'Hello, here is some text without a meaning. This text should show what a printed text will look like at this place. If you read this text, you will get no information. Really? Is there no information? Is there a difference between this text and some nonsense like "Huardest gefburn"? Kjift – not at all! A blind text like this gives you information about the selected font, how the letters are written and an impression of the look. This text should contain all letters of the alphabet and it should be written in of the original language. There is no need for special content, but the length of words should match the language. '

Practicum NMB : Eigenwaardenproblemen

Matthijs van Keirsblick en Harald Schfer

vrijdag 25 april 2014

Opgave 1

We beginnen door een QR-factorisatie te berekenen van A_0 met eender welke methode. Vervolgens berekenen we $b = Q^* * b_0$. Met deze waarden kunnen we de iteratieve berekening starten die hieronder beschreven staat. De G_x matrices zijn givens transformaties om de toegevoegde rijen van K terug op nul te stellen om zo terug een bovendriehoeksmatrix R te bekomen waarin de nieuwe waarden in verwerkt zijn.

$Q^{(0)} * R^{(0)} = A_0$
$b = Q^{(0)*} * b_0$
for *i = 1 to k* **do**
  $f = n * d$
  $R^{(i)} = G_f^* * ... * G_1^* * \begin{bmatrix} R^{(i-1)} \\ K \end{bmatrix}$
  $R^{(i)} = R^{(i)}(: n, :)$
  $Q^{(i)} = I * G_1 * ... * G_f$
  $b^{(i)} = Q^{(i)*} * \begin{bmatrix} b^{(i-1)} \\ c \end{bmatrix}$
  $b^{(i)} = b^{(i)}(: n, :)$
end

Aan het einde van elke iteratie is het mogelijk om $x^{(i)}$ te berekenen door achterwaardse substitutie toe te passen op de vergelijking $R^{(i)} * x^{(i)} = b^{(i)}$. Omdat na elke iteratie maar $R^{(i)}$ en $b^{(i)}$ opgeslagen moet worden is het duidelijk dat het gebruikte geheugen niet toeneemt. Omdat de grootte van de matrices R en b niet toeneemt neemt het rekenwerk ook niet toe met elke iteratie. Voor het berekenen van een Givens-transformatie zijn 2 delingen, 2 vermenigvuldigen, een optelling en een vierkwantswortel nodig. Er moeten n*d Givens-transformaties berekend worden per iteratie. Een vermenigvuldiging met een rotatiematrix van grootte n+d zoals in dit geval vraagt 4*(n+d) vermenigvuldigingen en 2*(n+d) optellingen. Er gebeuren 2*n*d -1 van die matrix vermenigvuldiginge per iteratie. Tot slot gebeurt er nog voor de berekening van de $b^{(i)}$ een matrix vermenigvuldiging waarvoor $(n+d)^2$ vermenigvuldigingen gebeuren en $(n+d-1)^2$ optellingen.

- $n * d * 2$ delingen
- $n * d$ vierkantswortels
- $n * d * 2 + 2 * (n + d) * (2 * n * d - 1) + (n + d - 1)^2 \approx 4 * n^2 * d$ optellingen
- $n * d * 4 + 4 * (n + d) * (2 * n * d - 1) + (n + d)^2 \approx 8 * n^2 * d$ vermenigvuldigingen