

## קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

### א. פונקציות

#### תרגיל 1

1. פתרו את המשוואות הבאות

א.  $(x^2 - 3x + 2)(x - 4) = 0$

ב.  $x^3 + 6x = 5x^2$

ג.  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

ד.  $x^4 + x^2 - 2 = 0$

ה.  $x + \sqrt{x} - 6 = 0$

ו.  $x + \sqrt{x+2} = 4$

ז.  $(\sqrt{x} - 1)(x^2 + x - 6) = 0$

תשובה: א. 1,2,4 ב. 0,2,3 ג.  $\pm 1, \pm 3$  ד.  $\pm 1$  ה. 4 ו. 2 הציבו  $t = \sqrt{x+2}$  ז. 1,2

2. פרקו לגורמים

א.  $x^2 - 16$

ב.  $18x^2 - 8$

ג.  $x^2 - x - 2$

ד.  $3x^2 - x - 2$

ה.  $x^2 - 10x + 25$

ו.  $5x^2 - 3x - 2$

תשובה: א.  $(x-4)(x+4)$  ב.  $2(3x-2)(3x+2)$  ג.  $(x-2)(x+1)$  ד.  $(3x+2)(x-1)$

ה.  $(x-5)^2$  ו.  $(5x+2)(x-1)$

3. פתרו את המשוואות הבאות

א.  $e^{2x} = 1$

ב.  $e^{2-x} = e$

ג.  $2^x = 5$

ד.  $4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$

ה.  $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$

ו.  $e^{2x} + 2e^x - 8 = 0$

ז.  $\ln(x+1) = 2$

ח.  $\ln^2 x - 3\ln x - 4 = 0$

ט.  $x(e^{2x} + e) = x$

י.  $x\ln^2 x - x\ln x = 0$

יא.  $(x+2)(\ln^2 x - 1) = 0$

תשובה: א. 0 ב. 1 ג.  $\log_2 5$  ד.  $\log_2 3$  ה.  $\ln 2$  ו.  $\ln 2$  ז.  $e^2 - 1$  ח.  $\frac{1}{e}, e^4$  ט. 0 י.  $1, e$

יא.  $e_1 \frac{1}{e}$

4.

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

- א. שרטט באותה מערכת צירים את הישרים  $y = 2x$  ו-  $y = 6 - x$
- ב. שרטט את הישר העובר דרך  $(1,1)$  ו-  $(3,5)$ , מצאו משוואת ישר זה.
- ג. מצאו משוואת ישר העובר דרך הנקודות
- a.  $(1,-2)$  ו-  $(-3,6)$
- b.  $(3,1)$  ו-  $(6,-2)$
- c.  $(-3,1)$  ו-  $(6,1)$
- ד. הראה כי הנקודות  $(2,-1), (0,1), (3,-2)$  נמצאות על אותו ישר, מצאו משוואת ישר זה.
- תשובה: ב.  $y = 2x - 1$  ג.  $y = -2x$ ,  $y = 4 - x$ ,  $y = 1$  ד.  $y = 1 - x$

**תרגיל 2**

1. שרטטו את הפונקציות כולל חיתוך עם צירים וקודקוד
- א.  $y = 2x - \frac{1}{5}x^2$  ו-  $y = 10 - x$
- ב.  $y = x^2 + 4x - 5$  ו-  $y = 2x - 5$
- ג.  $y = 32x - 2x^2$
- ד.  $y = |x - 2|$ , לשרטט תחילה את הפונקציה ללא ערך מוחלט
- ה.  $y = |3x^2 - 2x - 5|$ , לשרטט תחילה את הפונקציה ללא ערך מוחלט.

2. פתרו את אי השוויונים

א.  $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

ב.  $x^2 + 3x + 12 > 0$

ג.  $x^2 + 12x + 36 > 0$

ד.  $x^2 - x \geq 0$

ה.  $\frac{x-1}{x+2} \leq 1$

ו.  $\frac{2x-1}{2x-1} > -1$

תשובה: א.  $1 \leq x \leq 2$  ב. כל  $x$  ג.  $x \neq -6$  ד.  $x \geq 1$  או  $x \leq 0$  ה.  $x > -2$  ו.  $x \neq \frac{1}{2}$

3. מפעל לייצור כסאות מצאו כי פונקצית הביקוש הינה  $x = 2000 - 10p$ .  
ההוצאות הן 50 ש"ח לכל כסא.

כאשר  $x$  הוא מספר הכסאות שיימכרו בחודש ו-  $p$  הוא המחיר בש"ח לכסא.  
א. בטאו את ההכנסה החודשית  $R$  ואת ההוצאה החודשית  $C$ , כפונקציה של  $x$ .

- ב. תארו גרפית את  $R$  ו-  $C$ , באותה מערכת צירים ומצאו את אזורי הרווח וההפסד.

ג. כמה מוצרים יש ליצר על מנת לקבל הכנסה מקסימאלית.

ד. מצאו את הכמויות שעבורם הכנסת המפעל שווה להוצאה.

תשובה: א.  $R(x) = x(200 - \frac{1}{10}x)$ ,  $C(x) = 50x$  ג. 1000 ד. 0,1500

4. מפעל לייצור רובוטי משחק מצאו כי פונקצית הביקוש הינה  $x = 250 - 5p$ .

ההוצאות הן 1 ש"ח לכל רובוט וכן יש הוצאות קבועות בסך 1800 ש"ח לחודש.

כאשר  $x$  הוא מספר הרובוטים שיימכרו בחודש ו-  $p$  הוא המחיר בש"ח לרובוט.

א. בטאו את ההכנסה החודשית  $R$  ואת ההוצאה החודשית  $C$ , כפונקציה של המחיר  $p$ .

- ב. תארו גרפית את  $R$  ו-  $C$ , באותה מערכת צירים ומצאו את אזורי הרווח וההפסד.

## קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

ג. מצאו את נקודות האיזון, כלומר המחירים שעבורם הכנסת המפעל שווה להוצאה.

תשובה: א.  $C(p) = 2050 - 5p$ ,  $R(p) = p(250 - 5p)$  ג. 10,41

5. יבואן שולחנות מהדור מצא כי פונקציית הביקוש ופונקציית ההוצאות בש"ח הן:

$$C = 1500 + 10x, \quad p = 50 - \frac{1}{5}x$$

כאשר  $x$  הוא מספר השולחנות שיימכרו ו-  $p$  הוא המחיר לשולחן.

רשמו את פונקציית הרווח לפי  $x$  ומצאו את המחיר שיש לקבוע לשולחן ואת הכמות כדי שרווח של היבואן יהיה מקסימלי.

תשובה: מחיר 30. כמות 100

6. (תרגיל כיתה) יצרן צעצועים בצורת כורי גרעין מטהרן מצא כי פונקציית הביקוש הינה

$$x = 100 - 2p$$

ההוצאות הן 10 דינר לכל כור מצעצוע וכן הוצאות קבועות של 600 דינר לחודש.

כאשר  $x$  הוא מספר כורי הצעצוע שיימכרו בחודש ו-  $p$  הוא המחיר בדינר לכור

א. בטאו את ההכנסה החודשית  $R$  ואת ההוצאה החודשית  $C$ , כפונקציה של  $x$ .

ב. מצאו את נקודות האיזון, תארו גרפית את  $R$  ו-  $C$ , באותה מערכת צירים ומצאו את אזורי הרווח וההפסד.

ג. כמה מוצרים יש ליצר על מנת לקבל הכנסה מקסימאלית.

ד. שרטטו את פונקציית הרווח.

7. (תרגיל כיתה) מועדון רכיבה שליד חוף הים באודסה מצא כי פונקציית העלות הכוללת של  $x$  סדנאות

רכיבה טיפולית נתונה על ידי  $C(x) = 10x$  (אלפי גריבנה) כאשר  $x$  הוא מספר הסדנאות בחודש ו-  $p$

(אלפי גריבנה) מחיר כל לסדנא לרוכבים הוא:  $x = -6p + 240$  פונקציית הביקוש היא:

א. מצאו את פונקציית ההכנסה ופונקציית ההוצאה החודשי לפי המשתנה  $x$  ושרטט אותן,

קבע מה יהיו נקודות האיזון.

ב. מצאו את פונקציית הרווח החודשי של המועדון לפי המשתנה  $x$  ושרטטו אותה.

ג. כמה סדנאות יש לקיים בחודש על מנת שהרווח שלו יהיה מקסימלי? ומה יהיה אז

המחיר לסדנא?

8. מפעל לייצור תיקים מצא כי אם המחיר לכל תיק יעמוד על  $p$  ש, הביקוש היומי הינו:  $p = 200 - \frac{x}{8}$

תיקים ביום.

ידוע כי למפעל עלות יצור כוללת של  $C(x) = 100x + 300$  ש,

קבעו מהי הטענה שאינה הנכונה

1. פונקציית הרווח היומי עולה התחום שבו  $0 \leq x \leq 1200$ .

2. הרווח היומי יהיה המקסימאלי יהיה כאשר כל תיק יימכר ב- 150 ש.

3. הרווח היומי יהיה המקסימאלי יהיה כאשר יימכר 400 תיקים.

4. כל עליה של שקל במחיר תגרום לירידה של 8 תיקים בביקוש.

5. הרווח השולי קטן בכל התחום.

### תרגיל 3

$$1. \text{ נסמן } f(x) = \begin{cases} x^2 & -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \text{ שרטטו את } f \text{ ומצאו}$$

א. תחום ההגדרה של  $f$ .

ב. האם  $f$  חח"ע?

ג. חשבו את תמונת  $f$ .

תשובה: א.  $-1 \leq x \leq 1$  ב. לא ג.  $0 \leq y \leq 1$

$$2. \text{ נסמן } f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 3-x & 1 < x < 2 \\ x & 2 \leq x \leq 3 \end{cases} \text{ שרטטו את } f \text{ ומצאו}$$

א. תחום ההגדרה של  $f$ .

ב. האם  $f$  חח"ע?

ג. חשבו את תמונת  $f$ .

תשובה: א.  $x > -1$  ג. כל  $R$

$$3. \text{ נסמן } f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 3-x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \text{ שרטטו את } f \text{ ומצאו}$$

א. תחום ההגדרה של  $f$ .

ב. מצא האם  $f$  חח"ע וחשב את תמונת  $f$ .

תשובה: א.  $0 \leq x \leq 2$  ב. כן, התמונה  $0 \leq y \leq 2$

$$4. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \begin{cases} x+2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x < 2 \\ x-1 & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

שרטטו את  $f$  ומצאו את התמונה ובדקו האם היא חד ערכית

תשובה: התמונה של  $f$  היא  $0 < y \leq 3$  אבל  $f$  אינה חד ערכית.

5. פסיכולוג קליני מהעיר מרקש שבמרוקו גובה מכל מטופל תשלום חד פעמי של 100 דירהם עבור דמי רישום ובנוסף על כל אחד מ-10 שעות הטיפול הראשונות (טיפול לא חייב להיות שעה שלמה) הוא גובה 50 דירהם לשעה ועל שעת טיפול נוספת (מעבר לשעה ה-10) הוא גובה 80 דירהם לשעה. מטופל יכול לקבל לכל היותר 20 שעות טיפול לאחר מכן הפסיכולוג מתייאש ומפנה את המטופל לכפרים לטיפול בשיטות מסורתיות.

א. רשום באמצעות פונקציה מפוצלת  $f(x)$  את עלות הטיפול הכוללת ל- $x$  טיפולים, עבור

$$0 \leq x \leq 20$$

ב. שרטטו גרף של  $f$  ומצאו האם  $f$  חח"ע וחשב את תמונת  $f$ .

6. חשב את הסכומים

א. 1. חשבו  $\sum_{k=1}^{10} 3$

2. חשבו  $\sum_{k=1}^{10} k$

3. בהסתמך על סעיפים קודמים חשבו  $\sum_{k=1}^{10} (2k-3)$

ב. חשבו  $\sum_{k=1}^5 (t+k^2-2k)$  והראה כי סכום זה שווה גם ל-  $5t + \sum_{k=1}^5 k^2 - 2\sum_{k=1}^5 k$

ג. נתון ש-  $\sum_{i=1}^n x_i = 20$  ו-  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 80$  חשבו את תוך שימוש בתכונות ה-  $\sum$

a.  $\sum_{i=1}^n (x_i^2 - x_i)$

b.  $\sum_{i=1}^n (x_i - 2)^2$

c.  $\sum_{i=1}^n (x_i + 2)(x_i + 1)$

ד. חשבו את  $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 (i+j)$

ה. נתונה הטבלה

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_k$	3	3	10	6	7	5	1	4	-3

חשבו

1.  $\sum_{k=1}^9 x_k$

2.  $\sum_{k=1}^9 (x_k)^2$

3.  $\sum_{k=1}^9 (x_k - k)^2$

4.  $\sum_{k=1}^4 |x_k - x_{10-k}|$ , הסימן  $||$  הוא ערך מוחלט.

תשובה: א. 1. 30 2. 55 3. 80 ב.  $5t + 25$  ג. a. 60 b.  $4n$  c.  $140 + 2n$  ד. 54  
ה. 1. 36 2. 254 3. 259 4. 17

## תרגיל 4

### ב. גבולות

1. נסמן  $f(x) = \begin{cases} 1+x & -1 \leq x < 1 \\ 6-2x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של  $f$ .

ב. שרטטו גרף של  $f$  ומצאו האם  $f$  חז"ע וחשבו את תמונת  $f$ .

