Unidad I. Funciones algebraicas y trascendentales

1. Funciones algebraicas

El Cálculo constituye uno de los pilares principales de las Matemáticas. Sus aplicaciones son numerosas y aparecen en muy variadas áreas de trabajo e investigación. Sin embargo, en sus comienzos el Cálculo fue desarrollado para estudiar algunos problemas científicos y matemáticos como encontrar la tangente de un punto en una curva, la longitud de la curva o encontrar el valor mínimo y máximo de una cantidad.

La Matemática moderna ha tenido una gran influencia, ya que su mayor aplicación se relaciona con las Ciencias Naturales, Biología, Química y el uso de la tecnología moderna.

Un ejemplo básico en el que está inmerso el Cálculo en un aspecto de la vida cotidiana es en un juego de basquetbol. En el momento en el que el jugador lanza la pelota a la canasta, podemos determinar la fuerza con la que es lanzada, el punto máximo de elevación, la trayectoria, el tiempo de recorrido, la velocidad y un sinfín de factores determinantes que podríamos encontrar en un simple lanzamiento.

La relación, que podemos encontrar entre estos factores, se realiza a través de funciones.

IT. Colocar la siguiente información en un cuadro de Importante.

Una función es una regla de correspondencia que asigna cada elemento *x* de un conjunto A a un solo elemento, llamado *f*(*x*) de un conjunto B.

Por ejemplo, siguiendo con el juego de basquetbol, a cada jugador se le asigna un número que lo representa, así que podemos decir que el conjunto A corresponde a los jugadores y el conjunto B corresponde a los números. Ningún jugador puede tener 2 números y ningún número puede ser asignado a dos jugadores.

IT. Colocar una imagen similar a ésta, en la cual se represente al conjunto A (óvalo rojo) con jugadores de basquetbol y al conjunto B (óvalo verde) con números aleatorios. Colocar debajo de cada óvalo lo siguiente: Conjunto A: jugadores; Conjunto B: números

Interfaz de usuario gráfica, Aplicación

Descripción generada automáticamente

Otros conceptos relacionados con el término de *función* son los siguientes:

IT. Hacer una animación con los siguientes elementos, donde quede el nombre resaltado en amarillo fijo y cuando se pase el cursor, aparezca la definición. Colocar la siguiente instrucción en el recurso: Identifica cada uno de los términos y pasa el cursor sobre ellos para conocer su definición. En la imagen aparece la palabra Codominio, cambiar por Contradominio. Quitar las itálicas y ponerlas en redondas en las palabras Dominio y Contradominio. Colocar en la *x* de la tabla como variable dependiente y *f(x)* variable independiente.

* El conjunto A sobre el cual se define la función se llama dominio de la función.
* El conjunto B sobre el cual se define la función se llama contradominio de la función.
* El número es el valor de la función en el punto y se lee de .
* La imagen o rango de la función es el conjunto de todos los posibles valores de *.*
* Se denomina variable independiente al símbolo que representa a cualquier valor del dominio, generalmente denotada por .
* Se denomina variable dependiente al símbolo que representa a cualquier valor de la imagen, generalmente denotada por , donde *.*

Interfaz de usuario gráfica, Aplicación

Descripción generada automáticamente

Ahora que conoces cuáles son los elementos que componen una función, es momento de revisar su representación gráfica.

1.1 Representaciones: algebraica, geométrica, numérica y verbal

Una función no sólo se identifica por medio de una expresión algebraica, se tienen otras formas para su representación, las cuales son:

1. Verbal, con una descripción en palabras.
2. Numérica, por medio de una tabla de valores.
3. Visual, geométrica o gráfica, por medio de una gráfica
4. Algebraica, por medio de una expresión algebraica o ecuación

Una función puede representarse mediante las cuatro maneras descritas anteriormente, incluso, es relevante utilizar más de una representación para verificar su comportamiento y conocerla más a fondo. Hay algunas funciones que se comportan de manera más natural con algún tipo de representación, así que es importante estar atento sobre qué método es más compatible.

A continuación, presentaremos una función con diferentes representaciones.

