7.37 试证明：静电平衡条件下，导体表面单位面积受的力为 $F'=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon}e$ 其中 σ 为电荷面密度，e_r 为表面的外法线方向的单位矢量

取静电平衡条件下导体表面小面积 ΔS，带电荷量为 $\Delta q=\sigma\Delta S$

受力为 $F=\Delta q E'$

在无限接近导体表面处，可把 ΔS 看作无限大平面有

$$E_1=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}e_r \quad E_2=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}e_r$$

根据静电平衡条件，在 ΔS 处上的导体内侧的合场强为零

$$E_2+E'=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}e_r+E'=0$$

得 $E'=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}e_r$ 所以 $F=\Delta q E'=\sigma\Delta S\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}e=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon}\Delta S e$

所以，单位面积受力 $F'=\frac{F}{\Delta S}=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon}e_r$

7.41 点电荷 $q=4.0\times10^{-10}C$ $R_1=2.0cm$ $R_2=3.0cm$

(1) 导体球壳的电势（由高斯定理可得各区域的电场分布）

$$E_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\ (r<R_1)$$

$$E_2=0\quad (R<r<R_2)$$

$$E_3=\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\ (r>R_2)$$

$$V_{B2}=\int_{R_2}^{\infty}E_3\cdot dr=\int_{R_2}^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon R_2}=120V$$

(2) 离球心 $r=1.0cm$ 处的电势

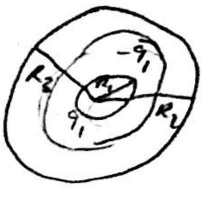
$$V=\int_r^{R_1}E_1\cdot dr+\int_{R_1}^{R_2}E_2\cdot dr+\int_{R_2}^{\infty}E_3\cdot dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=300V$$

(3) $V_0=\frac{q}{4\pi\varepsilon r}-\frac{q}{4\pi\varepsilon R_1}+\frac{q}{4\pi\varepsilon R_2}=(360-180+120)$ $\underline{V=300V}$

球壳电势无变化，仍为120V

7.42 $R_1=1.0cm$ 电荷 $q_1=1.0\times10^{-10}C$ $R_2=3.0cm$ $R_3=4.0cm$

$Q=11\times10^{-10}C$



(高斯) $E_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon r^2}\ (R_1<r<R_2)$ q_1在R_1表面

$E_2=0$

$E_3=\frac{q_1+Q}{4\pi\varepsilon r^2}\ (r>R_3)$

(1) 由电势定义得导体球电势

$$V_1=\int_{R_1}^{R_2}E_1\cdot dr+\int_{R_2}^{R_3}E_2\cdot dr+\int_{R_3}^{\infty}E_3\cdot dr$$

$$=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{q_1+Q}{4\pi\varepsilon R_3}=3.3\times10^2V$$

球壳的电势 $V_2=\int_{R_3}^{\infty}E_3\cdot dr=\frac{q_1+Q}{4\pi\varepsilon R_3}=2.7\times10^2V$

$\Delta V=V_1-V_2=60V$ 球于球壳的电势

(2) 用导线把球和壳连接在一起后 V_1和V_2分别是多少?

*处于静电平衡状态，q_1+Q都分布于球壳外表面。

$$V_1=V_2=\frac{q_1+Q}{4\pi\varepsilon R_3}=2.7\times10^2V$$

(3) 若不连接球和球壳，而将外球接地，V_1和V_2为多少

$V_2=0$ 因为没有其它带电体(球壳)

所以 $V_1'=\Delta V=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{q_1}{R_1}-\frac{q_1}{R_2}\right)=60V$

7.43

(1) 内球带电+q，则外球内表面分布有感应电荷-q，外表面分布有感应电荷+q。外球壳的电势为

$$V_2=\int_{r_2}^{\infty}E\cdot dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon r_2}$$

(2) 外球带电为-q，外球的电势

$$V_2'=\int_{r_2}^{\infty}E\cdot dr=0$$

(3) 在外球壳带电-q时，将内球接地，其电势$V_1=0$，并带有电荷$q_1\neq0$

内球电势为 $V_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon r_1}+\frac{-q_1}{4\pi\varepsilon r_2}+\frac{-q+q_1}{4\pi\varepsilon r_2}=0$

$$q_1=\frac{r_1}{r_2}q$$

外球的电势 $V_2''=\frac{-q+q_1}{4\pi\varepsilon r_2}=-\frac{(r_2-r_1)q}{4\pi\varepsilon r_2^2}$