ג. האם  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  קיים? אם כן מה ערכו

תשובה: א.  $-1 \leq x \leq 2$ . ב. לא, התמונה  $0 \leq y \leq 4$ , ג. לא

2. נסמן  $f(x) = \begin{cases} x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ 6-x & 2 < x \leq 4 \end{cases}$

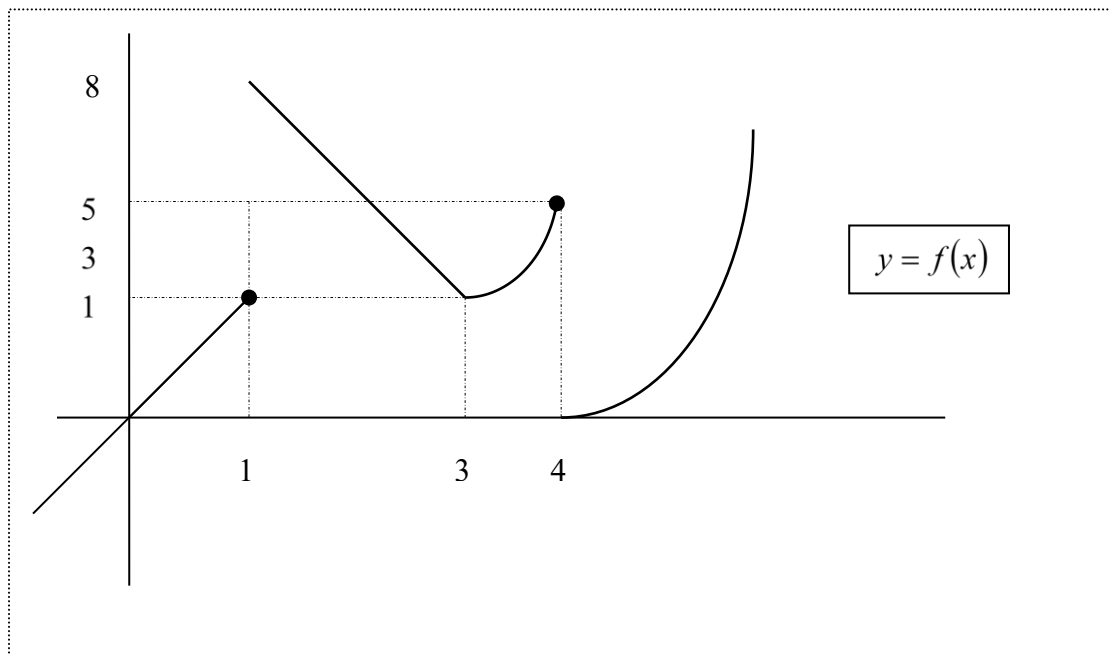
א. מצאו את תחום ההגדרה של  $f$ .

ב. שרטטו גרף של  $f$  ומצאו האם  $f$  חז"ע וחשבו את תמונת  $f$ .

ג. האם  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  קיים? אם כן מה ערכו

תשובה: א.  $-2 \leq x \leq 4$ . ב. לא, התמונה  $0 \leq y \leq 4$ , ג. כן 4

3. חשבו/י את הגבולות:  $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$  ו- $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$  וקבעו האם  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  קיים עבור  $c = 0, 1, 3, 4$



4. חשבו/י את הגבולות (מהצורה  $\frac{0}{0}$ ):

ב.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$

ד.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

ו.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5+x^2}-3}{x^3-8}$

א.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x-8}{x^2-x-2}$

ג.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{x^3-x}$

ה.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$

תשובה: א. 2. ב.  $\frac{1}{4}$ . ג. 0. ד.  $\frac{1}{2}$ . ה.  $\frac{1}{4}$ . ו.  $\frac{1}{18}$

5. הצב בביטוי  $(1 + \frac{1}{x})^x$  את הערכים  $x = 10, 100, 1000, 10000$  והסק כי  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ .

6. נתונה הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{1 - x} & x > 1 \\ \frac{(\sqrt{x+3} - 2)k}{x-1} & x < 1 \end{cases}$$

מצאו עבור אילו ערכי  $k$  הגבול  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  קיים.

תשובה: -12

7. נתונה הפונקציה

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & x < 1 \\ x & 1 < x < 4 \\ 4 - x & 4 < x \end{cases}$$

שרטטו את גרף הפונקציה ומצאו את הגבולות הבאים: מתוך השרטוט

א.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

ב.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$

ג.  $\lim_{x \rightarrow 4} g(x)$

תשובה: א. 1 ב. 2 ג. לא קיים

8. חשבו את הגבולות החד-צדדיים הבאים, במידה והם קיימים:

ב.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|1-x|}{x^2 + x - 2}$

א.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x+2}$

ד.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2^{\frac{2}{x}} + 3}$

ג.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{(x-5)^4}$

תשובה: א. 1 ב. לא קיים ג.  $\infty$  ד. לא קיים

9. חשבו את הגבולות הבאים:

בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים

א.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$

ג.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$

ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$

ה.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x-3x^3}{1+x^2+3x^3}$

ד.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 - 7x}$

ז.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$

ו.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2-1} \quad \text{ט.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-5x}{x^2-3x+1} \quad \text{ח.}$$

תשובה: א. 0 ב.  $\infty$  ג.  $\frac{5}{2}$  ד.  $\frac{5}{2}$  ה.  $-1$  ו. 0 ז. 4 (רמז: שני צמודים) ח.  $\infty$  ט.  $\frac{1}{2}$

10. חשבי את הגבולות הבאים, במידת הצורך הפרד ל-2 מקרים. בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1} \quad \text{ב.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|1-x|}{1-\sqrt{x}} \quad \text{א.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-7|}{x^2+4x-21} \quad \text{ד.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{x^2-4x-21} \quad \text{ג.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|2x-1|-3}{x-2} \quad \text{ו.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} \quad \text{ה.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} - \frac{2}{x^2-1} \quad \text{ח.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \quad \text{ז.}$$

תשובה: א. 2 ב. לא קיים ג.  $\frac{1}{10}$  ד. לא קיים ה.  $\frac{1}{8}$  ו. 2 ז.  $\frac{1}{2}$  ח. לא קיים

## תרגיל 5

1. חשבי את הגבולות הבאים: בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) \quad \text{ג.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^x \quad \text{ב.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x \quad \text{א.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{3x}\right)^{-x^2} \quad \text{ו.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3\sqrt{x}} \quad \text{ה.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{2+x}\right)^{4x} \quad \text{ד.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{x} \quad \text{ט.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\frac{2}{x}} \quad \text{ח.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{3}{x}} \quad \text{ז.}$$

תשובות: א.  $e^2$  ב.  $e^{\frac{1}{3}}$  ג. 2 ד.  $\infty$  ה. 1 ו. 0 ז.  $e^{-6}$  ח. 1 ט. 5

## ג. רציפות

2. קבעי האם הפונקציות הבאות רציפות ב  $x=2$ :

$$f(x) = \begin{cases} x^2+4 & x < 2 \\ x^3 & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = \sqrt{(x-2)^3+5} \quad \text{א.}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{|x-2|}} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

תשובה: ד לא רציפה.

3. סווג את נקודות אי הרציפות של  $f(x) = \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$ .

תשובה:  $x = 0$  סוג I.

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & x \leq 1 \\ \frac{2-\sqrt{x^2+3}}{x-1} & x > 1 \end{cases} \quad \text{4. מצא/י את כל ערכי הפרמטר } a \text{ כך שהפונקציה}$$

תהיה רציפה ב-  $x = 1$   
תשובה:  $a = -\frac{3}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & x < 2 \\ Ax+B & 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{6(x-3)}{x^2-9} & 3 < x \end{cases} \quad \text{5. מצא/י את כל ערכי הפרמטרים } A, B \text{ כך שהפונקציה}$$

תהיה רציפה בכל  $\mathbf{R}$ .

תשובה:  $A = -3, B = 10$

6. תן/תני דוגמא לפונקציה  $f(x)$  המוגדרת בקטע  $[a, b]$  ומקיימת  $f(a) < 0, f(b) > 0$  כך ש  $f(x)$  לא מתאפסת בקטע  $[a, b]$ .

7. מצאו את נקודות אי הרציפות של הפונקציות הבאות וציין את סוגן בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2+x} & x < 1 \\ \frac{4\sqrt{x}-4}{3(x-1)} & x > 1 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{x} & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ \frac{e^x - e^{-x}}{e^x - 1} & x < 0 \end{cases} \quad \text{ב. רמז: השתמש בגבול של אוילר.}$$

$$f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2+|x|-2} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{|x|}}}{x-1} \quad .7$$

תשובה: א.  $x=1$  סוג I,  $x=0$  סוג II,  $x=-1$  סליקה. ב. אין. ג.  $x=1$  סליקה,  $x=-1$  סוג II. ד.  $x=1$  סוג II,  $x=0$  סליקה

$$y = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x - 9}{3 - \sqrt{x}}, & x > 9 \\ ax + b - 6, & 0 \leq x \leq 9 \\ e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \end{cases} \quad .8$$

נתונה הפונקציה

שהפונקציה רציפה לכל  $x$ .

$$b = 6, a = -\frac{20}{3} \quad \text{תשובה:}$$

## תרגיל 6

### 7. נגזרות

א- גזרו את הפונקציות לפי הגדרת הנגזרת :

$$1. f(x) = x^2 + x + 6 \quad \text{בנקודה כללית}$$

$$2. f(x) = 2\sqrt{1-x} \quad \text{בנקודה כללית.}$$

$$3. f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad \text{בנקודה כללית.}$$

$$4. f(x) = \sqrt{x} \quad \text{בנקודה כללית וקבע עבור אילו ערכי } x \text{ הפונקציה גזירה.}$$

$$\text{תשובה: 1. } 2x+1 \quad 2. \frac{1}{\sqrt{1-x}} \quad 3. \frac{-2}{(x-1)^2} \quad 4. \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{כאשר } x > 0.$$

$$5. \text{ הוכח, ע"י שימוש בהגדרה, כי הפונקציה } f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x} \text{ אינה גזירה ב-} x=1$$

## תרגיל 7

ב- גזרו את הפונקציות הבאות לפי כללי הגזירה ,

$$1. y = (3x^2 + x + 1) \cdot e^x \quad 2. y = x^3 \cdot \ln x$$

$$3. y = \sqrt[3]{x} \cdot e^x \quad 4. y = 3^x \ln x$$

5.  $y = \frac{e^x}{x^4}$
6.  $y = \frac{x-1}{x+1}$
7.  $y = \frac{x^2}{x-1}$
8.  $y = \frac{e^x}{x-2}$
9.  $y = (4x-3)^5$
10.  $y = (x^2-1)^7$
11.  $y = 4\sqrt{x-1}$
12.  $y = (x^3+1)^5$
13.  $y = \frac{(2x-5)^6}{3x+7}$
14.  $y = \frac{(x-3)^3}{x-2}$
15.  $y = \sqrt{x^2+5}$
16.  $y = (x+5)^{10}$
17.  $y = \sqrt{\frac{3x-5}{2-4x}}$
18.  $y = \sqrt[5]{x-\sqrt{x}}$
19.  $y = (e^x-1)^7$
20.  $y = e^{x^2}$
21.  $y = x^2 e^{-x}$
22.  $y = x e^{5x}$
23.  $y = x e^{\sqrt{x}}$
24.  $y = x^n e^{mx}$
25.  $y = \ln^2 x$
26.  $y = x \ln^2 x$
27.  $y = x \ln^5 x$
28.  $y = \sqrt{\frac{e^{2x}-1}{e^x-1}}$
29.  $y = \frac{e^{-x}}{x+4}$
30.  $y = \frac{\ln x}{e^x}$
31.  $y = \sqrt{x e^x - 1}$
32.  $y = \sqrt{1-\ln x}$
33.  $y = \sqrt{\frac{e^x}{x-2}}$
34.  $y = \sqrt[3]{x e^{3x}}$
35.  $y = \ln^2(3^x-1)$
36.  $y = \ln(e^x - e^{-x})$
37.  $y = \ln(x e^{2x} - 1)$
38.  $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
39.  $y = \sqrt{x \ln x}$
40.  $y = x \cdot e^{\frac{2}{x}}$
41.  $y = e^{e^x}$

תשובות:

1.  $y' = (3x^2 + 7x + 2) \cdot e^x$
2.  $y' = x^2(3 \ln x + 1)$
3.  $y' = e^x \left( \frac{1+3x}{3\sqrt[3]{x^2}} \right)$
4.  $y' = 3^x \left( \ln 3 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$
5.  $y' = \frac{e^x \cdot (x-4)}{x^5}$
6.  $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$
7.  $y' = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$
8.  $y' = \frac{(x-3) \cdot e^x}{(x-2)^2}$
9.  $y' = 20(4x-3)^4$

$$\begin{aligned}
 & .y' = 15x^2(x^3 + 1)^4 \quad .12 \quad .y' = \frac{2}{\sqrt{x-1}} \quad .11 \quad .y' = 14x \cdot (x^2 - 1)^6 \quad .10 \\
 & .y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}} \quad .15 \quad .y' = \frac{(x-3)^2(2x-3)}{(x-2)^2} \quad .14 \quad .y' = \frac{3(2x-5)^5(10x+33)}{(3x+7)^2} \quad .13 \\
 & .y' = \frac{2\sqrt{x}-1}{10\sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{(x-\sqrt{x})^4}} \quad .18 \quad .y' = \frac{-7}{(2-4x)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{3x-5}} \quad .17 \quad .y' = 10(x+5)^9 \quad .16 \\
 & .y' = (2x-x^2) \cdot e^{-x} \quad .21 \quad .y' = 2xe^{x^2} \quad .20 \quad .y' = 7e^x(e^x - 1)^6 \quad .19 \\
 & .y' = x^{n-1}e^{mx}(n+mx) \quad .24 \quad .y' = (1 + \frac{1}{2}\sqrt{x}) \cdot e^{\sqrt{x}} \quad .23 \quad .y' = (1+5x) \cdot e^{5x} \quad .22 \\
 & .y' = \ln^5 x + 5\ln^4 x \quad .27 \quad .y' = \ln^2 x + 2\ln x \quad .26 \quad .y' = \frac{2\ln x}{x} \quad .25 \\
 & .y' = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}} \quad .28 \quad (\text{פרקו וצמצמו לפני גזירה}) \\
 & .y' = \frac{1-x\ln x}{xe^x} \quad .30 \quad .y' = \frac{-e^{-x}(x+5)}{(x+4)^2} \quad .29 \\
 & .y' = \frac{(x-3)\sqrt{e^x}}{2 \cdot \sqrt{(x-2)^3}} \quad .33 \quad .y' = -\frac{1}{2x\sqrt{1-\ln x}} \quad .32 \quad .y' = \frac{e^x(x+1)}{2\sqrt{xe^x-1}} \quad .31 \\
 & .y' = \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1} \quad .36 \quad .y' = \frac{2 \cdot 3^x \cdot \ln 3 \cdot \ln(3^x-1)}{3^x-1} \quad .35 \quad .y' = \frac{e^x(3x+1)}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}} \quad .34 \\
 & .y' = \frac{\ln x+1}{2 \cdot \sqrt{x\ln x}} \quad .39 \quad .y' = \frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}} \quad .38 \quad .y' = \frac{e^{2x}(1+2x)}{xe^{2x}-1} \quad .37 \\
 & .y' = e^{e^x+x} \quad .41 \quad y = \left(1 - \frac{2}{x}\right) \cdot e^{\frac{2}{x}} \quad .40
 \end{aligned}$$

