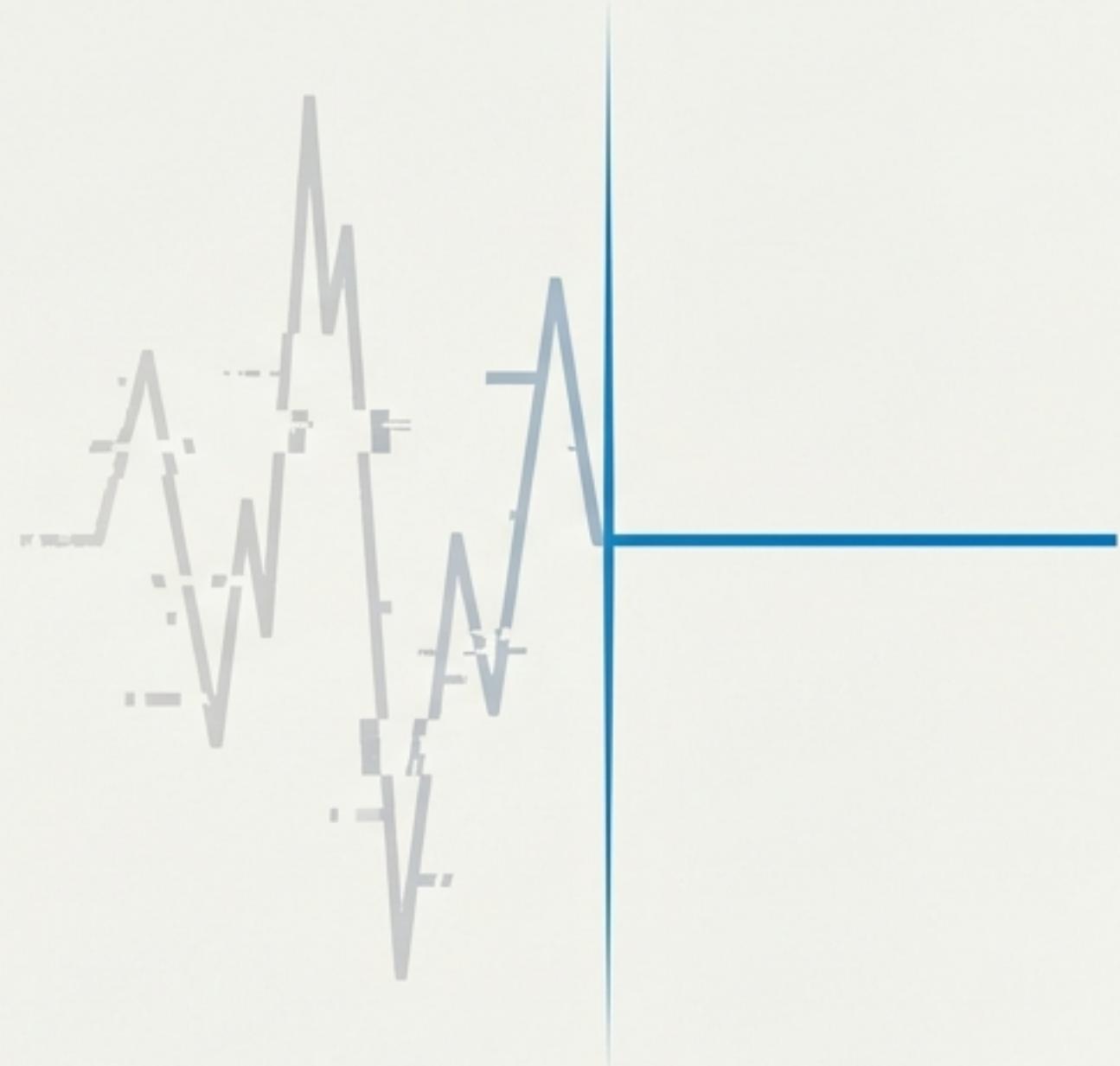


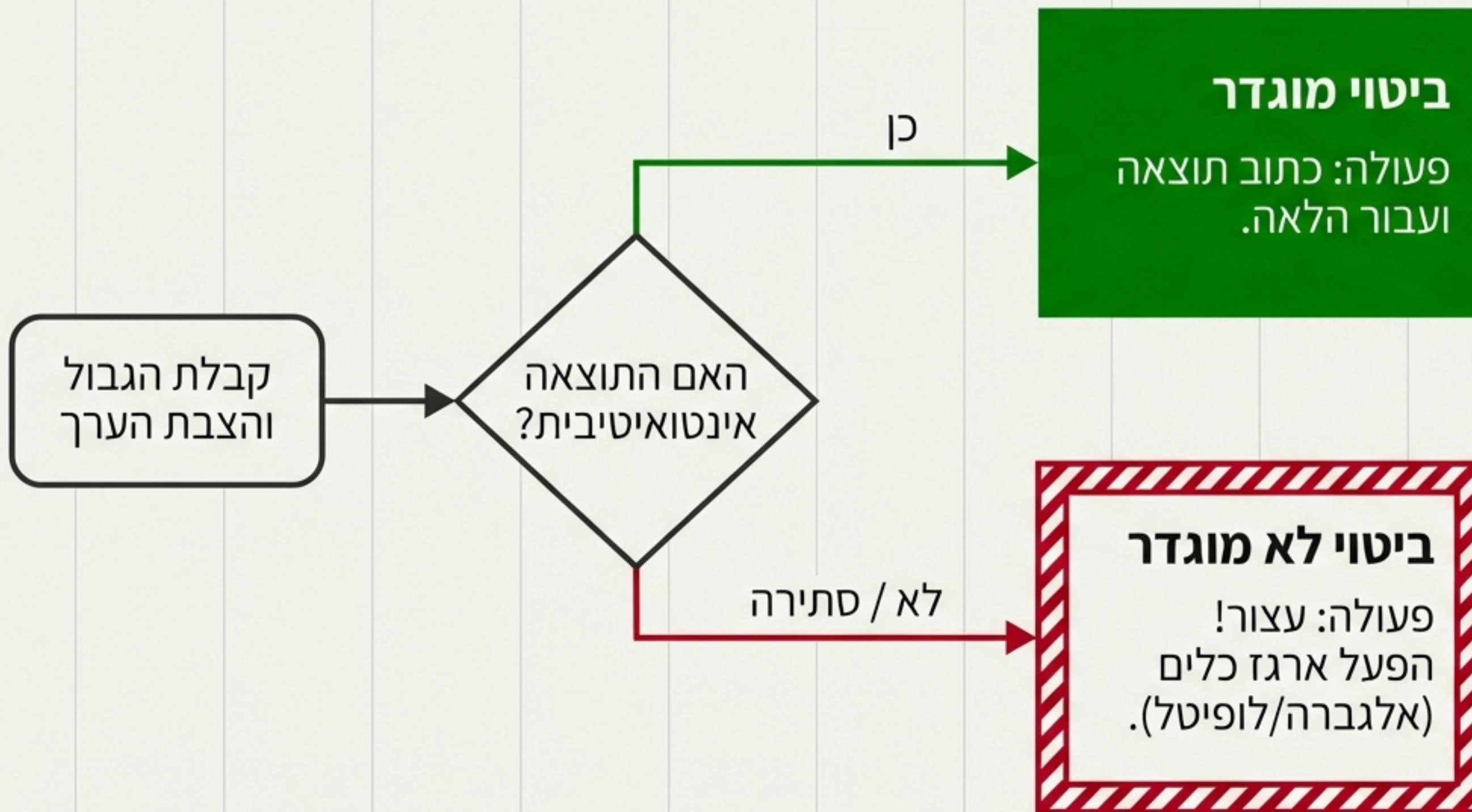
גבולות ביטויים מוגדרים וביטויים לא מוגדרים

הפרוטוקול האסטרטגי לבנייהו של שאייפות, פיצוצים ומצבי קיצון



רוב החלטונות בחדו"א נובעים מניסיון לפתור את מה שכבר פטור, או לנחש את מה שדורש עבודה שחורה. היום אנחנו עושים סדר בבלגן.

