

# Ayudantía Mecánica Intermedia

Carlos Pincheira

28/08/25

**Ejercicio 1.** Una partícula se mueve en el campo de energía potencial

$$U(x) = a \cos x + \frac{b}{\sin^2 x}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

donde  $x$  es la distancia de la partícula al origen (el centro de fuerzas) y  $a$  y  $b$  son constantes positivas.

- (a) Hállense la expresión de la fuerza en función de la posición e indíquese en qué punto se anula la fuerza.
- (b) ¿Es este punto de equilibrio estable? Si lo es determínese el período de las oscilaciones pequeñas respecto al mismo.

**Ejercicio 2.** Una partícula de masa  $m$  se mueve en un potencial armónico central  $V(r) = \frac{1}{2}kr^2$  con una constante de resorte positiva  $k$ .

- (a) Utilice el potencial efectivo para mostrar que todas las órbitas están ligadas y que  $E$  debe exceder  $E_{\min} = (kl^2/m)^{1/2}$ .
- (b) Verifique que la órbita es una elipse cerrada con origen en el centro. Si la relación  $E/E_{\min} = \cosh \xi$  define la cantidad  $\xi$ , verifique que los parámetros orbitales están dados por  $a^2 = e^{\xi}l(mk)^{-1/2}$ ,  $b^2 = e^{-\xi}l(mk)^{-1/2}$ , y  $e^2 = 1 - e^{-2\xi}$ . Discuta los casos límite  $E \rightarrow E_{\min}$  y  $E \gg E_{\min}$ .
- (c) Demuestre que el período es  $2\pi(m/k)^{1/2}$ , independiente de  $E$  y  $l$ . Discuta este resultado elemental.