48. (תרגול נוסף) מצאו את הנגזרות של הפונקציות המערכיות הבאות:

$$f(x) = 7^{x^2} \quad .7 \quad f(x) = (x+1)^3 e^x \quad .ג \quad f(x) = \frac{e^x}{x^3} \quad .ב \quad f(x) = e^{x^3-3x^2+1} \quad .א$$

תשובה:

$$f'(x) = 2x \cdot 7^{x^2} \ln 7 \quad .7 \quad f'(x) = (x+1)^2 e^x (x+4) \quad .ג \quad f'(x) = \frac{e^x(x-3)}{x^4} \quad .ב \quad f'(x) = (3x^2-6x)e^{x^3-3x^2+1} \quad .א$$

49. (תרגול נוסף) מצאו את הנגזרות של הפונקציות הלוגריתמיות הבאות:

$$f(x) = \sqrt[3]{1+\ln x} \quad .7 \quad f(x) = \ln^3 x \quad .ג \quad f(x) = \ln(1-x^2) \quad .ב \quad f(x) = \ln(5x) \quad .א$$

$$f(x) = \log_4(2x+1) \quad .ה \quad f(x) = \ln^2(3x) \quad .ז \quad f(x) = e^{2+\ln x} \quad .ו \quad f(x) = \frac{x}{\ln x} \quad .ה$$

תשובה:

$$f'(x) = \frac{1}{3x\sqrt[3]{(1+\ln x)^2}} \quad .7 \quad f'(x) = \frac{3\ln^2 x}{x} \quad .ג \quad f'(x) = \frac{-2x}{1-x^2} \quad .ב \quad f'(x) = \frac{1}{x} \quad .א$$

$$\text{ה. } f'(x) = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x} \quad \text{ו. } f'(x) = e^2 \quad \text{ז. } f'(x) = \frac{2 \ln(3x)}{x} \quad \text{ח. } f'(x) = \frac{2}{(2x+1) \ln 4}$$

ג- גזרו בעזרת נגזרת לוגריתמית

$$1. \quad y = x^{3x}$$

$$2. \quad y = x^{3x} e^x$$

$$3. \quad y = x^{x^{\frac{2}{x^2}}}$$

$$4. \quad y = \frac{x^2 e^x}{(x+1)^3} \quad \text{ב- } x=1$$

$$\text{תשובה: א. } y' = 3x^{3x}(\ln x + 1) \quad \text{ב. } y' = x^{3x}(3 \ln x + 4)e^x \quad \text{ג. } y' = x^{\frac{2}{x^2}} \frac{2(1-2 \ln x)}{x^3}$$

$$7. \quad \frac{3e}{16}$$

ד- תרגילים נוספים

1. חשבו את הנגזרות

$$\text{א. } x = 2t^3 - t + 1 \quad \text{חשבו } \frac{dx}{dt}$$

$$\text{ב. } x = a \ln t - t^2 e^t \quad \text{חשבו } \frac{dx}{dt} \quad \text{ב- } t=1$$

$$\text{ג. } x^2 = 2t + 5 \quad \text{חשבו } \frac{dx}{dt} \quad \text{בנקודה } (t, x) = (2, -3)$$

$$\text{ד. הביקוש נתון על ידי } p = 1200 - 3x - 4\sqrt{x} \quad \text{כאשר } p \text{ המחיר ליחידה ו- } x \text{ הכמות}$$

$$\text{חשבו } \frac{dp}{dx} \quad \text{ב- } x=4 \quad \text{והסבר את התוצאה.}$$

$$\text{תשובה: א. } x' = 6t^2 - 1 \quad \text{ב. } a - 3e \quad \text{ג. } -1/3 \quad \text{ד. } -4$$

$$2. \quad \text{נתונה הפונקציה } f(x) = x^2 + bx + c \quad \text{ידוע כי } f(0) = 5, \quad f'(0) = -2 \quad \text{מצאו את הפונקציה.}$$

$$\text{תשובה: } x^2 - 2x + 5$$

$$3. \quad \text{(תרגיל כיתה) מצאו את הנקודות בהן ערך הנגזרת של הפונקציה } f(x) = x^3 + 3x^2 - 40x + 3 \quad \text{שווה ל-5.}$$

$$\text{תשובה: } 3, -5$$

$$4. \quad \text{מצאו את נקודות החיתוך של הגרפים של שתי הפונקציות הבאות}$$

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = \frac{x}{5} + 1.2 \quad \text{וציין עבור כל נקודת חיתוך את הגרף ששיפועו גדול יותר.}$$

$$\text{תשובה: } x=4, f \quad \text{ו- } x=9, g$$

$$5. \quad \text{(תרגיל כיתה) הראה שהפונקציה } f(x) = e^{3x} \quad \text{מקיימת לכל } x \quad f''(x) - 2f'(x) - 3f(x) = 0$$

$$6. \quad \text{(תרגיל כיתה) הראה שהפונקציה } f(x) = x^2 + x + 5 \quad \text{מקיימת לכל } x \quad 5f''(x) + xf'(x) - 2f(x) + x = 0$$

$$7. \quad \text{מצאו מספר } a \quad \text{כך שהפונקציה } f(x) = e^{ax} \quad \text{תקיים לכל } x \quad f''(x) - 2f'(x) - 15f(x) = 0$$

$$8. \quad \text{(תרגיל כיתה) נתונה } f(x) = x^x \quad \text{מצאו את } f'(x)$$

תשובה:  $x^x(\ln x + 1)$

9. נתונה  $f(x) = x^{\ln x}$  מצאו את  $f'(x)$

תשובה:  $\frac{2x^{\ln x} \ln x}{x}$

10. נתונה הפונקציה המקיימת ש-  $f(1) = 3, f'(1) = 12$

i. נסמן  $g(x) = \sqrt{f(x) + 6}$  חשבו  $g'(1)$

ii. נסמן  $h(x) = \sqrt{f(x^2) + 6}$  חשבו  $h'(1)$

iii. נסמן  $k(x) = \sqrt{f^2(x) + 6}$  חשבו  $k'(1)$ , שימו לב  $f^2(x) = (f(x))^2$

תשובה: א. 2 ב. 4 ג.  $\frac{36}{\sqrt{15}}$

## תרגיל 8

1. נתונה הפונקציה המקיימת ש-  $f(2) = 4, f'(2) = 15$  נסמן  $g(x) = \frac{f(x+1)+1}{f(2x)+2}$  חשבו

$g'(1)$

תשובה:  $-\frac{5}{3}$

2. העלות (בדולרים) של ייצור  $x$  מכשירי רדיו ליום היא  $C(x) = 1000 + 100x - \frac{x^2}{2}$

$(0 \leq x \leq 100)$

א. מהי פונקציית העלות השולית ברמת ייצור של  $x$  מכשירים?

ב. חשבו את העלות השולית ברמת ייצור של 80 מכשירים ופרשו את התוצאה.

ג. חשבו את העלות המדויקת של ייצור המכשיר ה- 81 והשוו עלות זו עם התוצאה מסעיף ב'.

ד. חשבו את  $C'(50)$  ופרשו את התוצאה.

ה. הראה כי העלות השולית פוחתת

תשובה: א.  $C'(x) = 100 - x$  ב.  $20\$$  ג.  $19.5\$$  ד.  $C'(50) = 50$

3. (תרגיל כיתה) בפיצוציה ביפו אנשים מוכנים לקנות  $x$  ק"ג של טבק ליום במחיר של  $p$

שקלים לרבע קילו, על-פי משוואת הביקוש הבאה:

$$x = 100 - p^2 \quad (1 \leq p \leq 10)$$

א. מציאו את  $\frac{dx}{dp}$ , קצב שינוי הביקוש כפונקציה של המחיר  $p$ .

ב. חשבו את  $\frac{dx}{dp}$  עבור  $p = 2$  ו-  $p = 8$  ופרשו את התוצאות.

ג. מהי פונקציית ההכנסה השולית  $R'(p)$ ?

ד. באיזה תחום של מחירים פונקציית ההכנסה,  $R(p)$ , עולה?

ה. הראו כי  $R'' < 0$  והסבירו את המשמעות.

תשובה: א.  $\frac{dx}{dp} = -2p$  ב.  $-4, -16$  ג.  $R'(p) = 400 - 12p^2$

ד. כאשר  $1 < p < 5.77$ :  $R(p)$  עולה,

4. הביקוש (בטון) לפפריקה הונגרית נתון על ידי הפונקציה  $x = 100 - 3 \cdot \sqrt[3]{p}$

כאשר  $p$  שוה המחיר לצרכן לטון פפריקה ו- $x$  הכמות (בטון) של הפפריקה הונגרית

א. מצאו את  $\frac{dx}{dp}(8)$  והסבירו את המשמעות הכלכלית של התוצאה.

ב. האם פונקציית הביקוש עולה או יורדת עם העלייה במחיר לצרכן לטון?

ג. רשמו את פונקציית ההכנסה ומצאו באיזה מחיר לטון תהיה ההכנסה השולית כתוצאה

מהעלאת המחיר לטון ב-1 שוה, שווה ל-60 שוה.

תשובה: א.  $-\frac{1}{4}$ , עליית המחיר מ-8 ל-9 שוה לטון תגרור ירידה של  $\frac{1}{4}$  טון בביקוש

ב. יורד ג. 1000 שוה.

5. בדקו האם הפונקציות הבאות זוגיות או אי זוגיות

א.  $f(x) = x^4 - x^2 \cdot \ln x^2$

ב.  $f(x) = x \cdot |x| - x + 1$

ג.  $f(x) = \frac{e^{|x|}}{x^3 - x}$

תשובה: א. זוגית ב. כללית ג. אי זוגית

### ה. כלל לופיטל

חשבו את הגבולות הבאים במידת האפשר בעזרת כלל לופיטל:  
יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים.

בנקודה  $x = 0$  אי רציפות  
סוג שני.

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}$ , הפרד לשני

מקרים

10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{x^2 - 1}$

11.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{(2x-1)^5}$

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x - 1}{e^x - x + 1}$

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + x - 3^x}{3^x + x - 4^x}$

14.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{2x} + x - 1)}{3x}$

15.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$

16.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln^2 x}{x^2 - 1}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 4x - 1}{x^2}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sqrt[3]{x^4}}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln^3 x$

7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot \ln x}{x-1}$

8. חשב:  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot e^{\frac{1}{x}}$ , (הפרד)

לשני מקרים) והראה כי יש

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{\ln x}} \quad .20$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x} \quad .21$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{\frac{1}{x}} \quad .17$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x^2)^{\frac{1}{x}} \quad .18$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+3^x)^{\frac{2}{x}} \quad .19$$

תשובה:

$\infty$ .15	.8 לא קיים	2 .1
1 .16	.9 לא קיים	0 .2
$e$ .17	0 .10	
1 .18	$\frac{1}{32}$ .11	8 .3
9 .19	1 .12	0 .4
$e$ .20	0 .13	0 .5
1 .21	$\frac{2}{3}$ .14	0 .6
		1 .7

22. חשב את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x}{x}$ , רמז: יש להחליף מונה ומכנה.

תשובה: 0

23. נתונה הפונקציה  $y = \begin{cases} x^x & x > 0 \\ ax + b & -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{\ln(x^2)}{x+1} & x < -1 \end{cases}$  מצאו  $a$  ו- $b$ , אם נתון שהפונקציה רציפה לכל  $x$ .

תשובה:  $a=3, b=1$

## תרגיל 9

### 1. משיקים

1. מצא/י את משוואת המשיק לפונקציה  $y = xe^x$  בנקודות  $x=0$  ו- $x=-1$ .

תשובה:  $y=x$  ו- $y=-\frac{1}{e}$

2. מצא/י נקודה על גרף הפונקציה  $y = (x-1)^3$  שבה המשיק מקביל לישר  $y=12x$ .  
תשובה:  $(-1, -8), (3, 8)$

3. (תרגיל כיתה) מצא/י את ערכי הפרמטרים  $A, B, C$  כך שגרף הפרבולה  $y = Ax^2 + Bx + C$  יעבור דרך הנקודה  $(1, 3)$  וישיק לישר  $y = 1+x$  בנקודה  $(0, 1)$ .

תשובה:  $1 = A = B = C$

4. נתונה הפונקציה המקיימת  $f(3)=3, f'(3)=1$  נסמן  $g(x) = \sqrt{f(3x)+1}$  מצא/י משיק ל- $g$  ב- $x=1$ .

תשובה:  $4y-3x=5$

## ז. נקודות קיצון ומשפט Rolle

1. מצא/י את תחומי העליה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי של הפונקציות: יש לפתור רק תתי סעיפים ד' ו-ה'.

א.  $y = \frac{x^2}{x-2}$

ב.  $y = x^2(1-x)$

ג.  $y = (\sqrt[3]{x})^2$ , שימו לב לכך שהפונקציה זוגית.

ד.  $y = 3x^{2/3}(x-5)$

ה.  $y = (x^2 - 2x)\ln x - \frac{3}{2}x^2 + 4x$

תשובה: א.  $\max(0,0), \min(4,8)$  ב.  $\max(0,0), \max(\frac{2}{3}, \frac{4}{27})$  ג.  $\min(0,0)$

ד.  $\max(0,0), \min(2, -9\sqrt[3]{4})$  ה.  $\max(1, 2.5), \min(e, 2e - \frac{1}{2}e^2)$

2. מצא/י את נקודות הקיצון הגלובליות של הפונקציות הבאות בקטעים הנתונים:

א.  $y = x + 2\sqrt{x}$  בקטע  $[0,4]$ .

ב.  $y = x^3 - 6x^2$  בקטע  $[-2,2]$ .

ג.  $y = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$  בקטע  $[0,2]$ .

ד.  $y = e^{-x^2}$  בקטע  $[0,3]$ .

ה. (אין צורך לפתור)  $y = \begin{cases} x - 2\sqrt{x} & x > 0 \\ x^2 + 2x & x \leq 0 \end{cases}$  בקטע  $[-2,2]$ .

