę linijki oraz drobną oscylację ciężarka, a także $\Delta m = 0$, ponieważ odczytywaliśmy masę z oznaczeń na ciężarkach oraz $\Delta t = 0,5$ s.

2 Metoda statyczna

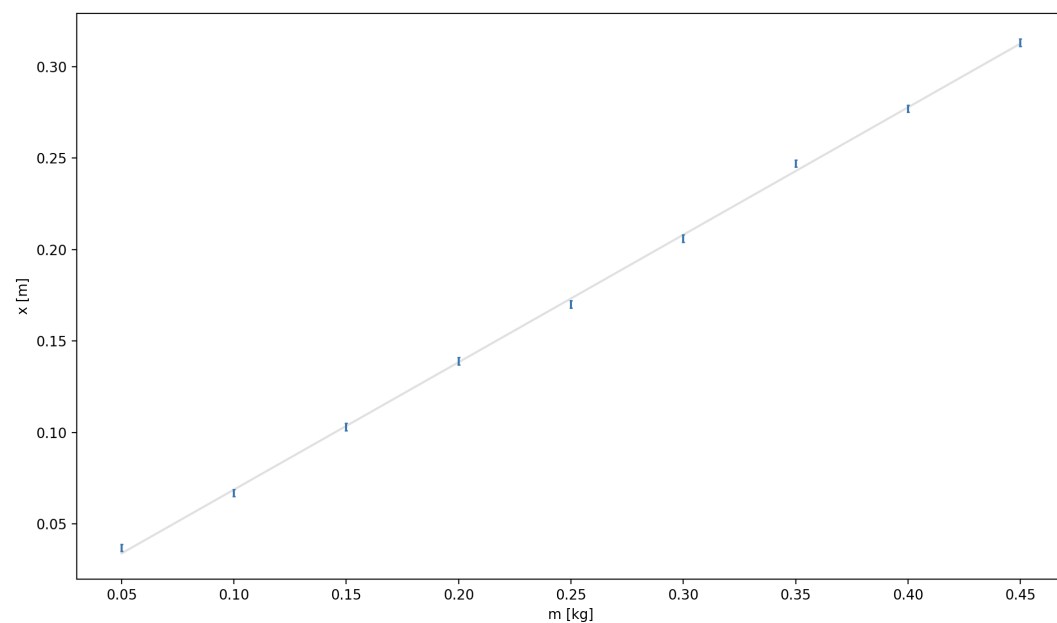
2.1 pomierzone dane

| l.p. | m [g] | x_1 [cm] | x_2 [cm] |
|------|-------|------------|------------|
| 1 | 50 | 3,7 | 5,18 |
| 2 | 100 | 6,7 | 10,35 |
| 3 | 150 | 10,3 | 15,50 |
| 4 | 200 | 13,9 | 20,67 |
| 5 | 250 | 17,0 | 25,83 |
| 6 | 300 | 20,6 | 31,00 |
| 7 | 350 | 24,7 | 36,16 |
| 8 | 400 | 27,7 | 41,30 |
| 9 | 450 | 31,3 | 46,45 |

m - masa zawieszona na sprężynie

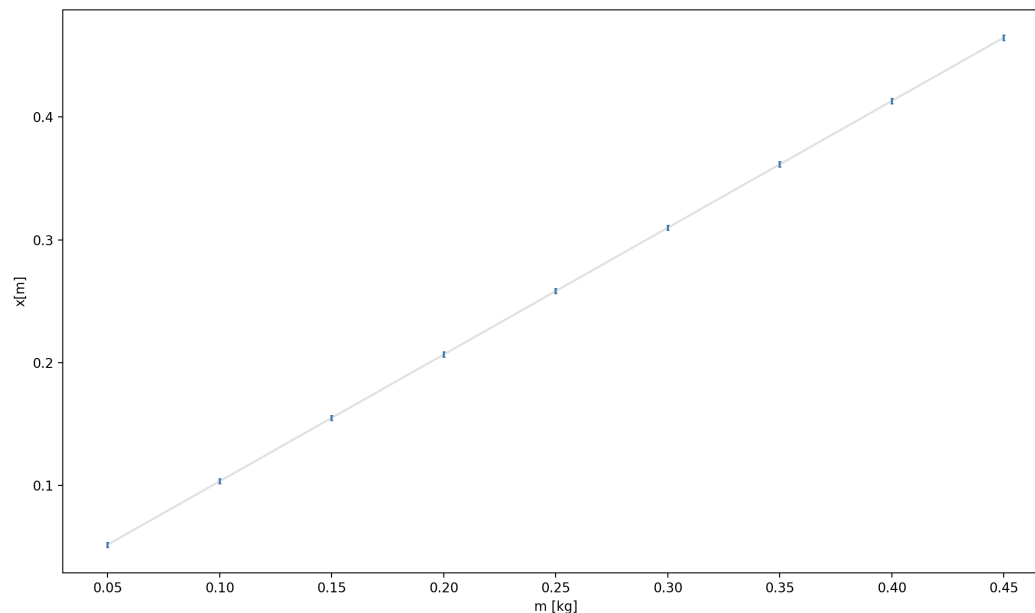
x_i - zmiana wychylenia i -tej sprężyny od wychylenia początkowego po zawieszeniu ciężarków o określonej masie