עż ההחלטה הבינארית: לירות או לחקור?



ההבדל בין מצטיין לנכשל הוא היכולת לזהות בשנייה: האם זה ' מוצר מדף' או ' קופסה שחורה'?

ארכיטקטורה של ענקים (ביטויים מוגדרים)

המודל המתמטי

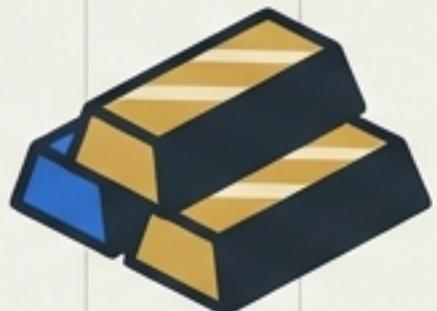
$$\infty + \infty = \infty$$

$$\infty \cdot \infty = \infty$$

$$c \cdot \infty = \pm \infty$$

הסימן נקבע לפי הקבוע c

האלגוריתם המילולי



חוק המיזוגים והרכישות:
אם מחברים אימפריה לאימפריה,
מקבלים אימפריה גדולה יותר.
זה לא מתאפשר.



פקטור הכפל:
כפל במספר קבוע לא עוצר את
האינסוף, הוא רק קובע את המגמה.
קבוע חיובי שומר על כיוון הטיסה,
קבוע שלילי מרים את הגראף למרתף,
אבל העוצמה נשארת אינסופית.

יחסים כוכחות: דילול מול פיצוץ (ביטויים מוגדרים)

המודל המתמטי

$$\frac{c}{\infty} = 0$$

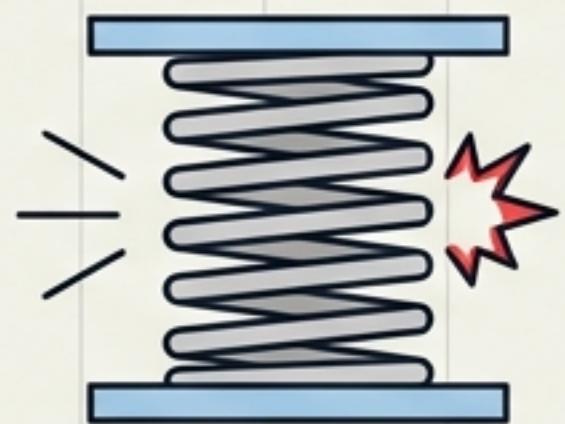
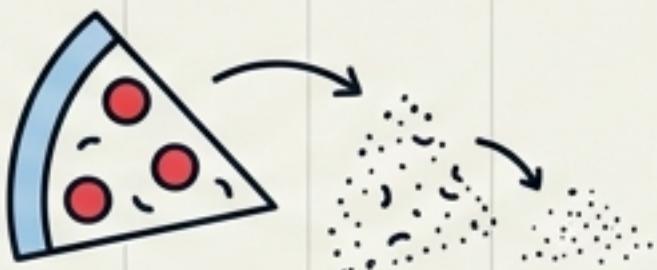
$$\frac{c}{0} = \infty$$

עבור $c \neq 0$

הסטרטגייה המילולית

עקרון הפיצה (המכנה שולט)

פייצה אחת למייליארד סועדים? כל אחד מקבל אפס. המכנה הוא המלך - כשהוא ענק, התוצאה נמתקת.



אפקט הלחץ

נסו לדחוס פיל לתוך חדר בגודל אפס. התוצאה היא פיצוץ אוטומי. חלוקה באפס היא המקפיצה הכי מהירה לאינסוף.

