

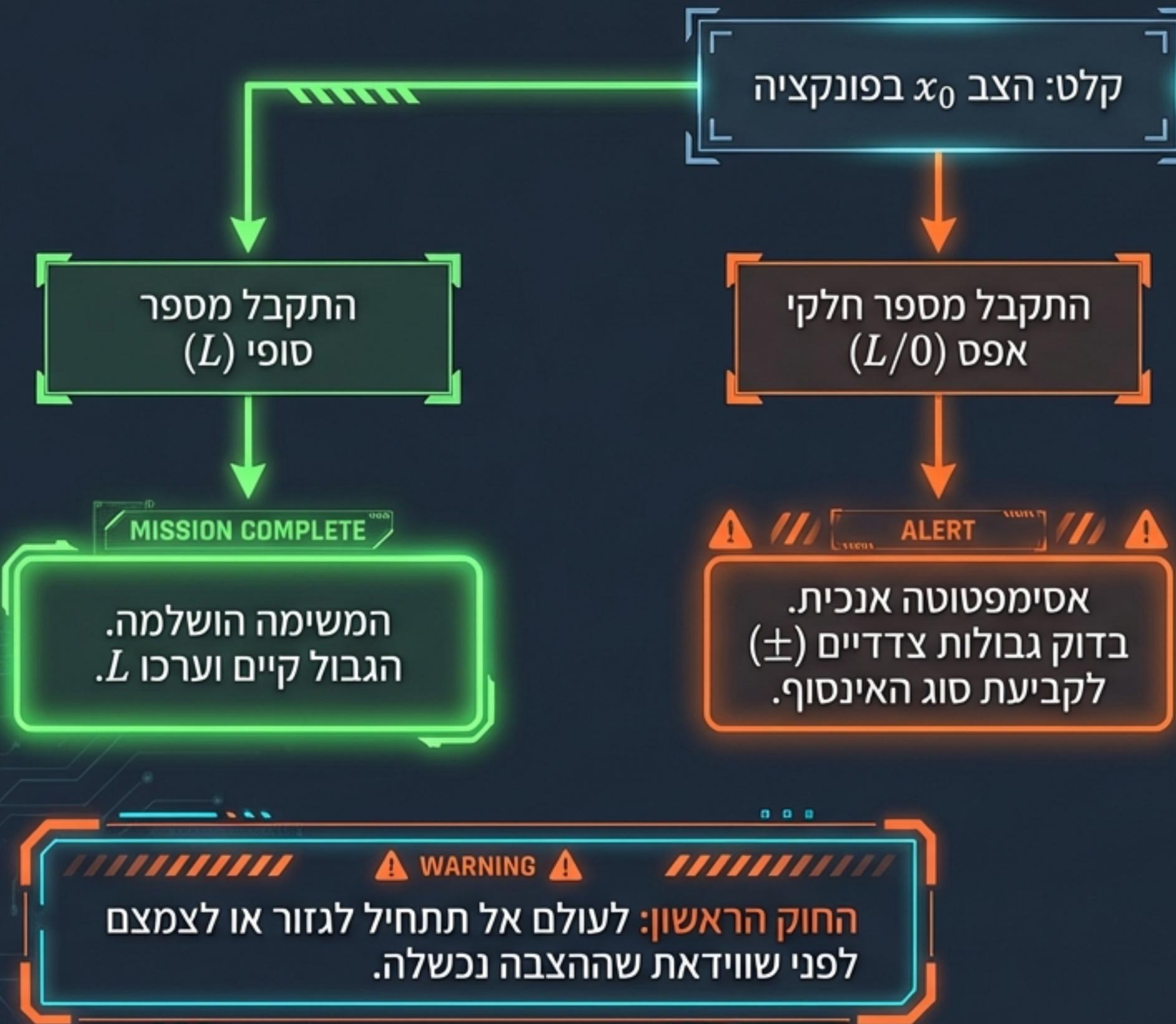
הארכיטקטורה של האינסוף

מודל אסטרטגי לפירוק, ניתוח וכייבוש נקודות אי-הגדרה

Mission Briefing.