2.2 wykres $x_1(m)$



$a = 0.69$ - wartość współczynnika kierunkowego prostej otrzymanej metodą regresji liniowej

2.3 wykres $x_2(m)$



$a = 1.03$ - wartość współczynnika kierunkowego prostej otrzymanej metodą regresji liniowej

2.4 obliczenie stałej sprężystości

korzystamy ze wzoru¹

$$k = \frac{g}{a}$$

gdzie $g = 9,815$

zatem $k_1 = 14,10 \frac{N}{m}$, $k_2 = 9,53 \frac{N}{m}$

2.5 rachunek niepewności

Do wyliczenia niepewności k korzystamy ze wzorów^{2 3}

$$S_a = \sqrt{\frac{n}{n-2} * \frac{\sum y_i^2 - a \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2}}$$
$$S_k = \frac{g S_a}{a^2}$$

¹https://pg.edu.pl/files/ftims/2021-03/Cwiczy63_02.pdf (63.15)

²<https://ftims.pg.edu.pl/documents/10673/20436990/wstep.pdf> (42)

³https://pg.edu.pl/files/ftims/2021-03/Cwiczy63_02.pdf (63.16)

otrzymujemy $S_{k1} = 0,33 \text{ [N/m]}$, $S_{k2} = 0,10 \text{ [N/m]}$

3 Metoda dynamiczna

3.1 pomierzone dane

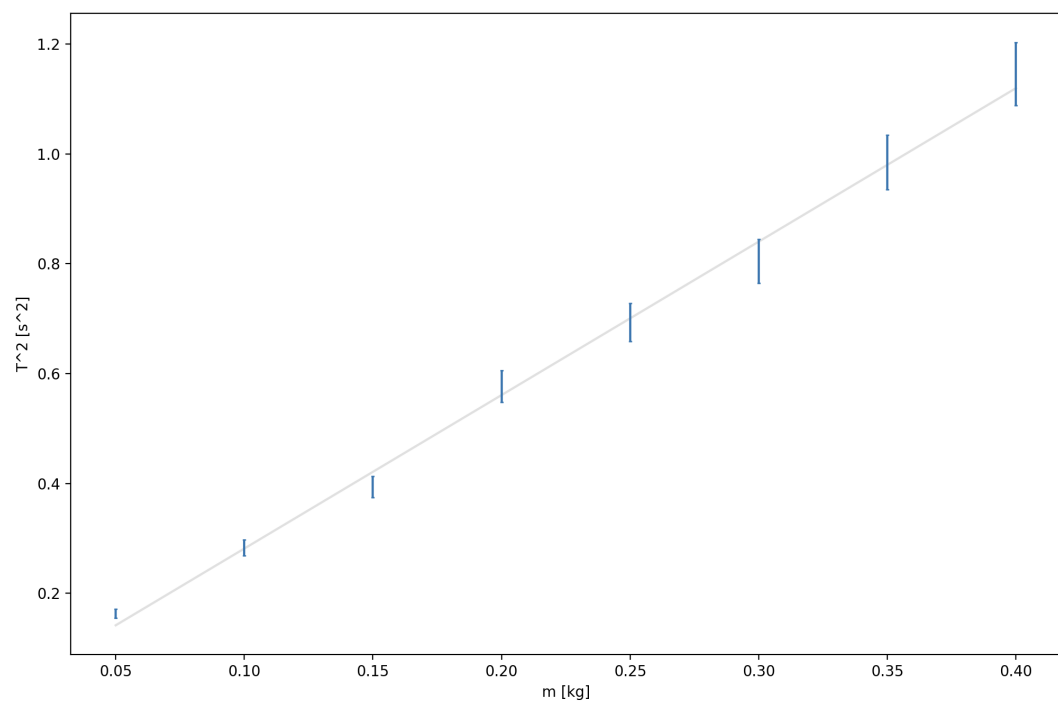
| l.p. | m [g] | t_1 [s] | T_1^2 [s^2] | t_2 [s] | T_2^2 [s^2] |
|------|-------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|
| 1 | 50 | 8,07 | 0,16 | 9,51 | 0,23 |
| 2 | 100 | 10,64 | 0,28 | 12,12 | 0,38 |
| 3 | 150 | 12,55 | 0,39 | 16,03 | 0,64 |
| 4 | 200 | 15,19 | 0,58 | 18,55 | 0,86 |
| 5 | 250 | 16,66 | 0,69 | 20, 11 | 1,01 |
| 6 | 300 | 17,94 | 0,80 | 22, 87 | 1,31 |
| 7 | 350 | 19,85 | 0,99 | 24, 14 | 1,46 |
| 8 | 400 | 21,41 | 1,15 | 25,23 | 1,59 |

