Electromagnetismo (LFIS 211)

Licenciatura en Física mención Astronomía / Ciencias Atmosféricas / Computación Científica
Profesor: J.R. Villanueva e-mail: jose.villanueva@uv.cl

Tarea 4

I. POTENCIAL ELECTROSTÁTICO; ECUACIONES DIFERENCIALES DE LA ELECTROSTÁTICA

1. Se tienen dos anillos finos de alambre de radio R, cuyos ejes coinciden. Sus cargas son iguales a q y $-q$. Calcular la diferencia de potencial entre sus centros, siendo la distancia entre ellos igual a a.

2. Encontrar el potencial en el centro de una semiesfera de radio R, cargada uniformemente con una densidad superficial de cargas σ constante.

3. Determinar la carga de una esfera conductora cuyo radio es de 5 cm, si la diferencia de potencial de dos puntos alejados de su superficie a 10 cm y 45 cm, es igual a 3 [V].

4. En una región del espacio se tiene el siguiente potencial eléctrico

$$\Phi(x, y, z) = (3x + \frac{y^2}{x} - 3yz + V_0)\,[\mathrm{V}],$$

donde $V_0 = 35$, calcular

   (a) La fuerza que actúa sobre una carga puntual de $200\,[\mu\mathrm{C}]$ localizada en el punto $A = (1, 2, 1)$ m.

   (b) El trabajo realizado por el campo eléctrico cuando desplazamos dicha carga del punto A al $B = (-1, 3, 2)$ m.

5. El potencial de un campo dentro de una bola cargada depende única y exclusivamente de la distancia hasta su centro según la ley $\Phi = ar^2 + b$, donde a y b son constantes. Hallar la distribución de la carga volumétrica $\rho_q(r)$ dentro de la bola.

6. El espacio entre dos esferas concéntricas de radios R_1 y R_2 ($R_1 < R_2$) está repleto con una carga esférico-simétrica de densidad volumétrica $\rho_q = \rho_q(r)$, siendo r la distancia hasta el centro común de las dos esferas. Hallar el potencial eléctrico en cada punto del espacio, y de aqui determine el campo eléctrico. Resuelva exactamente los casos

   (a) $\rho(r) = \rho_0 e^{r/R_1}$,

   (b) $\rho(r) = \frac{k}{r^2}$,

   (c) $\rho(r) = \rho_0 \cos\left(\pi \frac{r}{R_2}\right)$.

7. Entre los puntos $x_1 = -l$ y $x_2 = +l$ del eje X está distribuida uniformemente una carga con densidad lineal λ. Encuentre el potencial en cada punto del espacio.

8. Una lámina circular muy delgada de radio R que se encuentra en el vacío, se carga uniformemente, siendo su densidad superficial de carga σ. Determinar el potencial y el campo eléctrico en el eje de la lámina como función de la distancia z desde su centro. Analizar la expresión obtenida para $z \to 0$ y $z \gg R$.

9. Sobre un disco plano de radio R se distribuye una carga superficial que varía radialmente según $\sigma(r) = \sigma_0 \, (r/R)^2$ si $r < R$, y $\sigma(r) = 0$ para $r > R$, siendo r la distancia al centro del disco. Calcular el potencial y el campo eléctrico en el eje perpendicular al disco y que pasa por su centro.

10. Un cilindro de radio R y altura $2h$ posee en todo su volumen una carga homogénea de densidad volumétrica ρ_q. Determinar el potencial eléctrico en el eje de simetría tanto dentro como fuera del cilindro. Discuta el límite $R \to 0$ y $\pi\rho R^2 \to q$.

11. Determinar el campo eléctrico, cuyo potencial depende de las coordenadas x e y según la ley:

    (a) $\Phi(x, y) = a(x^2 - y^2)$;

    (b) $\Phi(x, y) = axy$,

    donde a es una constante. Representar con ayuda del vector $\vec{E}$ el aspecto aproximado de estos campos (en el plano x, y con $a > 0$).

12. El potencial de cierto campo eléctrico viene dado por $\Phi(x, y, z) = a(x^2 + y^2) + bz^2$, donde a y b son constantes. Hallar el módulo y la dirección del vector de campo eléctrico. ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales en los casos de i) $a > 0, b > 0$; ii) $a > 0, b < 0$?.

13. Se tiene un hilo recto y muy largo, cargado uniformemente con una densidad lineal de carga $\lambda = 0.4$ [μC/m]. Calcular la diferencia de potencial en los puntos 1 y 2 sabiendo que el punto 2 está al doble de distancia del hilo que el punto 1.

14. El potencial eléctrico en cierta zona del espacio depende de la coordenada x según la ley $\Phi(x) = -ax^3 + b$, donde a y b son constantes. Encontrar la distribución de carga volumétrica $\rho_q(x)$.

15. Se tiene una distribución de cargas dada por $\lambda = \lambda_0(1 + \cos\phi)$.

    (a) Calcular el potencial y el campo eléctrico en el origen de coordenadas.

    (b) Determinar el trabajo necesario para trasladar una carga Q desde el infinito hasta el origen.

16. Sobre una circunferencia de radio R se distribuye una densidad lineal de carga $\lambda = \lambda_0 \sin^2\phi$. Determine el potencial y el campo eléctrico sobre el eje z.

17. Una esfera conductora de radio R_2, con carga neta q_0, tiene una cavidad de radio $R_1 (R_2 > R_1)$, donde se encuentra una distribución continua volumétrica uniforme ρ_0 y además una carga eléctrica puntual $-q_0$ en su centro. Calcule el potencial electrostático en todo el espacio mediante la resolución de las ecuaciones diferenciales pertinentes.

18. Resolviendo las ecuaciones diferenciales, determine el potencial eléctrico en todo el espacio de una distribución esférica (radio R) de cargas con densidad volumétrica $\rho(r) = \rho_0(r/R)$.

19. Considere una distribución de cargas $\rho = \rho_0$ uniformemente distribuida entre dos superficies cilíndricas infinitas de radios R_1 y R_2 ($R_2 > R_1$). Resuelva la ecuación de Poisson, junto con las condiciones de contorno apropiadas, para encontrar el potencial eléctrico y el campo eléctrico en todo el espacio.

20. Dada la configuración esférica mostrada en la figura 1, calcular el potencial electrostático en todo el espacio, mediante la resolución de las ecuaciones diferenciales.

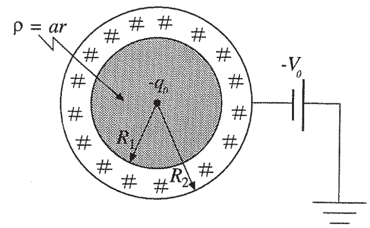

FIG. 1: Esquema para el problema 20