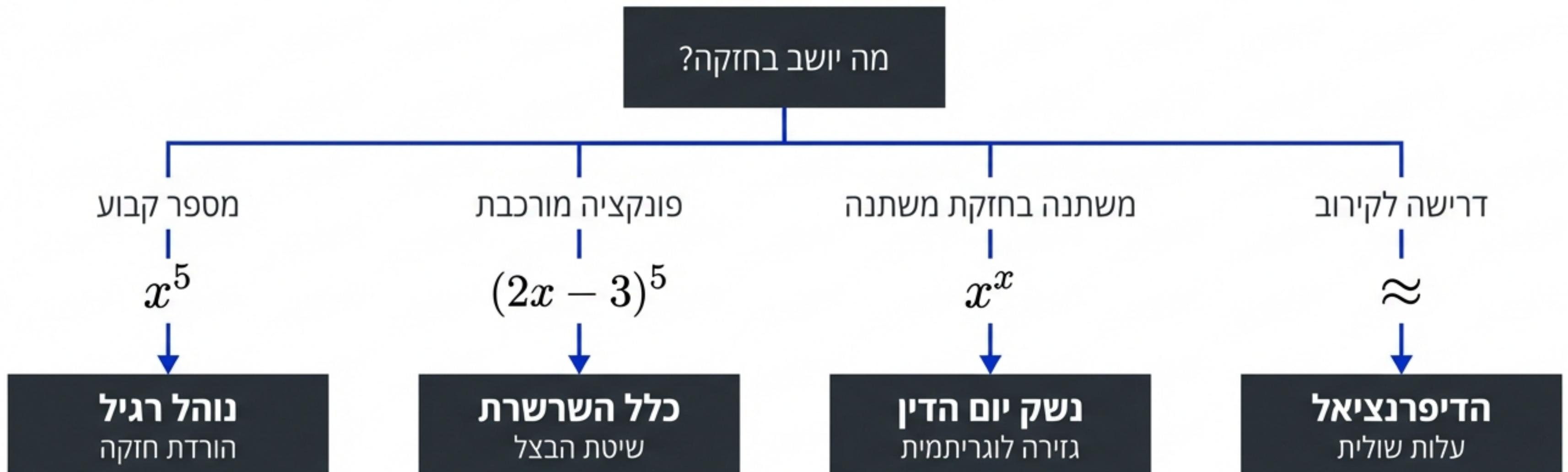


# **בגדרות, דיפרנציאל ומה שביניהם**

המדריך האסטרטגי לפירוק פונקציות.  
מנוסחות ישות לאינטואיציה קטלנית.



# הפרוטוקול: עץ החלטות לזייהוי איזומים



## הערות מנטור

אל תתחילה לגזר לפני שהבנתם מול מה אתם עומדים.  
זייהוי שגוי שווה איבוד נקודות מיידי.

# הArsenal הבסיסי: פועלות רפלקס

## הביטוי (Math)

$$(C)' = 0$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

## הפקודה (Verbal)

הקבוע: מתאפס ונעלם מהשטח.

החזקת ( $x^n$ ): מקפצת קדימה כמקדם ומורידה פרופיל באחד.

השורש ( $\sqrt{x}$ ): צולל למכנה ומכפיל את עצמו ב-2.

הלוג ( $\ln x$ ): הופך להופכי.

האקספוננט ( $e^x$ ): נשאר חסין לשינוי.



# כל השרשרת: מודל המטריוויקה

פונקציה בתוך פונקציה? מקלפים מבחוץ פנימה.

## היצוע

$$[f(u)]' = f'(u) \cdot u'$$

הדוגמה:  $y = (2x - 3)^5$

שלב 1 (חיצונית):  $5(2x-3)^4$

שלב 2 (פנימית):  $\cdot 2$

התוצאה:  $10(2x-3)^4$

## האלגוריתם

1. **זהה** את הפונקציה החיצונית (העטיפה).
2. **גזר** את העטיפה והשאר את "הבטן" **לא שינוי**.
3. **הכפל** בנגזרת של הבטן (**הנגזרת הפנימית**).

**"שכחת להכפל בנגזרת פנימית?  
הרגת את התרגיל."**

# ניהול יחסים: מכפלה ומנה

**מכפלה' ( $v \cdot u$ )**

$$f'g + fg'$$

כל אחת מקבלת את תורה לזרוח בזמן שהשנייה נחה.

$$y = x^2 \ln x \rightarrow y' = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$$

**מנה' ( $v/u$ )**

$$\frac{f'g - fg'}{g^2}$$

המכנה עולה בריבוע ומתבצר למטה.  
למעלה: נגזרת מונה כפול מכנה, **מינוס** מונה כפול נגזרת מכנה.

