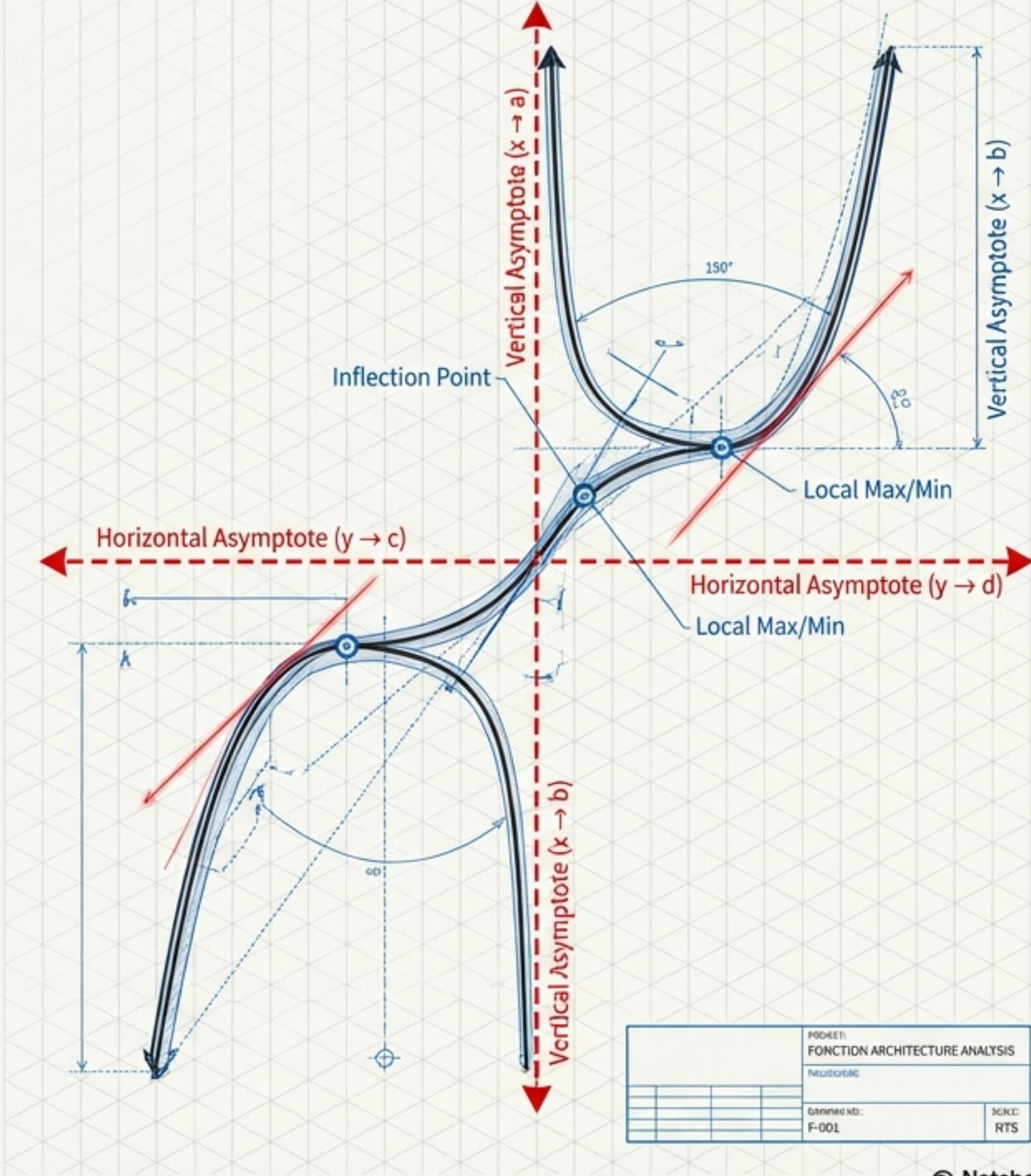


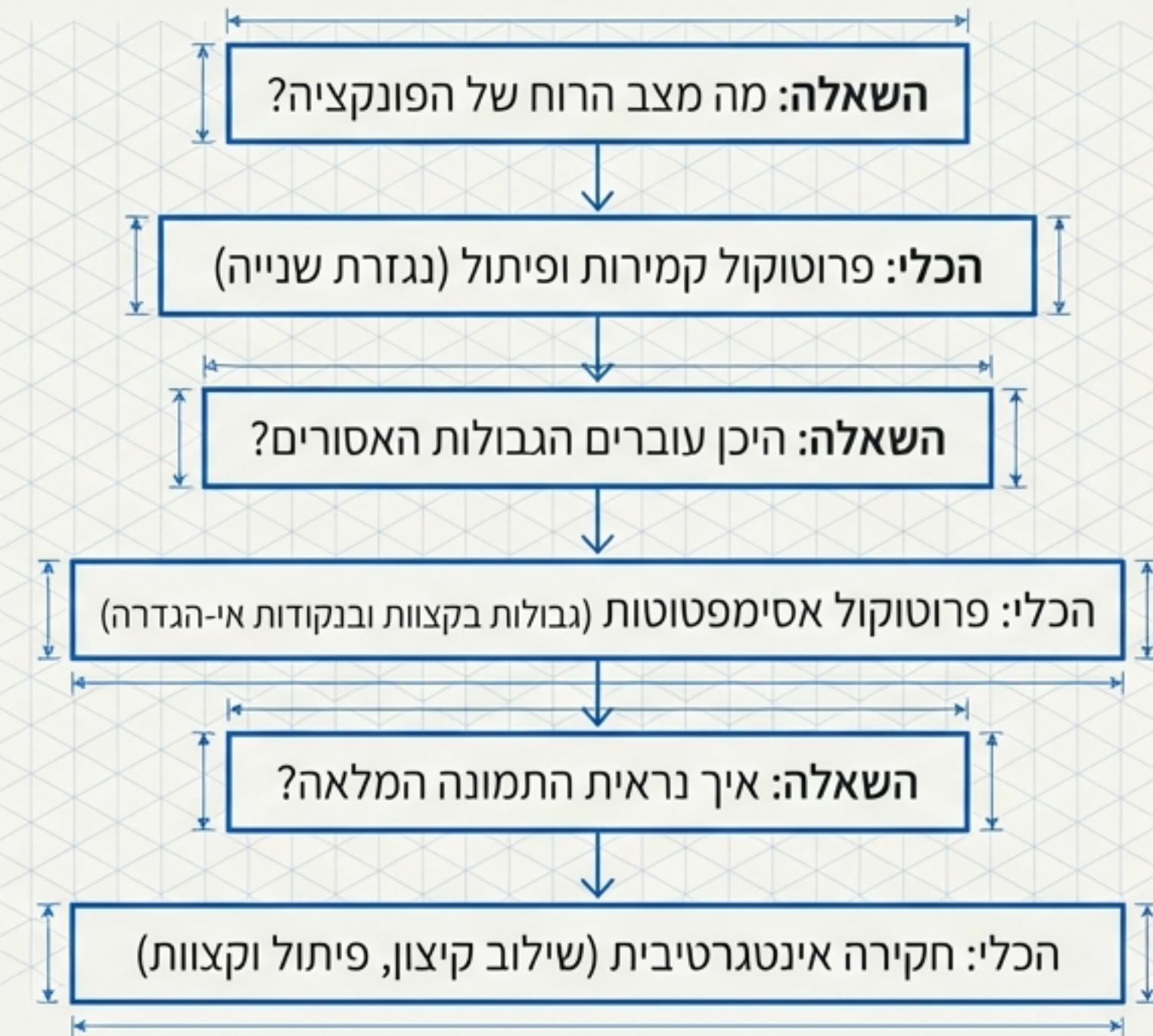
# פתרונות, אסימפטוטות וחקירה מלאה: הארכיטקטורה של הפונקציה

מניפולציה של מודלים, זיהוי  
נקודות שבירה ושליטה במרחב  
האינטגרלי

- **המטרה:** מעבר מפתרון טכני לניתוח אסטרטגי של התנהגות הפונקציה.
- **הכליים:** נגזרת שנייה, גבולות, וטבלאות עימות.