תשובה: א.  $\max(0,0), \max(4,8)$  ב.  $\max(0,0), \max(-2, -32)$  ג.  $\min(1,0), \max(2, \sqrt[3]{9})$

ד.  $\min(3, e^{-9}), \max(0,1)$  ה.  $\min(\pm 1, -1), \max(0,0), \max(-2,0)$

3. נתונה הפונקציה שליטת ועולה עבור כל ערך של  $x$

והמקיימת ש-  $f(3) = -5$  ו-  $f'(3) = 1$  נסמן  $g(x) = \sqrt{9 + x \cdot f(5 - 2x)}$

a. חשבו את  $g'(1)$ .

b. נמקו האם בתחום שבו  $x > 0$  האם  $g$  עולה או יורדת.

4. הוכח כי למשוואות הבאות יש פתרון בקטע נתון, יש לפתור סעיף ג' בלבד

א.  $x^4 + 3x + 1 = 0$ ,  $-2 \leq x \leq -1$

ב.  $2x^3 - 3x^2 - 12x - 6 = 0$ ,  $-1 \leq x \leq 0$

ג.  $e^x = x + 2$ ,  $-2 \leq x \leq 0$

5. בדוק/בדקי את נכונות משפט Rolle עבור הפונקציה  $y = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$  בקטע  $[-1,2]$ .

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2-x^2}{x^4}$ . בדוק/בדקי כי  $f(-1) = f(1)$  והראה/י כי  $f'(x) \neq 0$  לכל  $x$  בקטע  $[-1, 1]$ . הסבר/הסבירי מדוע זה לא מהווה סתירה למשפט Rolle.

7. הוכח/י שלפונקציה  $f(x) = x^3 - 3x + m$  (מספר ממשי כלשהו) אין שני נקודות חיתוך עם ציר ה- $X$  בקטע  $[0, 1]$ .

8. הוכח/י לפי משפט Rolle שלפונקציה  $f(x) = (x^3 - 4x)(e^x - 3)$  יש לפחות 3 נקודות קיצון.

9. הוכח/י לפי משפט Rolle שלפונקציה  $f(x) = (\ln^3 x - 5\ln^2 x + 6\ln x) \cdot e^{x^2}$  יש לפחות 2 נקודות קיצון.

10. (תרגיל כיתה) הוכח/י לפי משפט Rolle שלפונקציה  $f(x) = (\ln^4 x - \ln^2 x - 2) \cdot (x^2 - 4) + m$  יש לפחות 2 נקודות קיצון לכל ערך של הפרמטר  $m$ .

11. א. הוכח/י לפי משפט Rolle שלמשוואה  $x(\ln^2 x - 3) = 60$  יש לכל היותר 3 פתרונות.

ב. הוכח/י לפי משפט Rolle שלמשוואה  $2(x-1)e^x + 3 = x^2$  יש לכל היותר 2 פתרונות.

12. נתונה המשוואה  $e^{3x} + 2x = k$ , פרמטר  $k$ .

א. הוכח/י לפי משפט Rolle יש לכל היותר פתרון אחד.

ב. הציבו  $k = 4$  ונמק מדוע יש למשוואה בדיוק פתרון אחד.

13. הוכיחו כי הפונקציות  $f(x) = e^x + \sqrt{x} + 3$  ו-  $g(x) = 4x + \sqrt{x} + 8$  נחתכות בדיוק בנקודה אחת.

14. כמה פתרונות יש למשוואות הבאות:

א.  $e^{2x-1} = 2x + 1$

ב.  $2\ln x - x^2 + 7 = 0$  ( $x > 0$ )

תשובות: א. 2 ב. 2

15. נתונה פונקציה  $f$  המוגדרת לכל  $x > 0$  והמקיימת ש-  $f'(x) = (x^2 + 3e^x)\ln x$  ו-  $f(1) = 1$  מצאו

א. כמה פתרונות למשוואה

i.  $f(x) = 3$

ii.  $f(x) = 1$

iii.  $f(x) = 0$

ב. באילו מהתחומים הפונקציה חד חד ערכית

i.  $x > 1$

ii.  $[\frac{1}{2}, 2]$

תשובה: א. 1. לכל היותר 2 2. 1 3. 0 ב. 1. כן 2. לא.

16. הוכח/י את אי-השוויונים הבאים, יש לפתור תתי סעיפים אי זוגיים בלבד

א.  $2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x}$  ( $x > 1$ )

ב.  $e^x \geq 1 + x$  לכל  $x$

ג.  $\ln x > \frac{2(x-1)}{x+1}$  ( $x > 1$ )

ד.  $e^{x^2} \geq x^2 + 1$  לכל  $x$ .

ה.  $x \cdot e^{-2\sqrt{x}} \leq \frac{1}{e^2}$  לכל  $x \geq 0$ .

ו.  $2\sqrt{x} \geq \ln x + 2$  לכל  $x > 0$ .

ז.  $e^{3x} \geq 3x + 1$ .

17. נתונה פונקציה  $f$  רציפה ויורדת לכל  $x$  ומקיימת ש-  $f(1) = 2e$  ו-  $f(e) = 0$  נמקו במדויק למה למשוואה  $f(x) = \ln x$  יש בדיוק פתרון אחד.

## תרגיל 10

### ח. קמירות, קעירות ופיתול

1. מצאו תחומי קמירות, קעירות ונקודות פתול של הפונקציות הבאות:

א.  $y = (\sqrt[3]{x})^2$

ב.  $y = x^{2/3}(x-5)$

תשובה: א. קעורה לכל  $x$  ב. קמורה  $x > -1$  קעורה  $x < -1$

### ט. פונקציות זוגיות ואי זוגיות

2. מצא/י אילו מהפונקציות הבאות זוגיות/ אי זוגיות/ כלליות

א.  $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$

ב.  $f(x) = \left| \frac{x}{x-1} \right|$

ג.  $f(x) = xe^{|x|}$

ד.  $f(x) = \frac{x^2}{\ln|x|+1}$

### י. חקירת פונקציה

3. מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והאופקיות/משופעות של הפונקציות הבאות: בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים א, ה, ו

א.  $y = \frac{x^2}{x-4}$

ב.  $y = \frac{x}{1-x}$

ג.  $y = \left| x + \frac{1}{x} \right|$

ד.  $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

$$y = x \ln x \quad \text{ה.} \quad y = xe^x \quad \text{ו.}$$

תשובה: א.  $x=1, y=-1$  ב.  $x=4, y=x+4$  ג.  $x=-1, y=x-2$  ד.  $x=0, y=\pm x$  ה. אין  
ו.  $y=0$  ב-  $-\infty$

4. יש לחקור את הפונקציות הרשומות לעיל (יש לפתור חקירות 1,3,5 בלבד)

$$y = \frac{2x}{(x+1)^2} \quad \text{חקירה 1.}$$

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 4} \quad \text{חקירה 2.}$$

, שימו לב לכך שהפונקציה זוגית.

$$y = xe^{\frac{1}{x}} \quad \text{חקירה 3.}$$

$$y = x(\ln x)^2 \quad \text{חקירה 4.}$$

$$y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 2x \quad \text{חקירה 5.}$$

על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה.

ב. תחומי עליה/ ירידה ונקודות קיצון מקומיות.

ג. תחומי קמירות/ קעירות ונקודות פיתול.

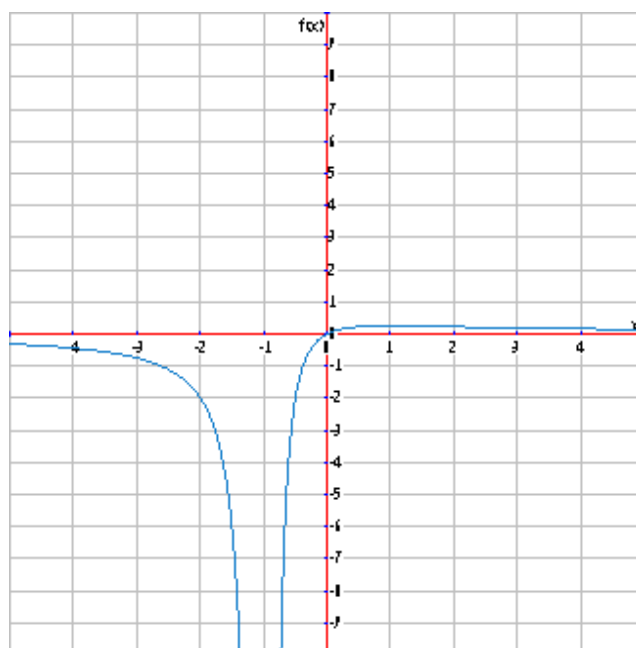
ד. נקודות חיתוך עם הצירים.

ה. אסימפטוטות.

ו. סקיצת הגרף.

תשובות:

$$y = \frac{2x}{(x+1)^2} \quad \text{חקירה 1.}$$



תחום הגדרה:  $x \neq -1$

נקודות מיוחדות: מכסימום:  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$ , פיתול:  $\left(2; \frac{4}{9}\right)$ , חיתוך הצירים:  $(0;0)$

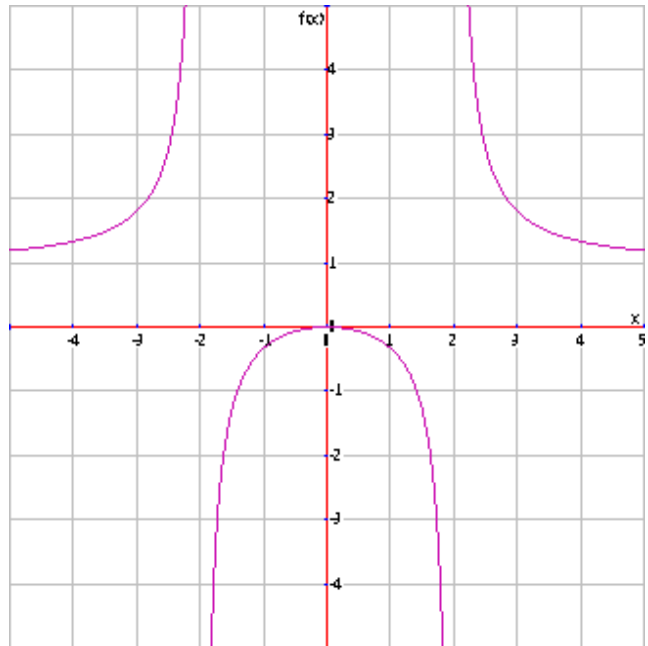
תחומי עליה:  $-1 < x < 1$  תחומי ירידה:  $x < -1$ ,  $x > 1$

תחומי קמירות:  $x > 2$  תחומי קעירות:  $x \neq -1$ ,  $x < 2$

אסימפטוטה אנכית:  $x = -1$

אסימפטוטה אופקית:  $y = 0$ , ציר ה- $x$ , מהווה אסימפטוטה אופקית לפונקציה עבור  $x \rightarrow \infty$  וגם עבור  $x \rightarrow -\infty$ .

חקירה 2.  $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$



תחום הגדרה:  $x \neq -2, 2$

נקודות מיוחדות: מכסימום  $(0,0)$ , אין נק' פיתול, חיתוך הצירים:  $(0,0)$ .

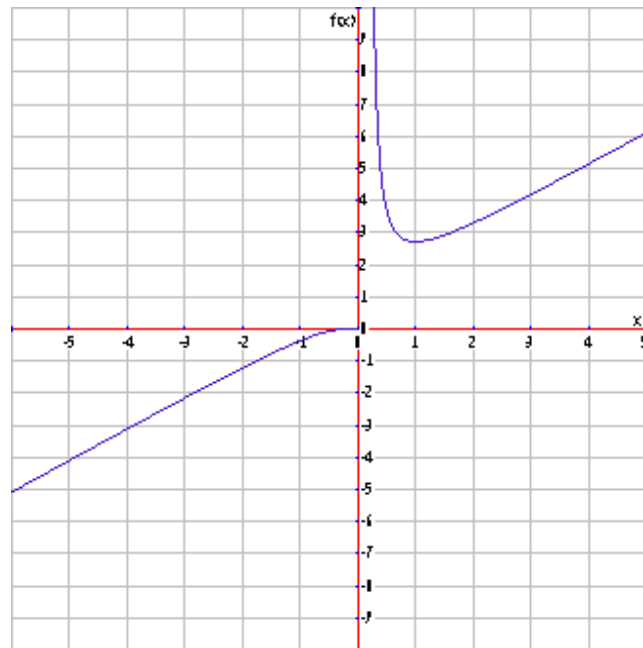
תחומי עליה:  $x < -2$ ,  $x > 2$  תחומי ירידה:  $-2 < x < 2$

תחומי קמירות:  $x < -2$ ,  $x > 2$  תחומי קעירות:  $-2 < x < 2$

אסימפטוטה אנכית:  $x = -2$ ,  $x = 2$ .

אסימפטוטה אופקית:  $y = 1$  עבור  $x \rightarrow \infty$  וגם עבור  $x \rightarrow -\infty$ .

חקירה 3.  $y = xe^{\frac{1}{x}}$



תחום הגדרה:  $x \neq 0$

נקודות מיוחדות: מינימום  $(1, e)$ , אין נק' פיתול, חיתוך הצירים: אין חיתוך ציר  $y$ , אין חיתוך ציר  $x$ .

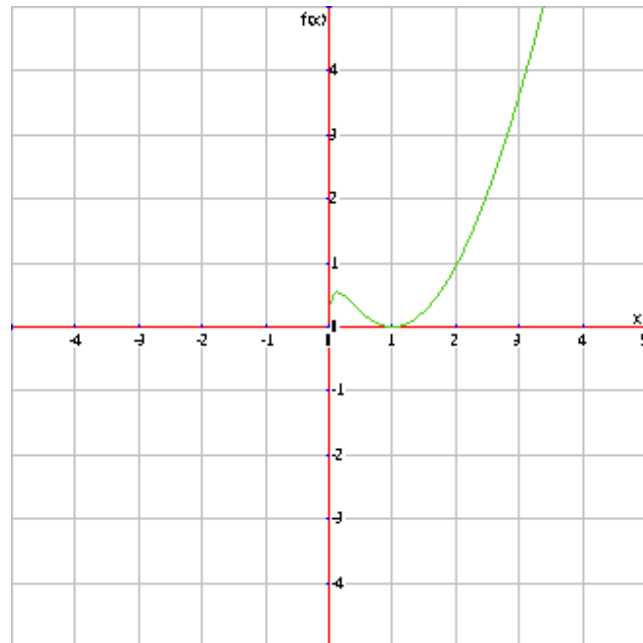
תחומי עליה:  $x > 1$ ,  $x < 0$  תחומי ירידה:  $0 < x < 1$

תחומי קמירות:  $x > 0$  תחומי קעירות:  $x < 0$

אסימפטוטה אנכית:  $x = 0^+$

אסימפטוטה אופקית: אין

$$y = x(\ln x)^2 \quad \text{חקירה 4.}$$



תחום הגדרה:  $x > 0$

נקודות מיוחדות: מכסימום  $\left(e^{-2}, \frac{4}{e^2}\right)$ , מינימום  $(1; 0)$ , פיתול  $\left(e^{-1}, \frac{1}{e}\right)$ , חיתוך הצירים: אין חיתוך ציר  $y$ , חיתוך ציר  $x$  -  $(1; 0)$ .

