

数组 $A[1..n]$ 中含有 n 个互不相同的整数元素。对 A 中的元素 $A[i]$ ($1 \leq i \leq n$)，若有 $A[i] < A[i-1]$ 并且 $A[i] < A[i+1]$ ，则称 $A[i]$ 为 A 的局部最小元素，即局部最小元素是比其两个相邻元素都小的元素（注：在边界上，即 $i=1$ 或 $i=n$ 时，只需考虑一侧的邻居即可）。例：如果 $A = \{5, 3, 4, 1, 2\}$ ，那么 A 有二个局部最小元素 3 和 1；而若 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，那么 A 就只有一个局部最小值元素 1。

请设计一个时间复杂度为 $O(\log n)$ 的算法输出 A 中的一个局部最小元素（当有多个局部最小元素时，输出任意一个即可），给出算法的伪代码描述，并证明你的算法关于时间复杂度的结论。

可以使用二分法求解。

1. 首先判断头或者尾是不是局部最小元素，如果是，则可以直接返回
2. 如果头和尾都不符合，则可以用二分法查找到局部最小元素
初始时，左边界 $l=0$ ，右边界 $r=n-1$ ；
取中间位置 mid ，对应的值为 $A[mid]$
则可以根据如下规则查找：
 - a. 如果中间位置满足 $A[mid] < A[mid-1] \&\& A[mid] < A[mid+1]$ ，则此时的 $A[mid]$ 就是符合条件的局部最小元素，返回这个元素即可，程序结束
 - b. 如果 $A[mid] > A[mid-1]$ ，则可以判定在 $[l, mid-1]$ 范围内一定有局部最小元素，修改右边界 $r=mid-1$
 - c. 如果 $A[mid] > A[mid+1]$ ，则可以判定在 $[mid+1, r]$ 范围内一定有局部最小元素，修改左边界 $l=mid+1$

时间复杂度分析：

1. 判断特殊情况的复杂度： $2 * O(1)$
2. 二分查找的过程，每次都缩减到原规模的 $1/2$ ，复杂度为 $\log(n)$

因此，总的时间度为 $O(\log n)$

完整伪代码如下：

```
int findPartMin(vector<int> A, int n) {
    if(A[0] < A[1]) { //特殊情况 1：头部元素就是局部最小元素
        return A[0];
    }
    else if(A[n-1] < A[n-2]) { //特殊情况 2：尾部元素就是局部最小元素
        return A[n-1];
    }
    else { //如果头尾都不是局部最小元素，则二分查找局部最小元素
        int l=0;
        int r=n-1;
        while(l <= r) { //二分查找
            int mid = l + (r-l)/2; //中间元素位置
            if(A[mid] < A[mid-1] && A[mid] < A[mid+1]) {
                return A[mid]; //如果中间元素符合则可以直接返回这个中间元素
            }
            else if(A[mid] > A[mid-1]) {
```

```
        r=mid-1; //此时可以判定在[l,mid-1]范围内一定有局部最小元素
    }
    else if(A[mid]>A[mid+1]){
        l=mid+1; //此时可以判定在[mid+1,r]范围内一定有局部最小元素
    }
}
}
```