

נושא 11 - חקירת פונקציה

שאלות
מבניות
פונקציה

1. מצא עבור הפונקציה $y = \frac{x}{(x^2-4)^2}$

א. תחום הגדרה מכנה

$$(x^2-4)^2 \neq 0$$

$$x^2-4 \neq 0$$

$$x^2 \neq 4 \quad / \sqrt{\pm}$$

$$x \neq \pm 2$$

ב. נקודות חיתוך עם צירים

* עם ציר $y=0$: x

עם ציר $x=0$: y

$$y = \frac{0}{(0-4)^2} = 0$$

$(0,0)$

$$\frac{x}{(x^2-4)^2} = 0$$

$$x=0$$

$(0,0)$

$$y = \frac{x}{(x^2-4)^2}$$

ג. נקודות קיצון + תחומי עליה וירידה

נקודות חשבוש דקדוק

$$y' = \frac{1 \cdot (x^2-4)^2 - x \cdot 2(x^2-4) \cdot 2x}{(x^2-4)^4}$$

$$= \frac{(x^2-4)[(x^2-4) - 4x^2]}{(x^2-4)^4}$$

① אי שוויון: תהי y : $x \neq \pm 2$ תהי x : $y \neq 0$

אין אין

(*) נק' אי שוויון הם נק' שבה y מוגדרת (אין)

$$= \frac{(x^2-4) \cdot (-3x^2-4)}{(x^2-4)^4}$$

$$y' = -\frac{(3x^2+4)}{(x^2-4)^3}$$

תהי y'
 $x \neq \pm 2$

$$\frac{1}{x^2} \leq -\frac{(3x^2+4)}{(x^2-4)^3} = 0$$

② $f' = 0$:

$$-(3x^2+4) = 0$$

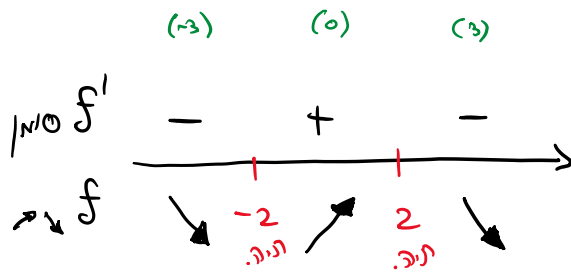
$$3x^2+4 = 0$$

$$\underbrace{3x^2}_{0/+} = \underbrace{-4}_{-}$$

$$x \neq 2$$

אין תשובה דקדוק \leq אין נק' קיצון!

גבולות מה נכנסים עטגרה? תיבה + תשלום דקצין.



נה' קיצון: אין
 תחומי עריה: $-2 < x < 2$
 תחומי ירידה: $x < -2$ או $x > 2$

ד. נקודות פיתול + תחומי קמירות וקעירות

$$y' = -\frac{(3x^2+4)}{(x^2-4)^3} = \frac{-3x^2-4}{(x^2-4)^3}$$

$$y'' = \frac{-6x(x^2-4)^3 - (-3x^2-4) \cdot 3(x^2-4)^2 \cdot 2x}{((x^2-4)^3)^2}$$

$$= \frac{-6x(x^2-4)^3 + 6x(3x^2+4)(x^2-4)^2}{(x^2-4)^6}$$

$$= \frac{-6x(x^2-4)^2 [x^2-4 - (3x^2+4)]}{(x^2-4)^6}$$

$$= \frac{-6x(-2x^2-8)}{(x^2-4)^4}$$

$$y'' = \frac{12x(x^2+4)}{(x^2-4)^4}$$

תיבה y''
 $x \neq \pm 2$

מועמדים לפיתרון

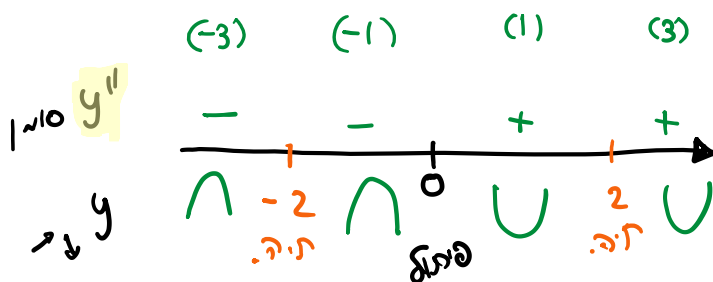
1. כאן לסימנים, תיבה: $x \neq \pm 2 : y$
 תיבה: $x \neq \pm 2 : y''$
 אין הפגש אין נק' אי גידול!

$$\frac{(2x(x^2+4))}{()^4} = 0$$

$$2. y'' = 0$$

$$12x(x^2+4) = 0$$

$$\begin{aligned} \swarrow & \quad \downarrow \\ x=0 & \quad x^2+4=0 \\ & \quad x^2=-4 \\ & \quad \swarrow \quad \searrow \\ & \quad 0/+ \quad - \end{aligned}$$



