



Mecánica Intermedia (LFIS 312)

Licenciatura en Física

Profesor: J.R. Villanueva

e-mail: jose.villanueva@uv.cl

Tarea 3

1. Hallar el módulo y la dirección del vector de la fuerza que actúa sobre una partícula de masa m durante su movimiento en el plano XY y según la ley $x = a \sin \omega t$, $y = b \cos \omega t$, donde a , b y ω son constantes. Muestre además que la partícula se mueve en una elipse, y que el trabajo realizado por la fuerza alrededor de la elipse es nulo.
2. Un bloque de masa $m = 3$ kg está situado sobre otro bloque de masa $M = 5$ kg que descansa sobre una superficie horizontal pulida. El coeficiente de roce, tanto estático como dinámico, entre los bloques es $\mu_{e,c} = 0.2$. Se aplica una fuerza horizontal al bloque M . ¿Cuál es la máxima fuerza que puede aplicarse para que el bloque m no deslice sobre el bloque M ? Si la fuerza que se aplica es el doble de la anterior, hallar la aceleración de cada bloque.
3. Dos objetos, A y B , que se mueven sin fricción en una línea horizontal, interactúan. El momentum de A es $p_A = p_0 - bt$, siendo p_0 y b constantes y t el tiempo. Encontrar el momentum de B en función del tiempo si
 - (a) B se encuentra inicialmente en reposo.
 - (b) El momentum inicial de B fue $-p_0$.
4. Dos astronautas, A y B , inicialmente en reposo en el espacio libre, tiran de los extremos de una cuerda. La fuerza máxima con la que A puede tirar, F_A , es mayor que la fuerza máxima con la que B puede tirar, F_B . Sus masas son M_A y M_B . La masa de la cuerda M_c es insignificante. Encuentre su movimiento si cada astronauta tira en su extremo de la cuerda lo más fuerte que puede.
5. Sobre un pequeño cuerpo de masa m , que se encuentra en un plano horizontal liso, comenzó a actuar, en el instante $t = 0$, una fuerza que depende del tiempo según la ley $F = At$, donde A es una constante. La dirección de esta fuerza forma constantemente un ángulo α con la horizontal. Encuentre
 - (a) la velocidad del cuerpo en el momento de la separación del plano;
 - (b) el recorrido del cuerpo hasta ese instante.
6. En el sistema mostrado en la Fig. 1, M , m_1 , m_2 son las masas de los cuerpos, aquí no hay roce, las masas de las poleas A y B , y de los hilos son despreciables. Encuentre la aceleración del cuerpo m_1 . Analizar los casos posibles.

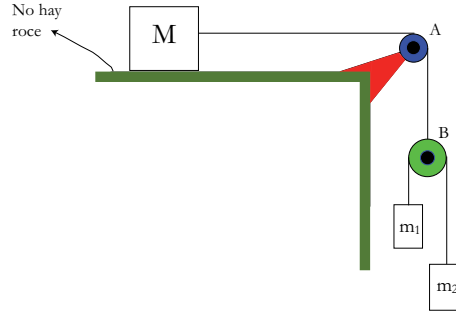


Figure 1: Figura del problema 6. Sistema de 3 masas M , m_1 , m_2 . Aquí se deben despreciar las masas de las poleas y las cuerdas, además no hay roce entre el plano horizontal y la masa M .

7. A una cuña de masa M , sobre la cual se encuentra una masa m , se le comunica una aceleración horizontal a hacia la izquierda, como es mostrado en la FIG.2. ¿Con qué valor máximo de esta aceleración la masa m va a permanecer todavía inmóvil con respecto a la cuña, si el coeficiente de roce entre ellos es igual a $\mu = \cot \alpha$

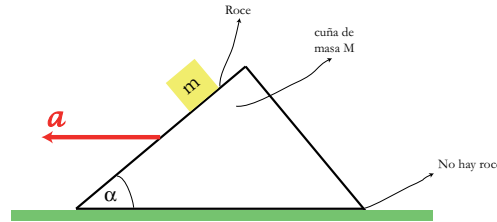


Figure 2: Figura del problema 7. Cuña de masa M a la cual se le comunica una aceleración a .