מנועי צמיחה ושחיקה: חזקות מוגדרות

המודל המתמטי

$$\infty^a = \infty \quad (a > 0)$$

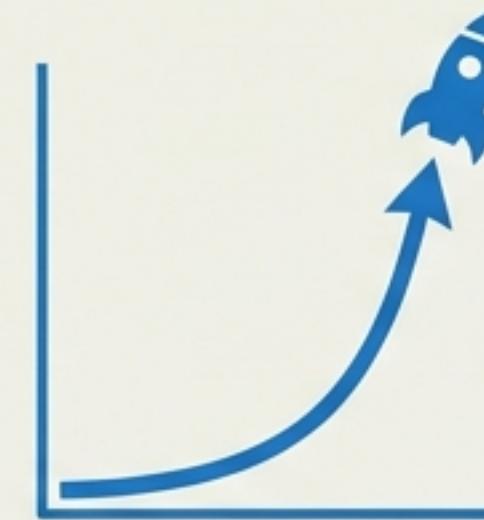
$$a^\infty = \infty \quad (a > 1)$$

$$a^\infty = 0 \quad (0 < a < 1)$$

הסטרטגייה המילולית

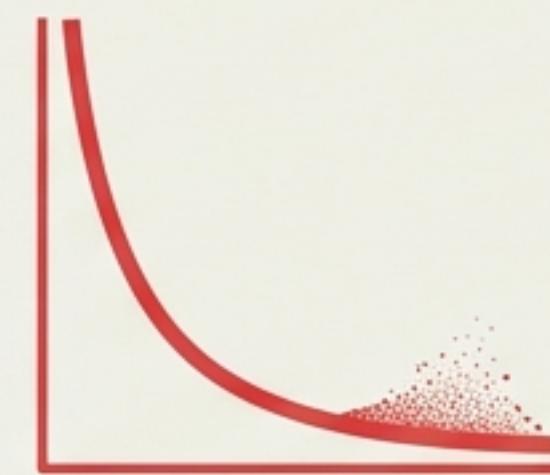
Concept 1

ריבית דרייבית על סטרואידים
אם הבסיס גדול מחד, אנחנו טסים לירוח.
אין תקלה.



Concept 2

מנגנון השחיקה



אם הבסיס הוא שבר (בין 0 ל-1),
האינסוף שוחרק אותו עד לאבק.
תזכרו: שברים נעלמים בחזקה גבולה,
מספרים שלמים מאטלים על העולם.

אזור הסכנה: מלחמת התsha (ביטויים לא מוגדרים)

כוחות שקולים וחרס הדדי

המודל המתמטי

$$\infty - \infty$$

$$0 \cdot \infty$$

זהירות

הסטרטגייה המילולית

Concept 1:



זה לא אפס. זו מלחמה. איזה אינסוף חזק יותר? האם האקספוננס בולע את הפולינום? עד שלא נפתח את מכסה מכסה המנווע (אלגברה), אין לנו מושג מי מנצח.

Concept 2:

כלום כפול הכל. האם האפס יאפס את האינסוף, או האינסוף, או שהאינסוף ינפח את האפס?
התשובה מסתתרת בפרטים הקטנים. אסור לנחש.

הונאת הפונזי: חלוקת כלום בכלום (ביטויים לא מוגדרים)

המודל המתמטי

$$\frac{0}{\infty} \text{ ----- } \text{זהירות}$$

הסטרטגיה המילולית

הלוֹפְּ הַבִּירָוקָר: Concept 1

יחס בין שני ענקים או שני קלומניקים. התוצאה יכולה להיות 5, יכולה להיות 0, יכולה להיות מינוס אינסוף.



הוראת שעה: Concept 2

ברגע שראאים את התבנית זו - שלופים נשק כבד. פירוק לגורםים, כפל בצדדים, או כלל לופיטל. אין קיצורי דרך.

אשליות אופטיות: חזקות מתהענות (ביטויים לא מוגדרים)

המודל המתמטי

----- **זהירות** -----

$$\begin{array}{c} 1^\infty \\ 0^0 \\ \infty^0 \end{array}$$

הסטרטגיה המילולית

המוקש הגדול: Concept 1:

האחד הוא לא באמת אחד (הוא רק שואף לאחד), והאפס בחזקה הוא לא באמת אף.

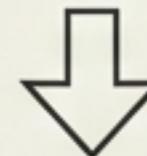
ازהרת מסחר: Concept 2:

הביטוי 1^∞ הוא המקור למספר e , לא ל-1. מי שכותב 1 נופל בפח של החובבנימ. זהו המצב היחיד שבו חזקה אינסופית לא מבטיחה פיצוץ, אלא התרכשות קבוע מתמטי.



