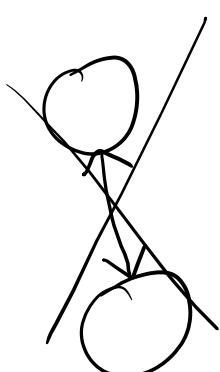
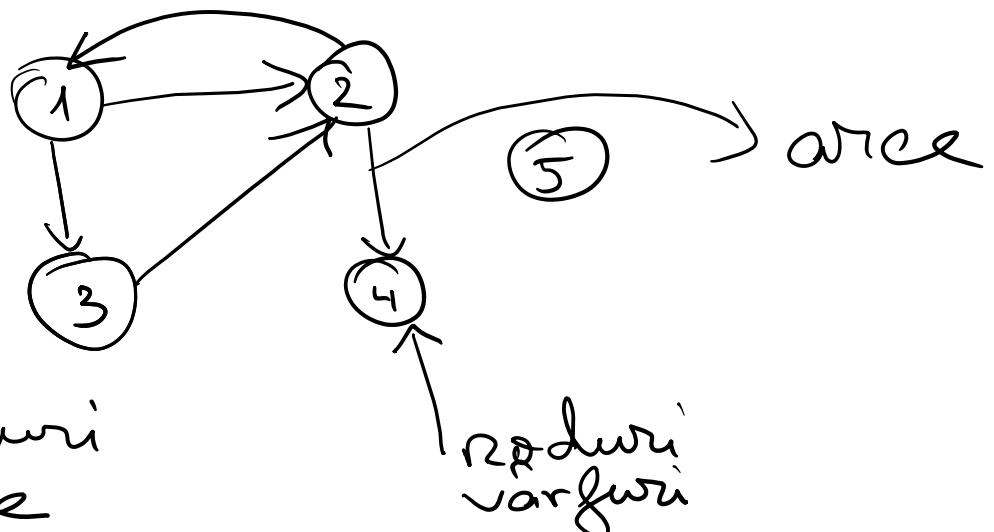


GRAFURI ORIENTATE



n - noduri
 m - arce



noduri
varfuri

Notiuni care se modifică față de
Grafuri neorientate

① Gradul unui nod

- Grad extern (d^+) - nr arce ce iau din nod
- Grad intern (d^-) - nr arce care intră în nod

Prop :

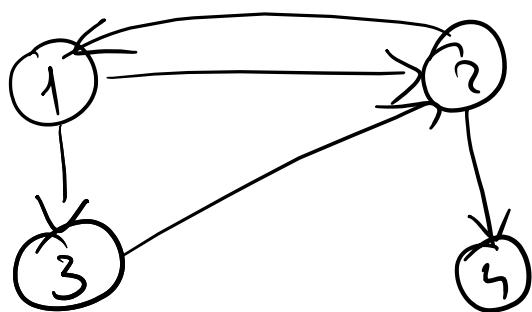
$$\sum_{i=1}^n d^+(i) = \sum_{i=1}^n d^-(i) = m$$