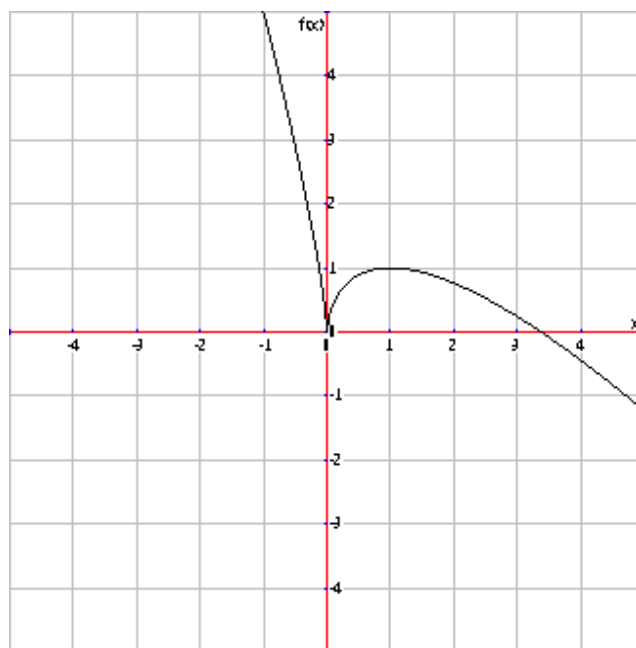
תחומי עליה:  $x > 1$ ,  $0 < x < e^{-2}$  תחומי ירידה:  $e^{-2} < x < 1$

תחומי קמירות:  $x > e^{-1}$  תחומי קעירות:  $0 < x < e^{-1}$

אסימפטוטה אנכית: אין

אסימפטוטה אופקית: אין.

חקירה 5.  $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 2x$



תחום הגדרה: כל  $x$

נקודות מיוחדות: מכסימום  $(1,1)$ , מינימום  $(0,0)$ , אין נק' פיתול,

חיתוך הצירים:  $(0,0)$ ,  $(\frac{27}{8}, 0)$ .

תחומי עליה:  $0 < x < 1$ , תחומי ירידה:  $x > 1$ ,  $x < 0$ .

תחומי קמירות: אין, תחומי קעירות: הפונקציה קעורה בכל תחום הגדרתה.

אסימפטוטה אנכית: אין

אסימפטוטה אופקית: אין.

## תרגיל 11

1. פתרו בהסתמך על שרטוט חקירה 5.

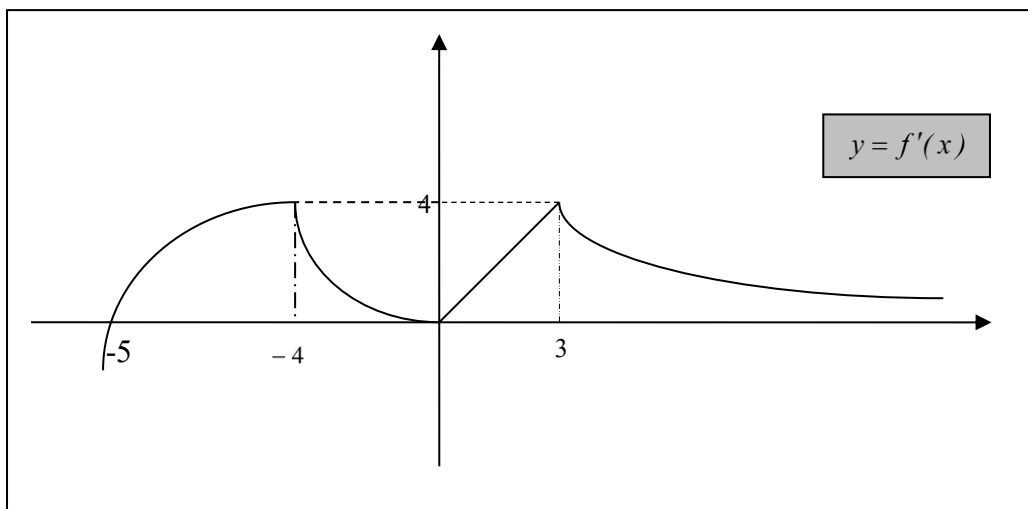
נתונה פונקציה  $g$  המקיימת ש-  $g'(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 2x$  מצאו

א. מתי  $g$  עולה.

ב. מתי  $g$  קמורה.

תשובה: א.  $x < \frac{27}{8}$  ב.  $0 < x < 1$

2. לפניך גרף הנגזרת הראשונה,  $y = f'(x)$ :



כמו כן נתון כי

• הפונקציה  $y = f(x)$  רציפה לכל  $x$ .

•  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

•  $f'(3) = 4$ ,  $f(3) = 6$ ,  $f(0) = 0$

מצאו

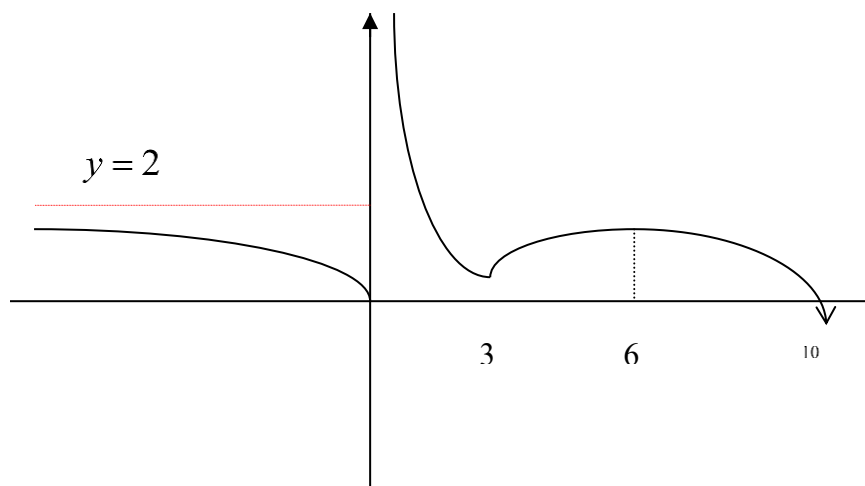
א. ערכי ה- $x$  של נקודות קיצון.

ב. נקודות פיתול

ג. שרטטו את גרף הפונקציה.

תשובה: א.  $x = -5$  מינימום ב.  $x = -4, 0, 3$  ד.  $0$  ה.  $\frac{2}{3}$

3. לפניך גרף הנגזרת הראשונה,  $y = f'(x)$ :



כמו כן נתון כי :

\* הפונקציה  $f(x)$  רציפה לכל  $x$ .

\* הישר  $y = 2$  הוא אסימפטוטה אופקית לגרף הנגזרת  $y = f'(x)$  ב-  $-\infty$ .

\*  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(10) = 10$ ,  $f(0) = 0$

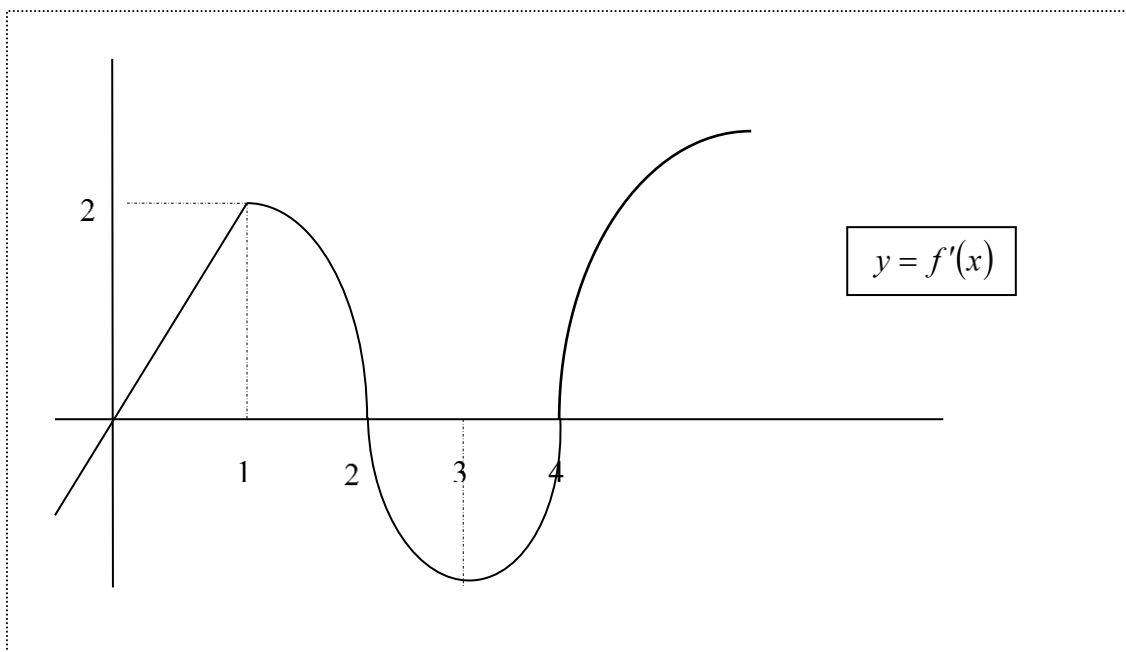
מצאו את

1. נקודות קיצון של  $f(x)$ .
2. נקודות פיתול של  $f(x)$ .
3. כמה פתרונות למשוואה  $f(x) = 0$ .
4. מצאו  $k$  עבורו למשוואה  $f(x) = k$  פתרון יחיד.
5. קבע האם נקודות הקיצון המוחלטות של  $f$  בקטע  $[0,10]$  הן נקודות קצה.

תשובות

1.  $\max(10,10)$
2.  $x = 3, 6$
3. 2
4. כן  $k = 10$
5. כן

4. (תרגיל כיתה) לפי גרף הנגזרת הראשונה,  $y = f'(x)$  :



כמו כן נתון כי :

\* הפונקציה  $f'(x)$  רציפה לכל  $x$ .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, f(4) = \frac{1}{4}, f(2) = 3, f(0) = 0 *$$

נמק מדוע  $f(x)$  רציפה לכל ערך של  $x$

ומצאו:

1. נקודות קיצון של  $f(x)$ .
2. ערכי ה- $x$  של נקודות פיתול של  $f(x)$ .
3. כמה פתרונות למשוואה  $f(x) = \frac{1}{8}$ .
4. מצאו  $k$  עבורו למשוואה  $f(x) = k$  3 פתרונות.

תשובות:

$$1. \min\left(4, \frac{1}{4}\right), \max(2, 3), \min(0, 0)$$

$$2. x = 1, 3$$

$$3. 2$$

$$4. k = 3, \frac{1}{4}$$

$$5. 1$$

5. נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , המקיימת  $f'(x) = (e^{2x} + 3e^x + 2) \cdot (x - 1)$  עבור לכל  $x$  וכן

$$f(1) = 0$$

נמקו בקצרה אילו טענות נכונות ואילו לא

1.  $f$  חד ערכית.

2. בקטע  $(0, 1)$  הפונקציה  $f$  יורדת.

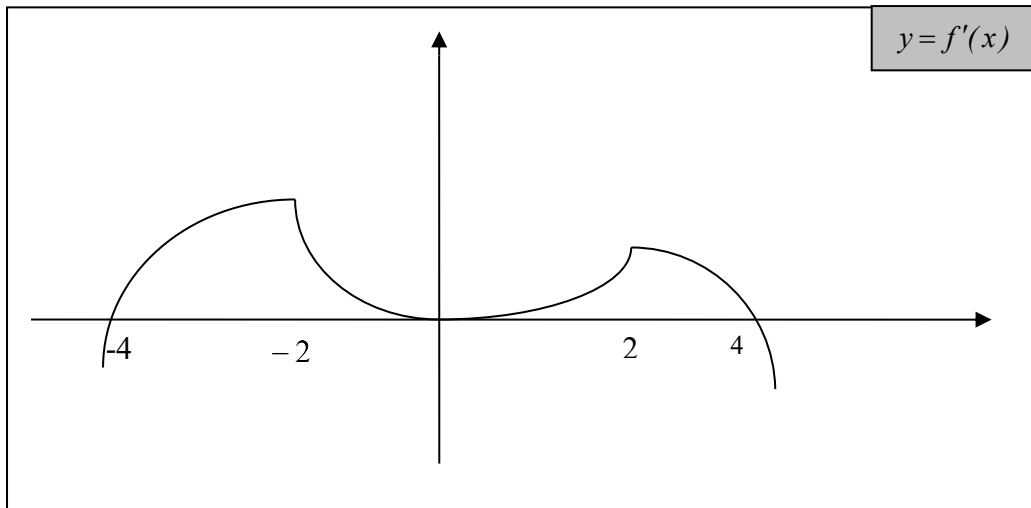
3. בקטע  $1 \leq x \leq 4$  נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.

$$4. \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \text{ הגבול}$$

5. קיים ישר המקביל לציר ה-X וחותך את  $f$  ב-3 נקודות.