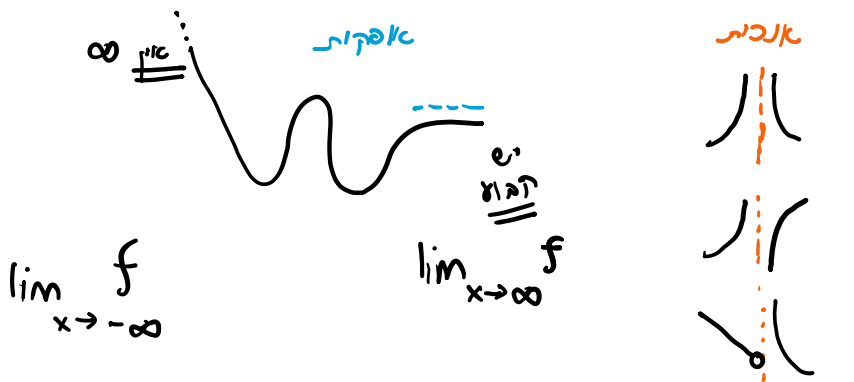
תיבה y + מועמדים : טבלה

$$(0, \infty) \setminus \{2\}$$

$$(-\infty, 0) \setminus \{-2\}$$

סוג:	פיתג (0,0)
תחומי קמיחות:	$2 \neq x > 0$
תחומי תערים:	$-2 \neq x < 0$

ה. אסימפטוטות (אנכית ואופקית - אם יש)



בואו נרדד את ה- x ונראה מה קורה.
במשוואה $x \rightarrow \pm\infty$, בנצלו.

הפ' לא מוגדר
שהאינדקס של
2 ו-1
יש פה חלוקה ל-2 שזה
משוואה $x \rightarrow \pm\infty$.

$$y = \frac{x}{(x^2-4)^2}$$

נבדוק ונראה מה קורה ב- $x = \pm 2$!

אלביר! המושגים $x = \pm 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x^2-4)^2} = \frac{2}{0^+} = \infty$$



$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x}{(x^2-4)^2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{(x^2-4)^2} \stackrel{\frac{0}{\infty}}{=} 0 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2(x^2-4) \cdot 2x} \stackrel{\frac{1}{\infty}}{=} 0$$

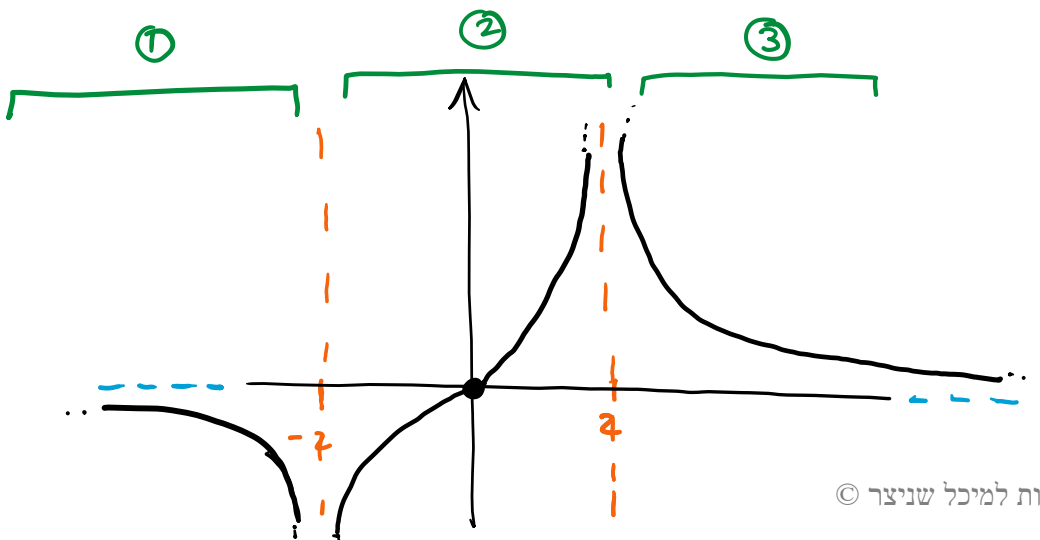
יש א.א. אופקית
 $y=0$ מתן

אופקית!

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{(x^2-4)^2} \stackrel{\frac{0}{\infty}}{=} 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2(x^2-4) \cdot 2x} \stackrel{\frac{1}{\infty}}{=} 0$$

יש א.א. אופקית
 $y=0$ משמאל

1. שרטוט (סקיצה)



2. מצא עבור הפונקציה $y = \sqrt[3]{x^2} - 2x$

ב. נקודות חיתוך עם צירים

$$|(0,0)| \leftarrow f(0) = 0 - 0 = 0 \quad : \chi = 0$$

$$\sqrt[3]{x^2} - 2x = 0 \quad : y = 0$$

$$\sqrt[3]{x^2} = 2x \quad (c)^3$$

$$x^2 = 8x^3$$

$$G = 8x^3 - x^2$$

$$0 = x^2(8x-4)$$

$$x=0 \quad x=\frac{1}{8}$$

$$y = \sqrt[3]{x^2} - 2x = x^{\frac{2}{3}} - 2x$$

ג. נקודות קיצון + תחומי עליה וירידה

$$y' = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} - 2 = \frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}} - 2 = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} - 2$$