② Graf complet

$$m = n(n-1)$$

nr arce \rightarrow la orientate

③ Drum - insiruire de noduri
întră care 3 arce
orientate în același sens

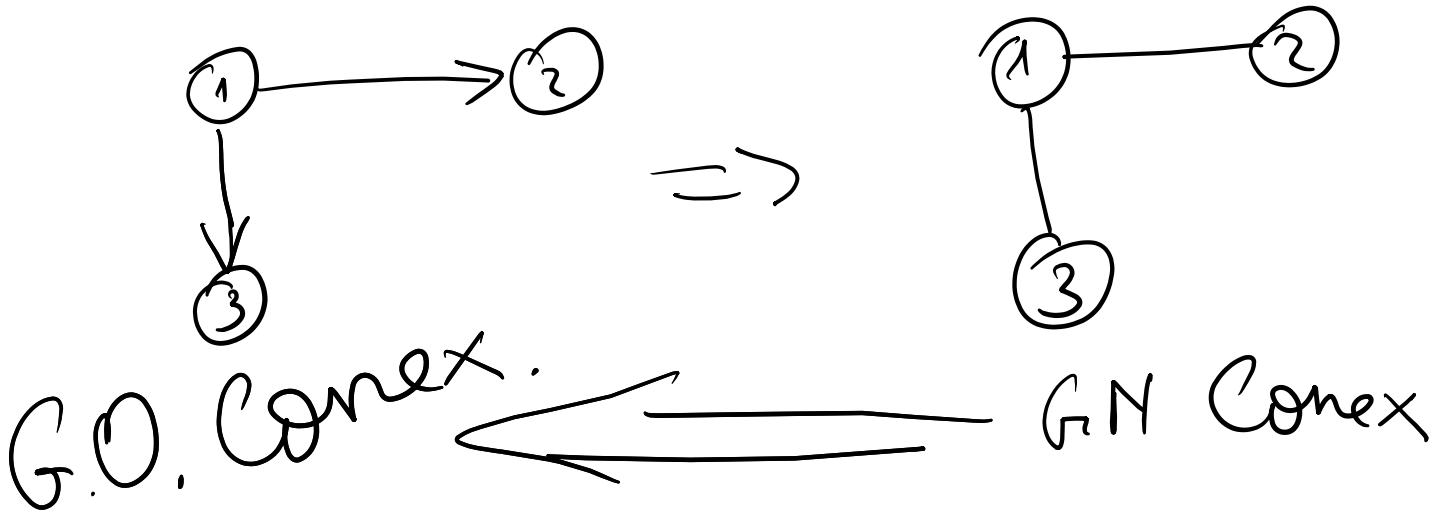


1-2-4 - elem
1-2-1-3 -
- neelem

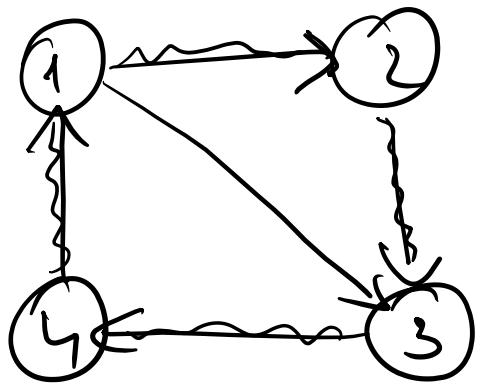
④ Circuit - drum în care nodul
initial = nodul final.

⑤ Conexitate

a) Se numește graf orientat CONEX
un graf orientat care, dacă
se suprimă sensul arcelor,
acesta ar deveni un graf nedomi-
nat conex.



b) Se numește graf orientat TARE CONEX, un graf orientat în care există drum între oricare două noduri ale său.



Obs: Dacă vrem să facem un graf orientat TARE CONEX, urmărește să avem un circuit hamiltonian
 \Rightarrow tare conex

Ex. de grilă BAC !