6. למשוואה  $f(x) = x^2 - 2x$  יש יותר מ-2 פתרונות. (רמז: ררווורווורווורווורוו)

6. (תרגיל כיתה) לפניך גרף הנגזרת הראשונה,  $y = f'(x)$ :



כמו כן נתון כי

• הפונקציה  $y = f'(x)$  רציפה לכל  $x$ .

$$f''(0)=0, f(4)=7, f(0)=4, f(-4)=0 \bullet$$

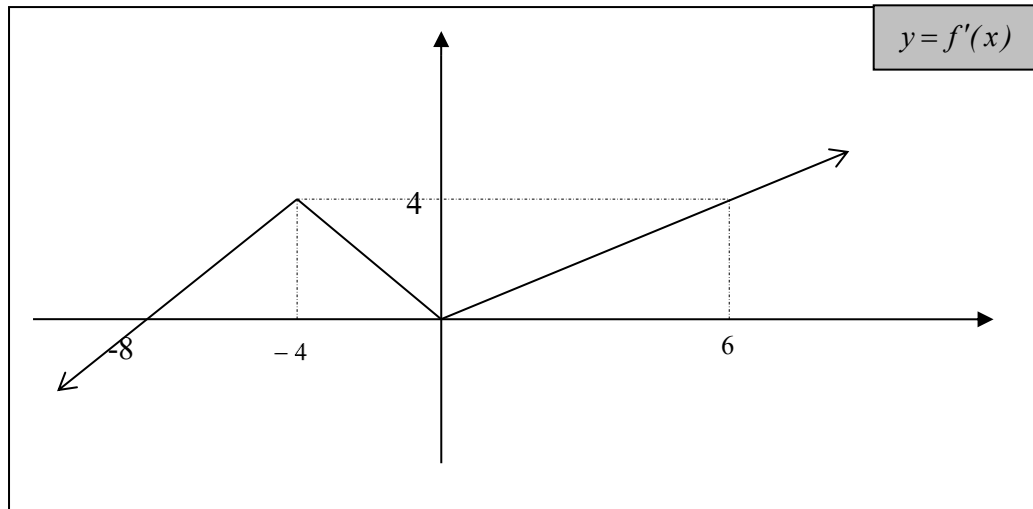
: 'N

1. נמק מדוע לפונקציה  $y = f(x)$  אין אסימפטוטות אנכיות.

2. מצאו לפונקציה  $y = f(x)$  נקודות קיצון מקומית ונקודת פיתול, ושרטטו את הגרף.

3. האם קיים  $k$  עבורו הישר  $y = k$  חותך את הפונקציה  $y = f(x)$  בדיוק פעמיים.

7. (תרגיל כיתה) לפניך גרף הנגזרת הראשונה,  $y = f'(x)$ :



כמו כן נתון כי

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

$$f(-8) = 0$$

- א. נמק מדוע לפונקציה  $y = f(x)$  אין אסימפטוטות אנכיות.
- ב. רשום היכן  $f''$  אינה קימת.
- ג. מצאו לפונקציה  $y = f(x)$  את נקודות קיצון מקומית ואת נקודת פיתול.
- ד. שרטטו את הגרף של  $y = f(x)$ .
- ה. בדקו האם קיים  $k$  עבורו הישר  $y = k$  חותך את הפונקציה  $y = f(x)$  בדיוק פעמיים.

## תרגיל 12

### י. פונקציות במספר משתנים

חשבו נגזרות חלקיות מסדר ראשון ושני.

$$1. f(x, y) = x^3 + 3y^2$$

$$2. f(x, y) = 4x^2 - y^2$$

$$3. f(x, y) = 2x^3y \text{ בנקודה } (1, 1)$$

$$4. f(x, y) = \frac{x}{y} \text{ בנקודה } (2, 1)$$

$$5. f(x, y) = \frac{x+3y}{x+y} \text{ בנקודה } (1, 2) \text{ (רק סדר I)}$$

$$6. f(x, y) = x \ln y \text{ בנקודה } (1, 1)$$

$$7. f(x, y) = x^3 e^y \text{ בנקודה } (3, 1)$$

$$8. f(x, y) = x^2 e^{x+y} \text{ בנקודה } (0, 0)$$

$$9. f(x, y) = e^{x^2+y^2} \text{ בנקודה } (1, 1)$$

תשובות:

$$1. f_x = 3x^2, f_y = 6y, f_{xx} = 6x, f_{yy} = 6, f_{xy} = 0$$

$$2. f_x = 8x, f_y = -2y, f_{xx} = 6, f_{yy} = -2, f_{xy} = 0$$

$$3. f_x = 6, f_y = 2, f_{xx} = 12, f_{yy} = 0, f_{xy} = 6$$

5.  $f_x = -\frac{4}{9}, f_y = \frac{2}{9}$
6.  $f_x = 0, f_y = 1, f_{xx} = 0, f_{yy} = -1, f_{xy} = 1$
7.  $f_x = 27e, f_y = 27e, f_{xx} = 18e, f_{yy} = 27e, f_{xy} = 27e$
8.  $f_x = 0, f_y = 0, f_{xx} = 2, f_{yy} = 0, f_{xy} = 0$
9.  $f_x = 2e^2, f_y = 2e^2, f_{xx} = 6e^2, f_{yy} = 6e^2, f_{xy} = 4e^2$

### שאלות אמריקאיות (לא להגשה)

#### שאלה מספר 1

גבול הפונקציה  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \sqrt{x})^{2/x}$  הוא:

1. 0
2.  $\infty$
3.  $e^{-2}$
4.  $e^3$
5. 1

#### שאלה מספר 2

לפונקציה  $y = \frac{|x-1|}{e^x - e}$  יש בנקודה  $x = 1$

1. אי רציפות סוג 2
2. אי רציפות סוג 1
3. אי רציפות סליקה
4. רציפות
5. אסימפטוטה אנכית

#### שאלה מספר 3

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 + \sqrt[x]{x^2}$ , אזי

1.  $f'(x) = \sqrt[x]{x^2} \cdot \frac{2}{x}$
2.  $f'(x) = \sqrt[x]{x} \cdot \frac{\ln x}{x}$
3.  $f'(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{x}-2} \cdot (1 - \ln x)$
4.  $f'(x) = x^{\frac{2}{x}} \cdot (2 - 2 \ln x)$

$$f'(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{x}-2} \cdot \ln x \quad 5.$$

#### שאלה מספר 4

נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$  אזי הערך של  $f''_{xy}(2,1)$  הוא

1. 1
2. 0
3. -6
4. 2
5. -3

#### שאלה מספר 5

נתונה הפונקציה  $f(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 12 \cdot \sqrt[3]{x}$  אזי

1. ל-  $f$  יש נקודת אי רציפות אחת.
2. ל-  $f$  יש 2 נקודות אי גזירות.
3. ל-  $f$  יש 2 נקודות קיצון.
4. ל-  $f$  יש נקודת קיצון אחת.
5. ל-  $f$  יש 3 נקודות קיצון.

#### שאלה מספר 6

תחום ההגדרה של פונקציה  $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 2x + 12)}{\sqrt{x^2 - x - 20}} - \frac{x+1}{x^2 - 1}$  הוא

1. אף  $x$
2.  $x \neq \pm 1$
3.  $x > 0$
4. כל  $x$
5.  $x > 5$  או  $x < -4$

#### שאלה מספר 7

נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , המקיימת  $f'(x) = (2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2) \cdot e^{x+3}$  ו-  $f(0) = 1, f(1) = 0$

1. למשוואה  $f(x) = 2$  יש 2 פתרונות.

2. למשוואה  $f(x) = -1$  יש בדיוק פתרון אחד בקטע  $[0,1]$
3. אין מידע על הפתרונות.
4. למשוואה  $f(x) = 0.4$  יש בדיוק פתרון אחד בקטע  $[0,1]$
5. בקטע  $[-1,1]$  הפונקציה  $y = f(x)$  היא חד-חד ערכית.

#### שאלה מספר 8

הישר המשיק לפונקציה  $y = \sqrt{\ln x}$  בנקודה  $x = e$

1. עובר גם בנקודה  $(e,1)$
2. מקביל לישר  $y + ex = 1$
3. מקביל לישר  $y + x = 1$
4. עובר גם בנקודה  $(2,0)$
5. אינו קיים

#### שאלה מספר 9

נתון:  $f(x) = \frac{1}{|x-2|} - \frac{4}{x^2-4}$  אזי לפונקציה

1. נקודת אי רציפות סוג שני אחת ונקודת אי רציפות סוג ראשון אחת.
2. שתי נקודות אי רציפות סוג שני.
3. נקודת אי רציפות סוג שני אחת בלבד.
4. נקודת אי רציפות סוג שני אחת ונקודת אי רציפות סליקה אחת.
5. נקודת אי רציפות סוג ראשון אחת ונקודת אי רציפות סליקה אחת.

#### שאלה מספר 10

פחח מיפו מייצר ומוכר  $x$  כסאות ברזל בחודש והרווח השולי שלו בחודש

$$MC(x) = 250 + \frac{2000}{\sqrt{x^2 + x + 290}}$$

ידוע כי כאשר מייצר 10 כסאות הרווח עומד על 10,000 ש"ח בחודש.

אזי הטענה שאינה נכונה היא:

1. הרווח השולי קטן ככול ש- $x$  גדל.
2. הרווח ממכירת 11 כסאות יהיה בקרוב 10,350 ש"ח.
3. הרווח הכולל קטן ככול ש- $x$  גדל.
4. הרווח גדל ככול ש- $x$  גדל.
5. הרווח שמתקבל ממכירת הכסא ה-30 גדול מ-250 ש"ח.

תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	1	2	3	3	4	5	4	1	2	3

### שאלות נוספות

#### שאלה מס' 1

גבול הפונקציה  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - 2x)$  הוא:

1.  $-\infty$
2. 0
3. 1
4.  $\infty$
5. הגבול לא קיים.

#### שאלה מס' 2

ידוע כי  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 5$  אזי ערך גבול הפונקציה  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - f(x))^{\frac{1}{x}}$  הוא:

1.  $e^{-10}$
2. 1
3.  $e$
4.  $e^{-5}$
5. לא קיים מאחר שהגבול מימין לא שווה לגבול משמאל.

#### שאלה מס' 3

בנקודה  $x=3$  הפונקציה  $f(x) = |x^2 + x - 12|$  תהיה

1. רציפה אך לא גזירה
2. בעלת נקודת אי רציפות מסוג ראשון
3. בעלת נקודת אי רציפות מסוג שני
4. בעלת נקודת אי רציפות סליקה.
5. רציפה וגזירה.

#### שאלה מס' 4

לפונקציה  $y = \frac{e^x - 1}{x^2 - x}$ , יש

1. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ואסימפטוטה אופקית אחת.
2. יש שתי אסימפטוטות אנכיות בלבד
3. אין אסימפטוטות כלל.

4. יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת.  
5. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ושתי אסימפטוטות אופקיות.

### שאלה מס' 5

נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , הרציפה לכל  $x$  ומקיימת  $f'(x) = (2^x + 3^x + x^2) \cdot (1 - x)$  וכן

$$f(1) = 1 \text{ אזי הטענה הנכונה היא}$$

1.  $f$  חד חד ערכית.
2. בקטע  $(0,1)$  הפונקציה  $f$  יורדת.
3. בקטע  $-4 \leq x \leq 4$  נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות רק בקצוות של הקטע.
4. אף טענה לא נכונה.
5. הגבול  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

### שאלה מס' 6

$$f(x) = \sqrt[3]{(x^2 + 12x)^2} \text{ נתונה הפונקציה}$$

אזי מספר נקודות הקיצון של-  $f$  הוא:

1. 3
2. 4
3. 5
4. 2
5. אף תשובה לא נכונה

### שאלה מס' 7

נתונה הפונקציה  $f$  המקיימת ש-  $f(1) = 2$  נסמן  $g(x) = \sqrt{x \cdot f(2x^2 - 1)} + 2$

אם  $f'(1) = \frac{1}{4}$  אז:

1.  $g'(1) > 1$
2.  $g'(1) = \frac{9}{16}$
3.  $g'(1) = \frac{3}{4}$
4.  $g'(1)$  לא קיים
5.  $g'(1)$  שלילי

### שאלה מס' 8

נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 \ln x$  אזי

1. למשוואה  $f(x) = 0$  יש בדיוק שני פתרונות
2.  $f$  חד-חד ערכית.
3. ל- $f$  יש נקודת אי גזירות אחת.
4. למשוואה  $f(x) = k$  יש בדיוק 2 פתרונות לכל  $-\frac{1}{2e} < k < 0$ .
5.  $f$  עולה לכל  $x$ .

### שאלה מס' 9

נתונה הפונקציה  $f(x) = 1 - \sqrt{x^2}$ , אזי

1.  $f'(x) = -\sqrt{x^2} \cdot \frac{2}{x}$
2.  $f'(x) = \sqrt{x} \cdot \frac{\ln x}{x}$
3.  $f'(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{x}-2} \cdot (\ln x - 1)$
4.  $f'(x) = x^{\frac{2}{x}} \cdot (2 \ln x - 2)$
5. אף תשובה לא נכונה

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9
תשובה	1	1	1	4	5	1	3	4	3

### עוד שאלות

שאלה מספר 1 גבול הפונקציה  $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot e^{\frac{1}{x^3}}$  הוא:

1. אינו קיים
2. 0
3. 1
4.  $\infty$
5.  $-\infty$

שאלה מספר 2 נתונה הפונקציה  $f(x) = x^{1-\ln x}$ , אזי  $f'(x) = 0$  כאשר

1.  $x = \frac{1}{2}$

2.  $x = \sqrt{e}$

3.  $x = 0$

4.  $x = \pm \frac{1}{2}$

5. אין פתרון למשוואה זו.

**שאלה מספר 3** נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \frac{e^{x \cdot y} - e}{e^y + 1}$  אזי הערך של  $f''_{xy}(1, 0)$  הוא

1.  $\frac{1}{4}$

2. 0

3.  $\frac{1}{2}$

4. שלילי

5. אף תשובה לא נכונה.

**שאלה מספר 4** נתונה הפונקציה  $f(x) = \begin{cases} x \cdot \ln x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$  אזי

1. ל-  $f$  יש נקודות אי רציפות אחת.

2. ל-  $f$  יש אסימפטוטה אנכית ב-  $x = 1$

3. ל-  $f$  יש 3 נקודות קיצון.

4. ל-  $f$  יש 2 נקודות קיצון.

5. ל-  $f$  אין קיצון.

**שאלה מספר 5** נתונה פונקציה  $y = f(x)$  המקיימת ש-  $f(1) = 3$  ו-  $f'(1) = 5$  נסמן  $g(x) = \sqrt{1 + f(x^2)}$  אזי  $g'(-1)$  שווה:

1.  $1\frac{1}{4}$

2.  $-1\frac{1}{4}$

3. גדול מ-2

4. אף תשובה לא נכונה.