1. *Verbal*

El área de un cuadrado depende del valor de su lado.

1. *Numérica*

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 16 |
| 5 | 25 |

Con respecto a la función área del cuadrado, representa al lado del cuadrado y el área del mismo. Esto es:

|  |  |
| --- | --- |
| Cuadrado | |
| Lado | Área |
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 16 |
| 5 | 25 |

1. *Visual*

Por medio de una gráfica:

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Ésta es la gráfica de una parábola, para valores positivos.

1. *Algebraica*

Por medio de una fórmula:

Como pudiste observar en el ejemplo anterior, se dan las cuatro representaciones de la misma función.

IT. Colocar la siguiente información en un cuadro de Reflexiona.

¿En qué tipo de representación te fue más fácil identificar la función?

¿Crees que sea importante presentar la función con más de una representación? ¿Por qué?

La representación gráfica de la función nos permite visualizarla y se define de la siguiente manera:

IT. Colocar la siguiente información en un cuadro de Importante.

Si *f* es una función con dominio A, su gráfica se define como el conjunto de pares ordenados , esto es:

La gráfica de una función nos da una imagen de ésta, es posible determinar el valor de la función en un punto, el dominio, la imagen y otras características que se irán señalando más adelante.

Gráficamente, ¿cómo puedo identificar que una curva en el planoes una función?

Observa las siguientes curvas y trata de identificar cuáles son funciones.

|  |  |
| --- | --- |
| 1.  Gráfico  Descripción generada automáticamente | 2. |
| 3.  Diagrama  Descripción generada automáticamente | Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente4. |
| 5.Imagen que contiene Diagrama  Descripción generada automáticamente | Gráfico, Diagrama, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente6. |

¿Pudiste identificarlas? ¿Notaste algún dato que te ayudara a saber cuáles son funciones?

Para dar respuesta a estas interrogantes, usamos la prueba de la recta vertical.

IT. Colocar la siguiente información en un cuadro de Importante.

Una curva en el plano representa a una función de , si y sólo si ninguna recta vertical se intersecta con la curva más de una vez.

Retomemos las curvas anteriores y traza mentalmente una recta en cada gráfica. Estarás de acuerdo que sólo las dos primeras cumplen con la condición de que al trazar cualquier recta vertical se intersecta sólo una vez. Así que únicamente las dos primeras son funciones y la circunferencia, la parábola horizontal, la hipérbola y la elipse no son funciones.

Ahora, hay que centrarnos en las funciones algebraicas, las cuales “se forman por un conjunto de números y variables ligados entre sí por operaciones algebraicas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación)” (Pérez, 2022). Veamos a continuación la clasificación de estas funciones.

* Tipos de funciones algebraicas

Da clic en cada tarjeta para revisar la información correspondiente.

IT. Realizar el siguiente recurso en Flipcard,

|  |  |
| --- | --- |
| Descripción | Gráfica |
| 1. Funciones polinomiales   Están definidas por un polinomio de la forma:    Son funciones polinomiales |  |
| 1. Funciones radicales   La operación principal de estas funciones es una raíz de orden y el radicando es una expresión algebraica que puede ser un polinomio. Son de la forma:  Son funciones radicales |  |
| 1. Funciones de potencia   La operación principal es la potencia. Son de la forma:  donde representa una expresión algebraica.  Una función potencia es |  |
| 1. Función valor absoluto   En este tipo de función la operación principal es el valor absoluto. Son de la forma:  donde representa una expresión algebraica.  Son funciones valor absoluto |  |
| 1. Funciones por partes o seccionadas   La función está definida por intervalos, por lo que está formada por varias funciones:  Son funciones por partes | No hay gráfica |
| 1. Función mayor entero.   La función mayor entero denotada por se define como el entero más grande que es menor o igual a . |  |

Imagen que contiene Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

En la tabla anterior pudiste ver algunos de los tipos de las funciones algebraicas, ahora abordaremos la determinación del dominio de una función algebraica.

* Determinación del dominio de una función algebraica

Como ya se definió, el dominio de una función es el conjunto de todos los valores que puede tomar la función. Veamos cómo se determina para cada una de las funciones algebraicas que definimos.

