



## Electromagnetismo (LFIS 211)

Licenciatura en Física

Profesor: J.R. Villanueva

e-mail: [jose.villanueva@uv.cl](mailto:jose.villanueva@uv.cl)

### Tarea 12

1. Un imán permanente tiene la forma de un cilindro recto de longitud  $\ell$ . Si la magnetización  $\vec{M}$  es uniforme y tiene la dirección del eje del cilindro, encuentre las densidades de corriente de magnetización  $\vec{J}_m$  y  $\vec{K}_m$ . Compare la distribución de la corriente con la de un solenoide. ✓
2. (a) Halle la distribución de corrientes de magnetización correspondientes a una esfera uniformemente magnetizada con magnetización  $\vec{M}$ ;  
(b) ¿Puede usar esta información para diseñar un devanado por el que pase una corriente que produzca un campo magnético uniforme en una región esférica del espacio? ✓

INDICACIÓN: Vea la sección 9.8 de la referencia [1].

3. (a) El momento magnético de un cuerpo macroscópico se define como  $\int_V \vec{M} dv$ . Demuestre la relación

$$\int_V \vec{M} dv = \int_V \vec{r} \rho_m dv + \oint_S \vec{r} \sigma_m da, \quad (1)$$

donde  $S$  es la superficie que limita a  $V$ . ✓

- (b) Un imán permanente en forma de esfera de radio  $R$  tiene una magnetización uniforme  $\vec{M}_0$  en la dirección del eje polar. Determine el momento magnético del imán usando tanto el lado derecho como el izquierdo de la ecuación (1). ?
4. (a) Considere un imán con magnetización específica  $\vec{M}(x, y, z)$ . Cada elemento de volumen  $dv$  puede considerarse como un pequeño dipolo magnético  $\vec{M} dv$ . Si el imán se coloca en un campo de inducción magnética uniforme  $\vec{B}_0$ , halle el momento de rotación de la fuerza sobre el imán en función de su momento magnético (definido en el problema (3)). ✓  
(b) Un imán que tiene forma de un cilindro circular recto de longitud  $\ell$  y área de sección transversal  $\mathcal{A}$  se magnetiza uniformemente en dirección paralela al eje del cilindro con una magnetización  $\vec{M}_0$ . El imán se coloca en un campo de inducción magnética uniforme  $\vec{B}_0$ . Halle el momento de rotación sobre el imán en función de sus densidades polares.
5. Un elipsoide con sus ejes principales de longitudes  $2a$ ,  $2a$  y  $2b$  está magnetizado uniformemente en una dirección paralela al eje  $2b$ . La magnetización del elipsoide es  $\vec{M}_0$ . Encuentre las densidades magnéticas polares para esta forma geométrica. ○
6. Una cáscara esférica, de radio interno  $R_1$  y radio externo  $R_2$ , se magnetiza uniformemente en la dirección del eje  $z$ . La magnetización dentro de la cáscara es  $\vec{M}_0 = M_0 \hat{k}$ . Encuentre el potencial escalar  $\varphi_m$  en puntos que estén sobre el eje  $z$ , tanto dentro como fuera de la cáscara. ○
7. Un imán permanente que tiene la forma de un cilindro circular recto de longitud  $\ell$  y radio  $R$  se orienta de tal forma que su eje de simetría coincide con el eje  $z$ . El origen de coordenadas está en el centro del imán. Si el cilindro tiene magnetización axial uniforme  $M$ , ○

- (a) determine  $\varphi_m(z)$  en puntos del eje de simetría, tanto dentro como fuera del imán.
- (b) Utilice los resultados del apartado anterior para calcular la inducción magnética  $\vec{B}_z$  en puntos del eje de simetría, tanto dentro como fuera del imán.
8. Una esfera de material magnético de radio  $R$  se coloca en el origen de coordenadas. La magnetización está dada por  $\vec{M} = (ax^2 + b)\hat{i}$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes. Determine todas las densidades polares y las corrientes de magnetización.



---

[1] Reitz J.R., Milford F.J. and Christy R.W., *Fundamentos de la teoría electromagnética*, Addison Wesley Iberoamericana, México (1996).