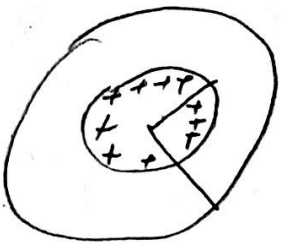
7.62



设 $Q>0$，以 r 为半径作同心高斯球面 S，有 $\oint_S D\cdot dS = D4\pi r^2 = Q$

$$D=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{Q}{4\pi r^2} & r\geq R\end{cases}$$ D 向外

(1) 由 $D=\varepsilon E$ 可得介质层内 $E_1=\dfrac{D_1}{\varepsilon_r}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2}$ $(R\leq r\leq R')$

在介质层外 $E_2=\dfrac{D_2}{\varepsilon}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $(r>R')$

(2) 介质层内离球心 r 处的电势

$$V_1=\int_r^{\infty} E\cdot dl=\int_r^R E_1\cdot dl+\int_R^{\infty} E_2\cdot dl$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}+\frac{\varepsilon-1}{R'}\right)\quad (R\leq r\leq R')$$

介质层外离球心 r 处的电势

$$V_2=\int_r^{\infty} E\cdot dl=\int_r^{\infty} E_2\cdot dl=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_r}\quad (r>R')$$

(3) 金属球的电势

$$V_3=\int_R^{\infty} E\cdot dl=\int_R^{R'} E_1\cdot dl+\int_R^{\infty} E_2\cdot dl$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R}+\frac{\varepsilon-1}{R'}\right)$$

7.66 面积 $S=3\times10^{-2}m^2$，距离 $d_1=3\times10^{-3}m$，厚度 $d_2=1\times10^{-3}m$

300V

(1) 抽出铜板前，电容器内电场强度为：

$$E=\frac{U_1}{d_1-d_2}=\frac{300}{(3\times10^{-3}-1\times10^{-3})}V/m=1.5\times10^5V/m$$

高斯定理 $E=\frac{\sigma}{\varepsilon}=\frac{q}{\varepsilon S}$

断电容器充电后与电源断开，因而将铜板抽出后，q 将保持不变，场强 E 也不变，但极板间的电势差变为

$$U_2=Ed_1=\frac{U_1}{d_1-d_2}d_1=450V$$

$$=1.5\times10^5(3\times10^{-3})=\frac{300}{(3-1)\times10^{-3}}3\times10^{-3}=450V$$

(2) $A=\Delta W=W_2-W_1=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2\Delta V=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2Sd_2=2.99\times10^{-6}J$

7.67 电容 $0.90\times10^{-9}F$ 900V

(1) 空气电容器充电后，极板上的电荷量为

$$Q=CU=0.90\times10^{-9}\cdot900C=8.1\times10^{-7}C$$

静电能为 $W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CU^2$，充入煤油后，电容 $C'=\varepsilon C$，静电能为 $W'=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C'}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_r C}$

静电能的增量为 $\Delta W=W'-W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C'}-\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{Q^2}{2C}\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)=-4.82\times10^{-4}J$

(2) 并联前两电容器的静电能为

$$W_0=W'+W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C'}+\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{Q^2}{2C}\left(\frac{1}{\varepsilon}+1\right)=\frac{1}{2}CU^2\left(\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon_r}\right)$$

并联后的电容为：$C''=C+C'=(1+\varepsilon)C$

极板上的总电荷量为 $Q''=2Q$ 静电能为

$$W''=\frac{1}{2}\frac{Q''^2}{C''}=\frac{2Q^2}{C(\varepsilon+1)}=2CU^2\left(\frac{1}{\varepsilon+1}\right)$$

并联前，后静电能的增量

$$\Delta W=W''-W_0=\frac{1}{2}CU^2\frac{(\varepsilon-1)^2}{\varepsilon_r(\varepsilon+1)}=-\frac{1}{12}CU^2=-6.08\times10^{-5}J$$

7.69 800V, $C_1=4\mu F$ $C_2=6\mu F$

C_1 充电后极板的电荷量为

$$Q=C_1U_0=4\times10^{-6}\times800C=3.2\times10^{-3}C$$

并联电容器的电容量为 $C=C_1+C_2=10\times10^{-6}F$

并联电容器两极板间的电势差为 $U=\frac{Q}{C}=\frac{Q}{C_1+C_2}=320V$

(1) 并联后两电容器极板上的电量分别为

$Q_1=C_1U=1.28\times10^{-3}C$ $Q_2=C_2U=1.92\times10^{-3}C$

(2) 并联前 C_1 的静电场能为 $W_0=\frac{1}{2}C_1U_0^2=\frac{1}{2}\times4\times10^{-6}\times800^2J=1.28J$

并联电容器的静电场能为 $W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\times10\times10^{-6}\times320^2J=0.512J$