Al analizar los valores que puede tomar una función, empezamos considerando todos los números reales y vamos descartando los que no puede tomar, éstos serán aquéllos donde no esté definida la función o se genere una indeterminación.

Con las funciones polinomiales, notamos que cualquier número real está en el dominio de esta función, ya que no se tienen valores donde la función no esté definida o se indetermine, por lo que el dominio son los números reales.

Con las funciones racionales, se tiene que no están en el dominio aquellos valores en los que el denominador es cero, por lo cual éstos se deben de quitar de los reales.

Con las funciones radicales, se tienen dos casos, el primero de ellos cuando se determina la raíz impar de la expresión, esta función está definida para todo real, por lo que el dominio son los números reales, y el otro caso cuando se tiene que la raíz es par, aquí no se toman en cuenta en el dominio los valores que producen un número negativo, por lo que éstos se deben de quitar de los reales, o sólo considerar los valores que determinen un valor positivo en el radicando.

Las funciones potencia son una forma de representar, por ejemplo, a un polinomio por lo cual su dominio son los reales.

La función valor absoluto está definida para todos los reales.

En las funciones por partes o seccionadas, el dominio se determina por los intervalos en donde se definen las partes o secciones de la función, sólo hay que tener cuidado con que cada sección esté bien definida.

El dominio de la función mayor entero son los reales, ya que está definida para todo real.

Para calcular el dominio de una función, debemos obtener los valores de para los que exista esa función, o bien, determinar para qué valores de la función existe o no.

El dominio de una función depende mucho del tipo de función. Veamos el siguiente ejemplo.

Determinar el dominio de las funciones siguientes.

Esta función es un polinomio y está definida para cualquier número real, luego su dominio son los números reales.

Ésta es una función racional y no están en su dominio aquellos valores donde el denominador es cero, esto es , con lo cual el dominio son todos los reales menos el cero.

Ésta es también una función racional y no están en su dominio aquellos valores donde el denominador es cero, esto es

Resolviendo la ecuación determinamos los puntos que no están en el dominio de la función

en donde y , con lo cual y , el dominio son todos los reales menos el uno y el cero.

La función es radical y el orden de su raíz es un número impar por lo cual su dominio son los reales.

La función es radical con el orden de su raíz de un número par, por lo cual los valores que están en el dominio son aquéllos en los cuales la función que es el radicando es positiva.

Así, .

Resolvemos la desigualdad por casos:

1. y

de donde y

ambas condiciones se cumplen si

1. y

de donde y

ambas condiciones se cumplen si

La solución de la desigualdad es y , esto es .

Con lo cual

D=

La función es potencia, no hay ningún número real para el cual no esté definida la función potencia. Si desarrollamos la potencia se tendrá un polinomio de grado nueve y está definida para todo número real.

Ahora que conoces cómo determinar el dominio de una función algebraica, ve a la página principal de este curso y resuelve el ejercicio para reafirmar tu conocimiento.

IT. Colocar una caja de ejercicio con el siguiente nombre: Ejercicio 1. Dominio de una función algebraica

Ejercicio 1. Dominio de una función algebraica

Instrucciones:

1. Revisa las siguientes funciones algebraicas.
2. Determina el dominio de cada una. Si es necesario, realiza los procedimientos necesarios en tu cuaderno para encontrar la solución.
3. Elige la respuesta que consideres correcta.
4. Espera la realimentación que te ofrece la plataforma.

Reactivos:

IT. Las respuestas correctas aparecen en verde. La realimentación debe salir una vez que se haya finalizado el cuestionario.

1. o
2. o
3. o

Realimentación:

Para saber cuál es el dominio de la función, debiste seguir este procedimiento:

La función no está definida donde el numerador es cero, esto es

y

Así, el dominio con los reales menos los puntos y .

o

2. o
3. o
4. o

Realimentación:

Para saber cuál es el dominio de la función, debiste seguir este procedimiento:

La función no está definida donde el numerador es cero, esto es

y

Así, el dominio con los reales menos los puntos y .

o

Realimentación:

Para saber cuál es el dominio de la función, debiste seguir este procedimiento:

Para que esté definida la función, el radicando debe ser mayor que cero

Resolviendo por casos:

1. y

y

Ambas condiciones se cumplen si , luego está definida para en el intervalo .

