4. Transformaciones de funciones

Cuando aplicamos alguna operación algebraica como suma, resta, producto por una constante, producto por un signo negativo a la función, ¿cómo se interpretan éstas en la gráfica de una función? La respuesta a esta pregunta son las transformaciones. Para poder aplicar una transformación a una función necesitamos conocer las funciones, por ello iniciemos dando las funciones básicas o elementales, las cuales en general son aplicadas a la variable .

Observemos cómo se grafican algunas funciones de acuerdo a alguna característica.

* Funciones con exponente de número entero positivo

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente | Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente con confianza baja |

|  |
| --- |
|  |
| Diagrama  Descripción generada automáticamente con confianza baja |

* Funciones con exponente de un número entero negativo

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente | Imagen que contiene tabla, foto, grande, luz  Descripción generada automáticamente |

* Funciones con exponente de un número racional

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente | Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente |

Otras funciones a las que se pueden aplicar transformaciones son las funciones trascendentes que acabamos de definir.

En la transformación de funciones, existen tres procesos fundamentales:

* Traslación: permite mover la función horizontal (izquierda – derecha) y verticalmente (arriba – abajo).
* Alargamiento/contracción: permite ensanchar o estrechar una función en alguna dirección.
* Reflexión: hace la función de espejo (reflejar) en la función, con respecto al eje o .

En la siguiente tabla podrás observar de manera general cómo se comporta la gráfica de una función dependiendo del proceso aplicado.

|  |  |
| --- | --- |
| Traslación | |
| Transformación | Efecto en la gráfica de la función |
| Para |  |
|  | La desplaza hacia arriba unidades |
|  | La desplaza hacia abajo unidades |
|  | La desplaza hacia la derecha unidades |
|  | La desplaza hacia la izquierda unidades |
| Alargamiento/contracción | |
| Para |  |
|  | La alarga verticalmente un factor |
|  | La comprime verticalmente un factor |
|  | La comprime horizontalmente un factor |
|  | La alarga horizontalmente un factor |
| Reflexiones | |
|  | La refleja con respecto al eje |
|  | La refleja con respecto a eje *y* |

En los siguientes ejemplos, podrás ver cómo se comportan las gráficas, de acuerdo con lo descrito en la tabla anterior.

Traza la gráfica de la función a partir de una función básica y usando las transformaciones de funciones.

|  |  |
| --- | --- |
| Función básica o elemental  Mapa de colores  Descripción generada automáticamente con confianza media | Gráfico  Descripción generada automáticamenteTransformación: reflejo con respecto al eje |



|  |  |
| --- | --- |
| Función básica o elemental  Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente | Transformación: desplazamiento de dos unidades a la izquierda  Imagen que contiene Tabla  Descripción generada automáticamente |

1. al efectuar la división obtenemos que la función puede expresarse como

|  |  |
| --- | --- |
| Función básica    Mapa de colores  Descripción generada automáticamente con confianza media | Transformación: desplazamiento de una unidad a la derecha  Imagen en blanco y negro  Descripción generada automáticamente con confianza media |
| Transformación: alargamiento vertical de cuatro unidades  Imagen en blanco y negro  Descripción generada automáticamente con confianza media | Transformación: desplazamiento de una unidad hacia arriba    Imagen en blanco y negro  Descripción generada automáticamente con confianza media |

|  |  |
| --- | --- |
| Función básica  Imagen en blanco y negro  Descripción generada automáticamente con confianza media | Transformación: desplazamiento de dos unidades a la derecha  Diagrama, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente con confianza media |
| Transformación: reflejo de la función con respecto al eje  Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente | Transformación: desplazamiento de la función una unidad hacia arriba  Gráfico, Gráfico de líneas  Descripción generada automáticamente |



La función se puede expresar como

|  |  |
| --- | --- |
| Función básica  Diagrama  Descripción generada automáticamente | Transformación: desplazamiento de una unidad a la izquierda  Imagen en blanco y negro  Descripción generada automáticamente con confianza media |

|  |
| --- |
| Transformación: desplazamiento de dos unidades hacia arriba  Diagrama  Descripción generada automáticamente |

|  |  |
| --- | --- |
| Función básica  Diagrama  Descripción generada automáticamente | Transformación: reflejo con respecto al eje  Diagrama  Descripción generada automáticamente |
| El valor absoluto se aplica como una transformación, vuelve positiva la función  Imagen en blanco y negro  Descripción generada automáticamente con confianza baja | Transformación: desplazamiento de una unidad hacia abajo  Imagen en blanco y negro  Descripción generada automáticamente con confianza baja |

|  |
| --- |
| Transformación: el valor absoluto se aplica como transformación  Imagen que contiene barco, agua, mapa, tabla  Descripción generada automáticamente |

Es momento de poner a prueba tu conocimiento, para ello, resuelve el ejercicio correspondiente a la transformación de funciones.

IT. Colocar una caja de ejercicio con el siguiente nombre: Ejercicio 12. Transformación de funciones

Ejercicio 12. Transformación de funcionesx

Instrucciones:

1. Traza la gráfica de cada una de las siguientes funciones a partir de una función básica y usando las transformaciones de funciones.
2. Realiza los procedimientos necesarios, ya sea a mano o en un documento.
3. Adjunta el archivo con el procedimiento y la respuesta en formato PDF.
4. Espera la realimentación.

Conclusión

Las transformaciones de funciones nos permiten representar la gráfica de una función a partir de una función básica o elemental, y hacen posible determinar el límite de cualesquiera de estas funciones, así como el cálculo de derivadas y de integrales, con una representación tanto algebraica como geométrica.

Con estas transformaciones concluimos con los diferentes tipos de funciones, tanto algebraicas como trascendentes en las que se basa el desarrollo del Curso de Cálculo.

En la siguiente unidad temática revisaremos los límites de funciones y la continuidad.