m - masa zawieszona na sprężynie

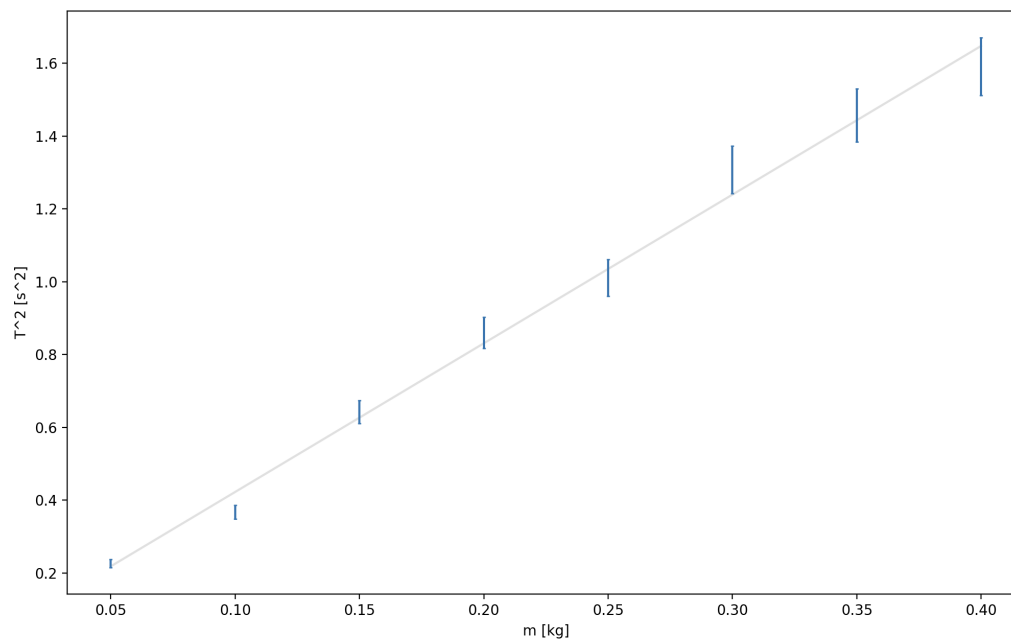
t_i - pomierzony czas 20 okresów

$t_i = 20T_i$

3.2 wykres $T_1^2(m)$



3.3 wykres $T_2^2(m)$



3.4 obliczenie stałej sprężystości

korzystamy ze wzoru⁴

$$k = \frac{4\pi^2}{a}$$

otrzymujemy $k_1 = 14,14 \frac{N}{m}$, $k_2 = 9,67 \frac{N}{m}$

3.5 rachunek niepewności

przyjeliśmy $\Delta t = 0,5s \rightarrow \Delta T = 0,025s$
do wyliczenia niepewności korzystamy ze wzoru⁵

$$S_k = \frac{4\pi^2 S_a}{a^2}$$

co daje nam $S_{k1} = 0,32$, $S_{k2} = 0,46$

⁴https://pg.edu.pl/files/ftims/2021-03/Cwicz63_02.pdf (63.17)

⁵https://pg.edu.pl/files/ftims/2021-03/Cwicz63_02.pdf (63.18)