הנדסה לאחר: מניתוח שטח לפתרון

$$\lim \left(\sqrt{x^2 + x} - x \right)$$



זהוי ראשוני:

∞ – ∞

אינטואיציה: נראה כמו 0. בפועל: לא מוגדר.



טכנית: כפל בצמוד

$$x^2 + x - x^2 = x$$

$$\frac{(\sqrt{x^2 + x} - x)(\sqrt{x^2 + x} + x)}{\sqrt{x^2 + x} + x} \times \frac{(\sqrt{x^2 + x})^2 - x^2 = x^2 + x^2 = x}{\sqrt{x^2 + x} + x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + x} + x}$$



התוצאה:

$$\frac{1}{2}$$

האינטואיציה הראשונית שלכם שיקרה. הטכנית הצילה את המצב.

נורות אזהרה בלוח המחוונים



שורשים חסודים

רואים מינוס בין שני שורשים או בין שורש למשתנה?
→ חשד מיידי $l - \infty - \infty$.



הבסיס המתיחה

חזקת ששוافت לאינסוף על בסיס ששוافت-1?
→ זהירות, זהו תרגיל על המספר e .



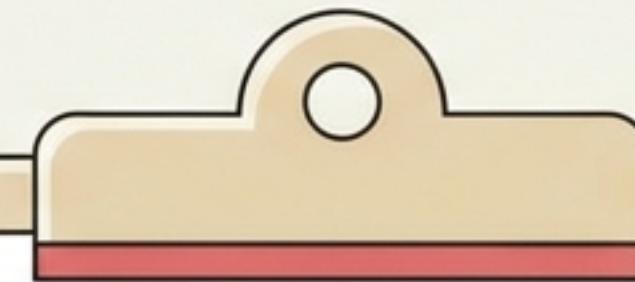
המכינה הבוגדי

אפס במכינה? → אל תרצו לכתוב אינסוף. בדקו את המוניה.
אם גם הוא אפס - יש עבודה לעשות.

ארגון הכלים האולטימטיבי למבחן

התבנית (Pattern)	הסטטוס (Status)	הפעולה הנקטית (The Move)
$\infty \cdot \infty, \infty + \infty$	מוגדר (ירוק)	כתב תשובה מיידית
$\frac{c}{0} (c \neq 0)$	מוגדר (ירוק)	אין סוף (בדוק סימן)
$\frac{0}{\infty}, \frac{\infty}{0}$	לא מוגדר (אדום)	פירוק לגורמים / לופיטל
$\infty - \infty$	לא מוגדר (אדום)	כפל בצדדים / הוצאת גורם משותף
1^∞	לא מוגדר (אדום)	נוחת המספר e

צ'ק ליסט לפני חתימה על הפתרון



- בדיקה הצבה:** האם הצבתי את המספר **לפני** שהתחלתי לגזר או לצמצם? (אולי הגבול מוגדר בכלל?).
- בדיקה סימנים:** האם האינסוף הוא חיובי או שלילי?
(משנה הכל במכפלות).
- בדיקה צדדים:** בנקודות אי-הגדרה (חלוקת ב-0), האם בדקתי גבול מימין ומשמאלי?
- בדיקה שפויות:** האם קיבלתי $1 = 1^\infty$? (אם כן, טעיתי).

בוחן פתע: אינטואיציה או מלכודת?

$$0 \cdot \infty$$

לא מוגדר!

(זה לא אפס)

$$\frac{5}{0^+}$$

$+\infty$

(מוגדר לחלוטין!)

$$\infty \cdot \infty$$

∞

(מוגדר! כסף נמשר לכסף)

אם היססתם בשאלת 1, חזרו לשקף 6 עכשו.

השורה התחתונה

”מתמטיקה היא שפה של דיוק, לא של ניחושים. ביטוי מוגדר הוא עובדה בשטח. ביטוי לא מוגדר הוא הזמנה לחקירה.”

אל תהיו מהMRIים. תהיו חוקרים. עכשו לכו לפטור.

