

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

א. פונקציות

תרגיל 1

1. פתרו את המשוואות הבאות

$$(x^2 - 3x + 2)(x - 4) = 0 \quad \text{א.}$$

$$x^3 + 6x = 5x^2 \quad \text{ב.}$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad \text{ג.}$$

$$x^4 + x^2 - 2 = 0 \quad \text{ד.}$$

$$x + \sqrt{x} - 6 = 0 \quad \text{ה.}$$

$$x + \sqrt{x+2} = 4 \quad \text{ו.}$$

$$(\sqrt{x} - 1)(x^2 + x - 6) = 0 \quad \text{ז.}$$

תשובה: א. $t = \sqrt{x+2}$ ב. $x = 1, 2, 4$ ג. $x = \pm 1, \pm 3$ ד. $x = \pm 1$ ו. 2 ה. 0, 2, 3 ז. 1, 2, 4

2. פרקו לגורמים

$$x^2 - 16 \quad \text{א.}$$

$$18x^2 - 8 \quad \text{ב.}$$

$$x^2 - x - 2 \quad \text{ג.}$$

$$3x^2 - x - 2 \quad \text{ד.}$$

$$x^2 - 10x + 25 \quad \text{ה.}$$

$$5x^2 - 3x - 2 \quad \text{ו.}$$

תשובה: א. $(3x+2)(x-1)$ ב. $(x-2)(x+1)$ ג. $2(3x-2)(3x+2)$ ד. $(x-4)(x+4)$

$$\text{ה. } (5x+2)(x-1) \text{ ו. } (x-5)^2$$

3. פתרו את המשוואות הבאות

$$e^{2x} = 1 \quad \text{א.}$$

$$e^{2-x} = e \quad \text{ב.}$$

$$2^x = 5 \quad \text{ג.}$$

$$4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0 \quad \text{ד.}$$

$$e^{2x} - 3e^x + 2 = 0 \quad \text{ה.}$$

$$e^{2x} + 2e^x - 8 = 0 \quad \text{ו.}$$

$$\ln(x+1) = 2 \quad \text{ז.}$$

$$\ln^2 x - 3\ln x - 4 = 0 \quad \text{ח.}$$

$$x(e^{2x} + e) = x \quad \text{ט.}$$

$$x \ln^2 x - x \ln x = 0 \quad \text{י.}$$

$$(x+2)(\ln^2 x - 1) = 0 \quad \text{יא.}$$

תשובה: א. 0 ב. 0, $e^4, \frac{1}{e}$ ג. $e^2 - 1$ ז. $\ln 2$ ו. $0, \ln 2$ ה. $2, \log_2 3$ י. $\log_2 5$

$$\text{א. } e_1 \text{ ו. } \frac{1}{e}$$

.4

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

- א. שרטט באותה מערכת צירים את הישרים $y = 6 - x$ ו- $y = 2x + 1$.
- ב. שרטט את הישר העובר דרך $(1,1)$ ו- $(3,5)$, מצאו משווהת ישר זה.
- ג. מצאו משווהת ישר העובר דרך הנקודות $(-3,6)$ ו- $(1,-2)$.
 .a $(6,-2)$ ו- $(3,1)$.b
 .c $(6,1)$ ו- $(-3,1)$
- ד. הראה כי הנקודות $(2,-1), (0,1), (3,-2)$ נמצאות על אותו ישר, מצאו משווהת ישר זה.
 תשובה: ב. $y = 1 - x$, $y = 4 - x$, $y = -2x + 1$. ג. $y = 2x - 1$

תרגיל 2

1. שרטטו את הפונקציות כולל חיתוך עם ציריהם וקודקודם.
- א. $y = 10 - x$ ו- $y = 2x - \frac{1}{5}x^2$
 ב. $y = 2x - 5$ ו- $y = x^2 + 4x - 5$
 ג. $y = 32x - 2x^2$
 ד. $y = |x - 2|$, לשרטט תחילה את הפונקציה ללא ערך מוחלט.
 ה. $y = |3x^2 - 2x - 5|$, לשרטט תחילה את הפונקציה ללא ערך מוחלט.

2. פתרו את אי השוויונים

א. $x^2 - 3x + 2 \leq 0$
 ב. $x^2 + 3x + 12 > 0$
 ג. $x^2 + 12x + 36 > 0$
 ד. $x^2 - x \geq 0$
 ה. $\frac{x-1}{x+2} \leq 1$
 ו. $\frac{2x-1}{2x-1} > -1$

תשובה: א. $x \neq \frac{1}{2}$ ב. כל x ג. $x \neq -2$ ו- $x \geq 1$ ו- $x \leq 0$ ה. $x > 1$ ו-

3. מפעל לייצור כסאות מצאו כי פונקציית הביקוש הינה $p = 2000 - 10x$.
- ההוצאות הן 50 ש"ח לכל כסא.
- כאשר x הוא מספר הכסאות שיימכרו בחודש ו- p הוא המחיר בש"ח לכל כסא.
- א. בטוואו את הכנסה החודשית R ואת ההוצאה החודשית C , כפונקציה של x .
- ב. תארו גרפית את R ו- C , באותה מערכת צירים ומצביעו את אורי הרוחה וההפסד.
- ג. כמה מוצרים יש ליצר על מנת לקבל הכנסה מקסימלית.
- ד. מצאו את הנקודות שעבורם הכנסת המפעל שווה להוצאה.

- תשובה: א. $R(x) = 50x$ ו- $C(x) = 1000 - \frac{1}{10}x$ ג. $R(x) = 2000 - 5x$ ו- $p = 250$.
4. מפעל לייצור רובוטי משחק מצאו כי פונקציית הביקוש הינה $p = 1800 - 18x$.
- ההוצאות הן 1 ש"ח לכל רובוט וכן יש הוצאות קבועות בסך 1800 ש"ח לחודש.
- כאשר x הוא מספר הרובוטים שיימכרו בחודש ו- p הוא המחיר בש"ח לרוביוט.
- א. בטוואו את הכנסה החודשית R ואת ההוצאה החודשית C , כפונקציה של המחיר p .
- ב. תארו גרפית את R ו- C , באותה מערכת צירים ומצביעו את אורי הרוחה וההפסד.

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

ג. מצאו את נקודות האיזון, כלומר המחרירים שעבורם הכנסת המפעל שווה להוצאה.

$$\text{תשובה: } \text{א. } R(p) = p(250 - 5p), C(p) = 2050 - 5p, \text{ ג. } 10,41$$

5. יבואן שולחנות מהודו מצא כי פונקציית הביקוש ופונקציית ההוצאות בש"ח הן:

$$p = 50 - \frac{1}{5}x, \quad C = 1500 + 10x$$

כאשר x הוא מספר השולחנות שיימכרו ו- p הוא המחיר לשולחן.

רשמו את פונקציית הרווח לפי א' ומצאו את המחיר שיש לקבוע לשולחן ואת הכמות כדי שרווח של היבואן יהיה מקסימלי.

תשובה: מחיר 30. כמות 100

6. (תרגיל כתה) יצרן צעוזים במצבה כורי גרעין מטהרן מצא כי פונקציית הביקוש הינה $x = 100 - 2p$.

ההוצאות הן 10 דינר לכל כור **מצצעע** וכן הוצאות קבועות של 600 דינר לחודש.

כאשר x הוא מספר כורי הצצעע **שיימכרו** בחודש ו- p הוא המחיר בדינר לנורא. בטאו את הרכינה החודשית R ואת ההוצאה החודשית C , כפונקציה של x .

ב. מצאו את נקודות האיזון, תארו גרפית את R ו- C , באותה מערכת צירים ומצאו את אזור הרווח וההפסד.

ג. כמה מוצרים יש ליצור על מנת לקבל הרכינה מקסימלית.

7. שרטטו את פונקציית הרווח.

7. (תרגיל כתה) מועדון רכיבה שליד חוף הים באודסה מצא כי פונקציית הוצאות הכלולות של x סדנאות רכיבה טיפולית נתונה על ידי $C(x) = 10x$ (אלפי גראינה) כאשר x הוא מספר הסדנאות בחודש ו- p (אלפי גראינה) מחיר כל לסדנא לרוכבים. פונקציית הביקוש היא: $x = 240 - 6p$

א. מצאו את פונקציית הרכינה ופונקציית ההוצאה החודשי לפי המשתנה x וشرطו אותן,

קבע מה יהיו נקודות האיזון.

ב. מצאו את פונקציית הרווח החודשי של המועדון לפי המשתנה x וشرطו אותה.

ג. כמה סדנאות יש לקיים בחודש על מנת שהרווח שלו יהיה מקסימלי? ומה יהיה אז המחיר לסדנא?

8. מפעל לייצור תיקים מצא כי אם המחיר **לכל תיק** יעמוד על p ש, הביקוש היומי הינו: $x = 200 - \frac{x}{8}$. תיקים ביום.

ידוע כי למפעל **עלות יצור כוללת** של 300 ש, $C(x) = 100x + 300$,

קבעו מהי הטענה שאינה הנכונה

1. פונקציית הרווח היומי עוליה בתחום שבו $0 \leq x \leq 1200$.

2. הרווח היומי יהיה המקסימלי יהיה כאשר כל תיק יימכר ב- 150 ש.

3. הרווח היומי יהיה המקסימלי יהיה כאשר יימכר 400 תיקים.

4. כל עלייה של שקל במחיר תגרום לירידה של 8 תיקים בביקוש.

5. הרווח השולי קטן בכל התחות.

תרגיל 3

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

. א. תחום ההגדרה של f .

. ב. האם f חד-עומק?

. ג. חשבו את תמונה f .

תשובה: א. $-1 \leq x \leq 1$ – ב. לא. ג. $0 \leq y \leq 1$

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 3-x & 1 < x < 2 \\ x & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

. א. תחום ההגדרה של f .

. ב. האם f חד-עומק?

. ג. חשבו את תמונה f .

תשובה: א. $-1 < x < 3$, ג. כל R

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 3-x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

. א. תחום ההגדרה של f .

. ב. מצא האם f חד-עומק וחשב את תמונה f .

תשובה: א. ב. כו, התמונה $2 \leq y \leq 0$

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x < 2 \\ x-1 & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

שרטטו את f ומצאו את התמונה ובדקו האם היא חד חד ערכית.

תשובה: התמונה של f היא $y < 0$ אבל f אינה חד חד ערכית.

5. פסיקולוג קליני מהעיר מרתק שברמווקו גובה מכל מטופל תשלום חד פעמי של 100 דירותם עבור דמי רישום ובנוסף על כל אחד מ-10 שעות הטיפול הראשונות (טיפול לא חייב להיות שעה שלמה) הוא גובה 50 דירותם לשעה ועל על שעת טיפול נוספת (מעבר לשעה ה- 10) הוא גובה 80 דירותם לשעה. מטופל יכול לקבל לכל היתר 20 שעות טיפול לאחר מכן הפסיקולוג מתיאש ומפנה את המטופל לכפרים לטיפול בשיטות מסורתיות.

. א. רשום באמצעות פונקציה מפוצלת (x) את עלות הטיפול הכלולת ל- x טיפולים, עבור

$$0 \leq x \leq 20$$

. ב. שרטטו גרף של f ומצאו האם f חד-עומק וחשב את תמונה f .

6. חשב את הסכומים

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

א. 1. חשבו $\sum_{k=1}^{10} 3$

ב. 2. חשבו $\sum_{k=1}^{10} k$

ג. בהסתמך על סעיפים קודמים חשבו $\sum_{k=1}^{10} (2k - 3)$

ד. חשבו $5t + \sum_{k=1}^5 k^2 - 2\sum_{k=1}^5 k$ והראה כי סכום זה שווה גם $t + \sum_{k=1}^5 (t + k^2 - 2k)$

ה. נתון $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 80$ ו- $\sum_{i=1}^n x_i = 20$. חשבו את תוקן שימוש בתכונות ה-

$\cdot \sum_{i=1}^n (x_i^2 - x_i)$.a

$\sum_{i=1}^n (x_i - 2)^2$.b

$\sum_{i=1}^n (x_i + 2)(x_i + 1)$.c

ו. חשבו את $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 (i + j)$

ז. נתונה הtablלה

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_k	3	3	10	6	7	5	1	4	-3

חשבו

$\sum_{k=1}^9 x_k$.1

$\sum_{k=1}^9 (x_k)^2$.2

$\sum_{k=1}^9 (x_k - k)^2$.3

.4. $\sum_{k=1}^4 |x_k - x_{10-k}|$.4

תשובה: א. $140 + 2n$.c. $4n$.b. 60 .a. g . $5t + 25$.ב. 80 .3. 55 .2. 30 .1. .c. 17.4 .2. 259 .3. 254 .2. 36 .1.

