

## תרגול 1 – פונקציה מעריכית ולוגריתמית

### פונקציית מעריכית $y = e^x$

$$\text{תחום} = \mathbb{R}$$

ת.ה.:  $x \in \mathbb{R}$

$$\mathbb{R}$$

חיוביות:  $x \in \mathbb{R}$

שליליות:  $x \in \mathbb{R}$

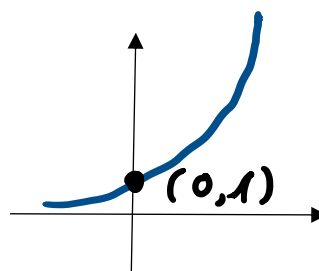
$$\emptyset \quad e^x = -2 \quad \text{לא מוגדר}$$

$$\mathbb{R} \quad e^x > -2$$

$$\emptyset \quad e^x < -2$$

$$\emptyset \quad e^x = 0$$

$$\mathbb{R} \quad e^x > 0$$



$$e^0 = 1$$

$$e^1 = 2.71$$

$$e^2 = 7.38$$

$$e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

משוואה מעריכית היא משוואה שהנעלם נמצא במעריך.

כיצד נפתור משוואה מעריכית?

■ אם משני צידי המשוואה הבסיסים שווים, אז נשווה מעריכים:

$$1. \quad e^x = e^7$$

$$\boxed{x = 7}$$

$$2. \quad e^{8x} = e^1$$

$$8x = 1$$

$$\boxed{x = \frac{1}{8}}$$

$$3. e^{7x-5} = 1$$

$$e^{7x-5} = e^0$$

$$7x-5 = 0$$

$$7x = 5 \quad / :7$$

$$\boxed{x = \frac{5}{7}}$$

$$1 = e^0 = e^{-5^0}$$

$$4. \underbrace{e^{2x}}_{+} = \underbrace{-e^{x+1}}_{-}$$

$$\emptyset$$

$$-e^x \neq e^{-x}$$

- כאטעמאל -  
של שטעטל

$$-e^2 \neq (e)^1$$

$$-e \cdot e \neq (e) \cdot (-e)$$

אחרת נשתמש בהגדרת הלוג (הפעולה ההפוכה לפעולה המעריכית):

$$x = \log_a b \leftrightarrow a^x = b \quad \text{הגדרת הלוג}$$

$$x = \ln b \leftrightarrow e^x = b \quad \text{ובפרט}$$

$$5. e^x = 8$$

$$x = \log_e 8 = \ln 8$$

$$6. x(e^{2x} + 2e) = x$$

לסיר עיניך בנעלם (שמינון שונה לס) עעלעם!

$$x(e^{2x} + 2e) - x = 0$$

$$x \cdot [e^{2x} + 2e - 1] = 0$$

$$x = 0 \quad e^{2x} + 2e - 1 = 0$$

$$e^{2x} = \underbrace{1-2e}_{\text{סעלע}}$$

$$\emptyset$$

$$(\cdot) \cdot (\cdot) = 0$$

$$\{0\}$$

חוקי לוגריתמים שכדאי לזכור:

$$\ln e^a = a \quad \text{"לני"}$$

$$e^{\ln a} = a \quad \text{"אילן"}$$

7.  $\ln e^3 = x$

$$3 = x$$

$$\log_a b$$

$$b > 0 \text{ וגו' } a > 0, a \neq 1$$

8.  $e^{\ln x} = 5$

$$x = 5$$

$$x > 0$$

שאלה עם שימוש ב t:

9.  $(4^x - 11 \cdot 2^x + 24)e^{x+2} = 0$

$$(a) \cdot (b) = 0$$

$$4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2$$

$$4^x - 11 \cdot 2^x + 24 = 0$$

$$2^x = t$$

$$t^2 - 11t + 24 = 0$$

$$t = 8$$

$$t = 3$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 3$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

$$x = \log_2 3$$

$$\begin{aligned} 2^x &= 3 \quad / \log_2 (\cdot) \\ \log_2 2^x &= \log_2 3 \\ x &= \log_2 3 \end{aligned}$$

10.  $e^{2x-2} - 5e^{x-1} + 6 = 0$

$$e^{2x-2} \cdot e^{x-1} = e$$

$$e^{2x} \cdot e^{-2} - 5e^x \cdot e^{-1} + 6 = 0$$

$$t = e^x$$

$$\frac{t^2}{e^2} - \frac{5t}{e} + 6 = 0$$

$$t^2 - 5et + 6e^2 = 0$$

$$t_{1/2} = \frac{5e \pm \sqrt{(5e)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6e^2}}{2 \cdot 1} = \frac{5e \pm \sqrt{25e^2 - 24e^2}}{2} = \frac{5e \pm \sqrt{e^2}}{2}$$

$$= \frac{5e \pm e}{2} = \begin{cases} \frac{6e}{2} = 3e \\ \frac{4e}{2} = 2e \end{cases}$$