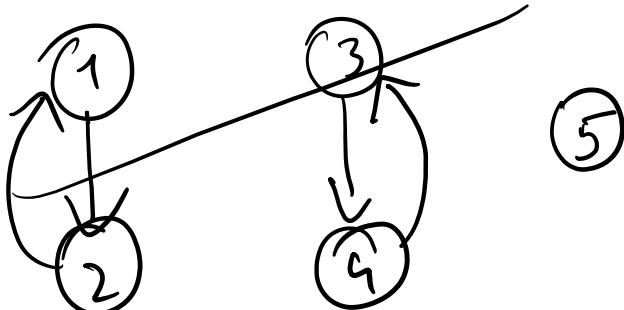
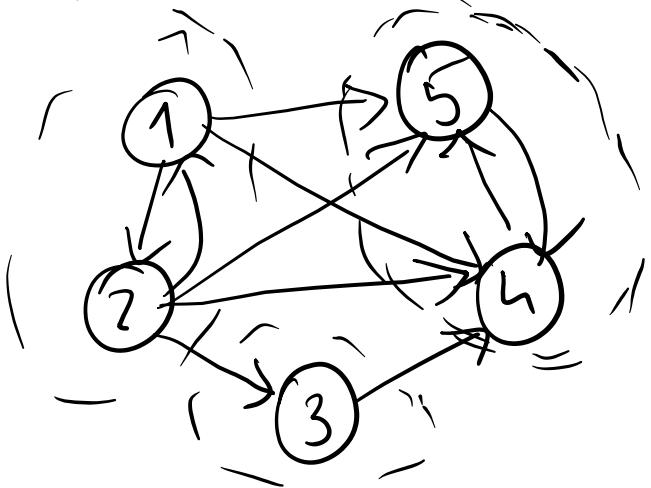
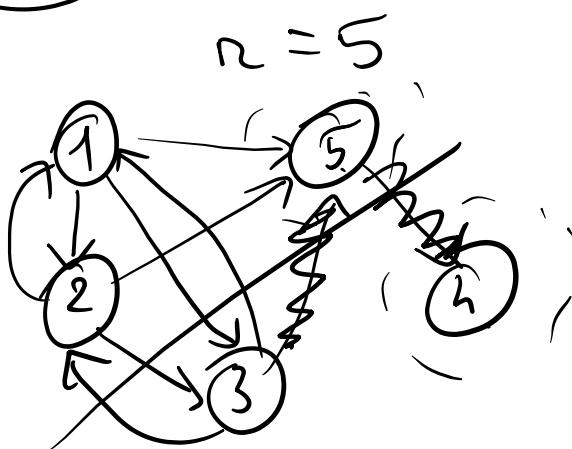
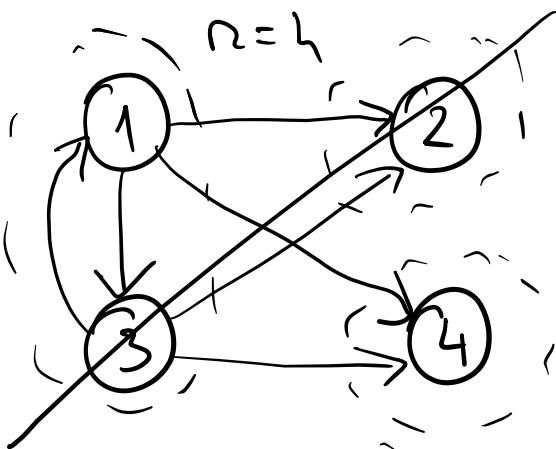
5. Un graf orientat are 10 arce, 3 componente tare conexe, iar fiecare vîrf al său are atât gradul interior, cât și gradul exterior nenule. Numărul minim de noduri pe care le poate avea graful este:

a. 4

b. 5

c. 6

d. 7



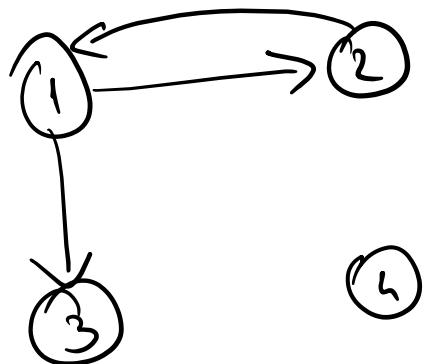
⑥ Numărul total de grafuri orientate ce se pot forma cu n noduri este:

$$n(n-1)$$

$\frac{n}{2}$

Metode de reprezentare

① Matricea de adiacență



	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2	1	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0

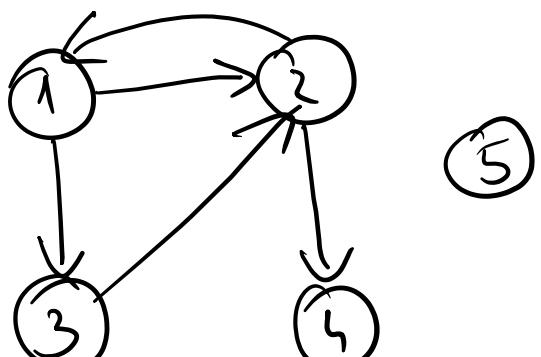
- nu mai e simetrică fără de DP
- nr de 1 = n^2 (nr arce)
- nr de 1 de pe linie - grad extern
- coloană - grad intern

② Vectorul de arce

	1	2	3
v _{ni}	1	2	1
v _{nfi}	2	1	3

③ Listele de adiacență (vecinilor)

a) Lista vecinilor succesorii (Γ^+)



nod	vecini succesorii
1	2, 3
2	1, 3
3	2
4	—
5	—

b) Lista vecinilor predecesorii (Γ^-)

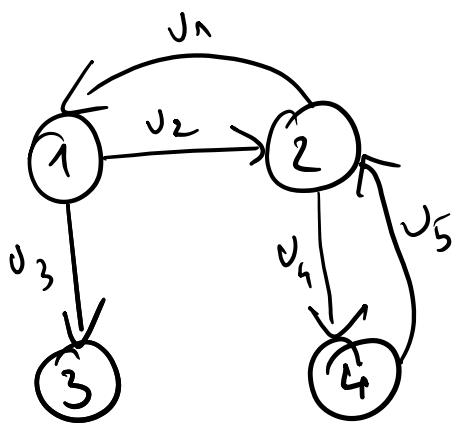
nod	vecini predecesori
1	2
2	1, 3
3	1
4	2
5	—

Obs: La Bac, dacă nu se dă lista vecinilor pentru un graf orientat și nu se precizează ~~tipul~~ acestia, aceasta va fi implicit lista vecinilor succesorii.

