红师教育

2019 军队文职考试数学 1 答案

一、选择题

1.【答案】(A)。【解析】函数 $y = x\sin\frac{1}{x}$ 只有间断点 $x=0$.

$\lim\limits_{x\to0^+} y = \lim\limits_{x\to0^+} x\sin\frac{1}{x}$, 其中 $\sin\frac{1}{x}$ 是有界函数, 而当 $x\to0^+$ 时, x 为无穷小, 而无穷小量和一个有界函数的乘积仍然是无穷小,

所以 $\lim\limits_{x\to0^+} y = \lim\limits_{x\to0^+} x\sin\frac{1}{x} = 0$, 故函数没有铅直渐近线.

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \xlongequal{\text{令}t=\frac{1}{x}} \lim_{x\to0^+}\frac{\sin t}{t} = 1,$$

所以 $y=1$ 为函数的水平渐近线, 所以答案为(A).

2.【答案】(C)。【解析】题设为求曲面 $S: F(x,y,z)=0$ (其中 $F(x,y,z)=z+x^2+y^2-4$)上点 P 使 S 在该点处的法向量 $\vec{n}$ 与平面 $2x+2y+z-1=0$ 的法向量 $n_0=\{2,2,1\}$ 平行.

S 在 $P(x,y,z)$ 处的法向量

$$n = \left\{\frac{\partial F}{\partial x},\frac{\partial F}{\partial y},\frac{\partial F}{\partial z}\right\} = \{2x,2y,1\},$$

若 $n /\!/ n_0$, 则 $n=\lambda n_0, \lambda$ 为常数, 即 $2x=2\lambda, 2y=2\lambda, 1=\lambda$. 即 $x=1, y=1$.

又点 $P(x,y,z)\in S$, 所以 $z=4-x^2-y^2\big|_{(x,y)=(1,1)} = 4-1^2-1^2=2$, 故求得 $P(1,1,2)$.

因此应选(C).

3.【答案】(D)。【解析】由二阶常系数非齐次微分方程解的结构定理可知, y_1-y_3, y_2-y_3 为方程对应齐次方程的特解, 所以方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的通解为

$$y = C_1(y_1-y_3)+C_2(y_2-y_3)+y_3,$$

即 $y=C_1y_1+C_2y_2+(1-C_1-C_2)y_3$，故应选 D.

4.【答案】(B) 。【解析】$S(x)$ 是函数 $f(x)$ 先作奇延拓后再作周期为 2 的周期延拓后的函数的傅式级数的和函数，由于 $S(x)$ 是奇函数，于是 $S(-\frac{1}{2})=-S(\frac{1}{2})$.

当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 连续，由傅式级数的收敛性定理，$S(\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$. 因此，

$S(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{4}$. 应选 (B).

5.【答案】(C)。【解析】$r(A)=m$ 表示 A 中有 m 个列向量线性无关，有 m 阶子式不等于零，并不是任意的，因此 (A)、(B) 均不正确.

经初等变换可把 A 化成标准形，一般应当既有初等行变换也有初等列变换，只用一种不一定能化为标准形. 例如 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，只用初等行变换就不能化成 $(E_2, 0)$ 的形式，故 (D) 不正确.

关于 (C)，由 $BA=0$ 知 $r(B)+r(A)\le m$，又 $r(A)=m$，从而 $r(B)\le 0$，按定义又有 $r(B)\ge 0$，于是 $r(B)=0$，即 $B=0$. 故应选 (C).

6.【答案】D。【解析】由于
$$\boldsymbol{CC}^* = |\boldsymbol{C}|\boldsymbol{E}_{2n} = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\boldsymbol{E}_{2n},$$

而
$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} |\boldsymbol{B}|\boldsymbol{A}^* & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & |\boldsymbol{A}|\boldsymbol{B}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\boldsymbol{B}|\boldsymbol{AA}^* & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & |\boldsymbol{A}|\boldsymbol{BB}^* \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} |\boldsymbol{B}||\boldsymbol{A}|\boldsymbol{E}_n & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\boldsymbol{E}_n \end{pmatrix} = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\boldsymbol{E}_{2n},$$

故选 D.

7.【答案】(D)。【解析】 $Cov(U,V)=Cov(X-Y,X+Y)$.

$$=Cov(X,X+Y)-Cov(Y,X+Y)$$
$$=Cov(X,X)+Cov(X,Y)-Cov(Y,X)-Cov(Y,Y)$$
$$=DX-DY.$$

由于 X 和 Y 同分布，因此 $DX=DY$，于是有 $Cov(U,V)=0$.

由相关系数的计算公式 $\rho=\dfrac{Cov(X,Y)}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}}$,

所以 U 与 V 的相关系数也为零,应选(D).

8.【答案】(C)。【解析】由于 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,将此正态分布标准化,故 $\dfrac{X-\mu}{\sigma}\sim N\left(0,1\right)$,

$$P\left\{\left|X-\mu\right|<\sigma\right\}=P\left\{\left|\frac{X-\mu}{\sigma}\right|<1\right\}=2\Phi\left(1\right)-1.$$

计算看出概率 $P\left\{\left|X-\mu\right|<\sigma\right\}$ 的值与 σ 大小无关. 所以本题应选(C).