- **התוצאה:**شرطן מדויק ללא ניחושים. אנו לא מחפשים את הנעלם, אנו מבינים את הסיפור שלו.



# עַז החלטות הטקטי: פרוטוקול ניהול אירוע



**חוק ברזל:** לעולם אין לגשת לשרטוט לפני הבנת גבולות הגזרה (תחום הגדרה הוא שדה הקרב שלנו).

# קמירות וקעירות: ניתוח סנטימנט השוק

## היצוע המספרי

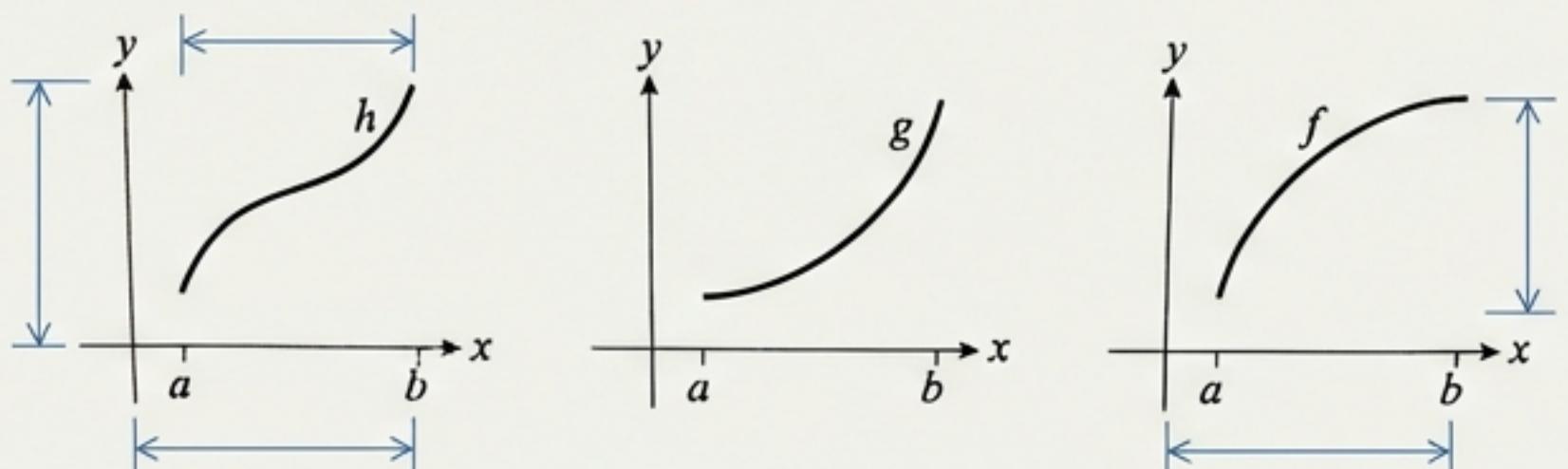
**המודל:** בוחנים את הנגזרת השנייה.

