

pesymistyczny (najgorsza gałąź): $f_p(x, y) = x + 2\sum_{i=0}^{\lceil \log_y x \rceil + 1} y^i$
 optymistyczny (najlepsza gałąź): $f_o(x, y) = x + 2\sum_{i=0}^{\lceil \log_y x \rceil - 1} y^i$
 środkowy (pozostała gałąź): $f_s(x, y) = x + 2\sum_{i=0}^{\lceil \log_y x \rceil} y^i$
 średni: $f(x, y) = \frac{1}{3}(f_p + f_o + f_s) = x + 2\sum_{i=0}^{\lceil \log_y x \rceil} y^i$

oszacowanie średniego przypadku:

$$f(x, y) = x + 2\sum_{i=0}^{\lceil \log_y x \rceil} y^i = x + 2\frac{y^{\lceil \log_y x \rceil + 1} - 1}{y - 1} < x + 2\frac{y^{\log_y x + 2} - 1}{y - 1}$$

$$x + 2\frac{y^{\log_y x + 2} - 1}{y - 1} = x + 2\frac{y^2 y^{\log_y x} - 1}{y - 1} < x + 2\frac{xy^2}{y - 1} = x(1 + \frac{2y^2}{y - 1})$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(x(1 + \frac{2y^2}{y - 1})) = x \frac{\partial}{\partial y}(1 + \frac{2y^2}{y - 1}) = \frac{2xy(y - 2)}{(y - 1)^2}$$

stąd miejsce zerowe $y = 2$, czyli

$f(x, y) < x(1 + \frac{2 \cdot 2^2}{2 - 1}) = 9x$ - minimum lokalne w średnim przypadku (na lewo i na prawo od $y = 2$ otrzymujemy wartości większe niż $9x$ np. dla $y = 1,5$ mamy $10x$)

ten wynik sugeruje, że dla średniego przypadku najlepszy jest krok $y = 2$