תרגיל 4

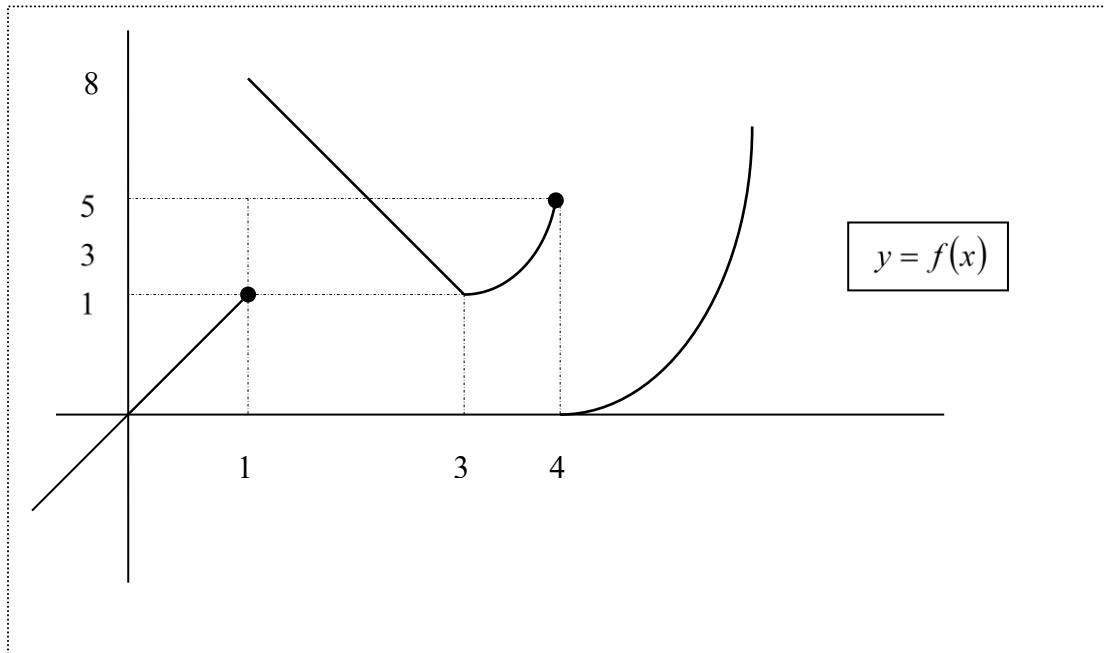
ב. גבולות

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

- . 1. נסמן $f(x) = \begin{cases} 1+x & -1 \leq x < 1 \\ 6-2x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$
- . א. מצאו את תחום ההגדרה של f .
- . ב. שרטטו גרף של f ומצאו האם f חח"ע וחשבו את התמונה f .
- . ג. האם $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ קיימים? אם כן מה ערכו?
- תשובה: א. $-1 \leq x \leq 2$, ב. לא, התמונה f היא פונקציית פולינום, ג. לא

- . 2. נסמן $f(x) = \begin{cases} x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ 6-x & 2 < x \leq 4 \end{cases}$
- . א. מצאו את תחום ההגדרה של f .
- . ב. שרטטו גרף של f ומצאו האם f חח"ע וחשבו את התמונה f .
- . ג. האם $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ קיימים? אם כן מה ערכו?
- תשובה: א. $-2 \leq x \leq 4$, ב. לא, התמונה f היא פונקציית פולינום, ג. כן

3. חשבו את הגבולות: $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ וקבוע האם $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$ ו- $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$



- . 4. חשבו את הגבולות (מהצורה $(\frac{0}{0})$):
- | | |
|---|---|
| $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$. ב. | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x-8}{x^2-x-2}$. א |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$. 7 | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{x^3-x}$. ג |
| $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5+x^2}-3}{x^3-8}$. 1 | $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$. ה |
- תשובה: א. 2, ב. $\frac{1}{18}$, ג. $\frac{1}{4}$, ד. 0, ה. $\frac{1}{2}$

. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ את הערכים $x = 10, 100, 1000, 10000$ בביטוי $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

6. נתונה הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{1-x} & x > 1 \\ \frac{(\sqrt{x+3} - 2)k}{x-1} & x < 1 \end{cases}$$

מצאו עבור אילו ערכי k הגבול $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ קיים.

תשובה: -12

7. נתונה הפונקציה

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & x < 1 \\ x & 1 < x < 4 \\ 4-x & 4 < x \end{cases}$$

שרטטו את גרף הפונקציה ומצאו את הגבולות הבאים: מתוך הشرطוט

א. $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$.

ב. $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$.

ג. $\lim_{x \rightarrow 4} g(x)$.

תשובה: א. 1. ב. 2. ג. לא קיים

8. חשבו את הגבולות החד-צדדיים הבאים, במידה והם קיימים:

ב. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|1-x|}{x^2 + x - 2}$

א. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x+2}$

ג. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2^{\frac{2}{x}} + 3}$

ה. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{(x-5)^4}$

תשובה: א. 1. ב. לא קיים. ג. ∞ . ה. לא קיים

9. חשבו את הגבולות הבאים:

בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים

א. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$

ג. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$

ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$

ה. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x-3x^3}{1+x^2+3x^3}$

ה. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 - 7x}$

ו. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$

ו. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארוז

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2-1} . \text{ט.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-5x}{x^2-3x+1} . \text{ח.}$$

תשובה: א. 0. ב. ∞ . ג. ∞ . ד. $-\frac{5}{2}$. ה. 0. ג. 4 (רמז: שני צמודים) ח. ∞ . ט.

10. חשב/י את האבולות הבאים, במידת הצורך הפרד ל-2 מקרים.
בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x-1} . \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|1-x|}{1-\sqrt{x}} . \text{ג.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-7|}{x^2+4x-21} . \text{ז.} \quad \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{x^2-4x-21} . \text{ג.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|2x-1|-3}{x-2} . \text{ו.} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} . \text{ח.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} - \frac{2}{x^2-1} . \text{ט.} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} . \text{ז.}$$

תשובה: א. 2. ב. לא קיימ. ג. 7 לא קיימ. ה. $\frac{1}{8}$. ג. 2. ה. $\frac{1}{10}$.

תרגיל 5

1. חשב/י את האבולות הבאים:
בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) . \text{ז.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^x . \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x . \text{א.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{3x}\right)^{-x^2} . \text{ו.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3\sqrt{x}} . \text{ה.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{2+x}\right)^{4x} . \text{ז.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{x} . \text{ט.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(1+x^2\right)^{\frac{2}{x}} . \text{ח.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{3}{x}} . \text{ז.}$$

תשובות: א. e^{-6} . ג. 0. ה. 1. ו. ג. 2. ה. 1. ט. 5.

ג. רציפות

2. קבע/י האם הפונקציות הבאות רציפות ב $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & x < 2 \\ x^3 & x \geq 2 \end{cases} . \text{ב.} \quad f(x) = \sqrt{(x-2)^3 + 5} . \text{א.}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases} . \text{ז.} \quad f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{|x-2|}} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases} . \text{ג.}$$

תשובה: ד לא רציפה.

3. סוג את נקודות אי הרציפות של $f(x) = \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$

תשובה: $x = 0$ סוג I.

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x \leq 1 \\ \frac{2 - \sqrt{x^2 + 3}}{x - 1} & x > 1 \end{cases}$$

4. מצא/י את כל ערכי הפרמטר a כך שהפונקציה תהיה רציפה ב- $x = 1$.
 תשובה: $a = -\frac{3}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & x < 2 \\ Ax + B & 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{6(x - 3)}{x^2 - 9} & 3 < x \end{cases}$$

5. מצא/י את כל ערכי הפרמטרים A, B כך שהפונקציה $f(x)$ לא מתאפסת בקטע $[a, b]$.

תשובה: $A = -3, B = 10$

6. תן/תני דוגמא לפונקציה $f(x)$ המוגדרת בקטע $[a, b]$ ומקיימת $f(a) < 0, f(b) > 0$ וקיים נקודה $c \in (a, b)$ כך ש $f(c) = 0$.

7. מצאו את נקודות אי הרציפות של הפונקציות הבאות וציין את סוגן בסעיף זה יש לפתור רק תתי סעיפים אי זוגיים

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x} & x < 1 \\ \frac{4\sqrt{x-4}}{3(x-1)} & x > 1 \end{cases}$$

א.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{x} & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ \frac{e^x - e^{-x}}{e^x - 1} & x < 0 \end{cases}$$

ב.

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + |x| - 2}$$

ג.

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{|x|}}}{x-1} .7$$

תשובה: א. $x=0$ סוג I, $x=1$ סוג II, $x=-1$ סוג II. ב. אין. ג. $x=1$ סליקה, $x=-1$ סליקה, $x=0$ סוג II.

$$y = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x - 9}{3 - \sqrt{x}}, & x > 9 \\ ax + b - 6, & 0 \leq x \leq 9 \\ e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \end{cases} .8 \text{ נתונה הפונקציה}$$

שהפונקציה רציפה לכל x .

תשובה: $b=6, a=-\frac{20}{3}$

תרגיל 6

ד. נגזרות

א- גזוו את הפונקציות לפי הגדרת הנגזרת :

$$f(x) = x^2 + x + 6 .1$$

$$f(x) = 2\sqrt{1-x} .2$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} .3$$

$$f(x) = \sqrt{x} .4 \text{ בנקודת כללית וקבע עבור אילו ערכי } x \text{ הפונקציה גזירה.}$$

$$\text{תשובה: } .1 \frac{1}{2\sqrt{x}} .4 \frac{-2}{(x-1)^2} \text{ כאשר } 0 < x .3 -\frac{1}{\sqrt{1-x}} .2 2x+1$$

$$.5 \text{ הוכח, ע"י שימוש בהגדרה, כי הפונקציה } f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x} \text{ אינה גזירה ב- } x=1$$

תרגיל 7

ב- גזוו את הפונקציות הבאות לפי כללי הגזירה ,

$$.1 y = (3x^2 + x + 1) \cdot e^x .2 y = x^3 \cdot \ln x$$

$$.3 y = 3^x \cdot e^x .4 y = \sqrt[3]{x} \cdot e^x$$

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

$\cdot y = \frac{x-1}{x+1}$.6	$\cdot y = \frac{e^x}{x^4}$.5
$\cdot y = \frac{e^x}{x-2}$.8	$\cdot y = \frac{x^2}{x-1}$.7
$\cdot y = (x^2 - 1)^7$.10	$\cdot y = (4x-3)^5$.9
$\cdot y = (x^3 + 1)^5$.12	$\cdot y = 4\sqrt{x-1}$.11
$\cdot y = \frac{(x-3)^3}{x-2}$.14	$\cdot y = \frac{(2x-5)^6}{3x+7}$.13
$\cdot y = (x+5)^{10}$.16	$\cdot y = \sqrt{x^2 + 5}$.15
$\cdot y = \sqrt[5]{x - \sqrt{x}}$.18	$\cdot y = \sqrt{\frac{3x-5}{2-4x}}$.17
$\cdot y = e^{x^2}$.20	$\cdot y = (e^x - 1)^7$.19
$\cdot y = xe^{5x}$.22	$\cdot y = x^2 e^{-x}$.21
$\cdot y = x^n e^{mx}$.24	$\cdot y = xe^{\sqrt{x}}$.23
$\cdot y = x \ln^2 x$.26	$\cdot y = \ln^2 x$.25
$\cdot y = \sqrt{\frac{e^{2x} - 1}{e^x - 1}}$.28	$\cdot y = x \ln^5 x$.27
$\cdot y = \frac{\ln x}{e^x}$.30	$\cdot y = \frac{e^{-x}}{x+4}$.29
$\cdot y = \sqrt{1 - \ln x}$.32	$\cdot y = \sqrt{xe^x - 1}$.31
$\cdot y = \sqrt[3]{xe^{3x}}$.34	$\cdot y = \sqrt{\frac{e^x}{x-2}}$.33
$\cdot y = \ln(e^x - e^{-x})$.36	$\cdot y = \ln^2(3^x - 1)$.35
$\cdot y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.38	$\cdot y = \ln(xe^{2x} - 1)$.37
$\cdot y = x \cdot e^{\frac{2}{x}}$.40	$\cdot y = \sqrt{x \ln x}$.39
		$\cdot y = e^{e^x}$.41

תשובות:

$\cdot y' = e^x \left(\frac{1+3x}{3\sqrt[3]{x^2}} \right)$.3	$\cdot y' = x^2(3 \ln x + 1)$.2	$\cdot y' = (3x^2 + 7x + 2) \cdot e^x$.1
$\cdot y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.6	$\cdot y' = \frac{e^x \cdot (x-4)}{x^5}$.5	$\cdot y' = 3^x \left(\ln 3 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$.4
$\cdot y' = 20(4x-3)^4$.9	$\cdot y' = \frac{(x-3) \cdot e^x}{(x-2)^2}$.8	$\cdot y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.7

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

. $y' = 15x^2(x^3 + 1)^4$.12	. $y' = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$.11	. $y' = 14x \cdot (x^2 - 1)^6$.10
. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}}$.15	. $y' = \frac{(x-3)^2(2x-3)}{(x-2)^2}$.14	. $y' = \frac{3(2x-5)^5(10x+33)}{(3x+7)^2}$.13
. $y' = \frac{2\sqrt{x}-1}{10\sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{(x-\sqrt{x})^4}}$.18	. $y' = \frac{-7}{(2-4x)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{3x-5}}$.17	. $y' = 10(x+5)^9$.16
. $y' = (2x-x^2) \cdot e^{-x}$.21	. $y' = 2xe^{x^2}$.20	. $y' = 7e^x(e^x-1)^6$.19
. $y' = x^{n-1}e^{mx}(n+mx)$.24	. $y' = \left(1+\frac{1}{2}\sqrt{x}\right) \cdot e^{\sqrt{x}}$.23	. $y' = (1+5x) \cdot e^{5x}$.22
. $y' = \ln^5 x + 5\ln^4 x$.27	. $y' = \ln^2 x + 2\ln x$.26	. $y' = \frac{2\ln x}{x}$.25
				(פרק ו' וצממו לפניו גזירה).	.28
				. $y' = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}}$	
				. $y' = \frac{-e^{-x}(x+5)}{(x+4)^2}$.29
. $y' = \frac{(x-3)\sqrt{e^x}}{2\sqrt[(x-2)^3]}$.33	. $y' = -\frac{1}{2x\sqrt{1-\ln x}}$.32	. $y' = \frac{e^x(x+1)}{2\sqrt{xe^x-1}}$.31
. $y' = \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$.36	. $y' = \frac{2 \cdot 3^x \cdot \ln 3 \cdot \ln(3^x-1)}{3^x-1}$.35	. $y' = \frac{e^x(3x+1)}{3\sqrt[3]{x^2}}$.34
. $y' = \frac{\ln x+1}{2 \cdot \sqrt{x \ln x}}$.39	. $y' = \frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}}$.38	. $y' = \frac{e^{2x}(1+2x)}{xe^{2x}-1}$.37
		. $y' = e^{e^x+x}$.41	. $y = \left(1-\frac{2}{x}\right) \cdot e^{\frac{2}{x}}$.40

