

תרגול 2 – פונקציה מפוצלת, חח"ע, תמונה (גרפי),

בעיות כלכליות

חלק א' – פונקציות

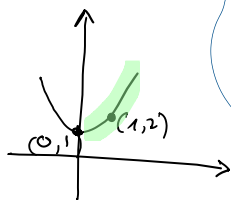
פונקציה מפוצלת: פונקציה המורכבת מתבניות אלגבריות שונות עבור תחומים שונים.

תמונה: כל y בפונקציה שיש לו x .

פונקציה חח"ע (חד חד ערכית): פונקציה שבה לכל y יש x אחד. (אין שני x ים עם אותו y)

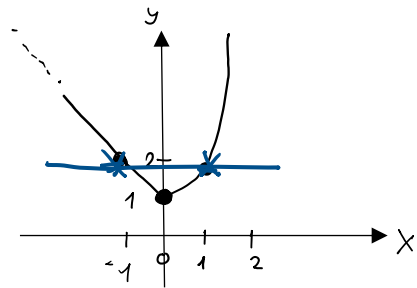
שרטט את הפונקציות הבאות וענה האם הן חח"ע ומה התמונה?

1. $y = \begin{cases} 1-x & x \leq 0 \\ x^2 + 1 & x > 0 \end{cases}$



פירוק

חיתוך עם $y=0$: $0 = x^2 + 1$: $x = \pm i$ (לא חיתוך)
 חיתוך עם $x=0$: $y = 1$: $(0, 1)$
 תוצאה: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$
 נקודה: $(0, 1)$
 נקודה: $(1, 2)$: $x = 1$
 $y = 1^2 + 1 = 2$



תמונה: $Im(y) = [1, \infty)$
 יש $y \geq 1$

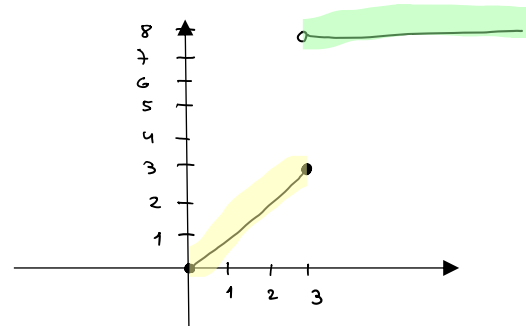
תח"ע? לא. כי $y = 2$ יש 2 x ים שונים.

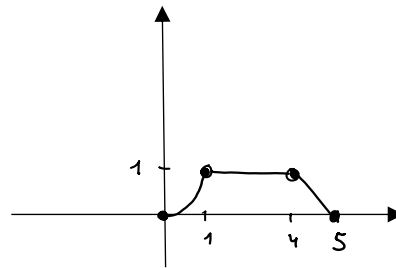
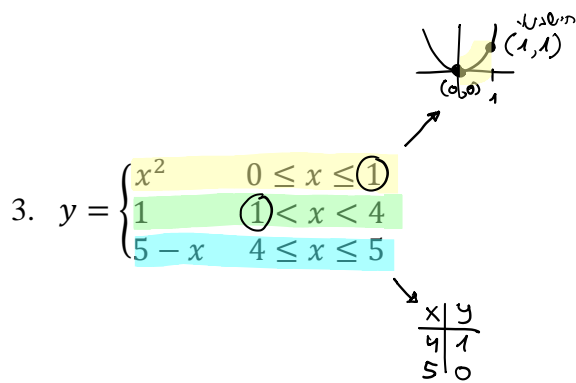
2. $y = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 3 \\ 8 & x > 3 \end{cases}$

$Im(y) = [0, 3] \cup \{8\}$

תח"ע? לא.
 $y = 8$ יש

יש יותר מ- x אחד עם $y = 8$.





$$\text{Im}(y) = [0, 1]$$

חזק? ! כל 5 ו 6 ו 8 ו 1 ו 3 ו 2. $x=2,3$

פונקציית הערך המוחלט

הגדרה: פעולה מתמטית שמקבלת מספר ומחזירה את מרחקו מהאפס.

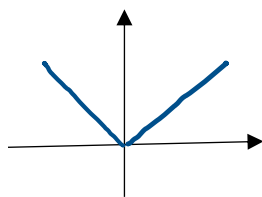
סימון: $| |$

דוגמה: $|3| = 3$ $|-3| = 3$

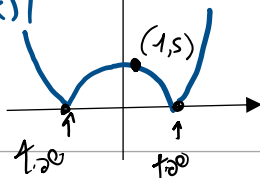
אלגברית: $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

גרפית: ערך מוחלט עושה שיקוף ביחס לציר ה x לכל החלקים השליליים

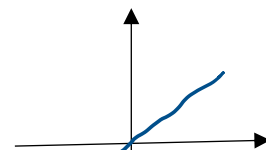
$$y = |x|$$



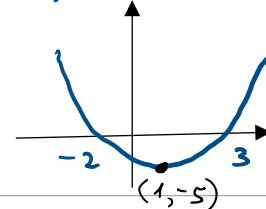
$$g(x) = |f(x)|$$



$$y = x$$



$$f(x)$$



חלק ב – בעיות כלכליות

בעיות כלכליות

המושגים:

X	- מספר היחידות המיוצרות	•
$R(x)$	- ההכנסות (Revenue)	•
$C(x)$	- הוצאות (Cost)	•
$P(x)$	- מחיר ליחידה (Price)	•
$D(p)$	- ביקוש (Demand)	•
$\pi(x)$	- רווח (Profit)	•

≥ 0

על מנת להשיג רווח.