4 Moduł sztywności

4.1 pomierzone dane

| dana | wartość ₁ |
|------|----------------------|
| r | 0,35mm |
| R | 7,05mm |
| N | 80 zwojów |

r - promień drutu sprężyny

R - promień sprężyny

N - liczba zwojów sprężyny

zmierzaliśmy sprężynę 1

4.2 obliczenie modułu sztywności

korzystamy ze wzoru⁶

$$G = \frac{4NR^3k}{r^4}$$

przyjmując $k = k_{d1} - k_1$ z metody dynamicznej
otrzymujemy $G = 105,62 \text{ GPa}$

4.3 rachunek niepewności

do wyliczenia niepewności korzystamy ze wzoru⁷

$$|\Delta G| = G * (|\frac{\Delta N}{N}| + |\frac{3\Delta R}{R}| + |\frac{4\Delta r}{r}| + |\frac{\Delta k}{k}|)$$

gdzie przyjmujemy $\Delta R = \Delta r = 0.5mm$, $\Delta N = 5$, $\Delta k = 3S_k$
 $\Delta G =$

niech ktoś to wyliczy potem bo już nacoorvia głowa

⁶https://pg.edu.pl/files/ftims/2021-03/Cwicz63_02.pdf (63.19)

⁷https://pg.edu.pl/files/ftims/2021-03/Cwicz63_02.pdf (63.20)

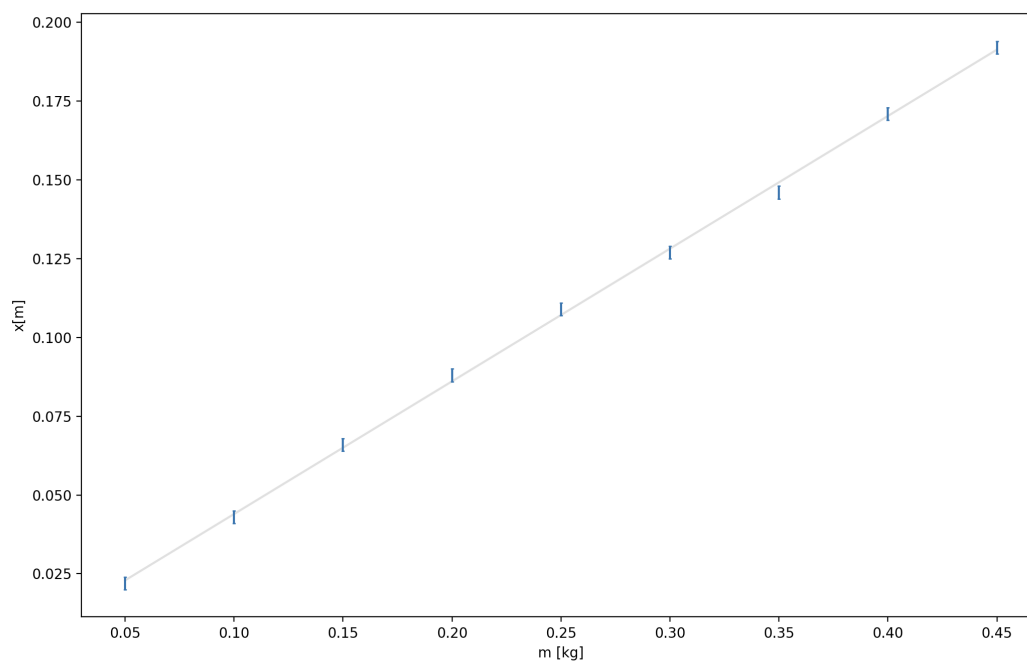
5 Układ sprężyn połączony równolegle

5.1 pomierzone dane

| l.p. | Δx [cm] | m [g] | t[s] | T^2 [s ²] |
|------|-----------------|-------|-------|-------------------------|
| 1 | 2,2 | 50 | 5,18 | 0,07 |
| 2 | 4,3 | 100 | 8,95 | 0,20 |
| 3 | 6,6 | 150 | 10,66 | 0,28 |
| 4 | 8,8 | 200 | 11,65 | 0,34 |
| 5 | 10,9 | 250 | 13,14 | 0,43 |
| 6 | 12,7 | 300 | 14,49 | 0,53 |
| 7 | 14,6 | 350 | 15,56 | 0,61 |
| 8 | 17,1 | 400 | 16,92 | 0,67 |
| 9 | 19,2 | 450 | 17,39 | 0,76 |