48. (תרגול נוספת) מצאו את הנגזרות של הפונקציות המעריכיות הבאות:

A. $f(x) = 7^{x^2}$.7 f(x) = $(x+1)^3e^x$.ג f(x) = $\frac{e^x}{x^3}$.ב f(x) = $e^{x^3-3x^2+1}$.א

תשובה:

$f'(x) = 2x \cdot 7^{x^2} \ln 7$.7 f'(x) = $(x+1)^2e^x(x+4)$.ג f'(x) = $\frac{e^x(x-3)}{x^4}$.ב f'(x) = $(3x^2-6x)e^{x^3-3x^2+1}$.א

49. (תרגול נוספת) מצאו את הנגזרות של הפונקציות הלוגריתמיות הבאות:

f(x) = $\sqrt[3]{1+\ln x}$.7 f(x) = $\ln^3 x$.ג f(x) = $\ln(1-x^2)$.ב f(x) = $\ln(5x)$.א

f(x) = $\log_4(2x+1)$.ג f(x) = $\ln^2(3x)$.ב f(x) = $e^{2+\ln x}$.א f(x) = $\frac{x}{\ln x}$.נ

תשובה:

$f'(x) = \frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}(1+\ln x)^2}$.7 f'(x) = $\frac{3\ln^2 x}{x}$.ג f'(x) = $\frac{-2x}{1-x^2}$.ב f'(x) = $\frac{1}{x}$.א

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארוז

$$f'(x) = \frac{2}{(2x+1)\ln 4} \quad f'(x) = \frac{2\ln(3x)}{x} \quad \textcolor{red}{f'(x) = e^2} \quad \textcolor{red}{f'(x) = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}}$$

ג- גזוו בעזרת נגזרת לוגריתמית

$$y = x^{3x} \quad .1$$

$$y = x^{3x}e^x \quad .2$$

$$y = x^{\frac{2}{x^2}} \quad .3$$

$$\text{. } x=1 \text{ - ב- } y = \frac{x^2 e^x}{(x+1)^3} \quad .4$$

$$y' = x^{\frac{2}{x^2}} \frac{2(1-2\ln x)}{x^3} \quad \text{. ג- } y' = x^{3x}(3\ln x + 4)e^x \quad \text{. ב- } y' = 3x^{3x}(\ln x + 1)$$

תשובה: א. $\frac{3e}{16}$

ד- תרגילים נוספים

1. חשבו את הנגזרות

$$\text{א. } \frac{dx}{dt} \text{ חשבו } x = 2t^3 - t + 1$$

$$\text{ב. } t = 1 \text{ - ב- } \frac{dx}{dt} \text{ חשבו } x = a \ln t - t^2 e^t$$

$$\text{ג. } (t, x) = (2, -3) \text{ חשבו } \frac{dx}{dt} \text{ בנקודה}$$

$$\text{ד. הביקוש נתון על ידי } p = 1200 - 3x - 4\sqrt{x} \text{ המהיר לייחידה ו- } x \text{ הכמות}$$

$$\text{חשבו ב- } x = 4 \text{ והסביר את התוצאות.}$$

$$\text{תשובה: א. } x' = 6t^2 - 1 \quad \text{ב. } -1/3 \quad \text{ג. } a - 3e \quad \text{ד. } -4$$

$$2. \text{ נתונה הפונקציה } f(0) = 5, f'(0) = -2. \text{ ידוע כי } f(x) = x^2 + bx + c. \text{ מצאו את הפונקציה.}$$

$$\text{תשובה: } x^2 - 2x + 5$$

$$3. \text{ (תרגיל כיתה) מצאו את נקודות בהן ערך הנגזרות של הפונקציה } 3$$

$$\text{שווה ל. } 5$$

$$\text{תשובה: } 3, -5$$

$$4. \text{ מצאו את נקודות החיתוך של הגרפים של שתי הפונקציות הבאות}$$

$$f(x) = \sqrt{x}, g(x) = \frac{x}{5} + 1.2 \quad \text{וכן עבור כל נקודה חיתוך את הגרף ששיפעו גדול יותר.}$$

$$\text{תשובה: } x = 9, f(x) = 4, g(x) = 1$$

$$5. \text{ (תרגיל כיתה) הראה שהפונקציה } f(x) = e^{3x} \text{ מקיימת לכל } x$$

$$f''(x) - 2f'(x) - 3f(x) = 0$$

$$6. \text{ (תרגיל כיתה) הראה שהפונקציה } f(x) = x^2 + x + 5 \text{ מקיימת לכל } x$$

$$5f''(x) + xf'(x) - 2f(x) + x = 0$$

$$7. \text{ מצאו מספר } a \text{ כך שהפונקציה } f(x) = e^{ax} \text{ תקיים לכל } x$$

$$\text{. } f'(x) = x^a e^x \text{ מצאו את}$$

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

תשובה: $x^x(\ln x + 1)$

9. נתונה $f(x) = x^{\ln x}$ מצאו את $f'(x)$

$$\frac{2x^{\ln x} \ln x}{x}$$

10. נתונה הפונקציה המקיימת ש-

i. נסמן $g(x) = \sqrt{f(x)+6}$ חשבו $g'(1)$

ii. נסמן $h(x) = \sqrt{f(x^2)+6}$ חשבו $h'(1)$

iii. נסמן $f^2(x) = (f(x))^2$, $k'(1)$ חשבו $k(x) = \sqrt{f^2(x)+6}$ שמו לב

$$\text{תשובה: a. } 2 \text{ b. } 4 \text{ c. } \frac{36}{\sqrt{15}}$$

תרגיל 8

1. נתונה הפונקציה המקיימת ש- $f(2) = 4, f'(2) = 15$ נסמן $g(x) = \frac{f(x+1)+1}{f(2x)+2}$ חשבו $. g'(1)$

$$\text{תשובה: } -\frac{5}{3}$$

2. העלות (בдолרים) של ייצור x מכשירי רדיו ליום היא $C(x) = 1000 + 100x - \frac{x^2}{2}$ $(0 \leq x \leq 100)$.

a. מהי פונקציית העלות השולית ברמת ייצור של x מכשירים?

b. חשבו את העלות השולית ברמת ייצור של 80 מכשירים ופרשו את התוצאה.

c. חשבו את העלות המדויקת של ייצור המכשיר ה- 81 והשו אותה זו עם התוצאה מסעיף b'.

d. חשבו את $C'(50)$ ופרשו את התוצאה.

e. הראה כי העלות השולית פוחתת

$$\text{תשובה: a. } C'(x) = 100 - x \text{ b. } 20\$ \text{ c. } 19.5\$ \text{ d. } C'(50) = 50$$

3. (תרגיל כיתה) בפיצוציה ביופו אנשים מוכנים לקנות x ק"ג של טבק ליום במחיר של p שקלים לרובע קילו, על-פי משוואת הביקוש הבאה:

$$(1 \leq p \leq 10) \quad x = 100 - p^2$$

a. מצאו את $\frac{dx}{dp}$, קצב שינוי הביקוש כפונקציה של המחיר p .

b. חשבו את $\frac{dx}{dp}$ עבור $p = 2$ ו- $p = 8$ ופרשו את התוצאות.

c. מהי פונקציית ההכנסה השולית $R'(p)$?

d. באיזה תחום של מחירים פונקציית ההכנסה, $R(p)$, עולה?

e. הראו כי $R'' < 0$ והסבירו את המשמעות.

$$\text{תשובה: } R'(p) = 400 - 12p^2 \quad \text{ג.} \quad -4, -16 \quad \text{ב. } \frac{dx}{dp} = -2p \quad \text{א.}$$

f. כאשר $R(p) : 1 < p < 5.77$ עולה,

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארוז

4. הביקוש (בטון) לפפריקה הונגרית נתון על ידי הפונקציה $x = 100 - 3\sqrt[3]{p}$

כאשר p שmahir לצרכן לטון פפריקה ו- α הכמות (בטון) של הפפריקה הונגרית

a. מצאו את $\frac{dx}{dp}(8)$ והסבירו את המשמעות הכלכלית של התוצאה.

b. האם פונקציית הביקוש עולה או יורדת עם העלייה בmahir לצרכן לטון?

c. רשמו את פונקציית ההכנסה ומצאו באיזה mahir לטון תהיה ההכנסה השולית כתוצאה

מהעלאת mahir לטון ב- 1 ₪, שווה ל- 60 ₪.

תשובה: a. $-\frac{1}{4}$, עלית mahir מ- 8 ל- 9 ₪ לטון תגרור ירידת של $\frac{1}{4}$ טון בבדיקה

b. יורד ג. 1000 ₪.

5. בדקו האם הפונקציות הבאות זוגיות או אי-זוגיות

$$f(x) = x^4 - x^2 \cdot \ln x^2$$

$$f(x) = x \cdot |x| - x + 1$$

$$f(x) = \frac{e^{|x|}}{x^3 - x}$$

תשובה: a. זוגית b. כללית c. אי-זוגית

ה. כלל לפיטל

חשבו את הגבולות הבאים במידת האפשר בעזרת כלל לפיטל:
יש לפתור רק תתי סעיפים אי-זוגיים.

בנקודת $0 = x$ אי-רציפות

סוג שני.

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}, \text{ הפרד לשני}$$

מקרים

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{x^2 - 1} .10$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{(2x-1)^5} .11$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x - 1}{e^x - x + 1} .12$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + x - 3^x}{3^x + x - 4^x} .13$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{2x} + x - 1)}{3x} .14$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} .15$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x .16$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} .1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln^2 x}{x^2 - 1} .2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 4x - 1}{x^2} .3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sqrt[3]{x^4}} .4$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x .5$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln^3 x .6$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot \ln x}{x-1} .7$$

8. חשב: $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot e^{\frac{1}{x}}$, (הפרד לשני מקרים) והראה כי יש

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{\ln x}} \cdot 20$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x} \cdot 21$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{\frac{1}{x}} \cdot 17$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x^2)^{\frac{1}{x}} \cdot 18$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+3^x)^{\frac{2}{x}} \cdot 19$$

תשובה:

∞	.15	לא קיים	.8	2	.1
1.16		לא קיים	.9	0	.2
e	.17		0 .10		
1.18			$\frac{1}{32}$.11		
9.19				8	.3
e	.20		1 .12	0	.4
1.21			0 .13	0	.5
			$\frac{2}{3}$.14	0	.6
				1	.7

22. חשב את הגבול, רמז: יש להחליף מונה ומכנה.

תשובה: 0

$$y = \begin{cases} x^x & x > 0 \\ ax + b & -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{\ln(x^2)}{x+1} & x < -1 \end{cases}$$

נתונה הפונקציה
ריצפה לכל x .

תשובה: $a=3, b=1$

תרגיל 9

ו.משיקים

1. מצא/י את משוואת המשיק לפונקציה $y = xe^x$ בנקודות 0 ו- -1 .

תשובה: $x = -1$ ו- $y = -\frac{1}{e}$

2. מצא/י נקודה על גרף הפונקציה $y = (x-1)^3$ שבה המשיק מקביל לישר $x = 12x$.
תשובה: $(3,8), (-1,-8)$

3. (תרגיל כיתה) מצא/י את ערכי הפרמטרים A, B, C כך שגרף הפרבולה $y = Ax^2 + Bx + C$ יעבור דרך הנקודה $(1,3)$ וישיק לישר $x = 1 + y$ בנקודה $(0,1)$.

תשובה: $A = B = C = 1$

4. נתונה הפונקציה המקיים $f(3) = 3, f'(3) = 1$. נסמן $g(x) = \sqrt{f(3x)+1}$.

משיק ל- g ב- $x = 1$.

תשובה: $4y - 3x = 5$

ג. נקודות קיצון ומשפט Rolle

1. מצא/י את תחומי העליה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי של הפונקציות:
יש לפטור רק תתי סעיפים ד'-ה'.

א. $y = \frac{x^2}{x-2}$

ב. $y = x^2(1-x)$

ג. $y = (\sqrt[3]{x})^2$, שימו לב לכך שהפונקציה זוגית.

ד. $y = 3x^{2/3}(x-5)$

ה. $y = (x^2 - 2x) \ln x - \frac{3}{2}x^2 + 4x$

תשובה: א. $\min(0,0)$ ג. $\min(0,0), \max\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{27}\right)$ ב. $\max(0,0), \min(4,8)$

ד. $\max(1,2.5), \min\left(e, 2e - \frac{1}{2}e^2\right)$ ה. $\max(0,0), \min\left(2, -9\sqrt[3]{4}\right)$

2. מצא/י את נקודות הקיצון הגלובליות של הפונקציות הבאות בקטעים הנתונים:

א. $y = x + 2\sqrt{x}$ בקטע $[0,4]$

ב. $y = x^3 - 6x^2$ בקטע $[-2,2]$

ג. $y = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$ בקטע $[0,2]$

ד. $y = e^{-x^2}$ בקטע $[0,3]$

ה. (אין צורך לפטור) $y = \begin{cases} x - 2\sqrt{x} & x > 0 \\ x^2 + 2x & x \leq 0 \end{cases}$

תשובה: א. $\min(1,0), \max\left(2, \sqrt[3]{9}\right)$ ג. $\max(0,0), \max(-2, -32)$ ב. $\min(0,0), \max(4,8)$

ד. $\min(\pm 1, -1), \max(0,0), \max(-2, 0)$ ה. $\min(3, e^{-9}), \max(0,1)$

3. נתונה הפונקציה f שלילית ועולה עבור כל ערך של x

. $g(x) = \sqrt{9+x} \cdot f(5-2x)$ נסמן $f'(3) = 1$ ו- $f(3) = -5$ והמיקיימת ש-

א. חשבו את $g'(1)$.