עבור סכא הפו' מלכות והולדת לך

$\sim 1.52/c \quad X=0$

חשובים קיצון: ① א' ביטול:

$$\leq \begin{cases} \text{תהי } f: X \rightarrow \mathbb{R} \\ \text{תהי } f: X \rightarrow \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} - 2 = 0$$

$$f' = 0 \quad (2)$$

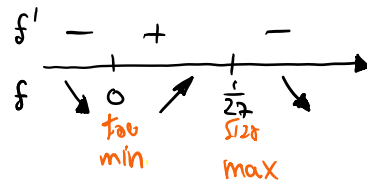
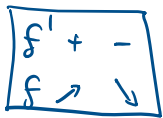
$$\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} = 2$$

$$\cancel{2} = \cancel{2} \cdot 3\sqrt{x} \quad / : 2$$

$$1 = 3\sqrt[3]{x}$$

$$\frac{1}{3} = \sqrt[3]{x} \quad / ()^3$$

$$\frac{1}{27} = x$$



טבלה של ת.י. + ת.מ. ו.י.

$$f(0) = 0$$

$$f\left(\frac{1}{27}\right) = \dots = \frac{1}{27}$$

		$\min(0, 0)$	
		$\max\left(\frac{1}{27}, \frac{1}{27}\right)$	
$(0 < x < \frac{1}{27})$		$(0, \frac{1}{27})$	תחומי עלייה
$(x < 0 \text{ או } x > \frac{1}{27})$	$(-\infty, 0) \text{ או } (\frac{1}{27}, \infty)$		תחומי ירידה

$$y = \sqrt[3]{x^2} - 2x$$

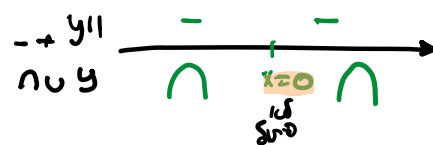
ד. נקודות פיתול + תחומי קמיירות וקעירות

$$y' = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} - 2$$

$$y'' = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) x^{-\frac{4}{3}} = -\frac{2}{9} x^{-\frac{4}{3}} = -\frac{2}{9^3 \sqrt[3]{x^4}}$$

מסלול נקודות קריטיות: 1. אי-יציבות: ת.י. y: x כל x
 ת.י. y: x ≠ 0

2. $y'' = 0$: $-2 = 0$ בנקודה אין



ת.י. y
 מסלול

פיתול: אין
 ת.י. y: אין
 ת.י. y: אין

ה. אסימפטוטות (אם יש)

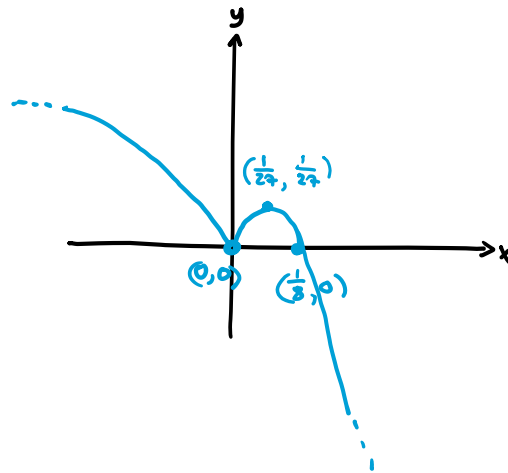
א. אנכית: אין. הפונקציה עולה ב-\$x\$.

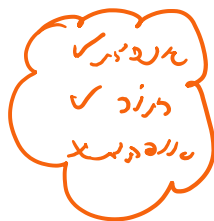
$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{2}{3}} - 2x = \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x} - 2 \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} - 2 \right) = -\infty$$

א. אנכית: אין.
א. אופקית: אין.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^2} - 2x = \infty + \infty = \infty \rightarrow \text{א. אופקית: אין.}$$

ו. שרטוט (סקיצה)





3. מצא אסימפטוטות לפונקציה $y = \frac{x^3 - 3x^2}{9 - x^2}$ (עכשיו תורכם לבד 😊)

נתונה פונקציה f המוגדרת ב $x > 0$ ומקיימת $f'(x) = (x^2 + 3e^x) \cdot \ln(x)$ ו $f(1)=1$ ת.י. f'
מצא כמה פתרונות למשוואה

א. $f(x)=3$: 2

ב. $f(x)=1$: 1

ג. $f(x)=0$: 0

תשובות דק"צ/8

① לא יזכיר! ת.י. f' : סך הכל \Leftarrow אין חידוש בת.י. f' \Leftarrow אין (ק' א' זכיר!)

② $f'=0$:

$$(x^2 + 3e^x) \cdot \ln x = 0$$

\nwarrow ת.י. $\neq 0$ \searrow $\ln x = 0$
 $x = e^0$
 $x=1$

