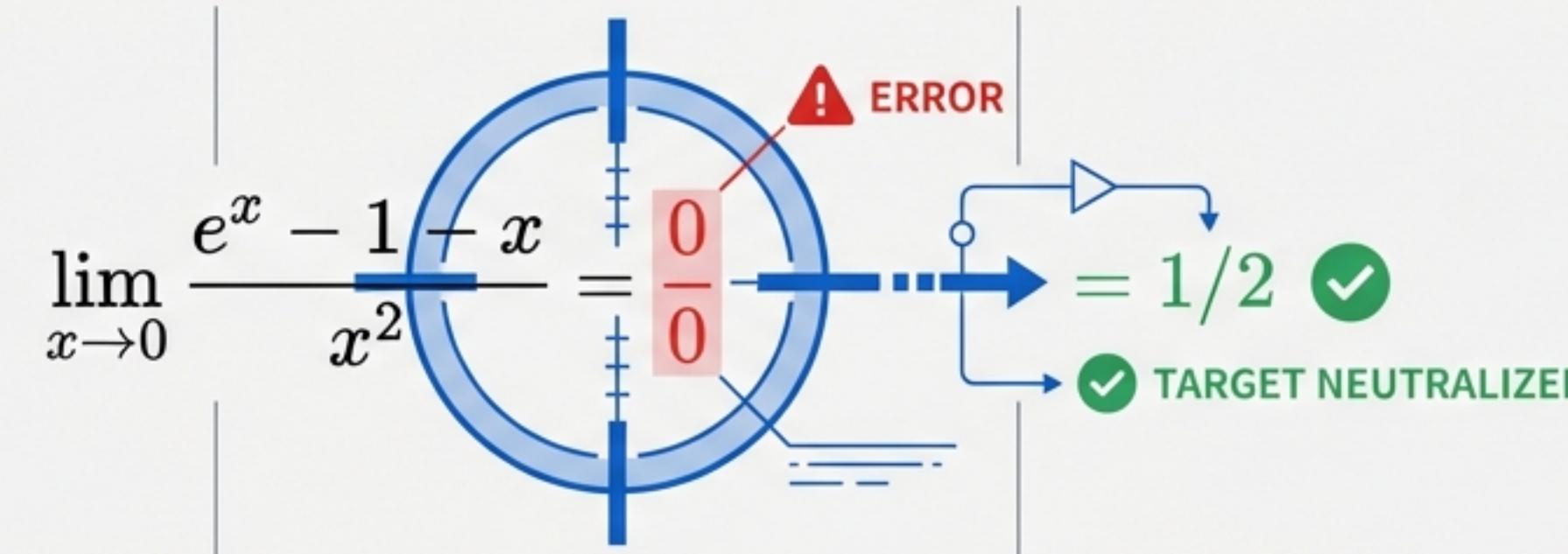
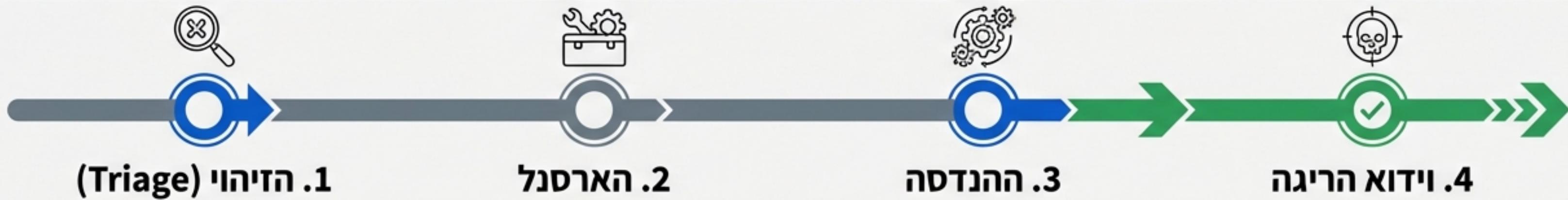


