

נושא 6 - נגזרות

כלליים:

- | | | |
|---|--|-------------|
| ● | $[k \cdot f(x)]' = k \cdot f'(x)$ | מקדם: |
| ● | $[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$ | סכום והפרש: |
| ● | $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$ | מכפלה: |
| ● | $\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$ | מנה: |
| ● | $(f(g(x)))' = f'(g) \cdot g'(x)$ | כלל השרשרת: |

לפי סוגי פונקציות:

<u>מקרה כללי:</u>	<u>מקרה פרטי:</u>	
● $[f^n(x)]' = n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$	● $(x^n)' = nx^{n-1}$	פונקציית פולינום:
● $[\sqrt{f(x)}]' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	● $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	פונקציית שורש מסדר 2:
● $(a^{f(x)})' = f'(x) \cdot a^{f(x)} \cdot \ln a$	● $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	פונקציה מעריכית:
● $(e^{f(x)})' = f'(x) \cdot e^{f(x)}$	● $(e^x)' = e^x$	
● $[\log_a f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x) \cdot \ln a}$	● $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	פונקציה לוגריתמית:
● $[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$	● $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	

גוזר את הפונקציות הבאות:

$$1. \quad y = \frac{(x-3)^3}{x-2}$$

$\frac{3(x-3)^2 \cdot 1 - (x-2) - (x-3) \cdot 1}{(x-2)^2}$

$$= \frac{(x-3)^2 \cdot [3(x-2) - (x-3)]}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{(x-3)^2 \cdot [3x-6-x+3]}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{(x-3)^2 \cdot (2x-3)}{(x-2)^2}$$

$$2. \quad y = \sqrt[5]{x - \sqrt{x}} = (x - \sqrt{x})^{\frac{1}{5}}$$

$$y' = \frac{1}{5} (x - \sqrt{x})^{-\frac{4}{5}} \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = \frac{\left(1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{5 \cdot (x - \sqrt{x})^{\frac{4}{5}}}$$

$$= \frac{\frac{2\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}}}{5 \cdot \sqrt[5]{(x - \sqrt{x})^4}} = \boxed{\frac{2\sqrt{x}-1}{10\sqrt{x}\sqrt[5]{(x - \sqrt{x})^4}}}$$

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$3. \quad y = x^n \cdot e^{mx}$$

x, y, z, w – נעלמים
 $a, b, c, \dots, n, m, \dots$ – קבועים

$$y' = nx^{n-1} \cdot e^{mx} + \underline{x^n} \cdot e^{mx} \cdot \underline{m}$$

$$= \boxed{x^{n-1} \cdot e^{mx} \cdot (n+mx)}$$

$$\begin{array}{ccc} (x)'^{10} & e^x & \ln(x) \\ \uparrow & & \\ (x^2+3x)^{10} & e^{x^2+3x} & \ln(x^2+3x) \end{array}$$

$$4. \quad y = x \cdot \ln^2 x = x \cdot (\ln x)^2$$

zoom:

$$\begin{aligned} (\ln x)^2 &= \ln x \cdot \ln x \\ \text{“} & \\ \ln^2 x &= \ln x \cdot \ln x \\ \ln x^2 &= \ln(x \cdot x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &= 1 \cdot (\ln x)^2 + x \cdot 2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x} \\ &= \boxed{\ln x \cdot (\ln x + 2)} \end{aligned}$$

Cool

$$5. \quad y = \sqrt[3]{x e^{3x}} = (x \cdot e^{3x})^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{3} (x \cdot e^{3x})^{-\frac{2}{3}} \cdot (1 \cdot e^{3x} + x \cdot e^{3x} \cdot 3) \\ &= \frac{e^{3x} + 3x e^{3x}}{3 \sqrt[3]{(x \cdot e^{3x})^2}} \\ &= \boxed{\frac{e^{3x} (1+3x)}{3 \sqrt[3]{(x \cdot e^{3x})^2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= x^{\frac{1}{3}} \cdot e^x \\ y' &= \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \cdot e^x + x^{\frac{1}{3}} \cdot e^x \\ &= e^x \left(\frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[3]{x} \right) \end{aligned}$$

$$y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x+1} = \frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1$$

$$y' =$$

:)

Cool problem ok
nice to see you again.