5.  $-2\frac{1}{2}$

**שאלה מספר 6**

נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , הרציפה וגזירה לכל  $x$  ובעלת בדיוק 2 נקודות בהן  $f'(x) = 0$  אזי

1. למשוואה  $f(x) = 1$  יש לכל היותר 3 פתרונות

2. למשוואה  $f(x) = 1$  יש 4 פתרונות.
3. למשוואה  $f(x) = 1$  יש 2 פתרונות.
4. אין מידע על הפתרונות.
5. יש בדיוק נקודה אחת בה  $f''(x) = 0$ .

**שאלה מספר 7** נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , הרציפה לכל  $x > 0$  ומקימת

$$f'(x) = (e^{2x} + e^x + 1) \cdot (1 - x) \quad \text{וכן} \quad f(1) = 0 \quad \text{אזי}$$

1. בקטע  $0.2 \leq x \leq 2$  נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.
2. אי השוויון  $f(x) \leq 1$  מתקיים לכל  $x > 0$ .
3. למשוואה  $f(x) = 0$  יש בדיוק 2 פתרונות.
4. למשוואה  $f(x) = 1$  יש פתרון אחד.
5. בקטע  $0.2 \leq x \leq 2$  הפונקציה  $f$  חד ערכית.

**שאלה מספר 8** לפונקציה  $y = \frac{e^x - 1}{\sqrt{x}}$  יש

1. אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת.
2. אסימפטוטה אנכית בלבד
3. אין אסימפטוטות כלל.
4. אסימפטוטה אופקית בלבד
5. יש שתי אסימפטוטות אופקיות שונות

### שאלה מספר 9

העלות הכוללת בייצור  $x$  יחידות מוצר ביום הינה  $C(x) = 6,000 + 500 \cdot x + m \cdot x^2$  ש, המפעל

מוכר כל יחידה ב- 1,500 ש. כאשר  $1 \leq x \leq 200$

כמות המוצרים שעל המפעל לייצר ביום על מנת לקבל רווח מקסימאלי ליחידה הינה 10.

הערך של  $m$  הוא:

1. 50
2. 10
3. 25
4. 60
5. שלילי

### שאלה מספר 10

נתון:  $f(x) = \frac{1}{|x-2|} - \frac{4}{x^2-4}$  אזי לפונקציה

1. שתי נקודות אי רציפות סוג שני.
2. נקודות אי רציפות סוג שני אחת בלבד.
3. נקודות אי רציפות סוג שני אחת ונקודת אי רציפות סליקה אחת.
4. נקודות אי רציפות סוג ראשון אחת ונקודת אי רציפות סליקה אחת.
5. נקודות אי רציפות סוג שני אחת ונקודת אי רציפות סוג ראשון אחת.

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5

### עוד שאלות

**שאלה מס' 1** נתון כי גבול הפונקציה  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - kx} - \sqrt{x^2 + kx}) = -3$  אזי הערך של  $k$  הוא:

1. 3
2. 0
3. -6
4. 6
5. לא קיים  $k$  המקיים את הנתון

**שאלה מס' 2** גבול הפונקציה  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{5 \cdot 2^x + 3^x}$  הוא:

1. 0
2. 3
3.  $\infty$
4. 5
5. אף תשובה לא נכונה

**שאלה מס' 3**  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{x-1}{|x|} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$  בנקודה  $x = 0$  הפונקציה

- תהיה
1. בעלת נקודת אי רציפות מסוג שני לכל ערך של  $a$
  2. רציפה עבור  $a = 0$
  3. בעלת נקודת אי רציפות סליקה עבור  $a = 0$
  4. בעלת נקודת אי רציפות מסוג ראשון לכל ערך של  $a$
  5. רציפה לכל ערך של  $a$

**שאלה מס' 4** לפונקציה  $y = 2 + \frac{x^2 - x}{x^2 - 6x + 5}$  יש

1. יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת.

2. יש שתי אסימפטוטות אנכיות בלבד
3. יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת.
4. אין אסימפטוטות כלל.
5. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ושתי אסימפטוטות אופקיות.

**שאלה מס' 5** נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , המקימת  $f'(x) = (e^{2x} + e^x + 3)(\ln x - 1)$  לכל  $x > 0$  וכן  $f(e) = 1$  אזי

1. בקטע  $1 \leq x \leq 4$  נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.
2. למשוואה  $f(x) = 1$  יש בדיוק 2 פתרונות.
3. קיים  $k$  עבורו הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  ב-3 נקודות.
4.  $f$  חד חד ערכית.
5. בקטע  $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$  נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.

### שאלה מס' 6

נתונה הפונקציה  $y = f(x)$  המקיימת ש-  $f'(3) = 2$  נסמן  $g(x) = \sqrt{6x + x^2} \cdot f(3x)$  אם נתון ש-  $g'(1) = 3$  אזי

1.  $f(3) = 0$
2.  $f(3) = 6$
3.  $f(3)$  שלילי
4.  $f(3) = 3$
5. לא ניתן לחשב א  $f(3)$

**שאלה מס' 7** נתונה הפונקציה  $f(x) = x^{2 \ln x}$ , אזי

1.  $f'(x) = 4 \cdot x^{2 \ln x - 1} \cdot \ln x$
2.  $f'(x) = 2 \cdot x^{2 \ln x} \cdot \ln x$
3.  $f'(x) = \frac{x^{2 \ln x} \cdot \ln x}{x}$
4.  $f'(x) = 2 \cdot x^{2 \ln x - 1}$
5.  $f'(x) = 2 \ln x \cdot x^{2 \ln x - 1}$

**שאלה מס' 8** נתונה הפונקציה  $f(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{1-x} + x + 2$  אזי הטענה שאינה נכונה היא

1.  $f$  מוגדרת לכל  $x$ .
2. ל-  $f$  יש נקודת אי גזירות אחת.
3.  $f$  רציפה לכל  $x$ .
4. למשוואה  $f(x) = 0$  יש לכל היותר 3 פתרונות.
5. ל-  $f$  יש נקודות קיצון אחת.

**שאלה מס' 9** נתונה הפונקציה  $f(x, y) = x \cdot y^2 + 3x \cdot e^{y^2} + 2xy$  אזי הערך של  $f''_{xy}(1, -1)$  הוא

1. שלילי
2.  $6e$
3. 0
4.  $\frac{6}{e}$

5.  $2e$

**שאלה מס' 10** בנקודה  $x = 4$  הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} ax & x \leq 4 \\ (x-3)^{\frac{1}{x-4}} & x > 4 \end{cases}$$

תהיה

1. בעלת נקודת אי רציפות מסוג ראשון לכל ערך של  $a$
2. בעלת נקודת אי רציפות מסוג שני עבור  $a = 4e$
3. בעלת נקודת אי רציפות סליקה לכל ערך של  $a$
4. רציפה לכל ערך של  $a$
5. רציפה עבור  $a = \frac{e}{4}$

תשובות:

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
5	1	5	1	4	5	1	1	2	1

### בחינה שלמה

**שאלה מס' 1** נתונה הפונקציה  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax^2 + 5x} - 2x$  כאשר  $a$  פרמטר. אזי:

1. הגבול שווה  $\infty$  לכל  $a > 4$
2. כאשר  $a = 1$  הגבול הוא 0
3. הגבול שווה  $\infty$  לכל  $0 < a$
4. הגבול קיים ושווה  $\infty$  לכל  $a$ .
5. אף תשובה לא נכונה

### שאלה מס' 2

לפונקציה  $f(x) = \begin{cases} \frac{x \ln x}{x-2} & x > 0 \\ a & x \leq 0 \end{cases}$  כאשר  $a$  פרמטר

1. עבור כל  $a$  יש לפונקציה נקודת אי רציפות מסוג שני ונקודת אי רציפות סוג ראשון.
2. עבור כל  $a$  הפונקציה רציפה לכל  $x$
3. עבור כל  $a = 0$  יש לפונקציה נקודת אי רציפות מסוג שני ונקודת אי רציפות סוג ראשון.
4. אף תשובה לא נכונה
5. עבור  $a = 0$  יש לפונקציה נקודת אי רציפות מסוג שני אחת בלבד

**שאלה מס' 3** פונקציה  $f(x) = x^2 \cdot \ln x$  קעורה לכל:

1.  $0 < x < \frac{1}{\sqrt{e^3}}$

2.  $0 < x < 1$

3. לאף ערך של  $x$

$$4. \quad 0 < x < \frac{1}{\sqrt{e^3}} \text{ או } x > 1$$

5. לכל ערך של  $x$

**שאלה מס' 4** לפונקציה  $y = \frac{2}{e^{\frac{3}{x}} + 2}$ , יש

1. יש אסימפטוטה אנכיות אחת ואסימפטוטה אופקית אחת
2. יש אסימפטוטה אופקית אחת זהה ב-  $\pm \infty$
3. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ואסימפטוטה אופקית אחת
4. יש שתי אסימפטוטות אנכיות בלבד ואין אופקי
5. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ושתי אסימפטוטות אופקיות ב-  $\pm \infty$

### שאלה מס' 5

נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , הרציפה לכל  $x > 0$  ומקימת

$$f'(x) = (4^x - 7 \cdot 2^x + 10) \cdot (\ln^2(x) + x) \quad \text{וכן} \quad f(1) = 0 \quad \text{אזי הטענה שאינה נכונה היא:}$$

1. בקטע  $1 \leq x \leq 2$  נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.
2. למשוואה  $f(x) = 1$  יש בדיוק 2 פתרונות.
3. בקטע  $0 < x \leq 1$  הפונקציה  $f$  חד חד ערכית.

4. הערך של  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{h}$  שווה ל-0

5. בקטע  $1 < x < \ln 5$  הפונקציה  $f$  יורדת.

**שאלה מס' 6** נתונה הפונקציות  $y = f(x)$  שלילית ועולה לכל ערך של  $x$  אזי

1. הפונקציה  $x \cdot f(4x)$  שלילית ועולה לכל  $x > 0$
2. הפונקציה  $(f(x))^2$  חיובית ועולה לכל  $x < 0$
3. הפונקציה  $f(x) \cdot e^{-\frac{1}{x}}$  שלילית ויורדת לכל  $x < 0$
4. אף תשובה לא נכונה
5. הפונקציה  $x \cdot f\left(\frac{2}{x}\right)$  שלילית ויורדת לכל  $x > 0$

### שאלה מס' 7

נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt[3]{2x} - 1$ , אזי  $f'(x) = 0$  עבור

1.  $x = 1$

2.  $x = e$

3.  $x$  שלילי

4. אף ערך של  $x$

5.  $x = \frac{1}{2}e$

**שאלה מס' 8** נתונה הפונקציה  $f(x) = x \cdot e^{\sqrt[3]{x^2}}$  אזי הטענה שאינה נכונה היא

6. ל- $f$  יש נקודות קיצון אחת.

7.  $f$  מוגדרת לכל  $x$ .

8. הפונקציה  $f$  חד חד ערכית

9.  $f$  רציפה לכל  $x$ .

10. למשוואה  $f(x) = 1$  יש בדיוק פתרון אחד

**שאלה מס' 9** נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \frac{x}{y} + \ln\left(\frac{x-y}{x+y}\right)$  אזי הערך של  $x \cdot f'_x + y \cdot f'_y$  הוא

1.  $\ln\left(\frac{x-y}{x+y}\right)$

2. 0

3.  $f(x, y)$

4.  $\frac{x}{y}$

5. אף תשובה לא נכונה

**שאלה מס' 10** הביקוש לתרכיז גת בתימן נתון על ידי  $x = 500 - 25p$

כאשר  $x$  כמות תרכיז גת בליטר ו- $p$  מחיר לליטר בדינר

אזי הטענה שאינה נכונה

6. ההכנסה מקסימאלית כאשר  $p = 30$

7. ההכנסה השולית פוחתת

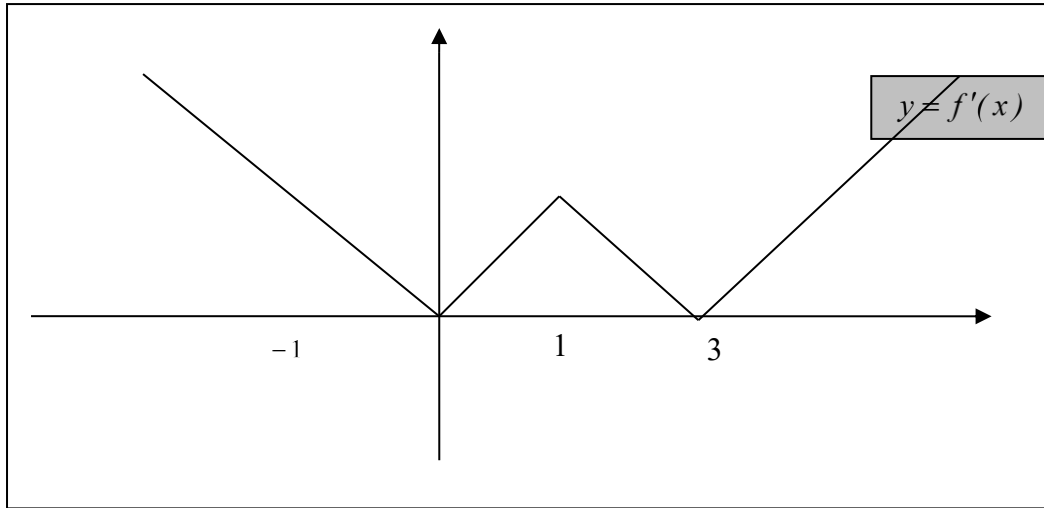
8. כאשר נעלה את המחיר מ-10 ל-11 דינר לליטר ההכנסה לא תשתנה בקרוב

9. ההכנסה גדלה בתחום שבו  $p < 10$

10. הביקוש קטן ככול שהמחיר עולה

**שאלה מס' 11**

לפניך גרף הנגזרת הראשונה,  $y = f'(x)$ :



כמו כן נתון ש-  $f(0) = 0$

אזי הטענה הנכונה

1. הגבול  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-3)^2}$  קיים וסופי

2. ל-  $f$  יש נקודת קיצון אחת ו- 3 נקודות פיתול.

3. ל-  $f$  יש 2 נקודות אי גזירות.