30 טיפול בבעיות בעיתים

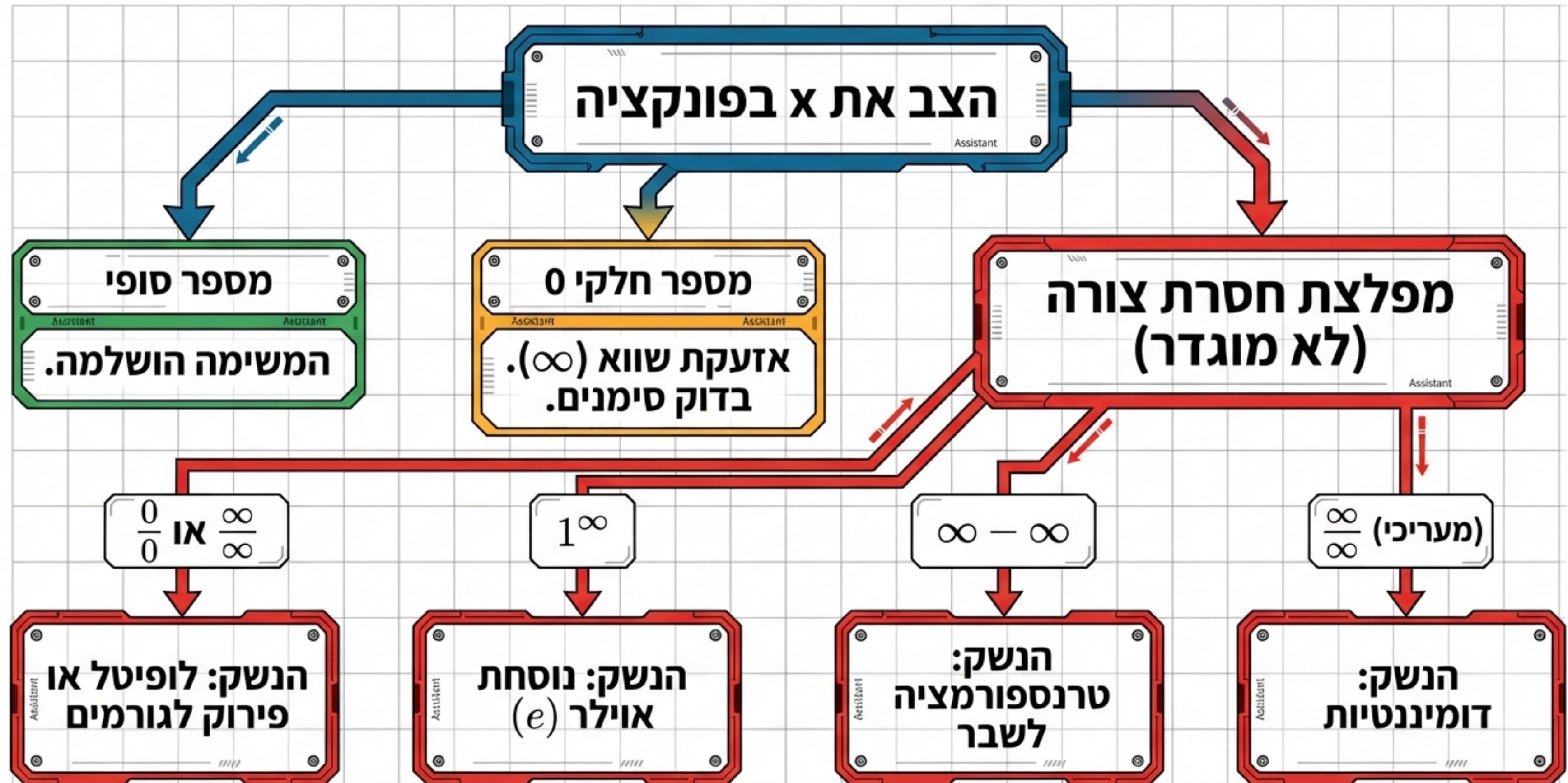
סטרטגיית פירוק מוקשים, ניהול סיכון ודומיננטיות מתמטית



ברוכים הבאים לדירה. מטרתנו אינה "פתרון תרגילים", אלא נטרול איומים. הקובץ זהה הוא המדריך הטקטי למצוינים בהם המתמטיקה זועקת שגיאה (Error).