$$f''(x) > 0$$

מסקנה: קמורה (צורת ע)

$$f''(x) < 0$$

מסקנה: קעורה (צורת ח)



## הסטרטגיית המילולית

**הكونספט:** לא מעוניין אותנו אם המניה עולה או יורדת, אלא אם היא מאייצה או בולמת.

**קמורה (כלפי מעלה):** הפונקציה 'מחיכת'. המיתר עובר מעל הגרף. היא מחזיקה מים כמו קערה. הסנטימנט חיובי.

**קעורה (כלפי מטה):** הפונקציה 'עצובה'. המיתר עובר מתחת לgraf. המים נשפכים כמו מכיפה. הסנטימנט שלילי.

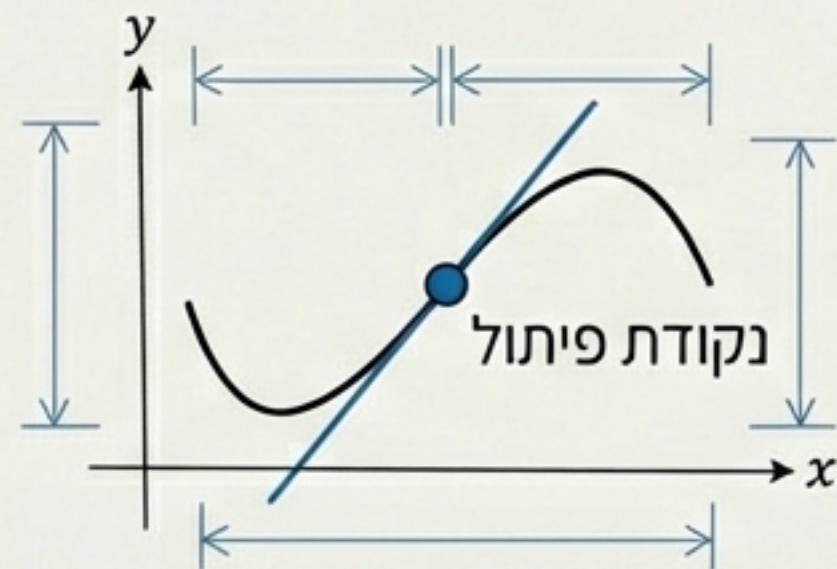
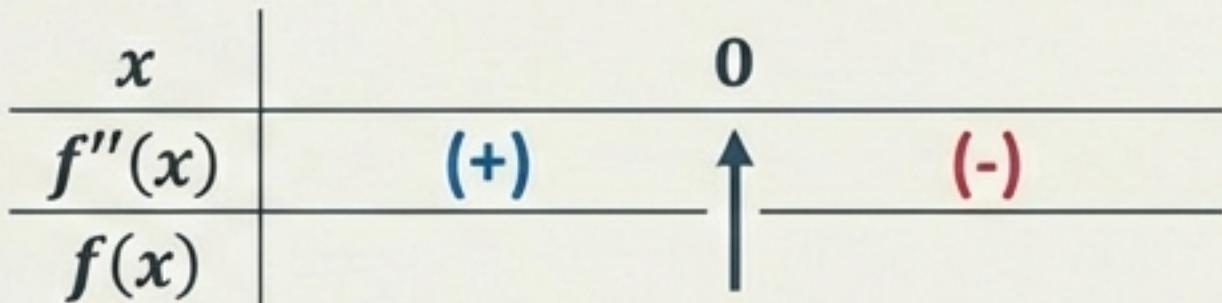
# נקודות הפיתול: רגע ההיפוך

## היצוע המספרי

**Step 1:** החשוד המידי

$$f''(x) = 0$$

**Step 2:** החקירה



תנאי הכרחי: חובה  
לראות שינוי סימן  
בנגזרת השנייה.