- **המטרה:** צלילה בטוחה של אזור אי-ודאות מתמטית (גבולות).
- **האזרחים:** חלוקה באפס, ביטויים חסרי משמעות, ומלכודות אינסוף.
- **ה arsenel:** פונקציות רצינליות, שורשים, מעריכות ופונקציות מפוצלות.
- **הדוקטורינה:** אפס דחיסה, מקסימום אינטואיציה. אנחנו לא מוחשים את הגבול – אנחנו מכתבים אותו.

פרוטוקול קבלת החלטות: עץ האלגוריתם



נטרול מוקד אפס ($\frac{0}{0}$): כירורניה אלגברית

הבעיה והפתרון (The Execution)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$$

הבעיה:



$$\cdot \text{כפל בצמוד } \frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x+3}+2}$$

הפעולה:



$$\text{החשיפה: המכנה הופך ל- } (x+3)-4 = x-1$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1}$$

הנטרול:



התוצאה: מציבים 1 ומקבלים $4 = 2 + 2$

MISSION COMPLETE

$2+2=4$

האסטרטגיה (The Strategy)

זיהוי: כשהשני הצדדים שואפים לאפס, יש גורם מאפס' שמסתתר במערכת.



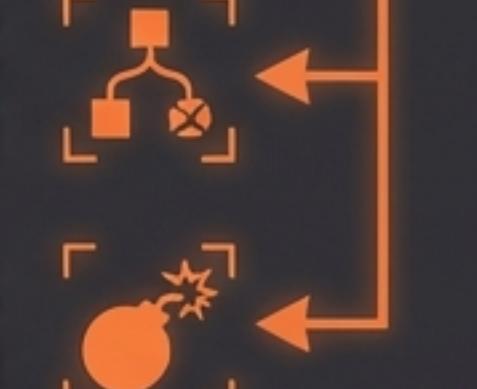
הטקטיקה:



אם זה פולינום: **פרק לגורמים** (טרינום).



אם זה שורש: **שלוף את הצמוד.** השתמש בנוסחת הפרש ריבועים $b^2 - a^2 = (a+b)(a-b)$ כדי לפוצץ את השורש.



חוק: המטרה היא אחת – לבודד את הגורם הגורם הבעיתי ולהסל אותו (**מצזם**).



ELIMINATE

היררכיה הכוח (∞): מלחת המעדות

המודל המספרי

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x}{2x^2 + 9}$$

* הבעה:

* מהלך: הוצאת גורם משותף כפוי (x^2)

$$\frac{x^2(3 + \frac{5}{x})}{x^2(2 + \frac{9}{x^2})}$$

* הטיהור: האיברים הקטנים $(\frac{5}{x}, \frac{9}{x^2})$ מתאפסים.

$$\frac{x^2(3 + x \cancel{\frac{5}{x}} \rightarrow 0)}{x^2(2 + x \cancel{\frac{9}{x^2}} \rightarrow 0)}$$

MISSION COMPLETE



התוצאה:
יחס המקדים $\frac{3}{2}$

הסטרטגיה המילולית

העיקון: בבורסה של האינסוף, רק בעל הממון הגדול ביותר קובל.



סולם הדרגות (מי חזק יותר?):

$$x^x \gg x! \gg a^x \gg x^n \gg x(x)$$



האלגוריתם:
זהה את ה'מנכ"ל' (החזקת הכיכי גבואה).
התעלם מכל השאר.



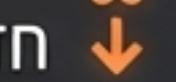
CHEAT CODE

קיצור דרך (Cheat Code):

חזקה מונה = חזקה מכנה \leftarrow יחס המקדים.

חזקה מונה > חזקה מכנה \leftarrow אינסוף (\pm).

חזקה מכנה > חזקה מונה \leftarrow אפס.