La Bac, dacă nu se cere lista vecinilor pt. un graf orientat, le facem pe amândouă (Γ^+ , Γ^-)

4) Matricea varfuri - arce ($n \times n$)

$$a[i][j] = \begin{cases} 1, & \text{nodul } i \text{ este initial pt. arcul } j \\ -1, & \text{nodul } i \text{ este final pt. arcul } j \\ 0, & \text{nodul } i \text{ nu } \in \text{arcul } j \end{cases}$$

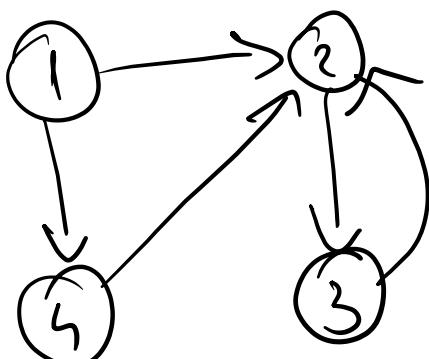


	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
1	-1	1	1	0	0
2	1	-1	0	1	-1
3	0	0	-1	0	0
4	0	0	0	-1	1

5) Matricea drumurilor ($n \times n$)

$$d[i][j] = \begin{cases} 1, & \exists \text{ drum } i \rightarrow j \\ 0, & \nexists \text{ drum } i \rightarrow j \end{cases}$$

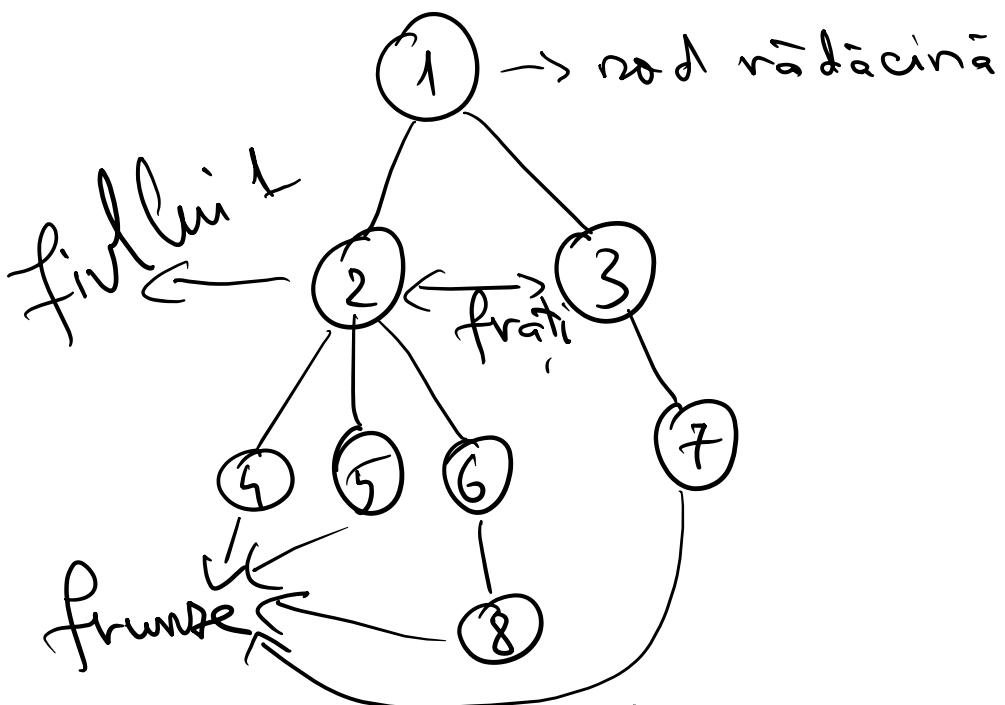
ex :



	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	0	1	1	0
3	0	1	1	0
4	0	1	1	1

ARBORI

Def: Un arbore este un graf neorientat, conex si fara cicluri.