## הסטרטגייה המילולית

**מהות:** הרגע שבו הפונקציה משנה דעה.  
המעבר מאופטימיות לפסימיות או להפר.

**הalogיה:** נdeg שנכנס לעיקול ומשנה את  
הטיית ההגה מימין לשמאל. בדיק בנקודה  
המעבר – ההגה ישר לרגע אחד.

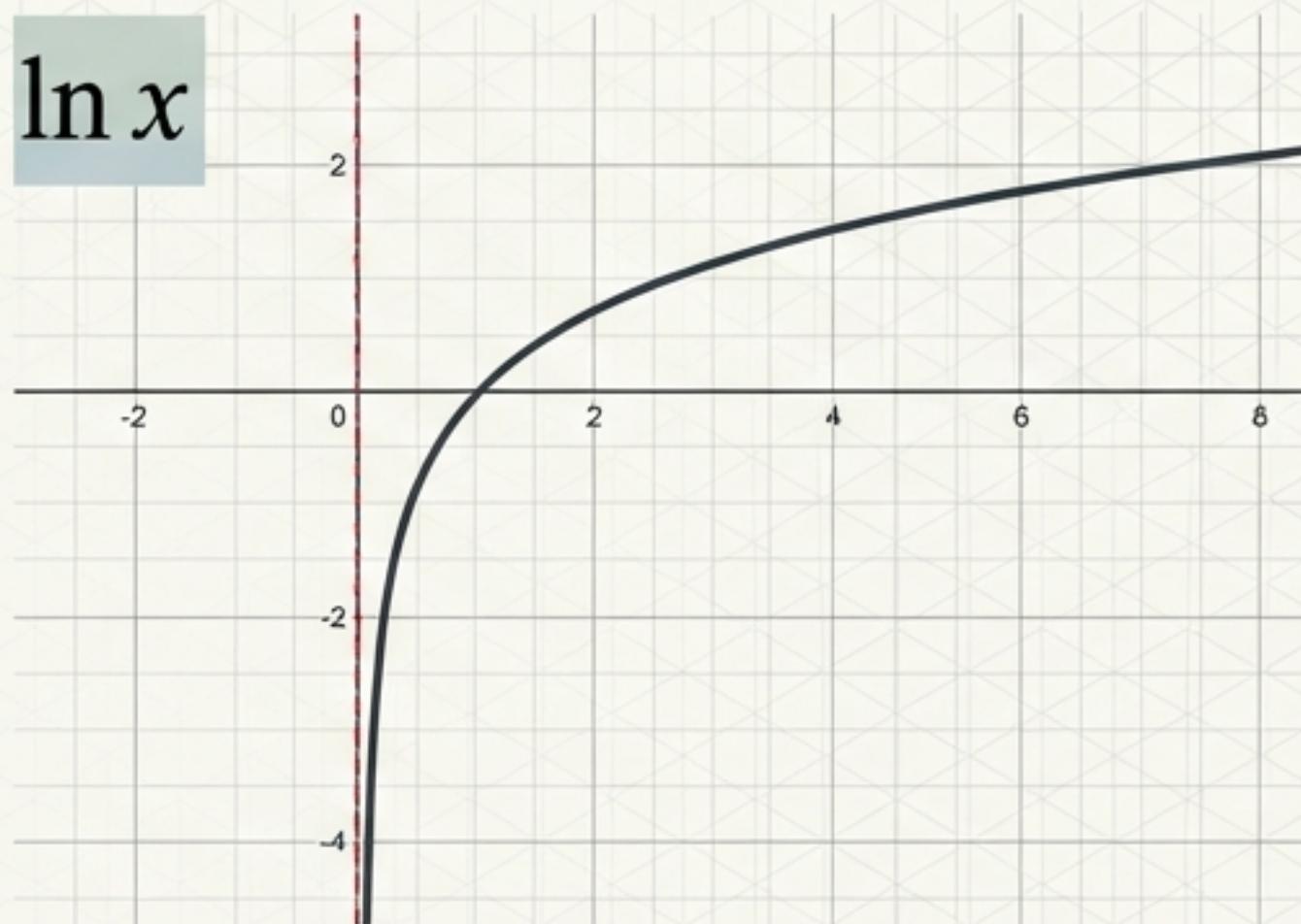
**זהרה:** נקודת אי-רציפות אינה יכולה  
יכולה להיות נקודת פיתול.