עַז החלטות הטקטי (Protocol Alpha) (Heebo)



לוחמה ידנית: כירורגיה אלגברית

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)(x+2)} = \frac{5}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$$

כפל בצדדים

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{x-1} - 2)(\sqrt{x-1} + 2)}{(x-5)(\sqrt{x-1} + 2)} = \frac{1}{4}$$

האלגוריתם המילולי

כשהביטו אלגברי 'מלוכלי' $\left(\frac{0}{0} \right)$,
הfonקציה מסתירה את ערכיה האמיתיים.

דיהוי פולינום: בצע 'חיסול ממוקד',
מצא את הגורם המאפס במונה
ובמכנה – וצמצם אותו.

דיהוי שורש: בצע 'ניתוח פלسطוי'
(כפל בצדדים). המטרה: להסיר את
השורש ולהשוף את הגורם
הבעייתי.

בשך יום הדין: כל לופיטל (L'Hopital)

הביצוע

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1/x}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$$



$$\frac{2x}{e^x}$$



$$\frac{2}{e^x} = 0$$

האקספוננט מנצת.

פרוטוקול עוקף תור

כשהמונה והמכנה קורסים שניים לאפס או מתפוצצים לאינסוף, היחס נקבע לפי קצב השינוי.

גזר את המונה בנפרד.
גזר את המכנה בנפרד.



Assistant

**אזהרה: חל איסור חמור
לגזר כימנת פונקציות!**

Assistant

לא עבד? גזר שנית (Double Tap).

חוק הג'ונגל: דומיננטיות באינסוף

היצוע

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x - 3^{x+1}}{2 \cdot 5^x + 4^x}$$

הבעיה:

The Whale \rightarrow 5^x – 3^{x+1}
 $\lim_{x \rightarrow \infty}$
The Whale \rightarrow $5^x \cdot 3^x + 4^x$ \leftarrow The Noise

ניתו:

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x \left(1 - 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x\right)}{5^x \left(2 + \left(\frac{4}{5}\right)^x\right)} = \frac{1 - 0}{2 + 0} = \frac{1}{2}$$

ניהול תיקים בול-סטריט

באינסוף, הגודל כן קבוע. באינסוף, הfonקציה החזקה בולעת את כל השאר.

עצרת (!)

לוגריתם << פולינום >> מעריכית (a^x)
 (x^n)

זהה את ה'לווייתן', הוציא אותו
גורם משותף, והדנח את השאר.



Assistant

הטרנספורמרים: מניפולציה מבנית

הביצוע

מקרה 1 (מכפלה)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x \stackrel{L}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1/x} \stackrel{L}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1/x}{-1/x^2} = 0$$

מקרה 2 (הפרש)

$$\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} = \frac{x+2-4}{(x-2)(x+2)} \stackrel{\text{מכנה משותף}}{\rightarrow} \frac{1}{x+2}$$

האסטרטגיה

הכנה ללוופיטל

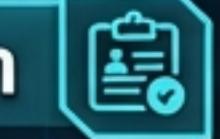
לוופיטל עובד רק על שברים. אם האובי הוא מכפלה או הפרש, נכrichtו לתחנית מנה.

כלל 1

מכפלה ($\infty \cdot 0$):
שלח את הגורם ה'קל'
למרחף עם חזקת (-1).

כלל 2

הפרש ($\infty - \infty$):
מכנה משותף מיידי.





אפקט הריבית דרייבית: גבול אוילר

היצוע

► Initial Model:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^x$$

► Step 1 (Exponent Setup)

$$\text{Exponent} = x \cdot \left(\frac{x+3}{x-1} - 1 \right)$$

► Step 2 (Simplification)

$$= x \cdot \left(\frac{4}{x-1} \right) \approx \frac{4x}{x} \rightarrow 4$$

► Final Result

Result: e^4

הסטרטגיה

כשהבסיס שואף ל-1 והמעיר לאינסוף.
התוצאה היא e .

