物理作业7 71066001 陈伟杰

5-11

$1.013\times10^{5}$ Pa，质量为2g，容积为$1.54\times10^{-3}m^{3}$

求最概然速率，平均速率及方根速率，理想状态

最概然速率

$$V_p=\sqrt{\frac{2RT}{M}}=\sqrt{\frac{2PV}{m}}=\sqrt{\frac{2\times1.013\times10^{5}\times1.54\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}}=3.95\times10^{2}m/s$$

平均速率

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=\sqrt{\frac{8PV}{\pi m}}=\sqrt{\frac{8\times1.013\times10^{5}\times1.54\times10^{-3}}{3.14\times2\times10^{-3}}}=4.46\times10^{2}m/s$$

方均根速率

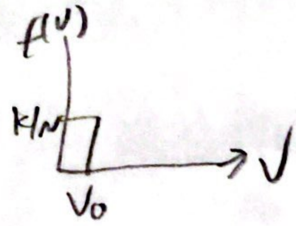
$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\sqrt{\frac{3PV}{m}}=\sqrt{\frac{3\times1.013\times10^{5}\times1.54\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}}=\boxed{4.84\times10^{2}m/s}$$

5-12 N个粒子系统的速率分布函数为

$dN=kdv$　　$dN=0$

(1)画出分布函数图

设速率分布函数为$f(v)$，有$\frac{dN}{N}=f(v)dv$，根据题意，$f(v)=\frac{dN}{Ndv}=\begin{cases}K/N\\0\end{cases}$



归一化条件即 $\int_0^{\infty} f(v)dv=1$

(2) $\int_0^{v_0} f(v)dv=\int_0^{v_0}\frac{K}{N}dv=1$ 得归一化常数 $K=\frac{N}{v_0}$

归一化了的分子速率分布函数为

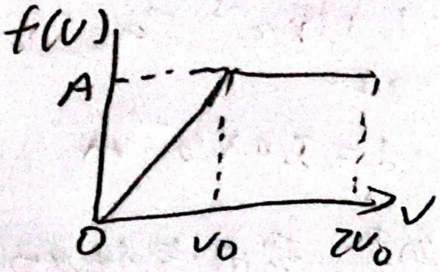
$$f(v)=\begin{cases}\frac{1}{v_0} & v_0>v>0\\ 0 & v>0\end{cases}$$

(3) 用 $v_0$ 表示出算术平均速率和方均根速率

算术 $\bar{v}=\int_0^{\infty} v f(v)dv=\int_0^{v_0} v\frac{1}{v_0}dv=\frac{v_0}{2}$

方均 $\sqrt{\bar{v^2}}=[\int_0^{\infty} v^2 f(v)dv]^{\frac{1}{2}}=[\int_0^{v_0} v^2\frac{1}{v_0}dv]^{\frac{1}{2}}=\boxed{\frac{v_0}{\sqrt{3}}}$

5-13 习题图




(1) 常量A以$V_0$表示

$$f(v)=\begin{cases} Av/v_0 & (0\le v\le v_0) \\ A, & (v_0\le v\le 2v_0) \\ 0, & (2v_0\le v) \end{cases}$$

⇒分布函数 一定要满足归一化条件

$\int_v^{v_0} f(v)dv$ $\int_v^{v_0}$ 求dN

$$\int_0^{\infty} f(v)dv=\int_0^{v_0}\frac{Av\,dv}{v_0}+\int_{v_0}^{2v_0}A\,dv+\int_{2v_0}^{\infty}0\,dv=1$$

得 $A=\frac{2}{3v_0}$

所以归一化的分布函数为 $f(v)\begin{cases}\frac{2v}{3v_0^2} & (0\le v\le v_0)\\ \frac{2}{3v_0} & (v_0\le v\le 2v_0)\\ 0 & (2v_0\le v)\end{cases}$

(2) 速率在 $0\sim v_0$ 之间 $1.5v_0\sim 2v_0$ 之间的粒子数

$0\sim v_0$ 间 $N_{0-v_0}=\int_0^{v_0}Nf(v)dv=\int_{v_0}^{2v_0}N\frac{2v}{3}dv=\frac{1}{3}N$

那如果 $1.5v_0\sim 2v_0$

$$N_{1.5v_0-2v_0}=\int_{1.5v_0}^{2v_0}N\frac{2}{3v_0}dv=\boxed{\frac{1}{3}N}$$

(3) 所有粒子的平均速率

$$\bar{v}=\int_0^{\infty}vf(v)dv=\int_0^{v_0}v\frac{2v}{3v_0^2}dv+\int_{v_0}^{2v_0}v\frac{2}{3v_0}dv=\boxed{\frac{11}{9}v_0}$$

4) 速率在 $0\sim v_0$ 之间粒子的平均速率

$$\bar{v}_{0-v_0}=\frac{\int_0^{v_0}v\,dN}{N_{0-v_0}}=\frac{\int_0^{v_0}vNf(v)dv}{\int_0^{v_0}Nf(v)dv}=\frac{\int_0^{v_0}vf(v)dv}{\int_0^{v_0}f(v)dv}=\frac{\int_0^{v_0}v^2dv}{\int_0^{v_0}v\,dv}\frac{2}{3v}$$

5-20

$\cdot 1.33\times10^{-3}$ pa

$\cdot 27°$

$\cdot d=3.0\times10^{-10}$ m

解：要用气体物态方程 $p=nkT$

气体分子数密度 $n=\frac{p}{kT}\Rightarrow\frac{1.33\times10^{-3}}{1.38\times10^{-23}\cdot300}=\frac{1.33\times10^{-3}}{4.14\times10^{-21}}\Rightarrow3.21\times10^{17}\,m^{-3}$

平均自由程 $\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}=\frac{1.38\times10^{-23}\cdot300}{\sqrt{2}\pi(3.0\times10^{-10})^2(1.33\times10^{-3})}$

$=\boxed{7.79m}$

5-21 $d=10^{-10}$ m

(1) 平均碰撞次数（标准状态）

$p_0=1.013\times10^{5}$ pa

$T=273$ K

氮气 $M=0.028$ kg/mol

$\bar{z}=\sqrt{2}\pi d^2 n\bar{v}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}\pi d^2 p}{kT}\sqrt{\frac{8RT}{\pi m_0}}\Rightarrow4d^2pN\sqrt{\frac{\pi}{MRT}}=\boxed{5.43\times10^{8}s^{-1}}$

(2) $p=1.33\times10^{-4}$ pa $T=273$ K

$n=\frac{p}{kT}$

$\bar{z}=\sqrt{2}\pi d^2 n\bar{v}=4d^2pN\sqrt{\frac{\pi}{MRT}}=\boxed{0.71s^{-1}}$

$\bar{z}=\frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}}$

0.028　8.31　273

$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi m}}$

扫描全能王 创建