8. Una barra de masa m está ubicada sobre una viga de masa M , la cual reposa sobre un plano horizontal liso. El coeficiente de fricción entre las superficies de la barra y la viga es igual a μ . La viga está sujeta a una fuerza horizontal F de la forma $F = at$, donde a es una constante. Encuentre
- El instante de tiempo t_0 para el cual la viga comienza a deslizarse por debajo de la barra.
 - La aceleración de la barra y de la viga en el proceso de sus movimientos.
9. Un automóvil se mueve con una aceleración tangencial constante $a_T = 0.62 \text{ m/s}^2$ por una superficie horizontal, describiendo una circunferencia de radio $R = 40 \text{ m}$. El coeficiente de roce entre las ruedas del automóvil y la superficie es $\mu = 0.2$. ¿Qué trayecto recorre el auto sin deslizamiento, si en el instante inicial su velocidad era igual a cero?.
10. Una pequeña barra comienza a deslizarse por un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. El coeficiente de roce depende del camino recorrido x según la ley $\mu = ax$, donde a es una constante. Determinar el recorrido de la barra hasta la parada y su velocidad máxima en él.
11. Una barra rígida uniformemente recta de masa m y de longitud b se coloca en una posición horizontal en la parte superior de dos rodillos cilíndricos idénticos. Los ejes de los dos rodillos están separados una distancia $2d$. Si μ es el coeficiente de fricción entre la superficie del cilindro

y la barra, demostrar que si la barra se desplaza una distancia x de su posición central, entonces la fuerza neta horizontal sobre la barra es $F = -\mu mgx/d$, y la barra ejecutará un movimiento armónico simple con un periodo de $2\pi\sqrt{d/\mu g}$.

12. Un cohete, lanzado verticalmente, expelle los gases a una velocidad constante de $5 \times 10^{-2}m_0$ kg/s, donde m_0 es su masa inicial. La velocidad de escape de los gases con respecto al cohete es de 5×10^3 m/s. Encontrar la velocidad y la altura del cohete después de 10 s.
13. Una bala, atravesando una tabla de grosor h , varío su velocidad desde v_0 hasta v_1 . Hallar el tiempo de su movimiento a través de la tabla, considerando que la fuerza de resistencia proporcional al cuadrado de la velocidad.
14. Considere el movimiento de una esfera de cobre ($\rho_{Cu} = 8960$ g/m³) de radio $r = 6$ cm en glicerina ($\eta_g = 8.33 \times 10^5$ P; $\rho_g = 1260$ kg/m³), bajo la acción de la gravedad, y con una fuerza de fricción que es igual a $\vec{F}_f = -AK\eta v^n \hat{v}$, donde A es una constante a la cual usted le debe determinar sus dimensiones, K es el coeficiente de fricción, $\hat{v} = \vec{v}/v$ es la dirección de la velocidad, ver FIG.3. Estudie explícitamente los casos $n = 0; 1; 2$. Haga un gráfico de la velocidad y la posición de la esfera en función del tiempo que incluya los tres casos.

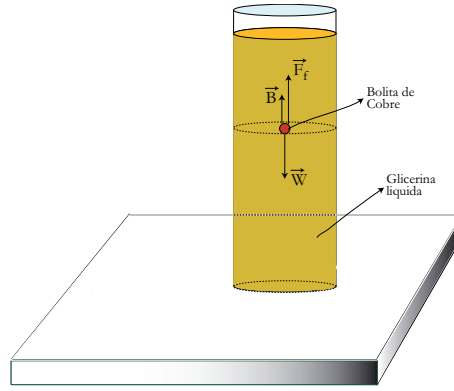


Figure 3: Figura del problema 14. Bolita de Cobre (Cu) de radio $r = 6$ cm y densidad $\rho_{Cu} = 8960$ kg/m³, moviéndose en glicerina cuya densidad es $\rho_g = 1260$ kg/m³ y coeficiente de viscosidad $\eta_g = 8.33 \times 10^5$ P.