ב. נמקו האם בתחום שבו $x > 0$ האם g עולה או יורדת.

4. הוכח כי למשוואות הבאות יש פתרון בקטע נתון, יש לפטור סעיף ג' בלבד

א. $x^4 + 3x + 1 = 0$ $-2 \leq x \leq -1$

ב. $2x^3 - 3x^2 - 12x - 6 = 0$ $-1 \leq x \leq 0$

ג. $e^x = x + 2$ $-2 \leq x \leq 0$

5. בדוק/בדקי את נכונות משפט Rolle עבור הפונקציה $y = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$ בקטע $[-1,2]$

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2-x^2}{x^4}$. בדוק/בדקי כי $f(-1) = f(1)$ והראה/ כי $f'(x) \neq 0$ לכל x בקטע $[-1,1]$. הסבר/הסבר מדוע זה לא מהוות סטייה למשפט Rolle.

7. הוכח/י שלפונקציה m (m מספר ממשי כלשהו) אין שני נקודות חיתוך עם ציר X בקטע $[0,1]$.

8. הוכח/י לפि משפט Rolle שלפונקציה $f(x) = (x^3 - 4x)(e^x - 3)$ יש לפחות 3 נקודות קיצון.

9. הוכח/י לפি משפט Rolle שלפונקציה $f(x) = (\ln^3 x - 5\ln^2 x + 6\ln x)e^{x^2}$ יש לפחות 2 נקודות קיצון.

10. (תרגיל כיתה) הוכח/י לפি משפט Rolle שלפונקציה $f(x) = (\ln^4 x - \ln^2 x - 2) \cdot (x^2 - 4) + m$ יש לפחות 2 נקודות קיצון לכל ערך של הפרמטר m .

11. א. הוכח/י לפি משפט Rolle שלמשווה $x(\ln^2 x - 3) = 60$ יש לכל היוטר 3 פתרונות.

ב. הוכח/י לפি משפט Rolle שלמשווה $2(x-1)e^x + 3 = x^2$ יש לכל היוטר 2 פתרונות.

12. נתונה המשווה $k = e^{3x} + 2x$, k פרמטר.

א. הוכח/י לפি משפט Rolle יש לכל היוטר פתרון אחד.

ב. הציבו $k = 4$ ונמצא מדוע יש למשווה בדיקת פתרון אחד.

13. הוכיחו כי הפונקיות $g(x) = 4x + \sqrt{x} + 8$ ו- $f(x) = e^x + \sqrt{x} + 3$ נחתכות בדיקת נקודה אחת.

14. כמה פתרונות יש למשוואות הבאות:

$$e^{2x-1} = 2x+1. \text{א}$$

$$(x > 0) \quad 2\ln x - x^2 + 7 = 0. \text{ב}$$

תשובות: א. 2. ב. 2

15. נתונה פונקציה f המוגדרת לכל $x > 0$ והמקיימת ש- x ומזהו מצאו

א. כמה פתרונות למשווה

$$f(x) = 3. \text{i}$$

$$f(x) = 1. \text{ii}$$

$$f(x) = 0. \text{iii}$$

ב. באילו מהתחומים הפונקציה חד חד ערכית

$$x > 1. \text{i}$$

$$[\frac{1}{2}, 2]. \text{ii}$$

תשובה: א. 1. לכל היוטר 2. 2. 0. 3. 1. ב. 0. 1. כן 2. לא.

16. הוכח/י את אי-השוויונים הבאים, יש לפתור תתי סעיפים אי זוגיים בלבד

$$(x > 1) \quad 2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x}. \text{א}$$

$$x \quad \text{לכל } e^x \geq 1+x. \text{ב}$$

$$(x > 1) \quad \ln x > \frac{2(x-1)}{x+1}. \text{ג}$$

$$x^2 + 1 \geq e^{x^2} \quad \text{לכל } x. \text{ד}$$

$$\begin{aligned} \text{ה. } & x \geq 0 \text{ לכל } x. \\ & e^{-2\sqrt{x}} \leq \frac{1}{e^2}. \\ \text{ו. } & x > 0 \text{ לכל } x. \\ & 2\sqrt{x} \geq \ln x + 2. \\ \text{ז. } & e^{3x} \geq 3x + 1. \end{aligned}$$

17. נתונה פונקציה f רציפה ויורדת לכל x ומקיימת ש- $f(1) = 2e$ ו- $f(e) = 0$. נוכיח במדוק למה למשווה x יש בדיק פתרון אחד.

תרגיל 10

ח. קמיירות, קעירות ופיטול

1. מצאו תחומי קמיירות, קעירות ונקודות פטול של הפונקציות הבאות:

א. $y = (\sqrt[3]{x})^2$

ב. $y = x^{2/3}(x - 5)$

תשובה: א. קעורה לכל x ב. קמורה $-1 < x < 1$

ט פונקציות זוגיות ואי זוגיות

2. מצאי/י אילו מהfonקציות הבאות זוגיות או זוגות/כלליות

א. $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$

ב. $f(x) = \left| \frac{x}{x-1} \right|$

ג. $f(x) = xe^{|x|}$

ד. $f(x) = \frac{x^2}{\ln|x|+1}$

ו. חקירת פונקציה

3. מצאי/י את האסימפטוטות האנכיות והאורפניות/משופעות של הפונקציות הבאות:
בסעיף זה יש לפטור רק תתי סעיפים א, ה, ו

ב. $y = \frac{x^2}{x-4}$

א. $y = \frac{x}{1-x}$

ו. $y = \left| x + \frac{1}{x} \right|$

ג. $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

$$y = xe^x \quad .1.$$

$$y = x \ln x \quad .2.$$

תשובה: א. $x = 0, y = \pm x$. ב. $x = -1, y = x - 2$. ג. $x = 4, y = x + 4$. ד. $x = 1, y = -1$. איננו מוגדר $y = 0$.

4. יש לחקור את הפונקציות הרשומות לעיל (יש לפתור חקירות 1,3,5 בלבד)

$$y = \frac{2x}{(x+1)^2} \quad .1.$$

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 4} \quad .2.$$

שימו לב לכך שהפונקציה זוגית.

$$y = xe^{\frac{1}{x}} \quad .3.$$

$$y = x(\ln x)^2 \quad .4.$$

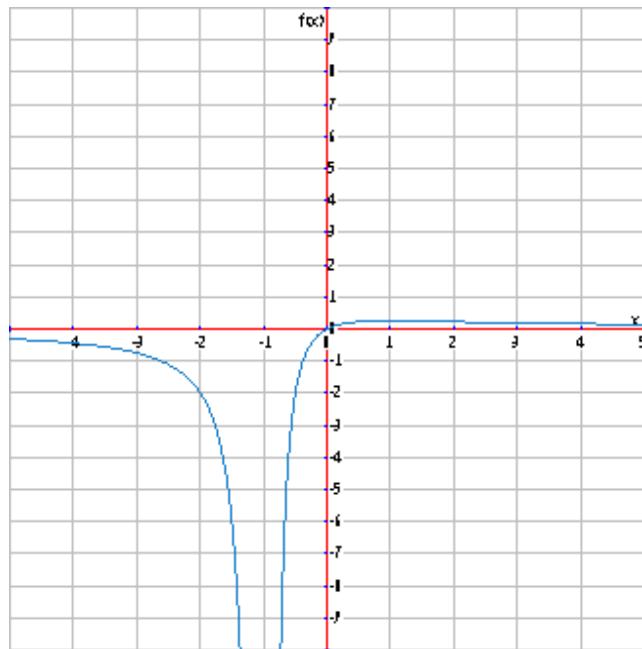
$$y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 2x \quad .5.$$

על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגרף.
- ב. תחומי עלייה/ירידה ונקודות קיצון מקסימיות.
- ג. תחומי קמירות/קעירות ונקודות פיטול.
- ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
- ה. אסימפטוטות.
- ו. סקיצת הגרף.

תשובות:

$$y = \frac{2x}{(x+1)^2} \quad .1.$$



תחום הגדרה: $x \neq -1$

נקודות מיוחדות: מינימום: $(0;0)$, חיתוך הצירים: $\left(2; \frac{4}{9}\right)$, פיתול: $\left(1; \frac{1}{2}\right)$

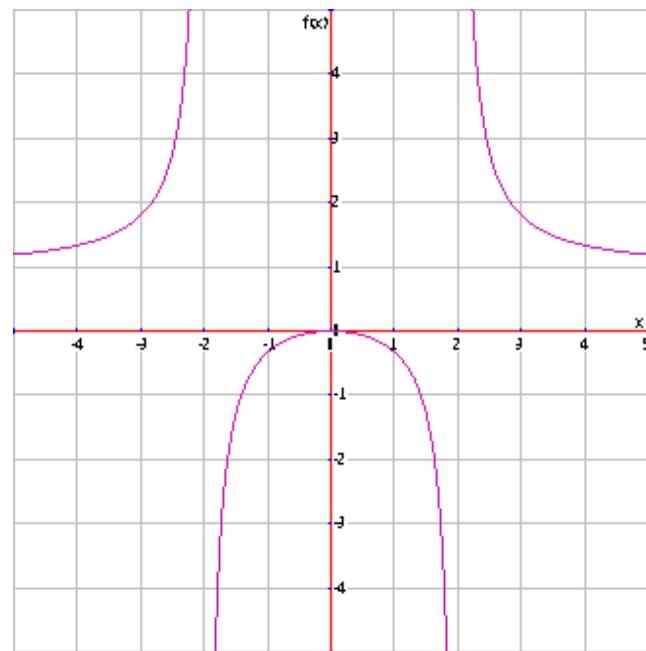
תחומי עלייה: $x < -1, x > 1$ תחומי ירידה: $-1 < x < 1$

.
תחומי קפירות: $x < 2$ תחומי קעירות: $x > 2$

אסימפטוטה אנכית: $x = -1$

אסימפטוטה אופקית: $y = 0$, ציר ה- x , מהויה אסימפטוטה אופקית לפונקציה עבור $\infty \rightarrow x$ וגם עבור $x \rightarrow -\infty$.

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 4} . \quad \text{חקירה 2}$$



תחום הגדרה: $x \neq -2, 2$

. נקודות מיוחדות: מינימום $(0,0)$, אין נק' פיתול, חיתוך הצירים:

$x \neq 2, x > 0$ תחום ירידה: $x \neq -2, x < 0$ תחום עלייה:

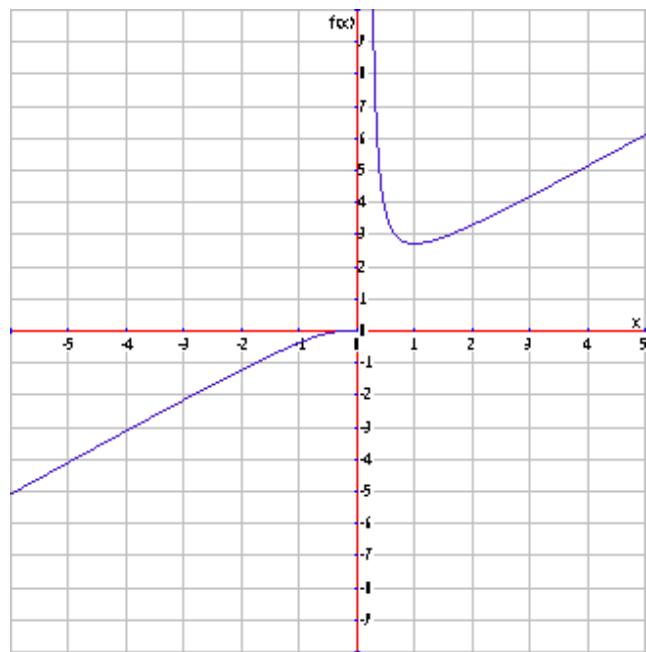
$-2 < x < 2$ תחום קעירות: $x > 2, x < -2$ תחום קמרות:

. אסימפטוטה אנכית: $x = -2, x = 2$

. אסימפטוטה אופקית: $y = 1$ עובי $\infty \rightarrow x$ וgam עובי $\infty \rightarrow x$

$$y = xe^{\frac{1}{x}}$$

חקירה 3.



תחום הגדרה: $x \neq 0$

נקודות מיוחדות: מינימום $(1, e - 1)$, אין נק' פטול, חיתוך הצירים: אין חיתוך ציר y , אין חיתוך ציר x .

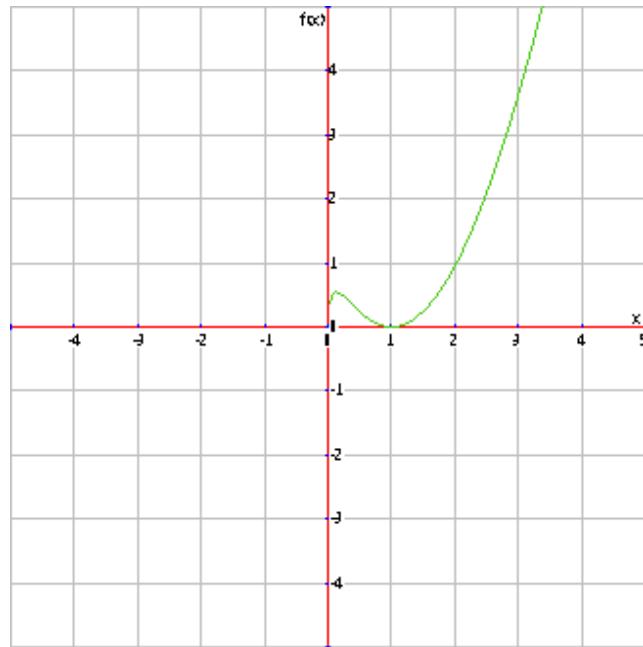
תחומי עלייה: $x < 0$, $x > 1$ תחומי ירידה: $0 < x < 1$

תחומי קמירות: $x < 0$, $x > 0$ תחומי קעירות: $0 < x < 1$

אסימפטוטה אנכית: $x = 0^+$

אסימפטוטה אופקית: אין

$$y = x(\ln x)^2 \quad .4.$$



תחום הגדלה: $x > 0$

נקודות מיוחדות: מינימום $(1;0)$, פיתול $\left(e^{-1}, \frac{1}{e}\right)$, חיתוך הצירים: אין חיתוך ציר y .