חישובים:

הכנסות - המחיר ליחידה כפול מספר היחידות: $R(x) = x \cdot p(x)$

הוצאות - C קבועות + משתנות

- הוצאות פר יחידה - עלות הייצור כפול מספר היחידות.
- הוצאות קבועות - לא תמיד יש ואם יש, אז הן נתונות בשאלה.

רווח - מחושב על ידי הכנסות פחות הוצאות: $\pi(x) = R(x) - C(x)$

מחיר - p זהו מחיר המכירה של כל יחידה.

שימו לב: לפעמים p נתון כפונקציה של x ולפעמים להיפך.
יש לשים לב מה נדרש בשאלה ולבודד לפי הצורך.

ביקוש - x מה מספר היחידות שיש לייצר כפונקציה של מחיר המכירה.

שאלה כלכלית

מפעל לייצור שעוני רדיו מצא כי פונקציית הביקוש ופונקציית ההוצאות הן:

פ' היקף

$$x = 500 - 10p$$

$$C(x) = 3,000 + 10x$$

כאשר x הוא מספר המכשירים שיימכרו ו- p הוא המחיר למכשיר.

א. בטאו את ההכנסה R ואת ההוצאה C , כפונקציה של המחיר p .

ב. תארו גרפית את R ו- C , באותה מערכת צירים ומצאו את אזורי הרווח וההפסד.

ג. מצאו את נקודות האיזון, כלומר המחירים שעבורם הכנסת המפעל שווה לעלות.

ד. מצאו את המחיר שיש לקבוע למכשיר כדי שרווח המפעל יהיה מקסימלי.

המושגים:

- X - מספר היחידות המיוצרות
- $R(x)$ - ההכנסות (Revenue)
- $C(x)$ - הוצאות (Cost)
- $P(x)$ - מחיר ליחידה (Price)
- $D(p)$ - ביקוש (Demand)
- $\pi(x)$ - רווח (Profit)

$$R = p \cdot x \quad \text{הכנסה}$$

$$\pi = R - C \quad \text{רווח}$$

$$x = 500 - 10p$$

$$R = x \cdot p$$

$$R(p) = (500 - 10p)p$$

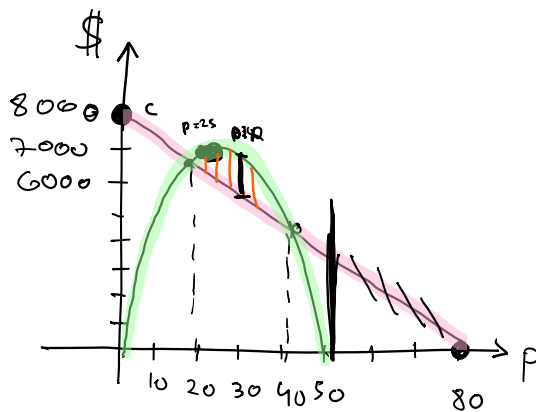
$$R(p) = -10p^2 + 500p$$

$$C(p) = 3000 + 10 \cdot (500 - 10p)$$

$$= 3000 + 5000 - 100p$$

$$C(p) = 8000 - 100p$$

p	$C(p)$
0 נציב	8000
80 נציב	0



$$y=0: -10p^2 + 500p = 0$$

$$p=0 \quad p=50$$

$$(0,0) \quad (50,0)$$

$$x=0 \quad (0,0)$$

$$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-500}{2(-10)} = 25 \quad \text{תחנה:}$$

$$y = \dots = 6250$$

$$(25, 6250)$$

$$0 \leq p \leq 50$$

$$0 \leq p < 20 \quad \text{הפסד} \quad 40 < p \leq 50$$

$$20 < p < 40 \quad \text{רווח}$$

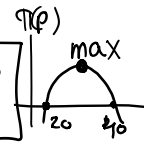
$$p = 20, 40 \quad \text{נק' סף}$$

תחילת הנכס:

$$\begin{cases} y = -100p + 8000 \\ y = 500p - 10p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (20, 6000) \\ (40, 4000) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\pi(p) &= R(p) - C(p) \\ &= 500p - 10p^2 - (8000 - 100p)\end{aligned}$$

כדי יהיה נק' $\pi(p) = -10p^2 + 600p - 8000$  נק' הפיבולה

הנקודה $p = \frac{-b}{2a} = \frac{-600}{2 \cdot (-10)} = \boxed{30}$ \$

הצרכי:

אם כן, הנה $\pi(30) = -10 \cdot 30^2 + 600 \cdot 30 - 8000 = 1000 \$$