1. y

y

Ambas condiciones se cumplen si , luego está definida para en el intervalo .

El dominio de la función es .

a)

b)

c)

Realimentación:

Para saber cuál es el dominio de la función, debiste seguir este procedimiento:

Como la función es una raíz cúbica, está definida para cualquier valor, positivo, negativo o cero. Al no tener restricción el dominio son los reales.

Ya que establecimos la manera como se determina el dominio de una función algebraica, abordaremos las operaciones de funciones, lo cual permite construir nuevas funciones.

* Operaciones de funciones

Conocer cómo se realizan las operaciones de funciones es fundamental, ya que permiten combinar y crear nuevas funciones de manera diferente. Con estas nuevas operaciones podemos comprender y resolver problemas de diferentes disciplinas. Por eso, es importante identificar la relación entre dos variables mediante estas operaciones de funciones.

En esta combinación,dadas dos funciones y con dominios A y B, se pueden generar más funciones a partir de operaciones como la suma, diferencia, producto y cociente.

|  |  |
| --- | --- |
| Suma | Resta o diferencia |
| Producto | Cociente  si |

El dominio de la suma, diferencia y producto de las funciones y , es igual a y el dominio del cociente de y es .

Sean y funciones, la función compuesta de y , denotada por , está definida por

El dominio de es el conjunto de todas las del dominio de tales que esté en el dominio de .

El dominio de una función, que es resultado de más de un tipo de funciones algebraicas, depende del dominio de las funciones que la integran. Se puede decir que la función es combinación de otras funciones y, para determinar para qué valores es válida, hay que emplear las diferentes razones de las funciones que la componen.

Revisa los siguientes ejemplos para determinar el dominio de la función.

IT. Realizar un carrusel con la siguiente información. Las separaciones entre diapositivas se marcan con rojo.

Diapositiva 1

La función es una suma de las funciones y , así el dominio es la intersección del dominio de ambas funciones.

Dominio de son los reales, .

Dominio de son los reales, .

Luego el dominio de la función es .

Diapositiva 2

Esta función está compuesta por las funciones valor absoluto y por un polinomio, ambas funciones tienen por dominio e imagen los reales, con lo cual el dominio de la función son los números reales.

Diapositiva 3

La función está definida por partes o secciones. El dominio de la función depende de las funciones que la integran. Como cada función es un polinomio, entonces el dominio de cada una de ellas son los reales, luego el dominio de la función es

En general, si la función en cada una de las partes está bien definida, el dominio es la unión de los intervalos.

Diapositiva 4

La función es un cociente de funciones.

Primero determinemos el dominio de y de .

Dominio de la función , el dominio de la función es .

Dominio de la función

Resolviendo por casos.

1. y

y

Diapositiva 5

Ambas condiciones se cumplen si , luego está definida para en el intervalo .

1. y

y

Ambas condiciones se cumplen si , luego está definida para en el intervalo .

El dominio de la función es .

El dominio de la función es

Diapositiva 6

La función es la raíz de un cociente, luego el dominio está determinado por los valores de para los cuales el cociente es positivo y el denominador no es cero.

Resolvemos la desigualdad por casos.

1. y

, solución

Resolviendo por casos.

y

y

Diapositiva 7

Ambas condiciones se cumplen si , luego está definida para en el intervalo .

y

y

Ambas condiciones se cumplen si , luego está definida para en el intervalo .

La solución de la desigualdad es .

La solución para este caso es la intersección entre y , esto es para los valores en el intervalo .

Diapositiva 8

1. y

, solución

Resolviendo por casos.

y

y

Ambas condiciones se cumplen si está en el intervalo .

y

y

Diapositiva 9

No hay un intervalo en el cual se cumplan ambas condiciones. La solución será el conjunto vacío.

La solución de la desigualdad es .

