

算法设计与分析

CS2008 班 U202015533 徐瑞达

2022.03.12

定理描述:

对任意两个函数 $f(n)$ 和 $g(n)$, 我们有 $f(n) = \Theta(g(n))$, 当且仅当 $f(n) = O(g(n))$ 且 $f(n) = \Omega(g(n))$.

定理证明:

由 $f(n) = \Theta(g(n))$ 可得:

当 $n \geq n_0$ 时, 有 $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$

由 $f(n) = O(g(n))$ 且 $f(n) = \Omega(g(n))$ 可得:

对于任意的 $n \geq n_1$, 都有 $0 \leq c_3 g(n) \leq f(n)$

而且对于任意的 $n \geq n_2$, 都有 $0 \leq f(n) \leq c_4 g(n)$

如果 $n_3 = \max(n_1, n_2)$ 并化简不等式, 得到:

对于任意的 $n \geq n_3$, 都有 $0 \leq c_3 g(n) \leq f(n) \leq c_4 g(n)$

这正是 Θ 符号的定义, 得证