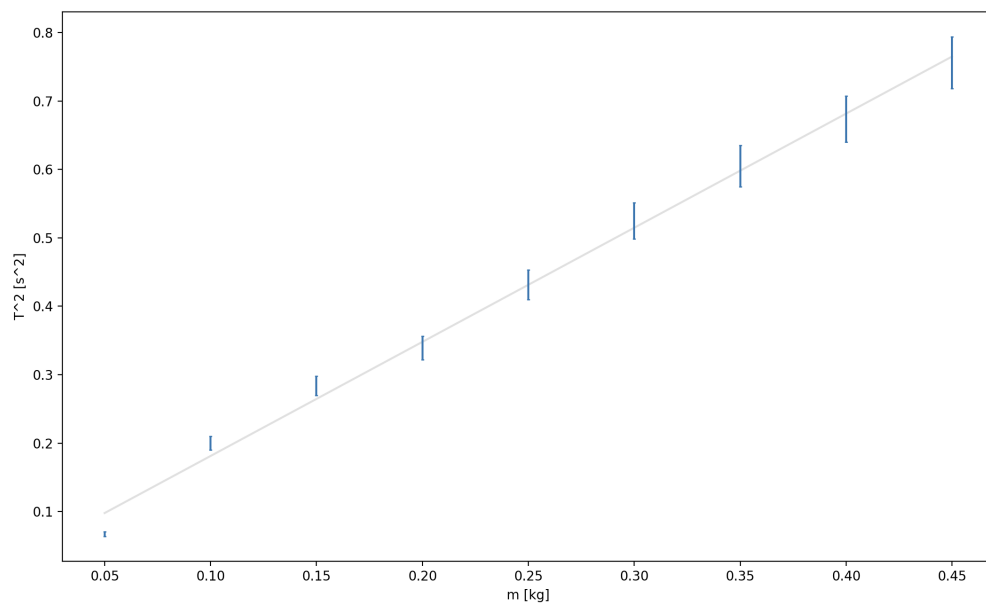
oznaczenia jak w pozostałych podpunktach

5.2 wykres i opracowanie $x(m)$



$a = 0,42$ zatem $k = 23,30$, co zgadza się z założeniami teoretycznymi
 $k \approx k_1 + k_2$

5.3 wykres i opracowanie $T^2(m)$



tym razem $a = 1,6683$ a zatem $k = 23,75$, co zgadza się z założeniami teoretycznymi $k \approx k_1 + k_2$

5.4 rachunek niepewności dla metody statycznej

do wyliczenia niepewności korzystamy z tych samych wzorów co poprzednio i otrzymujemy $S_k = 1,06$ [N/m]

5.5 rachunek niepewności dla metody dynamicznej

do wyliczenia niepewności korzystamy z tych samych wzorów co poprzednio i otrzymujemy $S_k = 1,52$ [N/m]

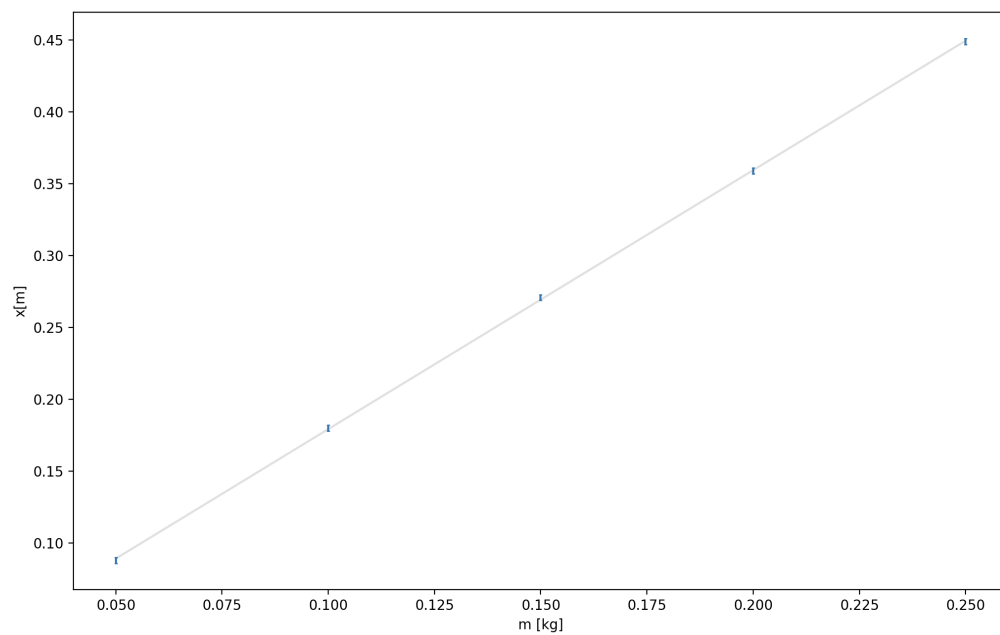
6 Układ sprężyn połączony szeregowo

6.1 pomierzone dane

| l.p. | x [cm] | m [g] | t [s] | T^2 [s ²] |
|------|----------|---------|---------|-------------------------|
| 1 | 8,8 | 50 | 12,42 | 0,39 |
| 2 | 18,0 | 100 | 17,80 | 0,79 |
| 3 | 27,1 | 150 | 21,13 | 1,12 |
| 4 | 35,9 | 200 | 24,49 | 1,50 |
| 5 | 44,9 | 250 | 26,1 | 1,70 |

