

Laboratorio de Repaso de Probabilidad y Estadística

Jesus Roberto Davila Gonzalez

February 17, 2025

Abstract

Inteligencia Artificial.

1 Tipos de datos y Medidas de tendencia central

1.1 Clasificación de variables

- Cualitativas: Son aquellas que no representan números, sino categorías o nombres, como lo son el nombre y el área de trabajo.
- Cuantitativas: Representan valores numéricos con los que podemos hacer operaciones matemáticas, en este caso, la edad es una de ellas.

1.2 Medidas de tendencia central

- Media: Los valores de la edad son: 25, 30, 40, 35, 28, 50, 45, 38, 33, 27; por lo tanto, la media es de 35.1
- Mediana: Ordenamos los valores y como la cantidad de datos es par, encontramos el promedio de los dos datos centrales, el cual es 34.
- Moda: Como no hay valores repetidos, no existe la moda.

2 Medidas de dispersión

2.1 Calcular varianza y desviación estándar

- Varianza: $\sigma^2 = \frac{\sum_i^n (X_i - \mu)^2}{n}$
 $\mu = \frac{70+85+90+95+88+92+75+80}{8} = 84.375$
 $\sigma^2 = 66.23$
- Desviación estándar: $\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{66.23} = 8.14$

2.2 Interpretación

- La desviación estándar indica que las calificaciones varían aproximadamente en ± 8.14 puntos respecto a la media.
- Hay una dispersión moderada de los datos, lo que sugiere que las calificaciones no están demasiado concentradas en torno a un solo valor.

3 Probabilidades y Teorema de Bayes

- A es el evento "ser programador".
- B es el evento "tener conocimientos de IA".
- $P(A)=0.6$ (probabilidad de ser programador).
- $P(B|A)=0.7$ (probabilidad de tener conocimientos de IA dado que es programador).
- $P(C)=0.4$ (probabilidad de ser diseñador).
- $P(B|C)=0.3$ (probabilidad de tener conocimientos de IA dado que es diseñador).

3.1 Calcular $P(B)$

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|C)P(C)$$

Sustituyendo los valores:

$$P(B) = (0.7 * 0.6) + (0.3 * 0.4) = 0.42 + 0.12 = 0.54 = 0.42 + 0.12 = 0.54$$

3.2 Calcular $P(A|B)$

$$P(A|B) = P(B)P(B|A)P(A) = (0.7 * 0.60) / .54 = 0.42 / 0.54 = 0.7778$$

Por lo tanto, la probabilidad de que un empleado sea programador dado que tiene conocimientos en IA:

$$P(\text{Programador}|IA) = 0.777 \text{ (77.8\%)}$$

4 Distribución de Poisson

Para un proceso de Poisson con $\lambda = 3$:

- Probabilidad de exactamente 2 defectos:

$$P(X = 2) = \frac{e^{-3}3^2}{2!} = 0.224$$

- Probabilidad de al menos 1 defecto:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 0.950$$

5 Distribución Normal

Dado $X \sim N(50, 10^2)$:

- $P(X < 45) = \Phi(-0.5) = 0.309$.
- $P(40 < X < 60) = \Phi(1) - \Phi(-1) = 0.683$.

6 Probabilidad Condicional

Probabilidad de obtener un número par en el segundo lanzamiento dado que el primero fue impar:

$$P(\text{Par}|\text{Impar}) = \frac{3}{6} = 0.5$$

7 Distribución Binomial

Para un examen con $n = 5$ preguntas y $p = \frac{1}{4}$:

- Probabilidad de acertar exactamente 3:

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} (0.25)^3 (0.75)^2 = 0.088$$

- Probabilidad de acertar al menos 1:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 0.763$$

8 Regla de Laplace

- Probabilidad de extraer una bola roja:

$$P(R) = \frac{5}{12} = 0.417$$

- Probabilidad de extraer dos bolas azules sin reemplazo:

$$P(A_1) \times P(A_2|A_1) = \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} = 0.318$$

9 Esperanza Matemática

Esperanza de ganancia:

$$E = (1000 \times 0.01) - 10 = 0$$

- Interpretación: En promedio, un jugador no gana ni pierde dinero a largo plazo, ya que el costo del boleto es igual al valor esperado del premio.

10 Ley de los Grandes Números

Valor esperado de la frecuencia relativa de cara:

$$0.5 \text{ (50\%)}$$

Conforme aumenta el número de lanzamientos, la proporción de caras se acercará a 50%.