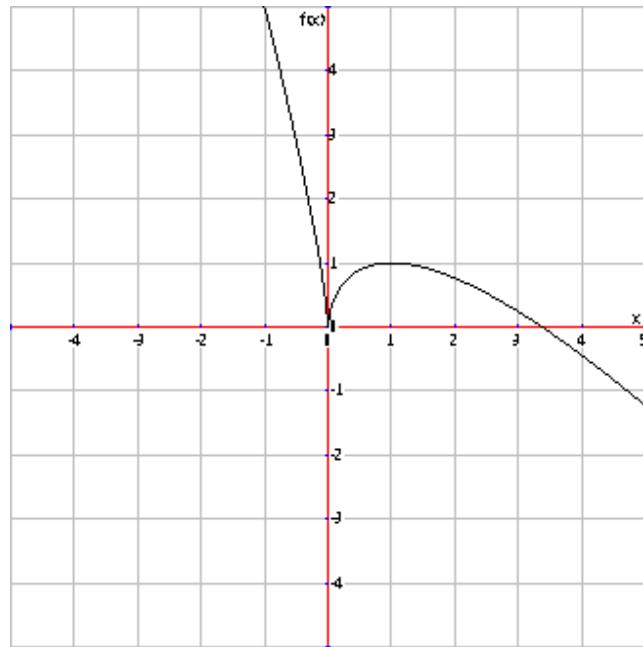
תחומי עלייה: $0 < x < e^{-2}$, $x > 1$

תחומי קעירות: $0 < x < e^{-1}$, $x > e^{-1}$

אסימפטוטה אנכית: אין

אסימפטוטה אופקית: אין.

$$y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 2x \quad \text{הקירה 5.}$$



תחום הגדרה: כל x

נקודות מיוחדות: מינימום $(0,0)$, מינימום $(1,1)$, אין נק' פיתול,

חיתוך הצירים: $(\frac{27}{8}, 0)$, $(0,0)$

תחומי עלייה: $x < 0$, $x > 1$, $x < 1$, $x > 0$.

תחומי קמרות: אין, $x < 0$, $x > 1$. הפונקציה קעורה בכל תחום הגדרתה.

אסימפטוטה אנכית: אין

אסימפטוטה אופקית: אין.

תרגיל 11

1. פתרו בהסתמך על שרטוט הקירה 5.

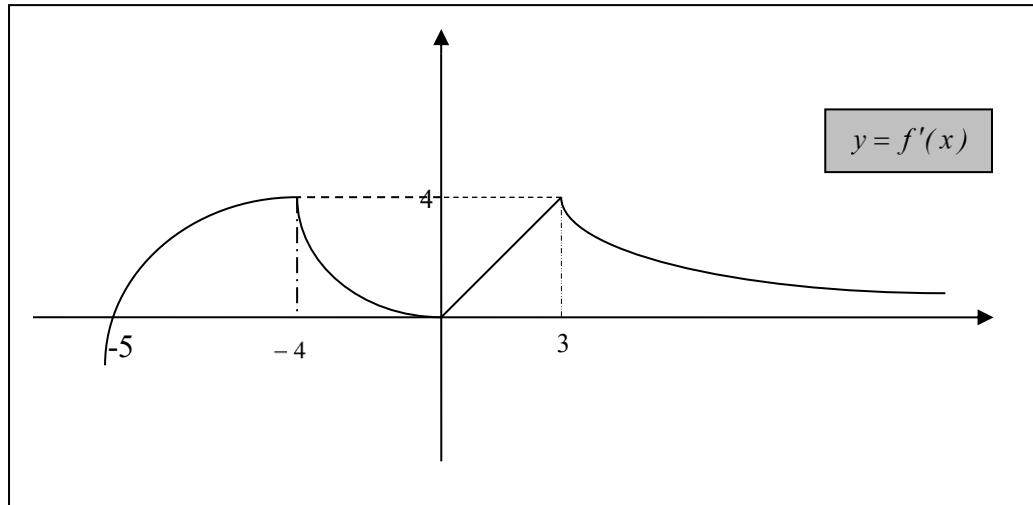
נתונה פונקציה g המקיים $g'(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 2x$ מצא

א. מתי g עולה.

ב. מתי g קמורה.

תשובה: א. $0 < x < \frac{27}{8}$ ב. $x < 1$.

2. לפניך גרף הנגזרת הראשונה, $y = f'(x)$:



כמו כן נתון כי

• הfonקציה $y = f(x)$, רציפה לכל x .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

$$f'(3) = 4, f(3) = 6, f(0) = 0$$

מצאו

א. ערכי x של נקודות קיצון.

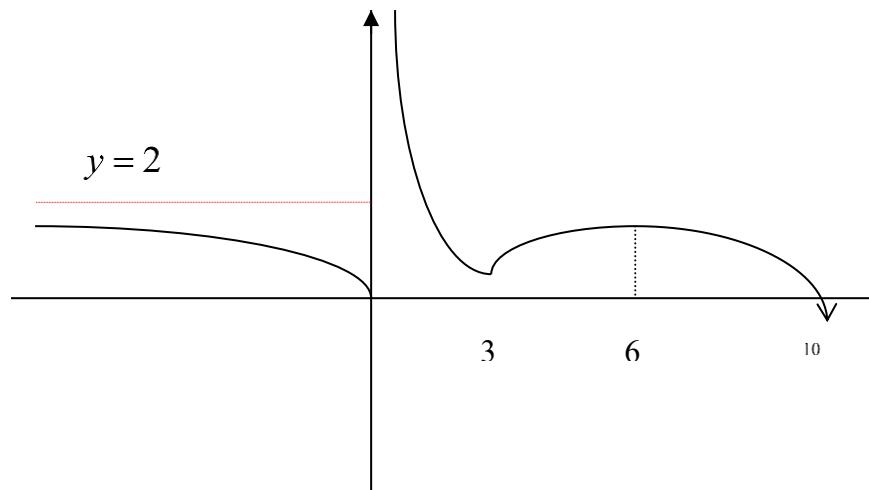
ב.

נקודות פיתול

ג. שרטטו את גרף הfonקציה.

תשובה: א. $x = -5, 0, 3$ מינימום ב. $x = -4, 3$.

3. לפניך גרף הנגזרת הראשונה, $y = f'(x)$:



כמו כן נתון כי :

* היפונקציה $f(x)$ רציפה לכל x .

* הישר $y = 2$ הוא אסימפטוטה אופקית לגרף הנגזרת $y = f'(x)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, f(10) = 10, f(0) = 0$

מצאו את

.1. נקודות קיצון של $f(x)$

.2. נקודות פיתול של $f(x)$

.3. כמה פתרונות למשוואה $f(x) = 0$

.4. מצאו k עבורו למשוואה $f(x) = k$ פתרון יחיד.

.5. קבע האם נקודות הקיצון המוחלטות של f בקטע $[0,10]$ הן נקודות קצה.

תשובות

$\max(10,10)$.1

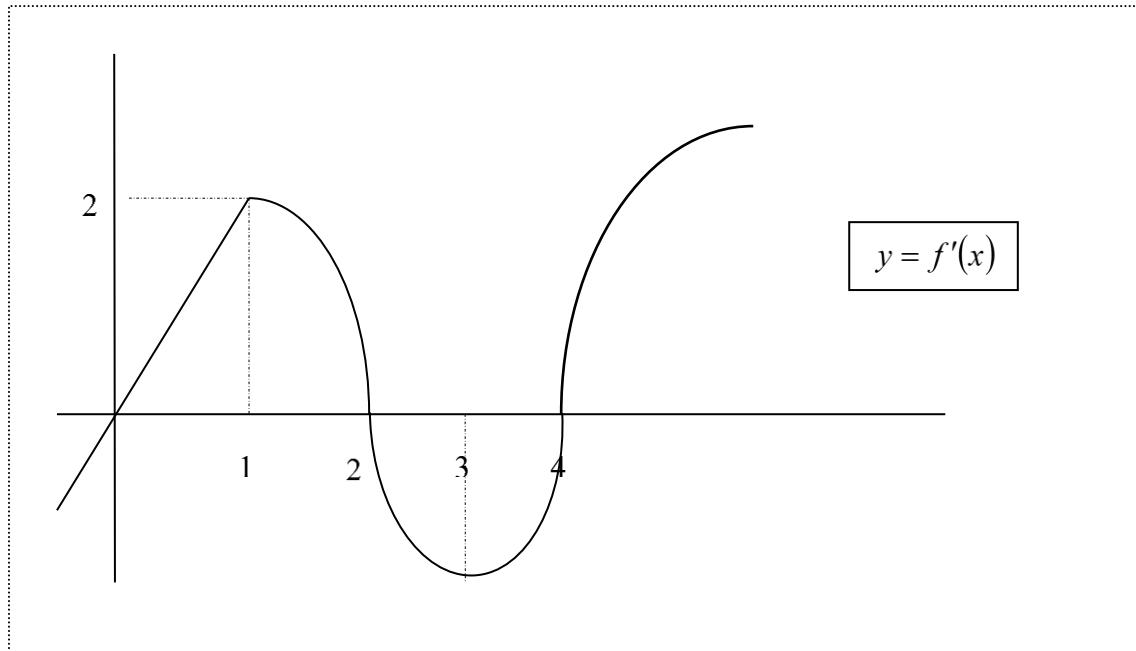
$x = 3,6$.2

2 .3

$k = 10$.4

כן .5

: $y = f'(x)$ 4. (תרגיל כתה) לפניך גרף הנגזרת הראשוונה,



כמו כן נתון כי :
 * הפונקציה $f'(x)$ רציפה לכל x .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, f(4) = \frac{1}{4}, f(2) = 3, f(0) = 0 *$$

נמק מדוע $f(x)$ רציפה לכל ערך של x
 ומצאו:

1. נקודות קיצון של $f(x)$.
2. ערכי ה- x של נקודות פיתול של $f(x)$.
3. כמה פתרונות למשוואה $f(x) = \frac{1}{8}$
4. מצאו k עבורו למשוואה $f(x) = k$ 3 פתרונות

תשובות:

$$\min(4, \frac{1}{4}), \max(2, 3), \min(0, 0) .1$$

$$x = 1, 3 .2$$

$$2 .3$$

$$k = 3, \frac{1}{4} .4$$

$$1 .5$$

5. נתונה הפונקציה $f'(x) = (e^{2x} + 3e^x + 2) \cdot (x-1)$, המקיים $y = f(x)$ עבורו לכל x וכן
 נמקו בקצרה אילו טענות נכונות ואילו לא $f(1) = 0$
 f חד חד ערכית.

.2. בקטע $(0, 1)$ הפונקציה f יורדת.

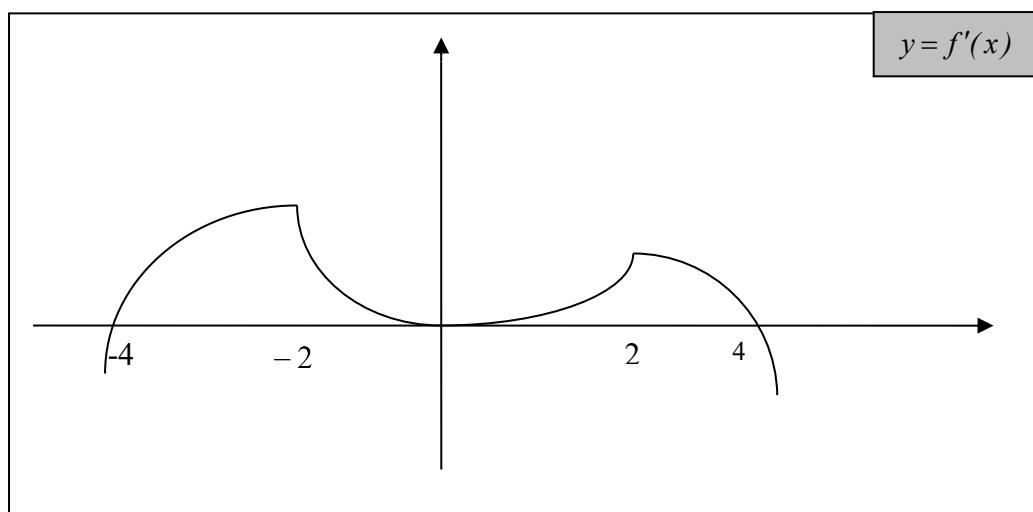
.3. בקטע $1 \leq x \leq 4$ נקודות הקיצון המוחלטות מתכבות בקצוות של הקטע.

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

.4 הגבול

5. קיים ישר המקביל לציר ה- X וחותך את f ב- 3 נקודות.