כשהבסיס שואף ל-1 והמעיר לאינסוף.
התוצאה היא e .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^{g(x)} = e^{\lim g(x) \cdot (f(x)-1)}$$

הורד מעריך לכפל.
החסר 1 מהבסיס.
שגר לחזקה של e .

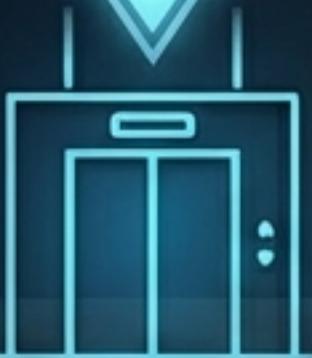


האָק הלוגריאתמיים: מעלית לקומת קרקע

הביצוע

בעיה

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$



$$= e^{\lim (x \ln x)}$$



פתרון קומת קרקע

אנחנו יודעים ש- $0 \rightarrow x \ln x$.



תוצאת פנטהאוד

$$= e^0 = 1$$



האסטרטגיה

מצב

פונקציה בחזקת פונקציה (f^g)
שאינה אוילר.



הכלי

$$\text{זהות } A = e^{\ln A}$$



טקטיקה

מנחיתים את המעריך לקרקע בעזרת \ln .
פתרונות למטה, מחזירים ל- e .



הנדסה לאחור: מתי לופיטל קורס?



הראיות



הבעיה

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4^x - 3^{x+1}}{2 \cdot 5^x + 4^x}$$

שים לב: במינוס אינסוף, $0 \rightarrow 5^x$!
הכוחות משתנים.

המהלך האלגברי

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^{x+1} \left(\frac{4^x}{3^{x+1}} - 1 \right)}{4^x \left(\frac{2 \cdot 5^x}{4^x} + 1 \right)}$$



הניתוח



הملכודת

בשורשים מעגליים או אקספוננטיים
מתהfccים, הגזירה רק מסובכת
את המצב.

הציר

זנח את לופיטל. חזור לשיטת
דומיננטיות (הוצאת גורם משותף).

אזור הסכנה: אורות אדומיים ומלכודות



Trap 1: The 1/0 Ambiguity

מספר חלקי אף אינו תשובה סופית.
חובה לבדוק סימן:
 $^+$ נתן ∞^+ , $^-0$ נתן ∞^- .

Example

$$\lim_{x \rightarrow 0} 1/x = \text{לא קיים}$$



Trap 2: Fake Euler

נוסחת אוילר עובדת רק **כשהבסיס שואף ל-1**.
אם הבסיס שואף ל-0.9,
הגבול הוא 0.



Trap 3: Forgotten Chain Rule

בלופיטל, אל תשכח
למכך לגזר פונקציה
פנימית $(f(g(x)))$.

ארגז הכלים האולטימטיבי (Cheat Sheet)

הזיהוי (Scenario)	נשק (Weapon)	הערות קרב (Notes)
$\frac{0}{0}$ פולינומיים	פירוק לגורמים	צמצם את הגורם המאפס ($a - x$).
$\frac{0}{0}$ שורשים	כפל בצמוד	ניתוח פלסטי להסרת השורש.
$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \frac{1}{1^\infty}$	לופיטל	גזר מונה בנפרד ומכנה בנפרד.
$\infty - \infty$	אילר (e)	נוסחה: $\lim g(f^{-1}) \cdot e$.
	מכנה משותף	הפור לשבר יחיד.

בוחן פתע: ויזה הריגה

Q: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

A: לופיטל מיידי $\rightarrow 1$.

Q: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$

A: אוילר
בריבית
כפולה $\rightarrow e^2$.

Q: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{100}}{e^{0.01x}}$

A: דומיננטיות.
אקספוננט מנצח
מנצח $\rightarrow 0$.

אל תהי רווחים שמצוירים בנזוחאות.
תהי אסטרטגים שמנהלים את הגבול. בהצלחה.