4. הגבול  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^2}$  קיים וחיובי

5. ל-  $f$  יש 2 נקודות אי רציפות

**שאלה מס' 12** נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , הרציפה לכל  $x > 0$  ומקיימת  $f'(x) = (e^{2x} - 1) \cdot \ln x$  וכן

$f(1) = 0$  נסמן את הטענות הבאות

**טענה א:** למשוואה  $f(x) = k$  יש בדיוק 2 פתרונות לכל  $0 < k$

**טענה ב:** מתקיים ש-  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x \ln x - x + 1} < e^2$

אזי:

1. שתי הטענות נכונות

2. רק טענה א' נכונה

3. רק טענה ב' נכונה

4. אף טענה לא נכונה

5. חסר בתרגיל די הרבה נתונים

**שאלה מס' 13** ידוע כי הפונקציה  $f$  מוגדרת לכל  $x \geq 1$  והמקיימת ש-  $f'(x) = x \cdot \sqrt{\ln x}$  (שימו לב זה

הנגזרת של  $f$ ) אזי:

1. הפונקציה  $f$  קמורה לכל  $x > \frac{1}{e}$

2. לפונקציה  $f$  יש נקודת פיתול אחת

3. הפונקציה  $f$  קמורה בכל תחום ההגדרתה.

4. הפונקציה  $f$  קעורה לכל  $1 < x < e$

5. אף תשובה לא נכונה

**שאלה מס' 14** נתונה הפונקציה  $f$  המקיימת ש-  $f(1) = 3$  נסמן  $g(x) = \sqrt{1 + f(3 - 2x)}$  ידוע כי  $g'(1) = 4$  אזי

1.  $f'(1) > 6$

2.  $f'(1) = 0$

3.  $f'(1) < -6$

4.  $f'(1) = -4$

5. ממש לא ניתן לחשב את  $f'(1)$  מאחר וחסרים המון נתונים

**שאלה מס' 15** נתונה הפונקציה  $f(x) = \begin{cases} 3x & 0 \leq x \leq 1 \\ 3 & 1 < x < 3 \\ 8 - x & 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$

אז על סמך שרטוט הגרף ניתן לקבל ש-

1. התמונה של  $f$  היא  $0 \leq y \leq 5$  ו-  $f$  חד ערכית

2. התמונה של  $f$  היא  $0 \leq y \leq 8$  אבל  $f$  אינה חד ערכית

3. למשוואה  $f(x) = k$  יש פתרון יחיד לכל  $0 \leq k \leq 5$

4. התמונה של  $f$  היא  $0 \leq y \leq 5$  ול-  $f$  נקודת אי רציפות אחת בתוך הקטע.

5. אף תשובה לא נכונה

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
4	3	3	1	4	1	2	1	5	5	2	2	1	5	1

### שאלה מס' 1

גבול הפונקציה  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax)^{\frac{2}{x}}$  כאשר  $a \neq 0$  פרמטר הוא:

1.  $e^{2a}$

2. 1 לכל  $a > 0$

3. 0

4.  $\infty$

5. הגבול לא קיים.

### שאלה מס' 2

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot e^{-\frac{1}{x}} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{e^x - 1}{1 - \sqrt{1-x}} & x < 0 \end{cases} \quad \text{לפונקציה}$$

$x = 0$  יש בנקודה

1. בעלת נקודת אי רציפות סליקה
2. נקודת אי רציפות מסוג שני
3. רציפות
4. אף תשובה לא נכונה
5. נקודת אי רציפות מסוג ראשון

### שאלה מס' 3

$$f(x) = \frac{x-1}{|x+1|-2} \quad \text{לפונקציה יש:}$$

1. נקודת אי רציפות סליקה ונקודת אי רציפות מסוג שני.
2. נקודת אי רציפות סוג ראשון ונקודת אי רציפות מסוג שני.
3. 2 נקודות אי רציפות מסוג שני.
4. נקודת אי רציפות אחת מסוג שני.
5. אף תשובה לא נכונה

### שאלה מס' 4

$$y = 2 + \frac{e^{-\sqrt{x}}(x+1)}{x^2 - 1} \quad \text{לפונקציה יש,}$$

1. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ואסימפטוטה אופקית אחת רק ב-  $\infty$
2. יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת רק ב-  $\infty$
3. יש שתי אסימפטוטות אנכיות בלבד ואין אופקית
4. אין אסימפטוטות כלל.
5. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ושתי אסימפטוטות אופקית ב-  $\pm \infty$

### שאלה מס' 5

נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , הרציפה לכל  $x$  ומקימת  $f'(x) = (x-1) \cdot e^{2x+1}$  וכן  $f(1) = 2$  אזי

הטענה שאינה נכונה היא:

1. למשוואה  $f(x) = 2$  יש בדיוק פתרון אחד

2. ל-  $f$  אין נקודות פיתול כלל.

3. בקטע  $1 \leq x \leq 2$  נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.

4. למשוואה  $f(x) = 0$  אין פתרון

5. הערך של  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-2}{h}$  שווה ל-0

### שאלה מס' 6

נתונה הפונקציות  $y = f(x)$  אי זוגית אזי

אזי

1. הפונקציה  $y = f(-x)$  זוגית.

2. הפונקציה  $y = (f(x))^2 - x$  אי זוגית.

3. הפונקציה  $y = f(x) - x^2$  זוגית.

4. אף תשובה לא נכונה

5. הפונקציה  $y = (f(x))^2 - x^2$  זוגית.

### שאלה מס' 7

נתונה הפונקציה  $f(x) = x^{2x} + 4$ , אזי

6.  $f'(x) = 2x^{2x}(\ln x + 1)$

7.  $f'(x) = 2x^{2x-1} \ln x$

8.  $f'(x) = x^{2x}(\ln x + 1)$

9.  $f'(x) = x^x \ln x$

10.  $f'(x) = 4x^{2x-1} \ln x$

### שאלה מס' 8

נתונה הפונקציה  $f(x) = x \ln x + 2x$  אזי הטענה שאינה נכונה היא

1. למשוואה  $f(x) = 0$  יש פתרון אחד בדיוק

2. ל-  $f$  יש נקודות קיצון אחת.

3. אי השוויון  $f(x) + \frac{1}{e^3} \geq 0$  מתקיים לכל  $x > 0$

4. ל-  $f$  אין נקודות אי גזירות.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad .5$$

### שאלה מס' 9

נתונה הפונקציה  $f(x, y) = x \cdot e^{\frac{2y}{3x}}$  אזי הערך של  $x \cdot f'_x + y \cdot f'_y$  הוא

.6  $f$

.7  $\frac{2}{3}f$

.8 0

.9  $e^{\frac{2y}{3x}}$

10. אך תשובה לא נכונה

### שאלה מס' 10

נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 + 12x)^2}$ .

אזי מספר נקודות הקיצון של  $f$  הוא:

.1 3

.2 4

.3 5

.4 2

.5 אף תשובה לא נכונה

### שאלה מס' 11

נתון כי  $f'(x) = (\ln x)^2 - \ln x$  וכן  $f(1) = 0$

אזי הטענה הנכונה

.1 ל-  $f$  יש 2 נקודות קיצון ואין פיתול

.2  $f$  חד חד ערכית

.3 למשוואה  $f(x) = 1$  יש 2 פתרונות

.4 ל-  $f$  יש 2 נקודות קיצון ונקודת פיתול אחת

.5 קיים  $k$  עבורו למשוואה  $f(x) = k$  יש 4 פתרונות

### שאלה מס' 12

נתונה הפונקציה  $y = f(x)$ , המקיימת לכל  $x$  -ש-  $f'(x) = e^{2x} - 4 \cdot e^x + 3$  וכן  $f(2) = 0$  ו-  
 $f(1) = 0$  אזי הטענה שאינה נכונה היא:

1. אם ידוע ש-  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  אז  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = \infty$
2. אין ל-  $f$  נקודות פיתול.
3. בקטע  $(0,1)$  הפונקציה  $f$  יורדת
4. בקטע  $-1 \leq x \leq 0$  נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.
5. הגבול  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

### שאלה מס' 13

פונקציה  $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$  קמורה לכל:

1.  $x < 0$  או  $x > 1$
2. ערך של  $x$
3.  $0 < x$
4.  $0 < x < 1$
5. אף תשובה לא נכונה

### שאלה מס' 14

נתונה הפונקציה  $f$  המקיימת ש-  $f'(2) = 1$  נסמן  $g(x) = \frac{f(2x)}{x-2}$

אם  $g'(1) = 3$  אז:

1.  $f(2) = -1$
2.  $f(2) > 2$
3.  $f(2) = -5$
4.  $f(2)$  לא ניתן לחישוב
5. יש שתי תוצאות ל-  $f(2)$

### שאלה מס' 15

נתונה הפונקציה  $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 3-x & 1 < x < 2 \\ x & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

אז

**קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז**

1. קיים  $k$  עבורו למשוואה  $f(x) = k$  יש בדיוק 2 פתרונות.

2. התמונה של  $f$  היא  $0 \leq y \leq 4$  אבל  $f$  אינה חד ערכית

3. לכל  $0 < a < 4$  מתקיים ש-  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

4. אף תשובה לא נכונה

5. התמונה של  $f$  היא  $0 \leq y \leq 4$  ו-  $f$  חד ערכית

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
5	3	3	2	4	1	1	1	5	5	2	2	1	5	1

**נוסחאות**

**אלגברה**

**נוסחאות הכפל המקוצר ופירוק לגורמים:**

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad \text{ממעלה שנייה}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad \text{ממעלה שלישית}$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{פתרונות המשוואה הריבועית:}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{וויטה:} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{פרוק טרינום:}$$

$$a^0 = 1 \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**סדרה חשבונית:**

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \text{איבר כללי:} \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \text{סכום:} \quad S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

**חזקות ושורשים:**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{נגדיר} \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_n$$

### סדרה הנדסית:

איבר כללי :

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

סכום:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1}$$

אינסופית:  $S = \frac{a_1}{1 - q}$ , עבור

$$-1 < q < 1$$

### לוגריתמים:

הגדרת הלוגריתם:

$$a^b = x \Leftrightarrow \log_a x = b$$

מוגדר עבור  $1 \neq a, x > 0$

חוקי הלוגריתם:  $a^{\log_a x} = x$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

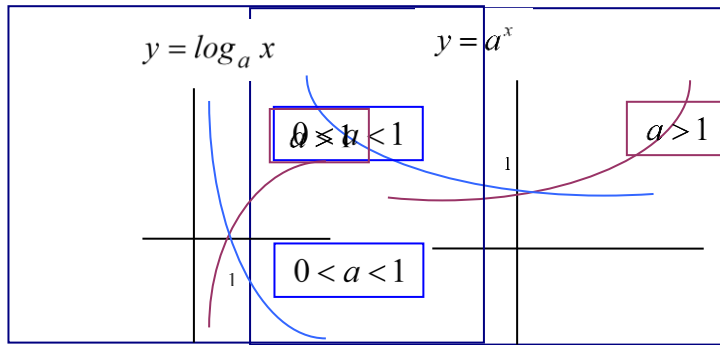
$$\log_a \left( \frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$\log_{(a^n)} x = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$$

מעבר מבסיס לבסיס:

$$\log_m x = \frac{\log_a x}{\log_a m}$$



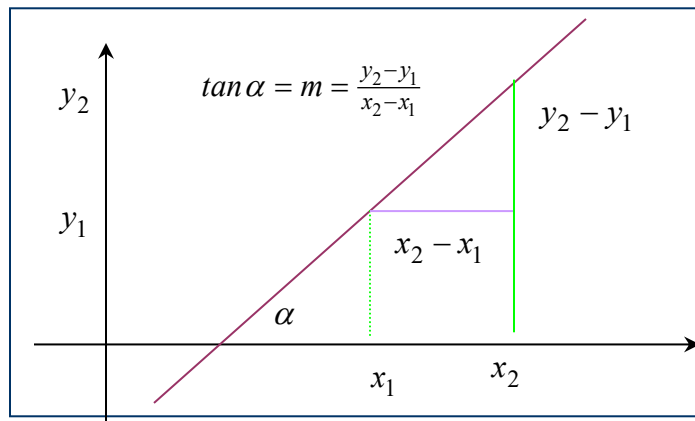
### גיאומטריה אנליטית

#### ישר:

משוואת ישר ששיפועו  $m$  העובר דרך הנקודה  $(x_1, y_1)$ :  
 $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיפוע ישר העובר דרך הנקודות  $(x_1, y_1)$  ו-  $(x_2, y_2)$ :  
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

הזווית  $\alpha$  בין ישר ששיפועו  $m$  לבין הכיוון החיובי של ציר ה- $x$  מקיימת:  $\tan \alpha = m$   
 שני ישרים ששיפועיהם  $m_1$  ו-  $m_2$  מקבילים כאשר  $m_1 = m_2$  וניצבים כאשר  $m_1 \cdot m_2 = -1$ .





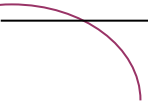

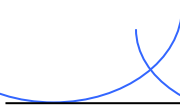
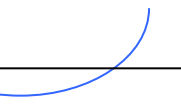
#### מעגל:

שרדיוסו  $R$  ומרכזו בנקודה  $(a, b)$ :  
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$   
 מעגל קנוני שרדיוסו  $R$ :  
 $x^2 + y^2 = R^2$

**פרבולה:**  $y = ax^2 + bx + c$

נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ :  $(x_1, 0)$  ו-  $(x_2, 0)$ , כאשר  $x_1, x_2$  הם שורשי המשוואה הריבועית  
 $ax^2 + bx + c = 0$ . אם למשוואה אין פתרונות, אין נקודות חיתוך.  
 נקודת חיתוך עם ציר ה- $y$ :  $(0, c)$ .

$\Delta < 0$ הפרבולה אינה חותכת את ציר $x$ אלא מרחפת.	$\Delta = 0$ הפרבולה משיקה לציר $x$ בנקודה אחת.	$\Delta > 0$ הפרבולה חותכת את ציר $x$ בשתי נקודות	$y = ax^2 + bx + c$ ציר סימטריה בקודקוד $x = -\frac{b}{2a}$
--	--	--	--

			<p><math>a &lt; 0</math> הפרבולה נקראת פרבולה בוכה - פרבולת מקסימום</p>
			<p><math>a &gt; 0</math> הפרבולה נקראת פרבולה מחייכת - פרבולת מינימום</p>