



Nombre		Registro Académico
William Samuel Cabrera Gómez		20202306260
Roberto Carlos Arriola González		202300417
Oscar Alejandro Paz de Matta		202247881
Actividad	#No.	Fecha
PROYECTO	#1	28/10/ 2024

DESCRIPCIÓN DE CALIFICACIÓN	
Presentación (10)	
Ejercicios Resueltos (50)	
Ejercicios Calificados (40)	
Total (100)	

Introducción

Comprender como fue desarrollada el algebra de Boole y quienes contribuyeron a su complementación

Algebra de Boole

Se denomina así en honor a George Boole, matemático inglés autodidacta, que fue el primero en definirla como parte de un sistema lógico, inicialmente en un pequeño folleto: The Mathematical Analysis of Logic, publicado en 1847. El álgebra de Boole fue un intento de utilizar las técnicas algebraicas para tratar expresiones de la lógica proposicional. Más tarde como un libro más importante: The Laws of Thought, publicado en 1854.

En la actualidad, el álgebra de Boole se aplica de forma generalizada en el ámbito del diseño electrónico. Claude Shannon fue el primero en aplicarla en el diseño de circuitos de conmutación eléctrica biestables, en 1948

El uso del álgebra de Boole en la Automática se debe a que buena parte de los automatismos responden a la lógica binaria. Las variables binarias de entrada son leídas y producen variaciones en las señales binarias de salidas.

Definiciones

El álgebra de Boole está formada por un conjunto de variables booleanas, $x \in \{0,1\}$. Es decir, variables que sólo pueden tomar dos valores: 0 o 1, verdadero o falso, abierto o cerrado, encendido o apagado, etc.

Un **literal** L es una variable o su negada. Existen dos tipos: literales con signo positivo cuando representan el valor '1' de la variable, y con signo negativo cuando representa el valor '0'.

Una **tabla de verdad**, o tabla de valores de verdades, es una tabla que muestra el valor de verdad de una cláusula o fórmula lógica, para cada combinación de verdad que se pueda asignar a sus literales. Fue desarrollada por Charles Sanders Peirce por los años 1880, pero el formato más popular es el que introdujo Ludwig Wittgenstein en su *Tractatus logico-philosophicus*, publicado en 1921.

Operaciones Básicas

El álgebra de Boole está definida por 3 operaciones básicas: complemento, suma (OR) y producto (AND).

El **complemento** es el negado: $y = a'$

La operación suma u **OR** se representa $y = a + b$

La operación producto u **AND** se representa $y = a \cdot b$

Conectivas Derivadas

NOR: Es la negada de la función "OR": $y = (a + b)'$

NAND: Es la negada de la función "AND": $y = (a \cdot b)'$

XOR: Es la función OR excluyente: "*o uno u otro, pero no los dos*". Se puede utilizar para detectar señales que son distintas. $y = a \oplus b = a \cdot b' + a' \cdot b$

XNOR: Es la negada de la función "XOR". Se puede utilizar para detectar señales que son iguales: $y = (a \oplus b)' = a \cdot b + a' \cdot b'$ (Brunete y otros, 2024)

La verdadera ciencia se pondrá de manifiesto una creciente armonía entre sus diversas ramas. Por eso, el criterio que lleva a desechar una de ellas, si es consistente, debe conducir al rechazo de las otras. Y, en realidad, muchas de las autoridades citadas que se pronunciaron contra la Matemática han sido más explícitas aún en su condenación de la Lógica. Según Chian Aristo, "la ciencia natural está por encima de nosotros y la ciencia Lógica no nos concierne". Cuando estas

conclusiones se basan, como ocurre a menudo, en ANÁLISIS MATEMÁTICO DE LA LOGICA una profunda convicción acerca de la importancia y la preeminencia del estudio de la Moral, admitimos las premisas, pero nos vemos obligados a objetar la inferencia. Porque —como acertadamente lo dijera un autor clásico— "es característico de las ciencias liberales que nos preparen para la virtud, pero no que nos conduzcan hacia ella"; y la expresión de Melancthon "abunt studia in mores" ya ha pasado a ser un proverbio. Además, existe un campo común donde se encuentran todos los sinceros buscadores de la verdad y allí intercambian las palabras con las que Flamsteed celebraba a Newton: "Las obras de la Eterna Providencia serán mejor comprendidas a través de nuestra labor conjunta".