# אסימפטוטה אנכית: גדר הפרדה החשמלית

Limit  $f(x) = \text{Infinity}$   
 $x \rightarrow x_0$

אסימפטוטה  $x_0 = x$



**הكونספט:** קיר בטון שהפונקציה שואפת אליו אך לעולם לא תיגע בו. זהו המוות של הפונקציה.

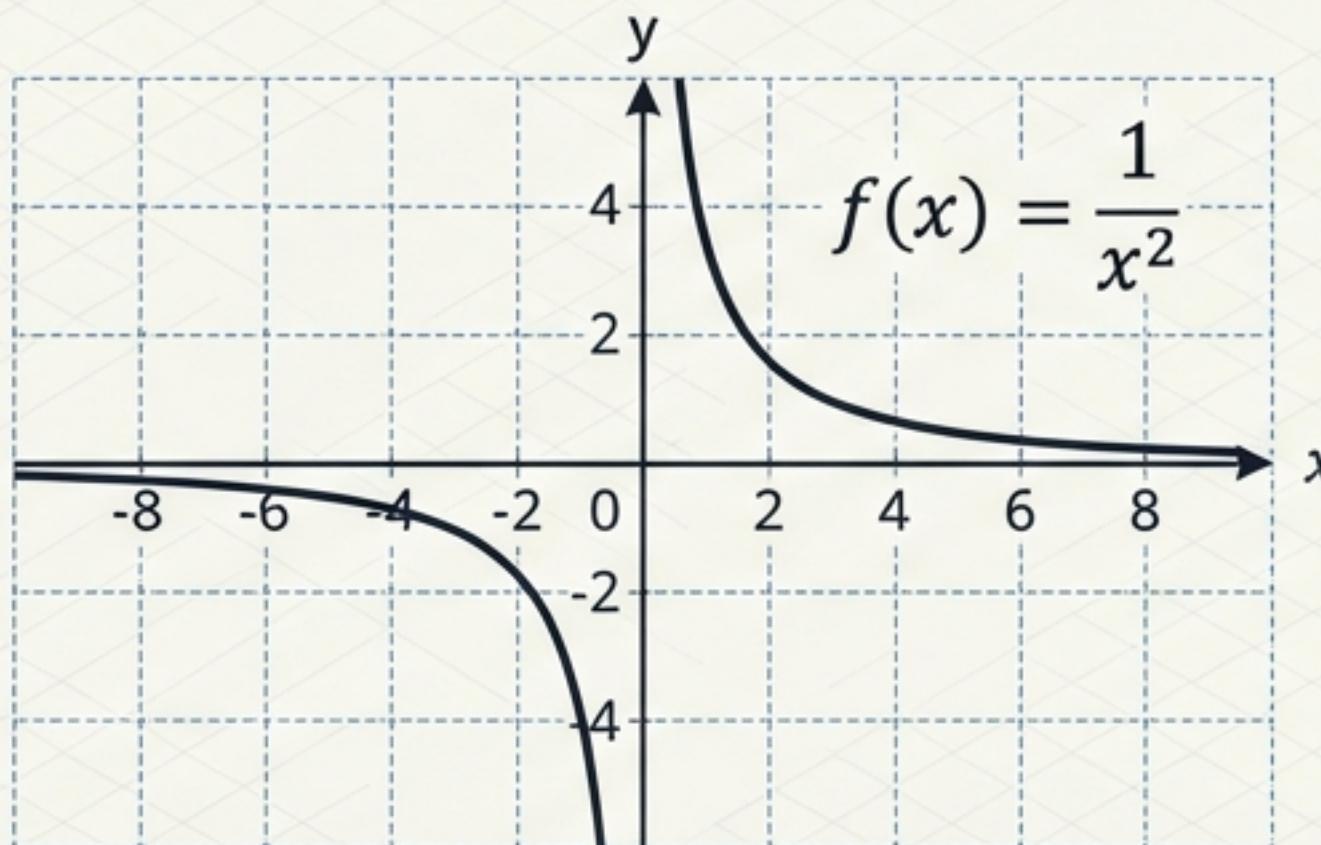
**הטריגר:** חלוקה באפס או לוגריתם של אפס. המערכת קורשת לאינסוף.

**המלכודת:** אם הפונקציה לא 'מתפוצצת' לאינסוף אלא מתקרבת למספר סופי – זהו 'חור', לא קיר.

# אסימפטוטה אופקית: אירועים

Limit  $f(x)$   
 $x \rightarrow \infty$

1. **מוני > מכנה:** התוצאה אינסוף (אין אסימפטוטה).
2. **מכנה > מוני:** התוצאה 0 (ציר ה- $y$ ).
3. **שווין כוחות:** יחס המקדים המובילים קובע את הגובה.



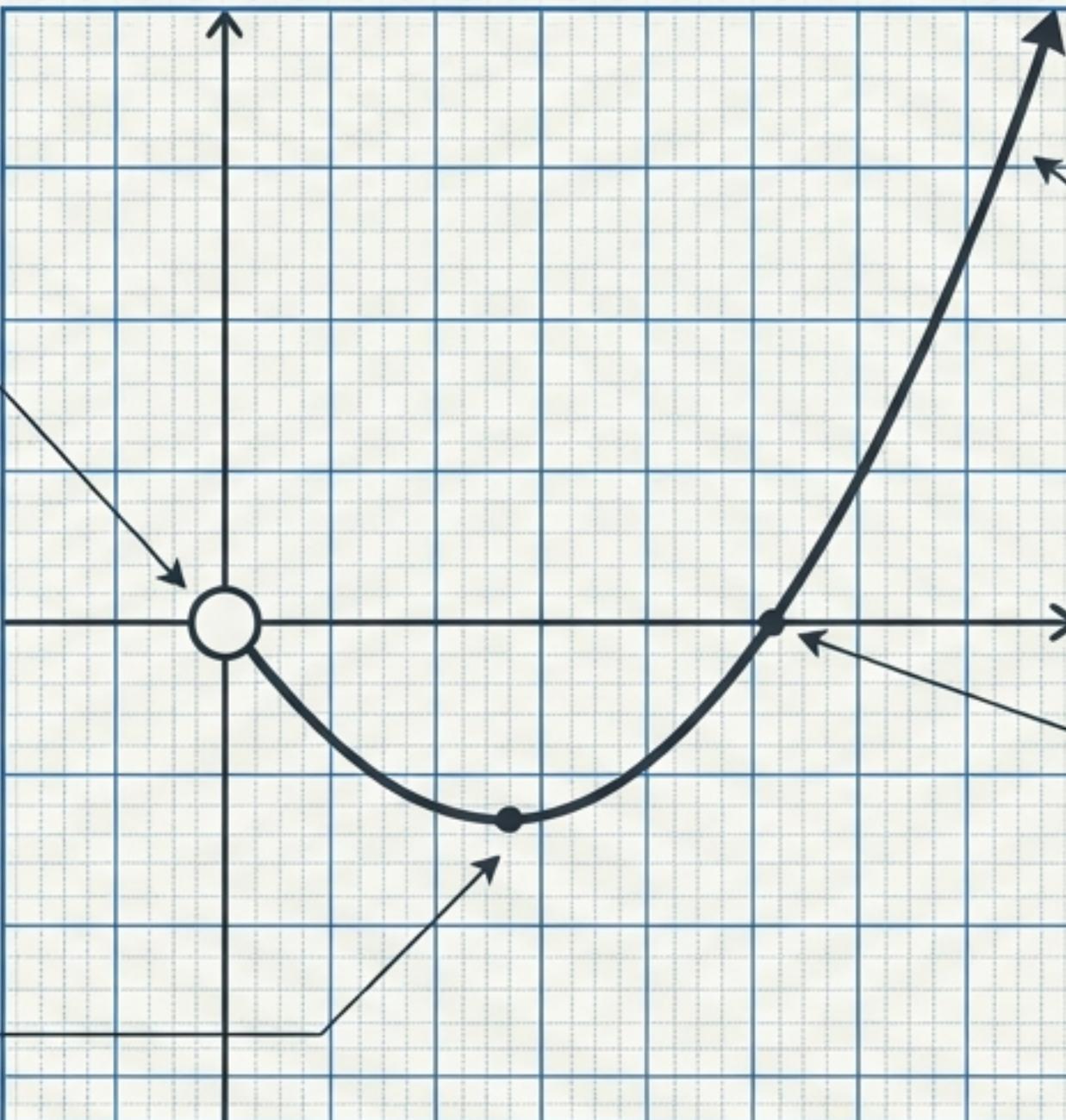
**הkoncept:** גובה הטישה הסופי.  
כשהערך הוא מיליארד, המספרים  
הקטנים מתיים. מי נשאר?