La solución para este caso es la intersección entre y , esto es para los valores en el intervalo .

El dominio de la función es .

Observemos que, aunque algebraicamente las funciones son iguales , el dominio no es el mismo, notemos que el cociente de las raíces, el radicando de cada una de ellas debe de ser positivo y en la raíz del cociente el numerador y el denominador pueden ser ambos positivos o ambos negativos, lo que da una opción más a la que se tiene con el cociente de las raíces.

Ahora que conoces cómo determinar el dominio de una función algebraica, ve a la página principal de este curso y resuelve el ejercicio para reafirmar tu conocimiento.

IT. Colocar una caja de ejercicio con el siguiente nombre: Ejercicio 2. Determinación de dominio

Ejercicio 2. Determinación de dominio

Instrucciones:

1. Revisa la siguiente función algebraica.
2. Determina su dominio.
3. Realiza los procedimientos necesarios, ya sea a mano o en un documento.
4. Adjunta el archivo con el procedimiento y la respuesta en formato PDF.
5. Espera la realimentación.

Ahora sigamos observando ejemplos de funciones más complejas y sus dominios.

Para las funciones y , determinar las funciones siguientes y sus dominios.

Tenemos las siguientes soluciones:

1. , si reducimos el dominio cambia
2. , si , si reducimos el dominio cambia
3. , si reducimos el dominio cambia
4. , si reducimos el dominio cambia

Determinemos los dominios de las funciones, primero de las funciones y .

y

Dominio de la función , el dominio de la función es .

Dominio de la función .



Resolviendo por casos.

1. y

y

Ambas condiciones se cumplen si pertenece al intervalo .

1. y

y

No se cumplen simultáneamente ambas condiciones, en este caso la solución es el conjunto vacío .

El dominio de la función es .

El dominio de las funciones , y es ,

.

El dominio del cociente es y se quitan los puntos donde .

Los ceros del denominador son .

Luego, el dominio del cociente es .

Para determinar el dominio de la composición, necesitamos las imágenes de las funciones, ya que para que una composición esté bien definida se debe de cumplir que la imagen de esté dentro del dominio de .

Imagen de , al ser una raíz y función su imagen es .

Imagen de , la función es  , ésta es la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio , con lo cual la imagen es .

Así, y .

El dominio de la composición es igual al dominio de la función , siempre y cuando la imagen de esté en el dominio de .

La imagen de es y sí está contenida en el dominio de , , por lo cual el dominio es el mismo que el dominio de *.*

El dominio de la composición es igual al dominio de , siempre y cuando la imagen de esté en el dominio de .

La imagen de es y no está contenida en el dominio de , , por lo cual el dominio de esta composición no es igual a . Calculemos el dominio de esta función.

La función tiene dos condiciones, una de ellas es y la otra , de donde

, y

, y

Ambas condiciones se cumplen si pertenece al intervalo .

Así, el dominio de la composición , es .

El dominio de la composición es igual al dominio de , si la imagen de está contenida en el dominio de . El dominio y la imagen de son iguales por lo cual el dominio de la composición es .

El dominio de la composición es igual al dominio de *,* siempre y cuando la imagen de esté en el dominio de.

La imagen de es y está contenida en el dominio de , , por lo cual el dominio de la composición es .

Realiza el siguiente ejercicio para practicar lo aprendido anteriormente.

IT. Colocar una caja de ejercicio con el siguiente nombre: Ejercicio 3. Pares de funciones

Ejercicio 3. Pares de funciones

Instrucciones:

1. Revisa las siguientes funciones algebraicas.
2. y
3. y
4. Determina lo siguiente:

, , , , , , ,

1. Determina el dominio de éstas.
2. Realiza los procedimientos necesarios, ya sea a mano o en un documento.
3. Adjunta el archivo con el procedimiento y la respuesta en formato PDF.
4. Espera la realimentación.