6. (תרגיל כתה) לפניך גרף הנגזרת הראשונה, $(x)''$



כמו כן נתון כי

• הפונקציה, $y = f'(x)$, רציפה לכל x .

$$f''(0)=0, f(4)=7, f(0)=4, f(-4)=0 \bullet$$

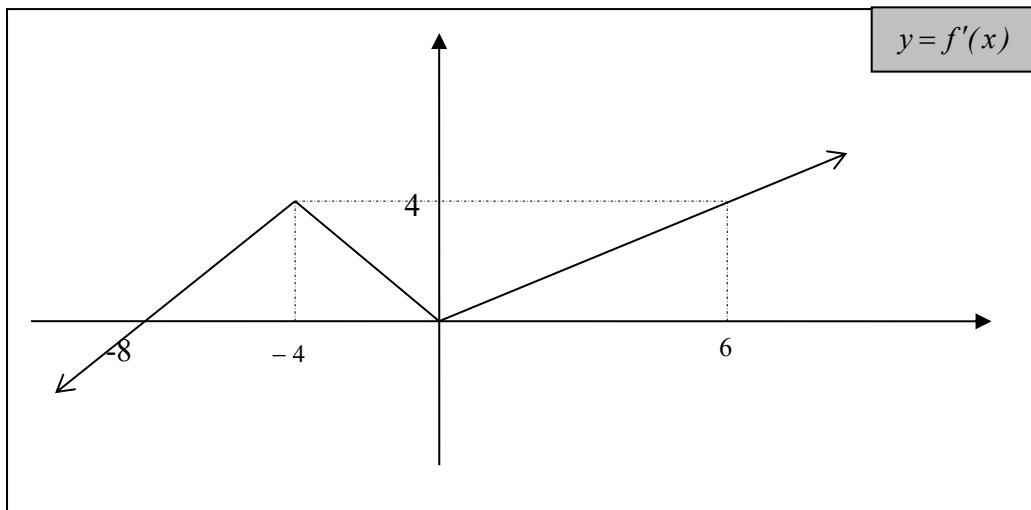
אזי:

1. נמק מדוע לפונקציה $y = f(x)$ אין אסימפטוטות אנכיות.

2. מצאו לפונקציה $y = f(x)$ נקודת קיצון מקומיות ונקודת פיתול, וشرطו את הגראף.

3. האם קיים עבورو הימש $y = k$ חותך את הפונקציה $y = f(x)$ בדיק פעמיים.

7. (תרגיל כתה) לפניך גרף הנגזרת הראשונה, $(x)''$



כמו כן נתון כי
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ •
 $f(-8) = 0$ •

- א. נמק מדוע לפונקציה $y = f(x)$ אין אסימפטוטות אנכיות.
- ב. רשם הינן f'' אינה קיימת.
- ג. מצאו לפונקציה $y = f(x)$ את נקודות קיצון מקומית ואת נקודה פיתול.
- ד. שרטטו את הגרף של $y = f(x)$.
- ה. בדקו האם קיים k עבורו הישר $y = k$ חותך את הפונקציה $y = f(x)$ בדוק פעמיים.

תרגיל 12

ו. פונקציות במספר משתנים

חשבו נגזרות חלקיות מסדר ראשון ושני.

$$f(x,y) = x^3 + 3y^2 .1$$

$$f(x,y) = 4x^2 - y^2 .2$$

$$(1,1) \quad f(x,y) = 2x^3 y .3$$

$$(2,1) \quad f(x,y) = \frac{x}{y} .4$$

$$(1,2) \quad f(x,y) = \frac{x+3y}{x+y} .5$$

$$(1,1) \quad f(x,y) = x \ln y .6$$

$$(3,1) \quad f(x,y) = x^3 e^y .7$$

$$(0,0) \quad f(x,y) = x^2 e^{x+y} .8$$

$$(1,1) \quad f(x,y) = e^{x^2+y^2} .9$$

תשובות:

$$f_x = 3x^2, f_y = 6y, f_{xx} = 6x, f_{yy} = 6, f_{xy} = 0 .1$$

$$f_x = 8x, f_y = -2y, f_{xx} = 6, f_{yy} = -2, f_{xy} = 0 .2$$

$$f_x = 6, f_y = 2, f_{xx} = 12, f_{yy} = 0, f_{xy} = 6 .3$$

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

$$\begin{aligned} f_x &= -\frac{4}{9}, f_y = \frac{2}{9} & .5 \\ f_x &= 0, f_y = 1, f_{xx} = 0, f_{yy} = -1, f_{xy} = 1 & .6 \\ f_x &= 27e, f_y = 27e, f_{xx} = 18e, f_{yy} = 27e, f_{xy} = 27e & .7 \\ f_x &= 0, f_y = 0, f_{xx} = 2, f_{yy} = 0, f_{xy} = 0 & .8 \\ f_x &= 2e^2, f_y = 2e^2, f_{xx} = 6e^2, f_{yy} = 6e^2, f_{xy} = 4e^2 & .9 \end{aligned}$$

שאלות אמריקאיות (לא להגשה)

שאלה מס' 1

גבול הפונקציה $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \sqrt{x})^{2/x}$ הוא:

- 0 .1
- ∞ .2
- e^{-2} .3
- e^3 .4
- 1 .5

שאלה מס' 2
לפונקציה $y = \frac{|x-1|}{e^x - e}$ יש בנקודת $x=1$

- .1 אי רציפות סוג 2
- .2 אי רציפות סוג 1
- .3 אי רציפות סליקה
- .4 רציפות
- .5 אסימפטוטה אנכית

שאלה מס' 3
נתונה הפונקציה $f(x) = 2 + \sqrt[3]{x^2}$ אז

$$f'(x) = \sqrt[3]{x^2} \cdot \frac{2}{x} .1$$

$$f'(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{\ln x}{x} .2$$

$$f'(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{3}-2} \cdot (1 - \ln x) .3$$

$$f'(x) = x^{\frac{2}{3}} \cdot (2 - 2 \ln x) .4$$

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

$$f'(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{x}-2} \cdot \ln x .5$$

שאלה מספר 4

נתונה הפונקציה $f(x,y) = \frac{x+y}{x-y}$ אז הערך של $f''_{xy}(2,1)$ הוא

- | | |
|----|----|
| 1 | .1 |
| 0 | .2 |
| -6 | .3 |
| 2 | .4 |
| -3 | .5 |

שאלה מספר 5

נתונה הפונקציה $f(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 12 \cdot \sqrt[3]{x}$

- .1. f יש נקודת אי רציפות אחת.
- .2. f יש 2 נקודות אי גזירות.
- .3. f יש 2 נקודות קיצון.
- .4. f יש נקודת קיצון אחת
- .5. f יש 3 נקודות קיצון.

שאלה מספר 6

תחום ההגדרה של פונקציית $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 2x + 12)}{\sqrt{x^2 - x - 20}} - \frac{x+1}{x^2 - 1}$

- | | |
|---------------------|----|
| $x \neq$ | .1 |
| $x \neq \pm 1$ | .2 |
| $x > 0$ | .3 |
| $x < -4$ או $x > 5$ | .4 |
| $x < -4$ או $x > 5$ | .5 |

שאלה מספר 7

נתונה הפונקציה $y = f(x)$, המקיים ש- $f(0) = 1$, $f(1) = 0$ ו- $f'(x) = (2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2) \cdot e^{x+3}$.
למשווהה 2 פתרונות. 1. $f(x) = 2$

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

2. למשוואה $-1 = f(x)$ יש בדיק פתרון אחד בקטע $[0,1]$

3. אין מידע על הפתרונות.

4. למשוואה $0.4 = f(x)$ יש בדיק פתרון אחד בקטע $[0,1]$

5. בקטע $[-1,1]$ הfonקציה $y = f(x)$ היא חד-חד ערכית.

שאלה מספר 8

הישר המשיק לפונקציה $y = e^{\ln x}$ בנקודה $x = e$

1. עובר גם בנקודה $(e,1)$

2. מקביל לישר $y + ex = 1$

3. מקביל לישר $y + x = 1$

4. עובר גם בנקודה $(2,0)$

5. אינם קיימים

שאלה מספר 9

נתון: $f(x) = \frac{1}{|x-2|} - \frac{4}{x^2-4}$ איזי לפונקציה

1. נקודת אי רציפות סוג שנייה אחת ונקודת אי רציפות סוג ראשוןיה אחת.

2. שתי נקודות אי רציפות סוג שנייה.

3. נקודת אי רציפות סוג שנייה אחת בלבד.

4. נקודת אי רציפות סוג שנייה אחת ונקודת אי רציפות סליקה אחת.

5. נקודת אי רציפות סוג ראשוןיה אחת ונקודת אי רציפות סליקה אחת.

שאלה מספר 10

פחות מifeי מייצר ומוכר x כסאות ברזל בחודש הרוחה השולי שלו בחודש

$$MC(x) = 250 + \frac{2000}{\sqrt{x^2 + x + 290}}$$

ידוע כי כאשר מייצר 10 כסאות הרוחה עומד על 10,000 ש"ח בחודש.

איזי הטענה שאיינה נכונה היא:

1. הרוחה השولي קטן ככל ש- x גדול.

2. הרוחה מכירת 11 כסאות יהיה בקרוב 10,350 ש"ח.

3. הרוחה הכללי קטן ככל ש- x גדול.

4. הרוחה גדול ככל ש- x גדול.

5. הרוחה שמתකבל מכירת הכסא ה- 30 גדול מ- 250 ש"ח.

תשובות נכונות										
שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	1	2	3	4	5	4	7	8	9	3

שאלות נוספות

שאלה מס' 1

גבול הפונקציה $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - 2x)$ הוא:

- ∞ .1
- 0 .2
- 1 .3
- ∞ .4
- .5. הגבול לא קיים.

שאלה מס' 2

ידוע כי $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - f(x))^{\frac{1}{f(x)}} = 5$ אז ערך גבול הפונקציה $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ הוא:

- e^{-10} .1
- 1 .2
- e .3
- e^{-5} .4

.5. לא קיים מאחר שהגבול מימין לא שווה לגבול משמאלו.

שאלה מס' 3

בנקודה $x=3$ הפונקציה $f(x) = |x^2 + x - 12|$ תהיה

- .1. רציפה אך לא גזירה
- .2. בעלת נקודת אי רציפות מסווג ראשוני
- .3. בעלת נקודת אי רציפות מסווג שניי
- .4. בעלת נקודת אי רציפות סליקה.
- .5. רציפה וגזירה.

שאלה מס' 4

לפונקציה $y = \frac{e^x - 1}{x^2 - x}$, יש

- .1. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ואסימפטוטה אופקית אחת.
- .2. יש שתי אסימפטוטות אנכיות בלבד
- .3. אין אסימפטוטות כלל.

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

- .4. יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת.
.5. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ושתי אסימפטוטות אופקיות.

שאלה מס' 5

נתונה הפונקציה $(x) = \left(2^x + 3^x + x^2\right) \cdot (1-x)$, הריציפה לכל x ומקימת $y = f(x)$ וכן

$$f(1) = 1 \text{ או } \underline{\text{הטענה הנכונה היא}}$$

.1. f חד חד ערכית.

.2. בקטע $(0,1)$ הפונקציה f יורדת.

.3. בקטע $x \leq 4$ – נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות רק בקצוות של הקטע.

.4. אף טענה לא נכונה.

.5. הגבול $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

שאלה מס' 6

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 + 12x)^2}$

אזי מספר נקודות הקיצון של f הוא:

.1 .1

.2 .2

.3 .3

.4 .2

.5 אף תשובה לא נכונה

שאלה מס' 7

נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{x \cdot f(2x^2 - 1) + 2}$ המקיימת ש- f נסמן $f(1) = 2$

אם $f'(1) = \frac{1}{4}$:

.1 $g'(1) > 1$

.2 $g'(1) = \frac{9}{16}$

.3 $g'(1) = \frac{3}{4}$

.4 $g'(1)$ לא קיים

.5 $g'(1)$ שלילי

שאלה מס' 8

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \ln x$ איזי

1. למשווה $0 = f(x)$ יש בדיקן שני פתרונות f חד-חד ערכית.
2. ל- f יש נקודת אי גזירות אחת.
3. $f'(x) =$ עליה לכל x .
4. למשווה $k = f(x)$ יש בדיקן 2 פתרונות לכל $k < 0$.
5. f

שאלה מס' 9

נתונה הפונקציה $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$ איזי

$$f'(x) = -\sqrt[3]{x^2} \cdot \frac{2}{x} .1$$

$$f'(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{\ln x}{x} .2$$

$$f'(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{x}-2} \cdot (\ln x - 1) .3$$

$$f'(x) = x^{\frac{2}{x}} \cdot (2 \ln x - 2) .4$$

5. אף תשובה לא נכוןה

שאלה	תשובה								
9	3	4	3	1	5	4	1	2	1

עוד שאלות

שאלה מס' 1 גבול הפונקציה $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot e^{1/x^3}$ הוא:

1. איןנו קיימים
2. 0
3. 1
4. ∞
5. $-\infty$

שאלה מס' 2 נתונה הפונקציה $f(x) = x^{1-\ln x}$ כאשר $f'(x) = 0$, איזי

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

$x = \frac{1}{2}$.1

$x = \sqrt{e}$.2

$x = 0$.3

$x = \pm \frac{1}{2}$.4

.5. אין פתרון למשוואה זו.

שאלה מס' 3 נתונה הפונקציה $f(x,y) = \frac{e^{x-y} - e}{e^y + 1}$ אז הערך של $f''_{xy}(1,0)$ הוא

$\frac{1}{4}$.1

0 .2

$\frac{1}{2}$.3

.4. שלילי

.5. אף תשובה לא נכונה.

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \ln x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$

שאלה מס' 4 נתונה הפונקציה $y = f(x)$ המקיימת $y' = f'(x)$ נסמן

.1. ל- f יש נקודות אי רציפות אחת.

.2. ל- f יש אסימפטוטה אנכית ב- $x = 1$.

.3. ל- f יש 3 נקודות קיצון.

.4. ל- f יש 2 נקודות קיצון.

.5. ל- f אין קיצון.

שאלה מס' 5 נתונה פונקציה $y = f(x)$ המקיימת $y'(-1) = g'(-1)$ ו- $g(x) = \sqrt{1 + f(x^2)}$

$1\frac{1}{4}$.1

$-1\frac{1}{4}$.2

2-מגדול .3

.4. אף תשובה לא נכונה.