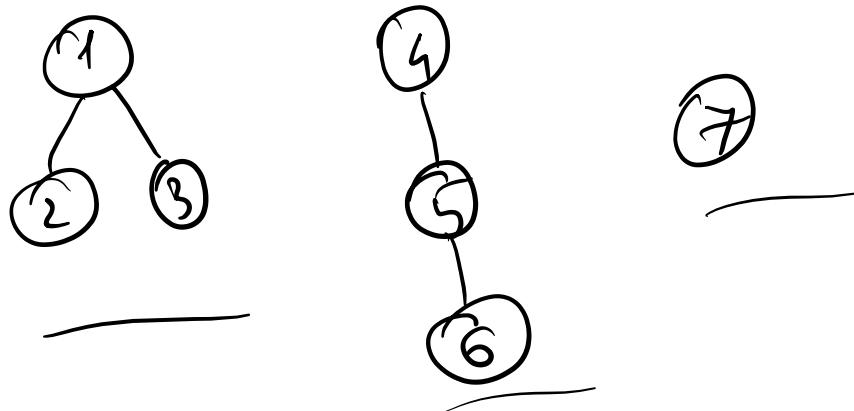


Proprietate: Un arbore cu n noduri are $n - 1$ muchii

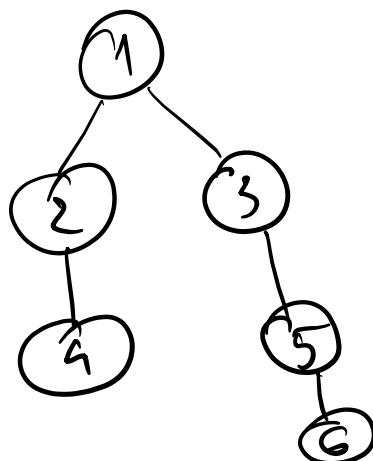
Notiuni:

- ① Graf pădure - graf neorientat, conex, cu mai multe componente conexe ce sunt arbori.

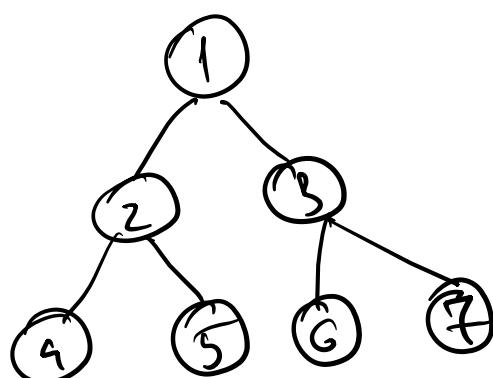
Cx :



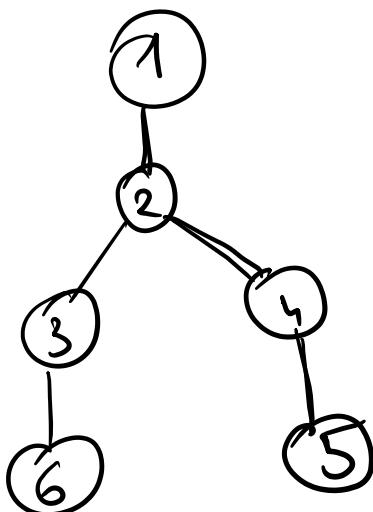
- ② Arbore binar - un arbore în care fiecare nod are maxim 2 fiu.



- ③ Arbore binar complet - arbore în care orice nod are exact 2 fiu (în afara de frunze)



4) Înăltimea arborului - lungimea
celui mai lung lanț elementar
din rădăcina înt-o frunză.



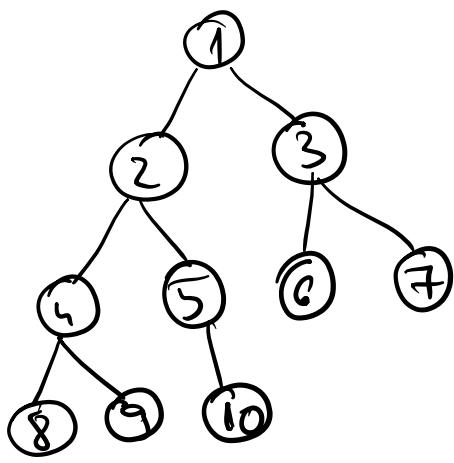
$$h = 3$$

Obs1: Avem grija să cătăram cu atenție
gribi, deoarece în unele ni se
cere înăltimea arborului iar în
altele ni se cere cel mai lung
lanț, din arboare (prate pleca
elementar.
dintr-o frunză în altă frunză)

Obs2: Dacă vreau să am o înăltime
minimă în arboare, atunci
pot să îl fac pe nod rădăcina maxim
de fă admis.