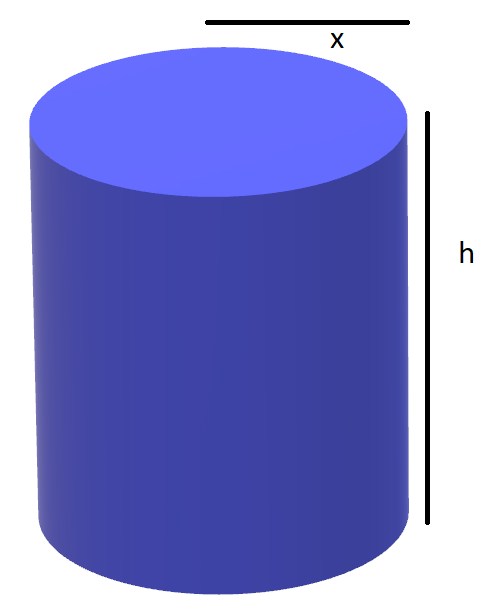
Como hemos visto, podemos encontrar las funciones en varios aspectos habituales de nuestra vida cotidiana, sólo que pasan desapercibidos; pero si ponemos atención, encontraremos varios momentos que podemos resolver mediante ellas. Veamos a continuación algunas de sus aplicaciones prácticas.

* Aplicación de funciones

Vamos a partir de un enunciado en forma verbal, para poder determinar la función que representa de manera algebraica. Revisemos el siguiente ejemplo.

Un depósito cerrado de hojalata tiene forma de un cilindro circular recto y una capacidad de 27 pulgadas cúbicas. Los círculos para las tapas son cortadas de piezas cuadradas de hojalata. Si el radio del cilindro es de pulgadas, da una expresión para el área de la superficie total como una función del radio del cilindro, que incluya la hojalata que se desecha cuando se cortan las tapas.

Un esquema del depósito se muestra a continuación.



La capacidad del cilindro representa el volumen de éste, así el volumen del cilindro que es vale , con lo cual , donde:

Forma, Círculo

Descripción generada automáticamente

Las tapas se extraen de cuadrados de lados , correspondiente al valor del diámetro.

Se solicita que se incluya en el área de superficie el material que se desecha al cortar las tapas.

Forma, Icono

Descripción generada automáticamente

Para determinar el área de la superficie, tenemos que desenrollar el cilindro, obteniendo un rectángulo que corresponde al cuerpo del cilindro de base, el perímetro de su tapa y de altura , con lo cual tenemos

y

Y los dos cuadrados de donde se recortan las tapas, para calcular el área

Así, el área de superficie del cilindro es

Con lo cual la función que representa al área de superficie total es .

Como pudiste observar en el ejemplo anterior, utilizar una función es de suma importancia en el área de corte de metales y en la producción a gran escala, para poder identificar la cantidad de material que se debe usar para la producción de cada tapa y el desperdicio o merma que se genera, y así contemplarlos en el costo de éste.

Es momento de que apliques el conocimiento adquirido hasta este momento y ver cómo impactan las funciones en un problema cotidiano.

IT. Colocar una caja de ejercicio con el siguiente nombre: Ejercicio 4. Aplicación de funciones

Ejercicio 4. Aplicación de funciones

Instrucciones:

1. Lee el siguiente problema:

Determinar una expresión para el volumen , en términos del radio del cilindro circular recto de radio y altura que está inscrito en un cono de altura y radio de la base .

1. Realiza los cálculos necesarios y da solución al mismo.
2. Realiza los procedimientos necesarios, ya sea a mano o en un documento.
3. Adjunta el archivo con el procedimiento y la respuesta en formato PDF.
4. Espera la realimentación.

Ya que abordamos las aplicaciones de las funciones, es necesario revisar las propiedades, ya que éstas también nos ayudan a visualizar las relaciones entre variables en la vida real.

1.2 Propiedades: monotonía, simetría y periodicidad

Para una función, la gráfica es su representación más significativa, con la cual podemos determinar sus propiedades. Las más relevantes son monotonía, simetría y periodicidad.

* Monotonía

Sea una función con dominio A e imagen B.

