גבולות - טיפול בערך מוחלט

א. גבול שאינו בעייתי- אם בהצבת ה-x מקבלים גבול שאינו בעייתי - סיימנו.

(זה נכון גם אם בתוך הערך המוחלט מתקבל 0. אם הגבול אינו בעייתי, פשוט נחשב אותו).

- $$\lim_{x\to 3}\frac{|x+1|}{x+13}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$
- $$\lim_{x\to 3}\frac{|x-3|}{x+13}=\frac{0}{16}=0$$

ב. גבול בעייתי והערך המוחלט לא מפריע לפתרון- אם בהצבת ה-x מקבלים גבול בעייתי והערך המוחלט לא מהווה הפרעה לפתרון, נפתור בדרך הרגילה (ע״פ האסטרטגיות שלמדנו לטיפול בגבולות בעייתיים) ללא הסרת הערך המוחלט.

- $$\lim_{x\to 7}\frac{|9-x|}{x-7}=\frac{"2"}{0}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 7^+}\frac{|9-x|}{x-7}=\lim\limits_{x\to 7^+}\frac{2}{0^+}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 7^-}\frac{|9-x|}{x-7}=\lim\limits_{x\to 7^-}\frac{2}{0^-}=-\infty\end{cases}$$

אין גבול

ג. גבול בעייתי ויש צורך להסיר את הערך המוחלט- אם בהצבת ה-x מקבלים גבול בעייתי והערך המוחלט מפריע לפתרון, נסיר את הערך המוחלט (כדי שנוכל לכנס איברים, לפרק לגורמים או לצמצם).

אופן הסרת הערך המוחלט: נציב את x ונבדוק את סימן הביטוי שהתקבל בתוך הערך המוחלט. לפי התוצאה נחליט כיצד להסיר:

- $|+|$ ⬅ ביטוי חיובי: נסיר את הערך המוחלט.
- $|-|$ ⬅ ביטוי שלילי: נסיר את הערך המוחלט, נכניס את הביטוי לסוגריים ונוסיף מינוס לפניו.
- $|0|$ ⬅ הביטוי מתאפס: נפצל לימין ולשמאל (כי לא ידוע אם הביטוי חיובי (0^+) או שלילי (0^-)).

דוגמה שבה התקבל ביטוי חיובי בערך המוחלט:

- $$\lim_{x\to 10}\frac{|\underbrace{2x-6}_{14}|-14}{x-10}=\frac{"0"}{0}=\lim_{x\to 10}\frac{2x-6-14}{x-10}=\lim_{x\to 10}\frac{2x-20}{x-10}=\lim_{x\to 10}\frac{2(x-10)}{x-10}=2$$

דוגמה שבה התקבל ביטוי שלילי בערך המוחלט:

(הפיצול הוא בגלל סוג הגבול ולא בגלל הערך המוחלט)

- $$\lim_{x\to 10}\frac{6}{|x-12|-2}=\frac{"6"}{0}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 10^+}\frac{6}{|x-12|-2}=\lim\limits_{x\to 10^+}\frac{6}{-(x-12)-2}=\lim\limits_{x\to 10^+}\frac{6}{-x+10}=\frac{6}{0^-}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 10^-}\frac{6}{|\underbrace{x-12}_{-2}|-2}=\lim\limits_{x\to 10^-}\frac{6}{-(x-12)-2}=\lim\limits_{x\to 10^-}\frac{6}{-x+10}=\frac{6}{0^+}=+\infty\end{cases}$$

אין גבול

דוגמה שבה הביטוי בערך המוחלט מתאפס:

$$\lim_{x\to 10}\frac{\overbrace{|x-10|}^{\boxed{0}}}{(x-10)(x+2)}=\frac{"0"}{0}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 10^{+}}\dfrac{x-10}{(x-10)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 10^{+}}\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{1}{12}\\ \lim\limits_{x\to 10^{-}}\dfrac{-(x-10)}{(x-10)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 10^{-}}\dfrac{-1}{x+2}=-\dfrac{1}{12}\end{cases}$$

אין גבול