$-2\frac{1}{2}$.5

שאלה מס' 6

נתונה הפונקציה $y = f(x)$, הרציפה וגזירה לכל x ובעלת בדיקת 2 נקודות בהן 0 ואיזי $f'(x) = 0$

.1. למשווה $1 = f(x)$ יש לכל היותר 3 פתרונות

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

2. למשוואה $f(x) = 1$ יש 4 פתרונות.
3. למשוואה $f(x) = 1$ יש 2 פתרונות.
4. אין מידע על הפתרונות.
5. יש בדיק נקודת אחת בה $f''(x) = 0$.

שאלה מספר 7 נתונה הפונקציה $y = f(x)$, הרציפה לכל $x > 0$ ומקימת $f'(1) = 0$ וכן $f'(x) = (e^{2x} + e^x + 1) \cdot (1-x)$.
1. בקטע $0.2 \leq x \leq 2$ נקודות הקיצון המוחלטות מתתקבלות בקצוות של הקטע.

2. אי השוויון $f(x) \leq 1$ מתקיים לכל $x > 0$.
3. למשוואה $f(x) = 0$ יש בדיק 2 פתרונות.
4. למשוואה $f(x) = 1$ יש פתרון אחד.
5. בקטע $0.2 \leq x \leq 2$ הפונקציה f חד חד ערכית.

שאלה מספר 8 לפונקציה $y = \frac{e^x - 1}{\sqrt{x}}$, יש

1. אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת.
2. אסימפטוטה אנכית בלבד.
3. אין אסימפטוטות כלל.
4. אסימפטוטה אופקית בלבד.
5. יש שתי אסימפטוטות אופקיות שונות.

שאלה מספר 9

ההוצאות הכלולות ביצור x יחידות מוצר ביום הינה $C(x) = 6,000 + 500 \cdot x + m \cdot x^2$ ש, המפעל

מוכר כל יחידה ב- 1,500 ש. כאשר $1 \leq x \leq 200$.

כמוות המוצרים שעל המפעל לייצר ביום על מנת לקבל רווח מקסימלי ליחידה הינה 10.

הערך של m הוא:

- .50 .1
- .10 .2
- .25 .3
- 60 .4
5. שלילי

שאלה מספר 10

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

נתון: $f(x) = \frac{1}{|x-2|} - \frac{4}{x^2-4}$ איזי לפונקציה

1. שתי נקודות אי רציפות סוג שני.
2. נקודות אי רציפות סוג שני אחת בלבד.
3. נקודות אי רציפות סוג שני אחת ונקודה אי רציפות סליקה אחת.
4. נקודות אי רציפות סוג ראשון אחת ונקודה אי רציפות סליקה אחת.
5. נקודות אי רציפות סוג שני אחת ונקודה אי רציפות סוג ראשון אחת.

שאללה	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
תשובה	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1

עוד שאלות

שאלת מס' 1 נתון כי גבול הפונקציה $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - kx} - \sqrt{x^2 + kx})$ איזי הערך של k הוא:

- 3 .1
- 0 .2
- 6 .3
- 6 .4
- לא קיים k המקיים את הנתון .5

שאלת מס' 2 גבול הפונקציה $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{5 \cdot 2^x + 3^x}$ הוא:

- 0 .1
- 3 .2
- ∞ .3
- 5 .4
- אף תשובה לא נכונה .5

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{x-1}{|x|} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases} \quad \text{בנקודה } 0 \text{ הפונקציה}$$

שאלת מס' 3

- תהי a
1. בעלת נקודה אי רציפות מסווג שני לכל ערך של a
 2. רציפה עבור $a = 0$
 3. בעלת נקודה אי רציפות סליקה עבור $a = 0$
 4. בעלת נקודה אי רציפות מסווג ראשון לכל ערך של a
 5. רציפה לכל ערך של a

שאלת מס' 4 $y = 2 + \frac{x^2 - x}{x^2 - 6x + 5}$ לפונקציה

1. יש אסימפטוטה אנכיות אחת ואסימפטוטה אופקית אחת.

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

- .2. יש שתי אסימפטוטות אנכיות בלבד.
- .3. יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת.
- .4. אין אסימפטוטות כלל.
- .5. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ושתי אסימפטוטות אופקיות.

שאלה מס' 5 נתונה הפונקציה $y = f(x)$, המקיימת $f'(x) = \ln x - 1$ לכל $x > 0$ וכן $f(e) = 1$ אז

1. בקטע $x \leq 4$ נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.
2. למשווה $f(x) = 1$ יש בדיק 2 פתרונות.
3. קיימים k עבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-3 נקודות.
4. f חד חד ערכית.
5. בקטע $x \leq \frac{1}{2}$ נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.

שאלה מס' 6

נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{6x + x^2 \cdot f(3x)}$ המקיימת ש- $f'(3) = 2$ נסמן $y = f(x)$ אם נתנו ש- $g'(1) = 3$ אז

$f(3) = 0$.1
$f(3) = 6$.2
$f(3)$ שלילי	.3
$f(3) = 3$.4
לא ניתן לחשב	.5

שאלה מס' 7 נתונה הפונקציה $y = x^{2\ln x}$ אז

- $f'(x) = 4 \cdot x^{2\ln x - 1} \cdot \ln x$
- $f'(x) = 2 \cdot x^{2\ln x} \cdot \ln x$
- $f'(x) = \frac{x^{2\ln x} \cdot \ln x}{x}$
- $f'(x) = 2 \cdot x^{2\ln x - 1}$
- $f'(x) = 2 \ln x \cdot x^{2\ln x - 1}$

שאלה מס' 8 נתונה הפונקציה $f(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{1-x} + x + 2$ אז הטענה שאינה נכונה היא

- f מוגדרת לכל x .
- ל- f יש נקודת אי גזירות אחת.
- f רציפה לכל x .
- למשווה $0 = f(x)$ יש לכל היוצר 3 פתרונות.
- ל- f יש נקודות קיצון אחת.

שאלה מס' 9 נתונה הפונקציה $f(x, y) = x \cdot y^2 + 3x \cdot e^{y^2} + 2xy$ אז הערך של $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1, -1)$ הוא

- | | |
|----|---------------|
| .1 | שלילי |
| .2 | $6e$ |
| .3 | 0 |
| .4 | $\frac{6}{e}$ |

$$f(x) = \begin{cases} ax & x \leq 4 \\ (x-3)^{\frac{1}{x-4}} & x > 4 \end{cases}$$

שאלה מס' 10 בנקודת $x=4$ הפונקציה

1. בעלת נקודת אי רציפות מסווג ראשון לכל ערך של a
2. בעלת נקודת אי רציפות מסווג שני עבור $a=4e$
3. בעלת נקודת אי רציפות סלקה לכל ערך של a
4. רציפה לכל ערך של a
5. רציפה עבור $a = \frac{e}{4}$

תשובות:

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
5	1	5	1	4	5	1	1	2	1

בחינה שלמה

שאלה מס' 1 נתונה הפונקציה $x - 2x \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax^2 + 5x}$ כאשר a פרמטר. איזו:

1. הגבול שווה ∞ לכל $a > 4$
2. כאשר $a=1$ הגבול הוא 0
3. הגבול שווה ∞ לכל $0 < a < 4$
4. הגבול קיים ושווה ∞ לכל a .
5. אף תשובה לא נכונה

שאלה מס' 2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \ln x}{x-2} & x > 0 \\ a & x \leq 0 \end{cases}$$

לפונקציה

1. עבור כל a יש לפונקציה נקודת אי רציפות מסווג שני ונקודת אי רציפות מסווג ראשון.
2. עבור כל a הפונקציה רציפה לכל x
3. עבור כל $a=0$ יש לפונקציה נקודת אי רציפות מסווג שני ונקודת אי רציפות מסווג ראשון.
4. אף תשובה לא נכונה
5. עבור $a=0$ יש לפונקציה נקודת אי רציפות מסווג שני אחת בלבד

שאלה מס' 3 פונקציה $f(x) = x^2 \cdot \ln x$ קעורה לכל:

$0 < x < \frac{1}{\sqrt{e^3}}$.1

$0 < x < 1$.2

.3. לאף ערך של x

$$0 < x < \frac{1}{\sqrt{e^3}} \text{ או } x > 1 .4$$

.5. לכל ערך של x

שאלה מס' 4 לפונקציה $y = \frac{2}{e^{\frac{3}{x}} + 2}$

1. יש אסימפטוטה אנכיות אחת ואסימפטוטה אופקית אחת
2. יש אסימפטוטה אופקית אחת זהה ב- $\pm \infty$
3. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ואסימפטוטה אופקית אחת
4. יש שתי אסימפטוטות אנכיות בלבד ואין אופקי
5. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ושתי אסימפטוטות אופקיות ב- $\pm \infty$

שאלה מס' 5

נתונה הפונקציה $(x) = f(x)$, הריצפה לכל $x > 0$ ומקימת

$$f(1) = 0 \quad f'(x) = (4^x - 7 \cdot 2^x + 10) \cdot (\ln^2(x) + x) \quad \text{או הטענה שאיינה נכונה היא:}$$

1. בקטע $1 \leq x \leq 2$ נקודת הקיצון המוחלטת מתקבלות בקצוות של הקטע.
2. למשווה $1 = f(x)$ יש בדוק 2 פתרונות.
3. בקטע $1 \leq x < 0$ הפונקציה f חד חד ערכית.

$$4. \text{ הערך של } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{h} \text{ שווה ל-}$$

.5. בקטע $5 < x < 1$ הפונקציה f יורדת.

שאלה מס' 6 נתונה הפונקציות $y = f(x)$ שלילית ועולה לכל ערך של x או

1. הפונקציה $x \cdot f(4x)$ שלילית ועולה לכל $x > 0$

2. הפונקציה $(f(x))^2$ חיובית ועולה לכל $x < 0$

3. הפונקציה $x \cdot f(x) \cdot e^{-\frac{1}{x}}$ שלילית ויורדת לכל $x < 0$

4. אף תשובה לא נכונה

5. הפונקציה $x \cdot f(\frac{2}{x})$ שלילית ויורדת לכל $x > 0$

שאלה מס' 7

נתונה הפונקציה $f'(x) = 0$, $f(x) = \sqrt[3]{2x} - 1$ עבור

$$x = 1 .1$$

$$x = e .2$$

.3. x שלילי.

.4. אף ערך של x

$$x = \frac{1}{2}e .5$$

שאלה מס' 8 נתונה הפונקציה $f(x) = x \cdot e^{\sqrt[3]{x^2}}$ אזי הטענה שאיינה נכונה היא
.6. ל- f יש נקודות קיצון אחת.

.7. f מוגדרת לכל x .

.8. הפונקציה f חד חד ערכית

.9. רציפה לכל x .

.10. למשווה $1 = f(x)$ יש בדיק פתרון אחד

שאלה מס' 9 נתונה הפונקציה $f(x, y) = \frac{x}{y} + \ln\left(\frac{x-y}{x+y}\right)$ אזי הערך של $x \cdot f'_x + y \cdot f'_y$ הוא

$$\ln\left(\frac{x-y}{x+y}\right) .1$$

.0 .2

$$f(x, y) .3$$

$$\frac{x}{y} .4$$

.5. אף תשובה לא נכונה

שאלה מס' 10 הביקוש לתרכיז גת בתימן נתון על ידי $p = 500 - 25x$

כאשר x כמות תרכיז גת בליטר ו- p מחיר לליטר בדינר

אזי הטענה שאינה נכונה

.6. הכנסה מקסימלית כאשר $0 = p = 30$

.7. הכנסה השולית פוחתת

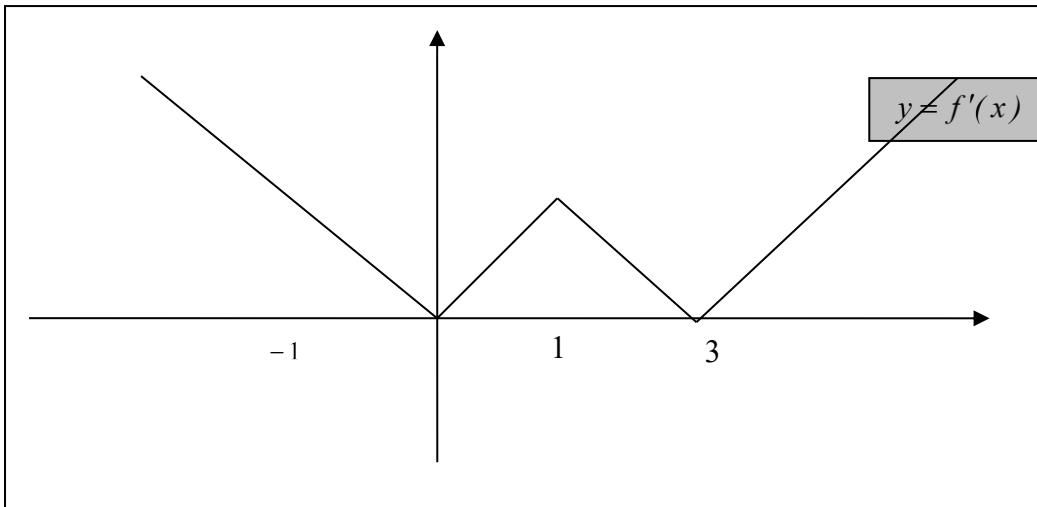
.8. כאשר נעה את המחיר מ- 10 ל- 11 דינר לליטר הכנסה לא תשתנה בקרוב

.9. הכנסה קטנה בתחום שבו $0 < p < 10$

.10. הביקוש קטן ככל שהמחיר עולה

שאלה מס' 11

לפניך גרף הנגזרת הראשונה, $y = f'(x)$



כמו כן נתון ש- $f(0) = 0$

אזי הטענה הנכונה

1. הגבול $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-3)^2}$ קיים וסופי
2. ל- f יש נקודות קיצון אחת ו- 3 נקודות פיתול.
3. ל- f יש 2 נקודות אי גזירות.
4. הגבול $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^2}$ קיים וחובי
5. ל- f יש 2 נקודות אי רציפות

שאלה מס' 12 נתונה הפונקציה $y = f(x)$, הרציפה לכל $x > 0$ ומקימת $f'(x) = 0$ וכן $f(1) = 0$ נסמן את הטענות הבאות

טענה א: למשווה k בדוק 2 פתרונות לכל $k < 0$ $f(x) = k$

טענה ב: מתקיים ש- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x \ln x - x + 1} < e^2$

אזי:

1. שתי הטענות נכונות
2. רק טענה א' נכונה
3. רק טענה ב' נכונה
4. אף טענה לא נכונה
5. חסר בתרגיל די הרבה נתונים

שאלה מס' 13 ידוע כי הפונקציה f מוגדרת לכל $x \geq 1$ והמקיימת ש- $f'(x) = x \cdot \sqrt{\ln x}$ (שים לב זה הגזרת של f) אזי:

1. הפונקציה f קמורה לכל $x > \frac{1}{e}$
2. לפונקציה f יש נקודות פיתול אחת

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

3. הפונקציה f קמורה בכל תחום ההגדרתה.