**קרב הכוחות:** מי חזק יותר?  
המוני או המכנה?  
החזק קובע את הגורל.

# מקרה בוחן: המלכודת של $f(x) = x^2 \ln x$

הkonफוליקט: 0 כפול אינסוף. הלייניארי מנצח את הלוגריתמי. התוצאה היא 0, ולכן זהו חור ולא אסימפטוטה.

נקודות קיצון ב- (1,0).



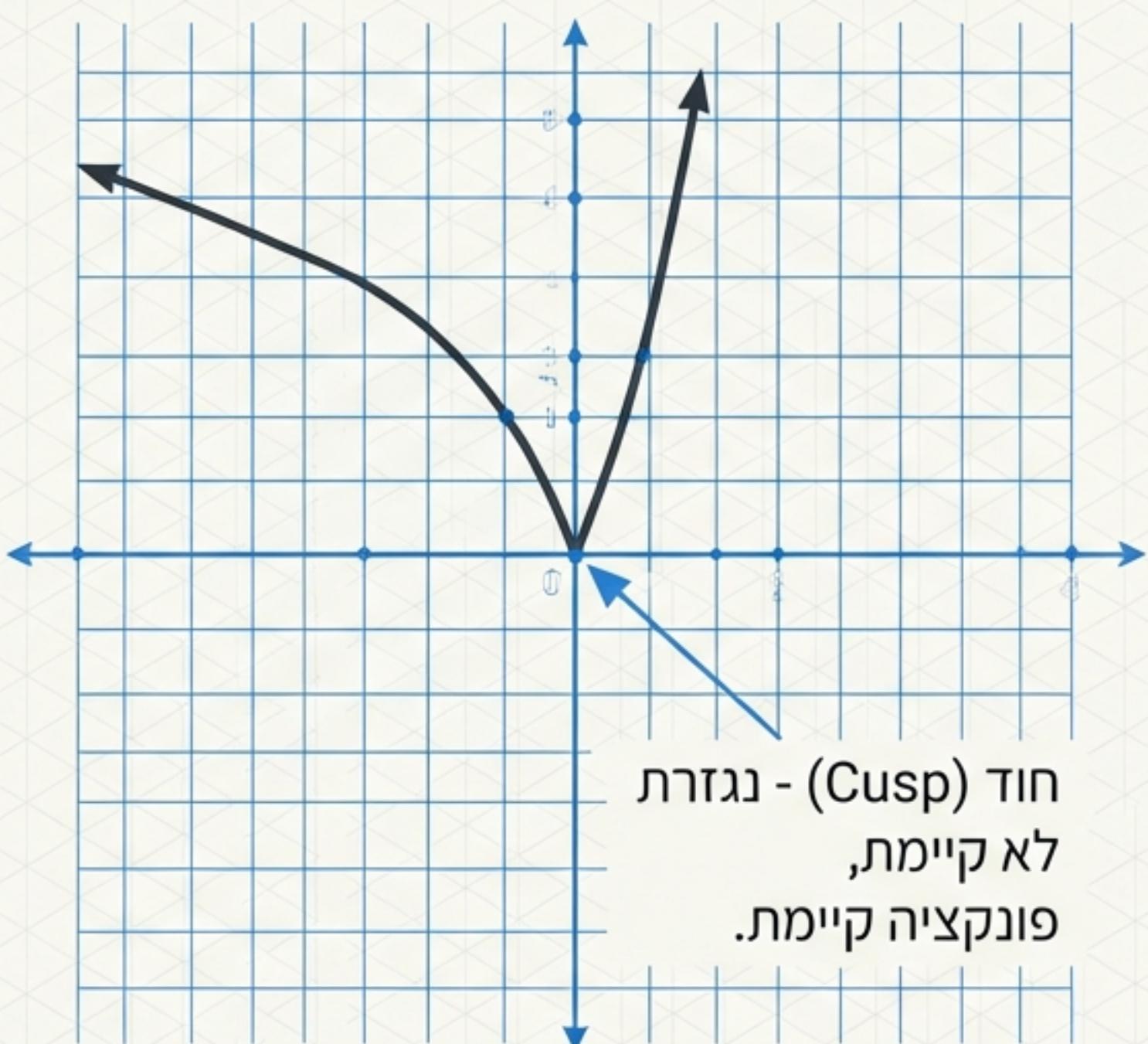
שייפה לאינסוף כשה-x גדול.