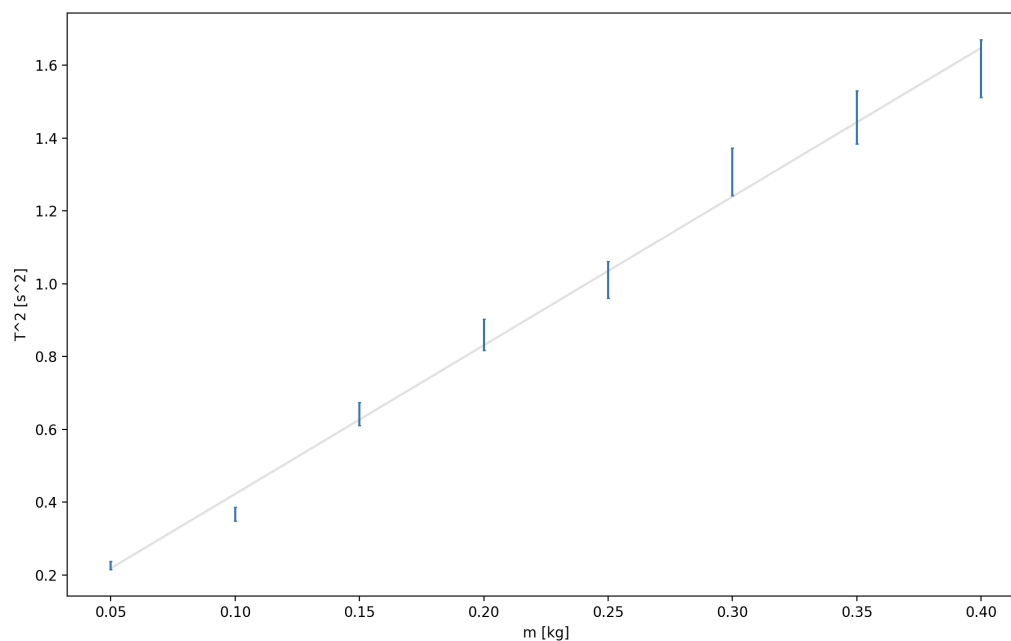
oznaczenia jak w pozostałych podpunktach

6.2 wykres i opracowanie $x(m)$



$a = 1,80$ zatem $k = 5,45$ co zgadza się z teoretycznymi przewidywaniami, bo $1/k \approx 1/k_1 + 1/k_2$

6.3 wykres i opracowanie $T^2(m)$



$a = 6,68$ zatem $k = 5,9$ co zgadza się z teoretycznymi przewidywaniami, bo $1/k \approx 1/k_1 + 1/k_2$

6.4 rachunek niepewności dla metody statycznej

do wyliczenia niepewności korzystamy z wyżej wymienionych wzorów i otrzymujemy $S_k = 0,16$ [N/m]

6.5 rachunek niepewności dla metody dynamicznej

do wyliczenia niepewności korzystamy z tych samych wzorów co poprzednio i otrzymujemy $S_k = 1,01$ [N/m]

7 Wnioski

| zadanie | współczynnik sprężystości [$\frac{N}{m}$] |
|----------------------------|---|
| metoda statyczna | 14,10 i 9,53 |
| metoda dynamiczna | 14,14 i 9,67 |
| układ połączony równolegle | 23,30 i 23,75 |
| układ połączony szeregowo | 5,45 i 5,9 |

moduł sztywności $G = 105,62$ GPa

Podobieństwo pomiaru metodą statyczną i dynamiczną. Sensowność wyników w układzie połączonym równoległe i szeregowo (równoległe > szeregowo). Moduł sztywności. Coś o tym, że nie przekroczyliśmy granic proporcjonalności. Błąd paralaksy, błąd reakcji, niedokładność linijki. Nieważkość sprężyn, opory ruchu.