$$y = \frac{x}{(x+2)^2}$$

# בשך יומ הדין: גזרה לוגריתמית

**להפעלה רק במצב של  $x^x$  (משתנה בחזקת משתנה).**

## תרגיל באש חיה

$$\text{משוואה: } y = x^{4x}$$

$$\text{שלב 1: } \ln y = 4x \ln x$$

$$\text{שלב 2 (נגזרת): } \frac{y'}{y} = 4 \ln x + 4x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{שלב 3 (פישוט): } \frac{y'}{y} = 4(\ln x + 1)$$

$$\text{סופי: } y' = x^{4x} \cdot 4(\ln x + 1)$$

## הפרוטוקול

**1. הפצתה:** מפעלים  $\ln$  על שני האגפים.

**2. הפירוק:** חוקי לוגריתמים ( $x^k = k \ln x$ ).

**3. הגזרה:** גוזרים את שני הצדדים (שמאל  $y'/y \rightarrow$ )

**4. הסגירה:** מכפילים ב- $y$  המקורית.

# הדיפרנציאל: זום-אין כלכלי



**הكونספט:** בשולים, העולם ליניארי.  
הSHIPוע בנקודה הוא 'המחיר' של הצעד הבא.

$$dy \approx f'(x)dx$$

השינוי המקורב  
השינוי ליחידה  
(הSHIPוע)  
השינוי הקטן ב-X

המשימה: חשב בקירוב  $\sqrt{49.85}$

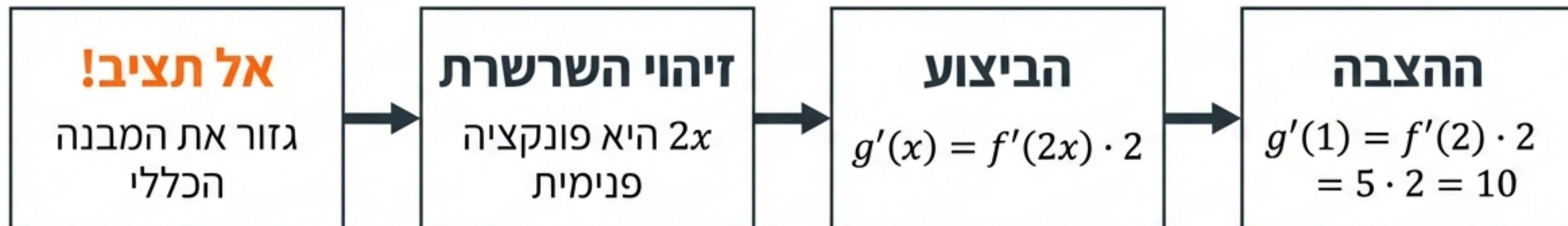
הנתונים:  $x_0=49$ ,  $dx=-0.15$ ,  $f(x)=\sqrt{x}$

הчисוב:  $7 + \frac{1}{14}(-0.15)$

# הנדסה לאחור: פיצוח שאלות מופשטות

**האתגר:**

נתון  $g(x) = f(2x)$ . חשב את הנגזרת של  $g$  בנקודה  $x=1$ .  $f(2)=3, f'(2)=5$ .



**הטעות הנפוצה: הצבת מספרים לפני גזירה.**

**התוצאה: נגזרת של קבוע (0).**

# אזר סנה: מוקשים נפוצים במחשבון

## בלבול זהויות

$$x^n \neq a^x$$

בדוק מי בבסיס ומיל בגג.

משתנה בבסיס? חזקה.  
משתנה בגג? מעריכית.

## הרצח השקט

$$(e^{f(x)})'$$

הנגזרת היא **לא** רק  $e^{f(x)}$ .  
חוובה להכפיל בנגזרת  
המעיר  $f'(x)$ .

## יעורון תחום

$$\ln(\square)$$

הבטן של הלוג חייבת  
להיות חיובית ( $>0$ ).  
תחום הגדרה הוא חלק  
חלק מהשאלה.

# ארגון הכלים האולטימטיבי

הטריגר הויזואלי	הפעולה המיידית	חוק הברזל
$(\text{מכפלה}) y \cdot x$	גזר ראשון שמור שני + הפור	לא לגזר את שניהם יחד!
$e^{\square}$ (מעריצית מורכבת)	העתק-הדבק $\times$ נגזרת המעריך	המעריך הוא פונקציה פנימית.
$\ln(\square)$ (לוג מורכב)	1 חלקו הבטן $\times$ נגזרת הבטן	תחום הגדרה: הבטן חיובית.
$x^x$ (חזקת משתנה)	הפעלת חזקה שני הצדדים	אסור להשתמש בנוסחת חזקה רגילה.

# בוחן פתע: האם מוכנים?

---

## Medium

גזר את:

$$y = x^2 e^{\sqrt{x}}$$

רמז: שילוב של מכפלה  
ושרשראת.

## Hard

גזר את:

$$y = x^{\ln x}$$

רמז: גזירה לוגריתמית  
(חוקי לוגים קודם!).

## Trap

נתון  $h(x) = xf(6-2x)$ .  
חשב  $h'(2)$ .

רמז: נגזרת מכפלה + נגזרת  
פנימית (מינוס 2).

פתרונות מלאים בקובץ המקור (עמוד 10 ועמוד 6).

# צ'ק-ליסט יציאה

לפני שמגיישים את המבחן:

- בדיקה מינוסים:** האם בנגזרת מנה זכרתי את המינוס בנוסחה?
- שרשת חיל:** האם לכל פונקציה מורכבת יש 'זנב' של נגזרת פנימית?
- תחום הגדרה:** האם בדקתי שהא- $x$  שמצאתי חוקי (בתווך שורש/לוג)?
- פישוט:** האם אפשר להוציא גורם משותף ( $e^x$  לרוב)?

”המתמטיקה היא בסך הכל היגיון, שmobוצע בדיקות של מנתה.“  
בהצלחה.