4. הפונקציה f קעורה לכל $1 < x < e$

5. אף תשובה לא נכונה

$$g(x) = \sqrt{1 + f(3 - 2x)} \quad f \text{ המקיימת ש-} \quad f(1) = 3 \quad \text{נסמן}$$

שאלה מס' 14 נתונה הפונקציה f $g'(1) = 4$ אז

$$f'(1) > 6 \quad .1$$

$$f'(1) = 0 \quad .2$$

$$f'(1) < -6 \quad .3$$

$$f'(1) = -4 \quad .4$$

5. ממש לא ניתן לחשב את $f'(1)$ מאחר וחסרים המון נתונים

$$f(x) = \begin{cases} 3x & 0 \leq x \leq 1 \\ 3 & 1 < x < 3 \\ 8-x & 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

שאלה מס' 15 נתונה הפונקציה

או על סמךشرط הגראף ניתן לקבל ש-

1. התמונה של f היא $5 \leq y \leq 0$ ו- f חד חד ערכית

2. התמונה של f היא $8 \leq y \leq 0$ אבל f אינה חד חד ערכית

3. למשווה k יש פתרון ייחד לכל $5 \leq k \leq 0$

4. התמונה של f היא $5 \leq y \leq 0$ ול- f נקודת אי רציפות אחת בתחום הקטע.

5. אף תשובה לא נכונה

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
4	3	3	1	4	1	2	1	5	5	2	2	1	5	1

שאלה מס' 1'

גבול הפונקציה $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax)^{\frac{2}{x}}$ כאשר $a \neq 0$ פרמטר הוא:

$$e^{2a} \quad .1$$

$$a > 0 \quad .2$$

$$0 \quad .3$$

$$\infty \quad .4$$

5. הגבול לא קיים.

שאלה מס' 2'

$$x=0, f(x)=\begin{cases} x \cdot e^{-\frac{1}{x}} & x>0 \\ 0 & x=0 \\ \frac{e^x-1}{1-\sqrt{1-x}} & x<0 \end{cases}$$

לפונקציה

1. בעלת נקודת אי רציפות סלקה
2. נקודת אי רציפות מסווג שני
3. רציפות
4. אף תשובה לא נכון
5. נקודת אי רציפות מסווג ראשון

שאלה מס' 3

לפונקציה $f(x) = \frac{x-1}{|x+1|-2}$ יש:

1. נקודת אי רציפות סלקה ונקודת אי רציפות מסווג שני.
2. נקודת אי רציפות סוג ראשון ונקודת אי רציפות מסווג שני.
3. 2 נקודות אי רציפות מסווג שני.
4. נקודת אי רציפות אחת מסווג שני.
5. אף תשובה לא נכון

שאלה מס' 4

לפונקציה $y = 2 + \frac{e^{-\sqrt{x}}(x+1)}{x^2-1}$ יש

1. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ואסימפטוטה אופקית אחת רק ב- ∞
2. יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית אחת רק ב- ∞
3. יש שתי אסימפטוטות אנכיות בלבד ואין אופקית
4. אין אסימפטוטות כלל.
5. יש שתי אסימפטוטות אנכיות ושתי אסימפטוטות אופקיות ב- ∞ ±

שאלה מס' 5

נתונה הפונקציה $(x) = f(x) = (x-1) \cdot e^{2x+1}$, הרציפה לכל x ומקימת $f'(x) = 2$ וכן $f(1) = 2$ אז

הטענה שאינה נכון היא:

1. למשווה $f(x) = 2$ יש בדיקות פתרון אחד

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

.2. ל- f אין נקודות פיתול כלל.

.3. בקטע $1 \leq x \leq 2$ נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.

.4. למשווה $f(x) = 0$ אין פתרון

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - 2}{h} \text{ שווה ל-} 0 .5$$

שאלה מס' 6

נתונה הפונקציה $y = f(x)$ אי זוגית או

או

.1. הפונקציה $y = f(-x)$ זוגית.

.2. הפונקציה $y = (f(x))^2 - x$ אי זוגית.

.3. הפונקציה $y = f(x) - x^2$ זוגית.

.4. אף חשובה לא נכונה

.5. הפונקציה $y = (f(x))^2 - x^2$ זוגית.

שאלה מס' 7

נתונה הפונקציה $f(x) = x^{2x} + 4$ או,

$$f'(x) = 2x^{2x}(\ln x + 1) .6$$

$$f'(x) = 2x^{2x-1} \ln x .7$$

$$f'(x) = x^{2x}(\ln x + 1) .8$$

$$f'(x) = x^x \ln x .9$$

$$f'(x) = 4x^{2x-1} \ln x .10$$

שאלה מס' 8

נתונה הפונקציה $f(x) = x \ln x + 2x$ או הטענה שאינה נכונה היא

.1. למשווה $f(x) = 0$ יש פתרון אחד בלבד.

.2. ל- f יש נקודות קיצון אחת.

.3. אי השוויון $f(x) + \frac{1}{e^3} \geq 0$ מתקיים לכל $x > 0$

.4. ל- f אין נקודות אי גזירות.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty .5$$

שאלה מס' 9

נתונה הפונקציה $f(x,y) = x \cdot e^{\frac{2y}{3x}}$ אז הערך של $x \cdot f'_x + y \cdot f'_y$ הוא

$f .6$

$\frac{2}{3}f .7$

$0 .8$

$e^{\frac{2y}{3x}} .9$

10. אף תשובה לא נכונה

שאלה מס' 10

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 + 12x)^2}$

אז מספר נקודות הקיצון של- f הוא:

$3 .1$

$4 .2$

$5 .3$

$2 .4$

5. אף תשובה לא נכונה

שאלה מס' 11

נתון כי $x \ln x$ $f'(x) = (\ln x)^2 - \ln x$ וכן

אז הטענה הנכונה

1. ל- f יש 2 נקודות קיצון ואין פיתול

2. f חד חד ערכית

3. למשווהה $f(x) = 1$ יש 2 פתרונות

4. ל- f יש 2 נקודות קיצון ונקודת פיתול אחת

5. קיימים k עבורו למשווהה $f(x) = k$ יש 4 פתרונות

שאלה מס' 12

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 4 \cdot e^x + 3$, המקיימת לכל x ש- $y = f(x)$ וכן $f'(x) = 0$ ו-

אזי הטענה שאינה נכונה היא: $f(1) = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = \infty \quad \text{או} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \quad .1$$

.2. אין לו- f נקודות פיתול.

.3. בקטע $(0,1)$ הפונקציה f יורדת

.4. בקטע $-1 \leq x \leq 0$ נקודות הקיצון המוחלטות מתקבלות בקצוות של הקטע.

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \quad .5$$

שאלה מס' 13'

פונקציה $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$ קמורה לכל:

.1. $x < 0$ או $x > 1$

.2. ערך של x

.3. $0 < x$

.4. $0 < x < 1$

.5. אף תשובה לא נכונה

שאלה מס' 14'

נתונה הפונקציה f המקיימת ש- $f'(2) = 1$ נסמן $g(x) = \frac{f(2x)}{x-2}$

אם $g'(1) = 3$ אז:

.1. $f(2) = -1$

.2. $f(2) > 2$

.3. $f(2) = -5$

.4. $f(2)$ לא ניתן לחישוב

.5. יש שתי תוצאות ל- $f(2)$

שאלה מס' 15'

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 3-x & 1 < x < 2 \\ x & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

אז

קובץ תרגילים במתמטיקה א', דר' יעקב ארז

1. קיימ k עבورو למשווה $f(x) = k$ יש בדיק 2 פתרונות .
2. התמונה של f היא $0 \leq y \leq 4$ אבל f אינה חד חד ערכית
3. לכל $0 < a < 4$ מתקיים $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$
4. אף תשובה לא נכונה
5. התמונה של f היא $0 \leq y \leq 4$ ו- f חד חד ערכית

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
5	3	3	2	4	1	1	1	5	5	2	2	1	5	1

נוסחאות

אלגברה

נוסחאות המכפל והפירוק לגורמים:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad \text{ממעלה שנייה}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad \text{ממעלה שלישית}$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{פתרונות המשווה הריבועית:}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{ויתה:} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{פרק טרינום:}$$

$$a^0 = 1 \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

סדרה חשבונית:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad a_n = a_1 + (n-1)d \quad \text{איבר כללי:}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \quad \text{סכום:}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \text{ חזקות ושורשים:}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_n \quad \text{נגידיר}$$

סדרה הנדסית:

איבר כללי :

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

סכום :

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1}$$

אינסוףית : $S = \frac{a_1}{1-q}$, עבור

$$-1 < q < 1$$

לוגריתמים:
הגדלת הלוגריתם :

$$a^b = x \Leftrightarrow \log_a x = b$$

מוגדר עבור $1 \neq a, x > 0$

חוקי הלוגריתם :

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

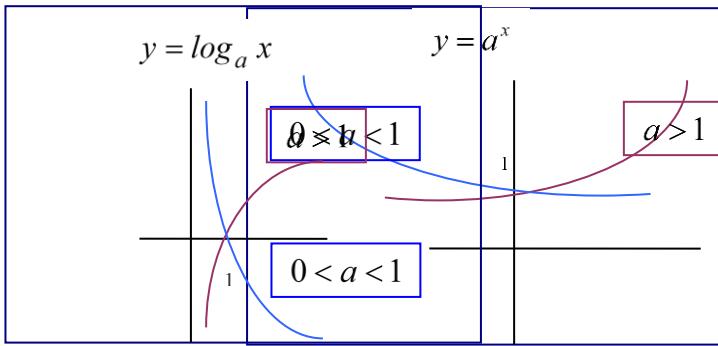
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$\log_{(a^n)} x = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$$

מעבר מבסיס לבסיס :

$$\log_m x = \frac{\log_a x}{\log_a m}$$

**גיאומטריה אנליטית****ישר:**

משוואת ישר שSHIPOU מ過 העובר דרך הנקודה (x_1, y_1) :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

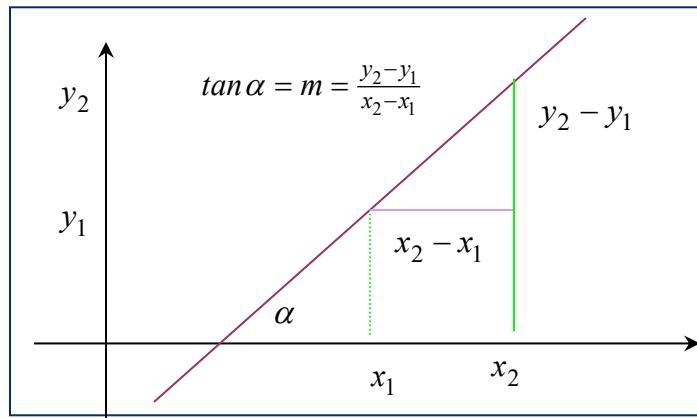
SHIPOU ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

הזווית α בין ישר שSHIPOU m לבין הכיוון החיובי של ציר ה- x מקיימת:

$$\tan \alpha = m$$

 שני ישרים שSHIPOUיהם m_1 ו- m_2 מקבילים כאשר $m_1 = m_2$ וניתנים כאות $-1 = m_1 \cdot m_2$.

**מעגל:**

שורדיוסו R ומרכזו בנקודה (a, b) :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 = R^2$$

 מעגל קניוני שורדיווסו R :

פרבולה: $y = ax^2 + bx + c$

נקודות חיתוך עם ציר ה- x :

$$(x_1, 0), (x_2, 0)$$
, כאשר x_1, x_2 הם שורשי המשוואה הריבועית

$$ax^2 + bx + c = 0$$
. אם למשוואה אין פתרונות, אין נקודות חיתוך.
 נקודת חיתוך עם ציר ה- y :

$$(0, c)$$
.

$\Delta < 0$ הפרבולה אינה חותכת את ציר x אלא מרוחפת.	$\Delta = 0$ הפרבולה משיקה לציר x בנקודה אחת.	$\Delta > 0$ הפרבולה חותכת את ציר x בשתי נקודות	$y = ax^2 + bx + c$ ציר סימטריה בקודקוד $x = -\frac{b}{2a}$
---	--	---	---

	$0 < a < 0$ היפרבולה נקראת פרבולה בוכה - פרבולות מקסימום
	$0 > a > 0$ היפרבולה נקראת פרבולה מחיצית - פרבולות מינימום