Ex: avem arbore binar cu $n=10$
care c înăltimea minimă?

$$n = 10$$



$$\Rightarrow b = 3$$

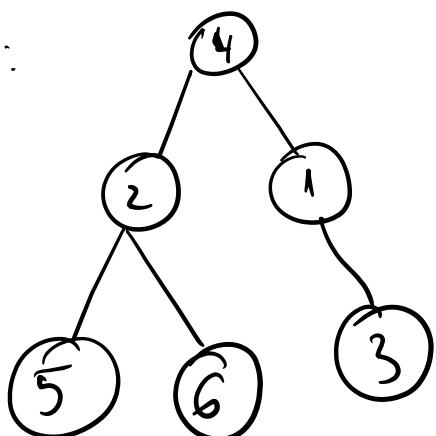
Metode de reprezentare

Toate de la grafuri neorientate
+ 1 specială a arborelor:

Vectorul de tăți (T)
(dimensiune n)

$T[i]$ = tatăl nodului i

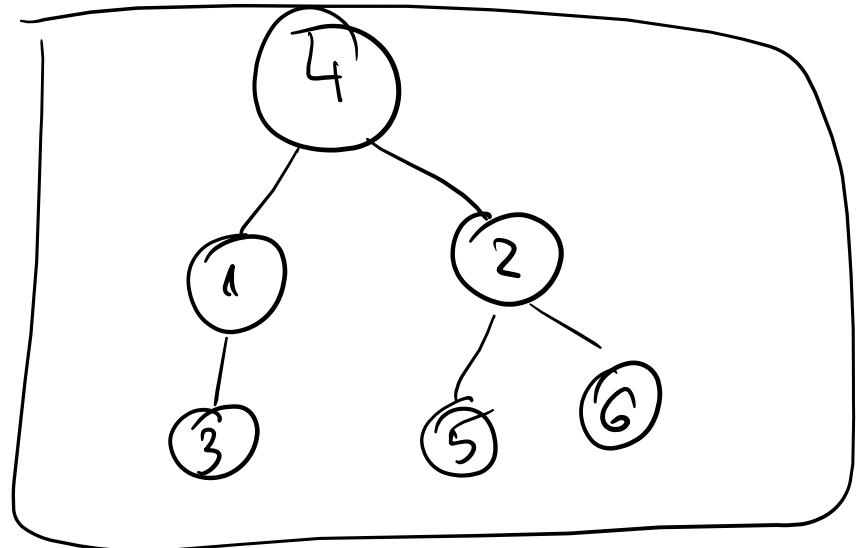
că:



	1	2	3	4	5	6
T	4	4	1	0	2	2

Dacă și se cere să desenăm:
arboarele pe baza vect. de tăți

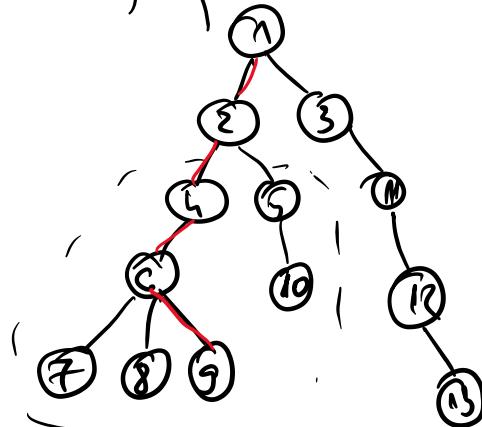
	1	2	3	4	5	6
T	4	4	1	Ø	2	2



Obs: Se definesc:

- ① Descendenții directi ai unui nod - fi nodului respectiv
- ② Descendenții unui nod - toate noduri succesoare, pe ramura respectivă, până la frunze.

ex:



Des dir ai lui 2:

4, 5

Descendenții lui 2:
4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

③ Ascendent direct = tatal nodului respectiv

④ Ascendenti ai unui nod - sunt nodurile predecesoare (ascendente) până la rădăcina, pe râma respectivă

ex! Ascendenti nodului 9 :

6, 4, 2, 1