1. Decimos que la función es creciente sobre un intervalo I, si para y puntos de I.

si

1. Decimos que la función es decreciente sobre un intervalo I, si para y puntos de I.

si

1. Decimos que la función es constante sobre un intervalo I, si para y puntos de I.

si

Ejemplo. Determina si las funciones dadas son crecientes, decrecientes o constantes.

Consideremos dos números reales cualesquiera y , tal que .

Elevando al cubo a y , tenemos que la desigualdad se mantiene, esto es:

Si entonces , pero y

así

Por lo que la función es creciente.

La gráfica de la función es la siguiente y nos muestra una función que es monótona y en particular creciente.

Diagrama

Descripción generada automáticamente con confianza media

Consideremos dos números reales cualesquiera y , tal que .

Si elevamos al cuadrado a y , obtenemos que no se puede determinar un solo signo para la desigualdad. Así:

1. Si es negativo y es positivo.

Se tiene un caso en el que y , entonces , luego .

Otro caso para y , entonces , luego .

No se mantiene el signo de la desigualdad.

1. Si y son negativos, entonces , luego y es decreciente.
2. Si y son positivos, entonces , luego y es creciente.

Desde el resultado visto en (i), se tiene que la función no es monótona en los reales. Sin embargo, sí es monótona en subintervalos, esto es para los negativos decreciente y para los positivos creciente.

La gráfica de esta función es la siguiente, en donde se observa que en los negativos es decreciente y en los positivos creciente.

Gráfico

Descripción generada automáticamente con confianza media

Habrá ocasiones en que una función es monótona en un intervalo dado; pero no en su dominio o en todos los números reales.

La gráfica nos permite visualizar el comportamiento de monotonía, como función creciente o decreciente; sin embargo, no lo demuestra.

* Simetría
* Una función con dominio A e imagen B es par si se cumple que para todo . Gráficamente una función par es aquélla cuya gráfica es simétrica con respecto al eje .
* Una función con dominio A e imagen B es impar si se cumple que para todo . Gráficamente una función impar es aquélla cuya gráfica es simétrica con respecto al origen.

Ejemplo. Determina si la función dada es par, impar o ninguna de las dos.

Evaluamos la función .

Con lo cual la función es par.

Gráficamente:

Imagen que contiene diferente, colorido, foto, barco

Descripción generada automáticamente

La función es simétrica con respecto al eje .

Evaluamos la función .

Así, la función es impar.

Gráficamente:

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

La función es simétrica con respecto al origen.

Evaluamos la función .

El desarrollo de la suma de un binomio y de la diferencia de un binomio son diferentes, con lo cual y la función no es par.

Determinemos la función para determinar si es impar.

y la función no es impar.

La función no es par ni es impar.

Gráficamente:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

La función es una parábola; pero está fuera del origen por eso no es simétrica con respecto al eje y en consecuencia no es par. Y como no es simétrica con respecto al origen no es impar.

* Periodicidad

Sea una función con dominio A e imagen B. Decimos que la función es periódica, de periodo si existe un número real positivo tal que para todo .

La periodicidad es una propiedad de las funciones; pero es más común en funciones trascendentes como las trigonométricas. Cuando se definan estas funciones, regresaremos a esta propiedad.

IT. Colocar una caja de ejercicio con el siguiente nombre: Ejercicio 5. Propiedades de las funciones

Ejercicio 5. Propiedades de las funciones

Instrucciones:

1. Revisa la siguiente función .
2. Determina:
3. Si es creciente, decreciente o constante en su dominio.
4. Si es creciente, decreciente o constante en el intervalo .
5. Si es creciente, decreciente o constante en el intervalo .
6. Si es par, impar o ninguna de éstas.
7. Esboza la gráfica de la función.
8. Realiza los procedimientos necesarios, ya sea a mano o en un documento.
9. Adjunta el archivo con el procedimiento y la respuesta en formato PDF.
10. Espera la realimentación.

Las funciones algebraicas y las funciones inversas están relacionadas en el sentido de que una función inversa es aquélla que deshace el efecto de otra función. En el contexto de las funciones algebraicas, una función inversa puede ser encontrada para una función algebraica si cumple ciertas condiciones. En el siguiente tema, abordaremos esto con mayor detenimiento.