$$t = 3e$$

$$t = 2e$$

$$e^x = 3e$$

$$e^x = 2e$$

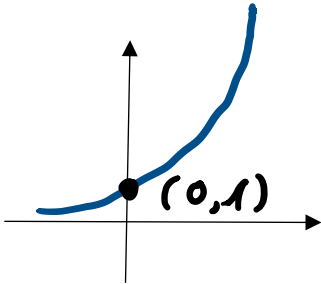
$$x = \ln(3e)$$

$$x = \ln(2e)$$

$$x = \ln 3 + \ln e$$

$$x = \ln 3 + 1$$

$$y = e^x$$

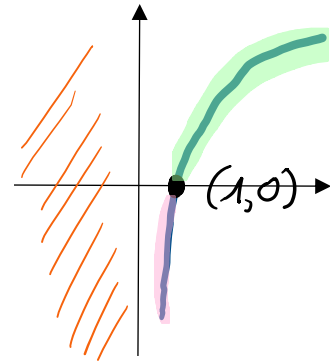


פונקציית לוגריתמית  $y = \ln x$  ( $y = \log_e x$ )

ת.ה.:  $x > 0$

חיוביות:  $x > 1$

שליליות:  $0 < x < 1$



$$\ln 0 = \text{לא מוגדר}$$

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln(-5) = \text{לא מוגדר}$$

$$\ln e^7 = 7$$

כיצד נפתור משוואה לוגריתמית פשוטה?

אם משני צידי השווה מופיעה לוג ובסיס הלוג זהה  $\rightarrow$  נשווה ארגומנטים

1.  $\ln x = \ln 8$

$$x = 8$$

הסימן  
האמיתי

ת.ה.:  
 $x > 0$

2.  $\ln(x+1) = 6$

ת.ה.:  
 $x+1 > 0$   
 $x > -1$

$$\log_a b = c$$

$$\leftrightarrow a^c = b$$

$$x+1 = e^6$$

$$x = e^6 - 1$$

אם מצד אחד מופיע לוג ומצד שני מספר -> נפעיל את הגדרת הלוג

3.  $\ln x = 5$

$x = e^5$

תנאי:  $x > 0$

4.  $\ln(x+6) = 10$

$x+6 = e^{10}$

$x = e^{10} - 6$

תנאי:  $x+6 > 0$   
 $x > -6$

$\log_e(x+6) = 10$

5.  $x \ln^2 x = 5x \ln x$

$x \ln^2 x - 5x \ln x = 0$

$x \ln x \cdot (\ln x - 5) = 0$

$x \neq 0$   
לכנס  
תנאי.

$\ln x = 0$

$x = e^0$

$x = 1$

$\ln x - 5 = 0$

$\ln x = 5$

$x = e^5$

לפי מידע לפתור

תנאי:  $x > 0$

$x \cdot e^x = 5$

$x \cdot \ln x = 5$

$\ln x^2 = \ln(x \cdot x)$

$\ln^2 x = (\ln x) \cdot (\ln x)$

$(\ln x)^2 = (\ln x) \cdot (\ln x)$

שאלה עם שימוש ב t:

6.  $x(2 \ln^3 x - 5 \ln^2 x) = 3x \ln x$

אזכור:  $x \neq 0$   
כי  $x > 0$

תנאי:  $x > 0$

$x(2 \ln^3 x - 5 \ln^2 x) - 3x \ln x = 0$

$2x \ln^3 x - 5x \ln^2 x - 3x \ln x = 0$

$x \ln x \cdot (2 \ln^2 x - 5 \ln x - 3) = 0$

$x \neq 0$   
תנאי.

$\ln x = 0$

$x = e^0$

$x = 1$

$2 \ln^2 x - 5 \ln x - 3 = 0$

$\ln x = t$

$2t^2 - 5t - 3 = 0$

$t = 3$     $t = -\frac{1}{2}$

$\ln x = 3$

$x = e^3$

$\ln x = -\frac{1}{2}$

$x = e^{-\frac{1}{2}}$

$x = \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$

כללי חיבור וחיסור לוגריתמים:

$$\ln a + \ln b = \ln(a \cdot b)$$

$$\ln a - \ln b = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

7.  $\ln x + \ln(x+1) = \ln 12$

$$\ln [x(x+1)] = \ln 12$$

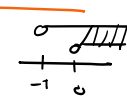
$$x(x+1) = 12$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$x = 3, -4$$

ת.ה.  
 $x > 0$  1.  
 $x+1 > 0$  2.  
 $x > -1$  ← } של  


---

  
 $x > 0$

8.  $\ln(x+e) - \ln x = 2$

$$\ln \frac{x+e}{x} = 2$$

$$\frac{x+e}{x} = e^2$$

$$x+e = e^2 \cdot x$$

$$x - x e^2 = -e$$

$$x(1-e^2) = -e$$

$$x = \frac{-e}{1-e^2} = \frac{e}{e^2-1}$$

ת.ה.  
 $x > -e$  1.  
 $x+e > 0$  2.  
 $x > 0$  } של  


---

 $x > 0$