נקודות פיטול ב- 1 חלקיה.  
כאן הגראף מפסיק להתקמר  
ומתחילה להתיישר.

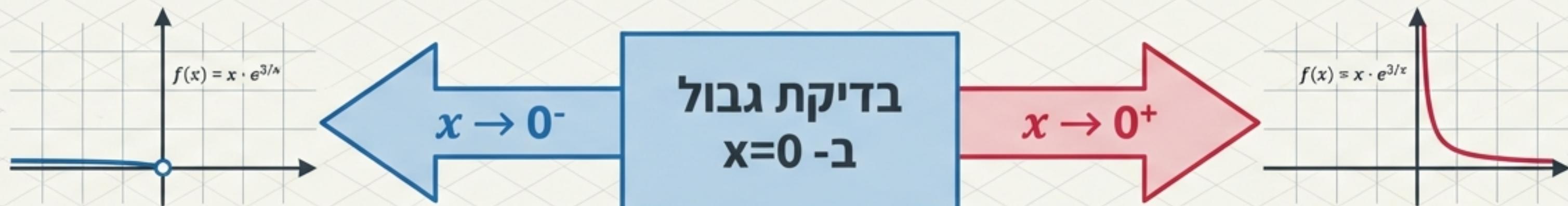
# הנדסה לאחור: טיפול בחזקות שבר

$$\text{הפונקציה: } 3x^{\frac{5}{3}} - 15x^{\frac{2}{3}}$$

- נקודת המשבר ב-  $x=0$ .
- הנגזרת הראשונה שואפת לאינסוף (מכנה מתאפס), אך הפונקציה עצמה מוגדרת (0).
- המסקנה: משיק אנכי.