Se refiere a la polémica que sostuvieron el filósofo Sir William Hamilton (1788-1856) y el matemático y lógico Augustus De Morgan (1806,1871), que se originó cuando aquél acusó a éste

de haberle plagiado su idea de la cuantificación del predicado. A juicio de Hamilton, no bastaba la implícita aceptación de que el

predicado de las proposiciones afirmativas es particularzyxwvutsrqponmlkjihgfedcbaZY y el de las negativas universal: los predicados deben cuantificarse explícitamente. Ello equivale, en suma, a determinar si es la totalidad o una parte del predicado la que concuerda o difiere del sujeto. La cuantificación trajo necesariamente la duplicación del cuadro clásico de las proposiciones, desde que el predicado de cada una de éstas puede ser universal o particular:

1. Todas las X son todas las Y
2. Ninguna X es ninguna Y
3. Todas las X son algunas Y
4. Ninguna X es alguna Y
5. Algunas X son todas las Y
6. X no son ninguna Y
7. Algunas X son algunas Y
8. Algunas X no son algunas Y.

Las proposiciones 12 son toto-totales; las 34 toto-parciales; las 56 partitotales y las 78 parti-parciales. En la tabla se suceden las proposiciones en un orden alternadamente positivo-negativo. El arzobispo Thomson redujo estas formas a 6 (V. W. S. Jevons: *Lógica*, Madrid, Pegaso, 1941, p. 174) y G. Bentham a 5 (V. F. Barone: *Alie origini della logica formale moderna*, Filosofia, Torino, Anno X, Fascicolo III, Luglio 1959, p. 433). (Boole, 1984)

Código de bloque sistemático

redundancia de información

$kz \} | \{ \text{norte } z \} | \{ | \{ z \} k | \{ z \} n - k$

Codificación en la que el primero (o el último)
 los bits de la palabra clave x coinciden con los bits
 La información que me llama sistemática.

Estos k bits de la palabra clave se llaman informativo.

Los bits restantes ($n - k$) se denominan bits de verificación.

Los dígitos de control sirven para restaurar
 información durante la decodificación. (Shannon, 2009)

$$\Psi : \begin{cases} 00 \rightarrow 00001 \\ 01 \rightarrow 01010 \\ 10 \rightarrow 10111 \\ 11 \rightarrow 11100 \end{cases}$$

$y = 10101$	
x	$P(y x)$
00001	
01010	
10111	
11100	

$$\Psi : \begin{cases} 00 \rightarrow 00001 \\ 01 \rightarrow 01010 \\ 10 \rightarrow 10111 \\ 11 \rightarrow 11100 \end{cases}$$

$y = 10101$	
x	$P(y x)$
00001	$p^2(1-p)^3$
01010	
10111	
11100	

Obtenemos la tabla de verdad de la función dada y a continuación representamos el mapa de Karnaugh de tres variables

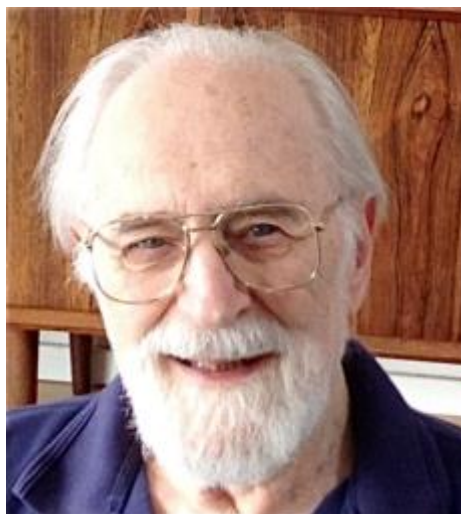
A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

A B					
C		0 0	0 1	1 1	1 0
	0	1	1	1	1
	1	0	1	1	0

La función simplificada sería: $S = B + \bar{C}$

Maurice Karnaugh

Karnaugh fue un físico y matemático estadounidense nacido el 4 de octubre de 1924 en Nueva York, conocido por la creación del mapa de Karnaugh, un diagrama utilizado para la minimización de funciones algebraicas booleanas. Estos mapas o diagramas aprovechan la capacidad del cerebro humano de trabajar mejor con patrones que con ecuaciones y otras formas de expresión analítica. El mapa de Karnaugh consiste en una representación bidimensional de la tabla de verdad de la función a simplificar. Para simplificar una función utilizamos la tabla de verdad de dicha función, después situamos en el mapa de Karnaugh los valores de la función, tras esto agrupamos los 1 en grupos de potencias de 2 (1,2,4,8,16...) cuanto mayor sea el grupo más simplificada quedara nuestra función. (WordPress.com., 2016)



Willard V. Quine

Filósofo estadounidense. Realizó importantes aportaciones al campo de la lógica: Lógica matemática y Desde un punto de vista lógico. Otras de sus obras destacadas son Nuevos fundamentos de la lógica matemática, La teoría de los conjuntos y su lógica, Filosofía de la lógica, Los modos de la paradoja y otros ensayos y Relatividad ontológica y otros ensayos.