הונאת הריבית דרייבית (∞^1): גבולות אוילר

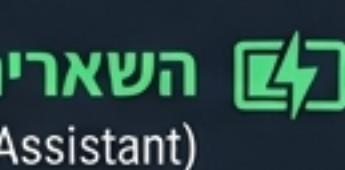
(The Execution) הביצוע והפתרון

$$\text{התבנית: } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{4x}$$

 **המיפוי:** קופים את המבנה של e .

$$\rightarrow \lim \left[\left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{3x} \right]^{\frac{4x}{3x}}$$

 **הציגו:** הליבה הופכת ל- e .

 **הSharית:** נשארנו עם החזקה החיצונית $\frac{4}{3}$.



התוצאה: $e^{4/3}$

(The Strategy) האסטרטגיה

 **הזהוי:** הבסיס שואף ל-1, המעריך שואף לאינסוף. זה לא 1, זה ' 1 ' פלוס קצת' שמתפוצץ.

 **הטקטיקה:** אל תחשב. בנה את התבנית: $(1 + \text{Blob})^{\frac{1}{\text{Blob}}} \rightarrow e$.

 **המחיר:** כל מה שהוסף למערך כדי לסדר את התבנית, אתה חייב 'לשלם' עליו בכפל בהופכי שלו מחוץ לסוגרים.

מנגנון האבטחה: גבולות חד-צדדיים

כשריר לבדוק את הדופק משני צדי החתר.

הפרוטוקול: גבולות חד-צדדיים

מתי מפעילים את הנהלה?

- ☒ פונקציות מפוצלות: נקודת התפר שבה החוק משתנה.
- ☒ ערך מוחלט: הנקודה שבה הביטוי מתאפס ($0 \rightarrow |a - x|$).
- אסימפטוטה אנכית: כשיוצא $\frac{1}{0}$.

האלגוריתם:

- צעד 1 (ימין $+a$): הצב מספר "טיפה" גדול יותר (למשל 2.001). בדוק סימן.
- ← צעד 2 (שמאל $-a$): הציב מספר "טיפה" קטן יותר (למשל 1.999). בדוק סימן.

» **פסק הדין:** אם ימין \neq שמאלי \leftarrow אין גבול. המערכת קרסה.



יזואלייזציה של הנתונים



הסוכן הכפול: ערך מוחלט ופונקציות מפוצלות

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x - 4|}{x^2 - 16}$$

גישה משמאל ($x \rightarrow 4^-$)



ניתוח (Analysis):
 $4 < x$ ולכן הביטוי שלילי.

פעולה (Action):
הסר את הערך המוחלט והוסף מינוס.

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-(x - 4)}{(x - 4)(x + 4)} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-1}{x + 4} = -\frac{1}{8}$$

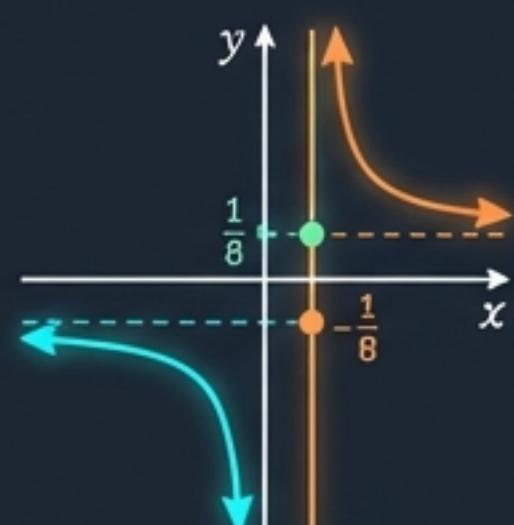
גישה מימין ($x \rightarrow 4^+$)



ניתוח (Analysis):
 $4 > x$ ולכן הביטוי חיובי.

פעולה (Action):
הסר את הערך המוחלט 'כמו שהוא'.

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(x - 4)}{(x - 4)(x + 4)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1}{x + 4} = \frac{1}{8}$$



המסקנה: $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \neq \leftarrow$ אין גבול.

ازהרה: אל תסירו את ה'מקלות' בלי לבדוק תעודת זהות (סימן) קודם.



הנדסה לאחר: מציאת פרמטרים (a, b)

לדעת את התשובה ולבנות את השאלה.

נתוני התוכן: פונקציה מפוצלת

נתונה פונקציה מפוצלת
עם פרמטר a .

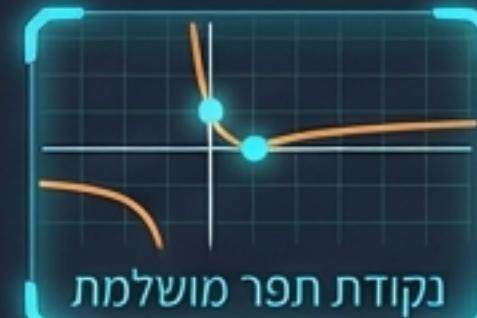
נתון: הגבול קיים ב-
 $x = 1$.