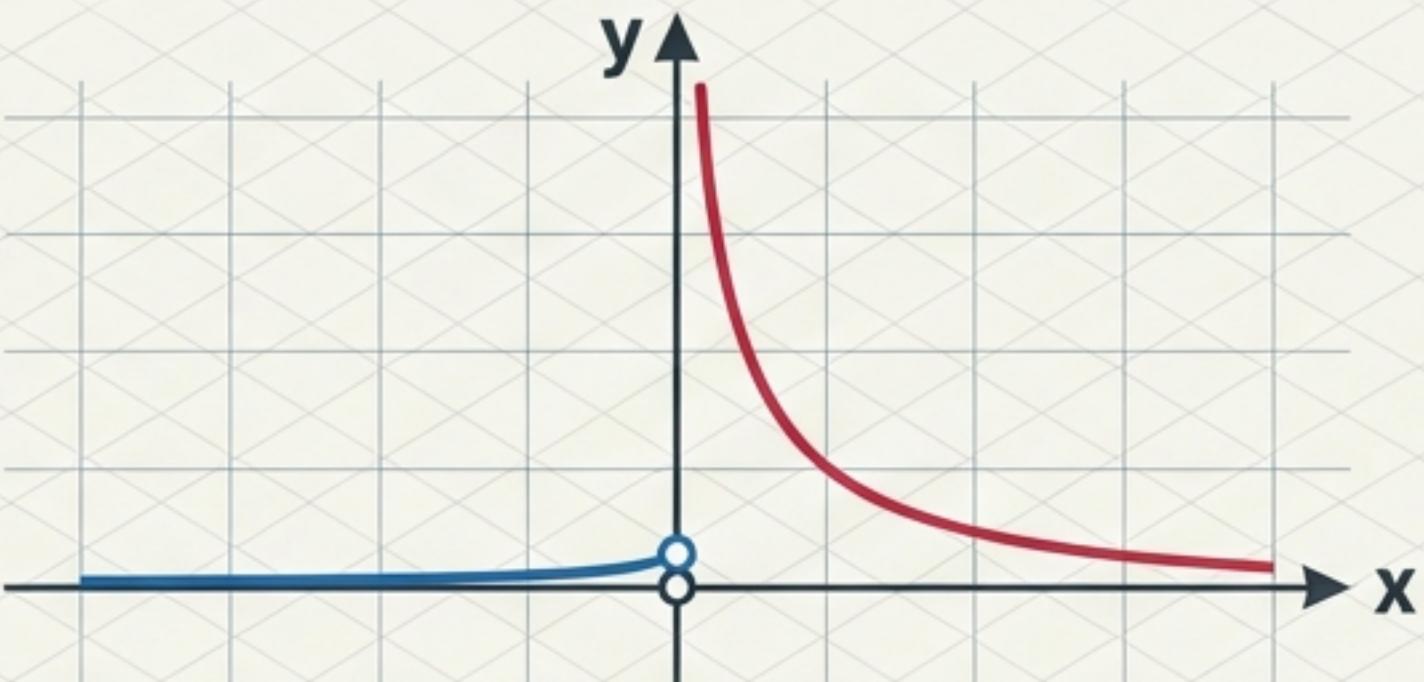


# שליטה באקספוננט מורכב: $f(x) = x \cdot e^{3/x}$



החזקה שואפת למינוס אינסוף.  
א בחזקת מינוס אינסוף הוא 0.  
התוצאה: חור בראשית הצירים.

החזקה שואפת לפלוס אינסוף.  
א בחזקת אינסוף מתפוצץ.  
התוצאה: אסימפטוטה אנכית.

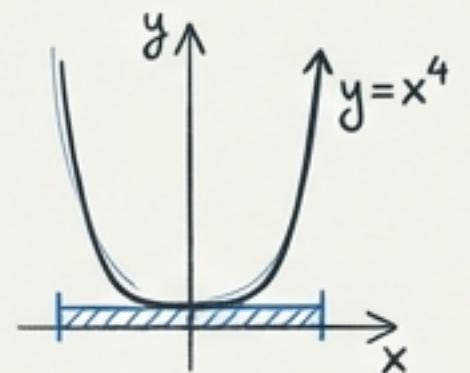


# נורות אזהרה: מלכודות נפוצות במחשבון

## הפייטול המדומה

**התראה:** הנגזרת השנייה מתאפסת, אבל אין פייטול.

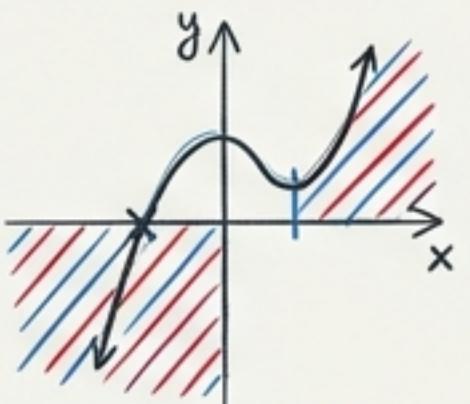
**הדוגמה:**  $x^4 = y$ . הפונקציה נשארת מחייבת לאורך כל הדרן.



## יעירון תחום הגדרה

**הסכנה:** מציאת נקודות קיצון שנמצאות מחוץ לתחום.

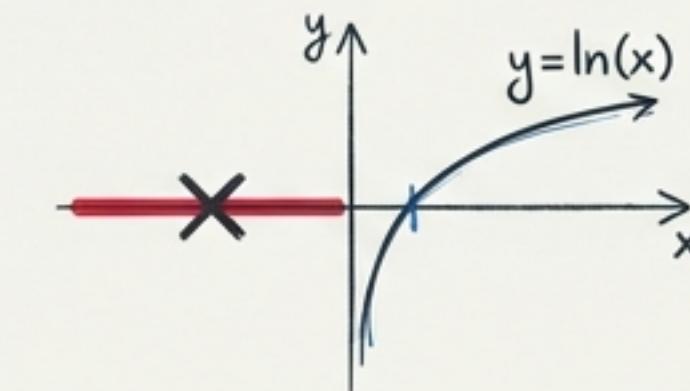
**הפעולה:** מחיקה ויזואלית של האיזורים האסורים לפני הכל.



## המינוס הנעלם בלוגריתם

**הסכנה:** שכחה ש- $\ln$  מוגדר רק למספרים חיוביים.

**הפעולה:** פסילת כל  $x$  שלילי באופן מיידי.



# ארגון הכלים האולטימטיבי: טבלת שליטה

חוק הזהב	הפעולה המתמטית	הטריגר הוויזואלי	הרכיב
טבלה עם פלוס/מינוס שינוי סימן הוא המפתח	נגזרת ראשונה נגזרת שנייה	SHIPוע המשיק קערה או ציפה	<b>עליה/ירידה קמירות/קווירות</b>
מכנה מתאפס, מונה לא	גבול בנקודות אי-הגדרה	קיר חומם	<b>אסימפטוטה אנכית</b>
מלחמת חזקות: מי מנצח?	גבול באינסוף	גובה סופי	<b>אסימפטוטה אופקית</b>

# צ'ק-ליסט לפני הגשה: פרוטוקול וידוא הריגה

**תחום הגדרה:** האם השחרתי אזורים אסורים בגרף?  

**עקביות:** האם תחומי העלייה בטבלה תואימים לציור?  

**קצוזות:** האם בדקתי מה קורה באינסוף ובמינוס אינסוף?  

**מפגשים:** האם ידאת ש אין חיתוך עם אסימפטוטה אנכית?  

**סבירות:** האם נקודת הפיתול נראהות הגיונית ויזואלית?  

**הgraf לא משקר.** אם החישוב לא תואם לציור – החישוב טעה.