15. Estudie el movimiento de un proyectil esférico de masa $m = 0.5$ kg que se lanza desde una altura $h = 100$ m con velocidad $\vec{v}_0 = 15$ m/s, formando un ángulo $\alpha = 30^\circ$ por encima de la horizontal. Considere que la fuerza de fricción es de la forma $\vec{F}_f = -K\eta\vec{v}$, con $\eta = 1810(P)$. Compare tanto los tiempos como las distancias máximas alcanzadas con respecto a la situación sin fricción.
16. El vector posición de un cuerpo de masa $m = 6$ kg está dado por $\vec{r} = (3t^2 - 6t)\hat{i} - 4t^3\hat{j} + (3t + 2)\hat{k}$ m. Encontrar
 - (a) la fuerza que actúa sobre la partícula;
 - (b) el torque con respecto al origen de la fuerza que actúa sobre la partícula;
 - (c) el momentum lineal y el momentum angular de la partícula con respecto al origen;
 - (d) verificar que

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

17. Un juego de un parque de diversiones consta de un carro A que está unido al cable OA , ver Fig. 4. El carro gira en una trayectoria horizontal circular y alcanza una rapidez $v_1 = 4$ m/s cuando $r = 12$ m. El cable es entonces recogido a razón constante de 0.5 m/s. Determine la rapidez del carro en $t = 3$ s.

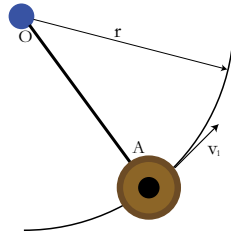


Figure 4: Carro A girando en torno a O unido por un cable. Cuando $r = 12$ m la velocidad es $v_1 = 4$ m/s, y la cuerda comienza a recogerse a razón de 0.5 m/s.

18. Para $t = 0$, un cuerpo de masa $m = 3$ kg está situado en $\vec{r} = 4\hat{i}$ m, y tiene una velocidad $\vec{v} = (\hat{i} + 6\hat{j})$ m/s. Si actúa sobre la partícula una fuerza constante $\vec{F} = 5\hat{j}$ N, encontrar
- el cambio de momentum lineal del cuerpo después de 3 s;
 - el cambio de momentum angular del cuerpo después de 3 s.
19. Una partícula de masa m está unida al extremo de una cuerda y se mueve en un círculo de radio r sobre una mesa horizontal sin fricción. La cuerda pasa a través de un agujero sin fricción en la mesa y, al principio, el otro extremo está fijo.
- Si se tira de la cuerda para que el radio de la órbita circular disminuya, ¿cómo cambia la velocidad angular si esta es ω_0 cuando $r = r_0$?
 - ¿Qué trabajo se realiza cuando la partícula se tira lentamente desde un radio r_0 a un radio $r_0/2$?
20. Una rueda de radio b está rodando a lo largo de un camino fangoso con una velocidad v_0 . Las partículas de barro adherido a la rueda están siendo lanzadas continuamente de todos los puntos de la rueda. Si $v_0^2 > bg$, donde g es la aceleración de la gravedad, muestre que la altura máxima por encima de la carretera alcanzado por el lodo será

$$H_{max} = b + \frac{v_0^2}{2g} + \frac{b^2 g}{2v_0^2}.$$

21. Un cohete lanza un chorro continuo de gas, que tiene una velocidad \vec{u} con respecto al cohete. El consumo de gas es igual a μ kg/s. Mostrar que

$$m\vec{a} = \vec{F} - \mu\vec{u}, \quad (1)$$

es la ecuación de movimiento del cohete, donde m es su masa en el momento dado, \vec{a} su aceleración, y \vec{F} es la fuerza exterior.