"הפרמטר הוא הבORG שמחזיק את שני הולמות
מחוברים. אם הוא לא מדויק, הפונקציה נקרעת."

פענוח הסוד: הגיון הגבול

הגבול קיים

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$



הוצאה לפועל: נוהל חישוב

צעד 1: חשב גבול ימין:
(ביטוי עם שורש → כפל בצמוד).

$$\sqrt{x^2 - x} \rightarrow \frac{\sqrt{x^2 - x(x)}}{(ax - x)(x)}$$

צעד 2: חשב גבול שמאל:
(הצבה פשוטה המכילה את a).

$$4a \rightarrow 2a$$
$$a = a$$

צעד 3: השוואה: בנה משווה
 $Right = Left$ ומצא את a .

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$
$$a = a \Rightarrow \frac{1}{a}$$



אזור סכנה: מוקשים נפוצים במתיכון

ה-0/0 המדומה

התריגר: הצבת וקיבלת $\frac{0}{0}$.

האמת: זה לא מצב אי-ודאות. זה פשוט **0**.

הליך: אל תמציא בעיות איפה שאין.

שורש זוגי שלילי

התריגר: חישוב גבול $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x}$.

האמת: עצורי תחום הגדרה. שורש לא מקבל שלילי.

הליך: הפונקציה לא קיימת שם.

שכחת ה-Lim

התריגר: כתיבת שרשרת שווינונות.

האמת: הורדת המילה **ו** (ו) לפני הצבה הסופית = שגיאה.

הליך: זה עולה בנקודות יקרות.



ארכיטקטורה של אינסוף

$\infty + \infty$ (תיקון)

$\infty - \infty$ (אסור! דרוש טיפול)

הארסナル: טבלת שליפה מהירה

טיריגר	כלי	פעולה
פולינום/שורש $\left(\frac{0}{0}\right)$	כפל בצמוד / פירוק	צור הפרש ריבועים וצמצם את המאפס.
פולינום באינסוף $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$	גורם דומיננטי	מחק את הקטנים, השאר את החזקה הגבוהה.
שבר פחות שבר $(\infty - \infty)$	מכנה משותף	איחוד לשבר אחד אז בדיקה מחדש.
חזקת מעריכות (1^∞)	נוסחת אILER (e)	סדר לתבנית $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.
ערך מוחלט / פיזול	גבולות צדדים	השווה ימין מול שמאל.

נהל בדיקה לפוני שיגור (Checklist)

אם לא סימנת ו/או על הכל, אל תגיש.

האם הצבתי? האם באמת יש בעיה, או שסתם החלטתי לפותר?

האם הסימנים נכונים? בבדיקה $\frac{1}{0^+}$ או $-\infty$? המינוס הקטן זהה משנה משנה את התוצאה מ- $-\infty$ ל- $+\infty$.

האם אני בתחום הגדרה? האם x שואף למקום חוקי?

האם סיימתי את התרגילים? האם חישבתי את הגבול של הפונקציה או רק את המעריך של e ?

מבחן אש: האם אתה מוכן?

השאלה:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{|x - 2|}$$

המלכודת:

לרשום 1 או - אוטומטית.

התשובה:

אין גבול (גבולות
צדדיים שונים).

השאלה:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

המלכודת:

להגיד $= \infty - \infty$.

התשובה:

דורש כפל בצד.
התוצאה היא 0.

השאלה:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}$$

המלכודת:

להגיד שזה 1^∞ .

התשובה:

זה גבול אוילר.
התשובה היא e^2 .

שורת הסיכון

הגבול הוא לא סתם מספר; הוא כלי הנשק שמאפשר לנו לגעת באינסוף ב**ישומוד** בלי להישרף.

הכלים שלכם חדים:
פירוק, צמוד,
דומיננטיות ואוילר.

מעכשיו, כשאתם רואים 0/0 או ∞/∞ , אתם לא נלחצים. מחייכים, ושולפים את האלגוריתם.

בצלחה במחן. תפרקו אותם לגורמיים.