$$6. \quad y = \ln(\ln(2x+5))$$

$$= \frac{\frac{2}{2x+5}}{\ln(2x+5)} = \frac{2}{(2x+5)\ln(2x+5)}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\ln(f(x))' = \frac{f'}{f} = \frac{1}{f} \cdot f'$$

$$(\ln \circledcirc)' = \frac{1}{\circledcirc} \cdot \circledcirc' = \boxed{\circledcirc}$$

$$7. \quad y = \frac{\ln(2x)}{x^2} \rightarrow \frac{\frac{2}{2x}}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$y' = \frac{\frac{1}{x} \cdot x^2 - \ln(2x) \cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$= \frac{x - 2x\ln(2x)}{x^4}$$

$$= \frac{x(1 - 2\ln(2x))}{x^4}$$

$$= \boxed{\frac{1 - 2\ln(2x)}{x^3}}$$

$$y = \frac{\ln(e \cdot x)}{1 + \ln x} =$$

$$y' = 0 \quad \frac{\frac{1}{e \cdot x} \cdot e + \frac{1}{x}}{1 + \ln x} = \frac{1 + \ln x}{1 + \ln x} = 1$$

גזרת לוגריתמית (מה זה ? מתי נשתמש בו ?)

$$e^{\ln a} = a \quad \text{"איין"}$$

$$1. \ y = x^{5x} = e^{\ln x^5} = e^{5x \ln x}$$

$$\begin{aligned} y' &= e^{5x \ln x} \cdot (5 \cdot \ln x + 5x \cdot \frac{1}{x}) \\ &\stackrel{\text{down}}{=} x^{5x} \cdot 5(\ln x + 1) \end{aligned}$$

$$2. \ y = \sqrt[x+1]{x+1} = (x+1)^{\frac{1}{x+1}} = e^{\frac{\ln(x+1)}{x+1}} = e^{\frac{1}{x+1} \ln(x+1)} = e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}$$

$$\begin{aligned} y' &= e^{\frac{\ln(x+1)}{x}} \cdot \frac{\frac{1}{x+1} \cdot x - \ln(x+1) \cdot 1}{x^2} \\ &= \sqrt[x+1]{x+1} \cdot \frac{\frac{x}{x+1} - \ln(x+1)}{x^2} \\ &= \sqrt[x+1]{x+1} \cdot \frac{\frac{x - (x+1)\ln(x+1)}{(x+1)}}{x^2} \\ &= \frac{\sqrt[x+1]{x - (x+1)\ln(x+1)}}{x^2(x+1)} \end{aligned}$$

$$3. \ y = x^{\frac{2}{x^2}}$$

גזרת של פונקציה לא מפורשת

שאלה 7 מבחון 3.2.13

$$\begin{aligned} [f(x)]' &= f'(x) \cdot 1 \\ [f(\Theta)]' &= f'(\Theta) \cdot \Theta \end{aligned}$$

נתונה הפונקציה f המקיימת ש $f(2) = 4$ נסמן $f'(2) = 1$

אם $f'(1) = 0$ אז

$$g'(x) = \frac{2 \cdot f'(2x) \cdot (x+1) - f(2x) \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$f'(2) = 1 \quad .1$$

$$f'(2) = 0 \quad .2$$

$$g'(1) = \frac{2 \cdot f'(2) \cdot 2 - f(2)}{2^2} = \bigcirc$$

$$f'(2) = 0 \quad .2$$

$$4 \cdot f'(2) - 4 = \bigcirc$$

$$f'(2) = 16 \quad .3$$

$$4 \cdot f'(2) = 4$$

$$f'(2) \text{ לא קיים} \quad .4$$

$$\boxed{f'(2) = 1}$$

$$f'(2) > 8 \quad .5$$

$$g'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

שאלה 10 מבחרן 3.2.13

נתונה פונקציה f המקיים $y = f(x)$

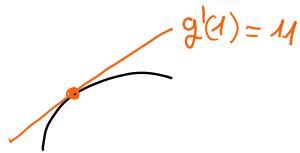
$$\text{נסמן } g(x) = x^2 \cdot f(x)$$

$$\text{אזי הערך של } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - g(1)}{h} \text{ הוא:}$$

$$g'(x) = 2x \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x)$$

$$g'(1) = 2 \cdot \underline{f(1)} + 1^2 \cdot \underline{f'(1)} = 2 \cdot 3 + 1 \cdot 5 = \boxed{11}$$

- | | |
|----|---------|
| 11 | ① |
| 8 | .2 |
| .3 | לא קיימ |
| 0 | .4 |
| .5 | שלילי |



• מצא את המשוואת המשיק לפונקציה (x) $g(x)$ בנקודה שבה $x=1$

$$g(1) = 1^2 \cdot f(1) = 1 \cdot 3 = 3$$

$(1, 3)$

$m=1$

$$3 = 1 \cdot 1 + b$$

$$-8 = b$$

$$\boxed{y = 1x - 8}$$