Teoría de conjuntos

La teoría de conjuntos es una rama de las matemáticas y de la lógica que se dedica a estudiar las características de los conjuntos y las operaciones que pueden hacerse entre ellos.

La teoría de conjuntos se enfoca en los conjuntos. Se encarga de analizar sus atributos y las relaciones que pueden establecerse entre ellos, como la unión, intersección y complemento. (Economipedia, 2021)

Filosofía de la lógica

La lógica filosófica estudia el razonamiento y la argumentación, analizando su validez y coherencia a través de diferentes tipos de estructuras argumentativas, como son la formal, la informal y la modal. (Biografías y vidas, 2024)



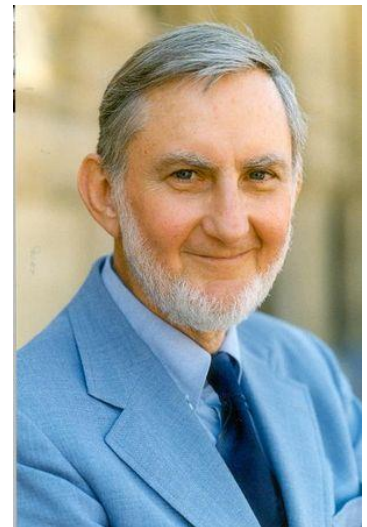
Edward McCluskey

Físico y matemático. Desarrolló el método Quine-McCluskey para el diseño de circuitos electrónicos durante su época de estudiante de doctorado en el MIT, iniciando el campo de la síntesis lógica para el diseño de circuitos lógicos. Sus técnicas se emplean para la comprobación de circuitos lógicos y para el diseño de circuitos tolerantes a fallos. Se le considera el padre de la ingeniería de ordenadores, como una rama separada de la ingeniería.

El método de Quine-McCluskey

La simplificación de funciones booleanas es uno de los principios básicos de la electrónica digital. El método de Quine-McCluskey, también llamado método de tabulación, es un método muy útil y conveniente para la simplificación de funciones booleanas para un gran número de variables (superior a 4). Este método es útil en el caso de mapas de Karnaugh cuando el número de variables es mayor y la formación de mapas de Karnaugh es difícil. Este método utiliza implicants primos para la simplificación.

En este método, construimos varias tablas según la pregunta y, por último, hacemos una tabla de implicants primos que se utiliza para obtener implicants primos esenciales que están presentes en la expresión booleana simplificada. Este método requiere conocimientos previos de la representación decimal a binaria y los conceptos básicos del álgebra booleana. Es un método adecuado para una gran cantidad de variables de entrada que se pueden resolver fácilmente con este método, pero la complejidad computacional es alta. Principalmente, este método incluye el uso de minterms e implicants primos y obtiene implicants primos esenciales que se utilizan posteriormente en las funciones booleanas simplificadas. (Geeks Fo Geeks, 2022)



Bibliografía

- Biografías y vidas. (2024). *Willard van Oman Quine*. Barcelona, España.
<https://www.biografiasyvidas.com/biografia/q/quine.htm>
- Boole, G. &. (1984). *El análisis matemático de la lógica*. Madrid: Cátedra, España.
https://www.academia.edu/download/56586119/Analisis_matematico_de_la_logica.pdf
- Brunete, A., San Segundo, P., & Herrero, R. (2024). Introducción a la Automatización Industrial. En A. Brunete, P. San Segundo, & R. Herrero, *Introducción a la Automatización Industrial*. Madrid, España: Creative Commons.
https://bookdown.org/alberto_brunete/intro_automatica/algebraboole.html
- Economipedia, G. W. (2021). *Teoría de Conjuntos*. <https://economipedia.com/definiciones/teoria-de-conjuntos.html>
- Geeks Fo Geeks. (2022). *El método de Quine McCluskey*.
<https://economipedia.com/definiciones/teoria-de-conjuntos.html>
- Shannon, C. E. (2009). *Bell Syst. Tech.* Rusia: Teoría de la información y cibernética.
<https://ov7a.narod.ru/botva8/atkl/lect01.pdf>
- Unir. (s.f.). *Lógica filosófica*. <https://www.unir.net/revista/humanidades/que-es-la-logica-filosofia/>
- WordPress.com. (2016). *Maurice Karnaugh*.
<https://tecnindcalamocha.wordpress.com/2016/01/18/maurice-karnaugh/>