4.5 地面观测者得飞船的长度都为之

(1) 地面的速度多大?

长度收缩 有 $\frac{L}{2}=L\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}$ 地面为S系

飞船为S'系 $u=-\frac{\sqrt{3}}{2}c$

$$u=\frac{\sqrt{3}}{2}c$$

飞船在 S'系的速 $V_x'=\dfrac{v_x-u}{1-\dfrac{v_x u}{c^2}}=-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}c$

另一艘飞船乘客测得A飞船的S长度

$$L'=L\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}=\frac{1}{7}L$$

4.13 S'系原点O'发出一光束

$$V_x=\frac{V_x'+u}{1+\frac{V'u}{c^2}}=\frac{c\cos\theta'+u}{1+\frac{c\cos\theta' u}{c^2}}=\frac{c(\cos\theta'+\beta)}{1+\beta\cos\theta'}$$

$$V_y=\frac{V_y'\sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{V_x'u}{c^2}}=\frac{c\sin\theta'\sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{c\cos\theta' u}{c^2}}=\frac{c\sin\theta'\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\cos\theta'}$$

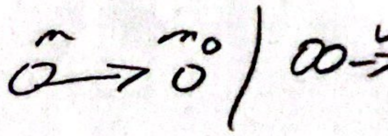
$\beta=\frac{u}{c}$

在S系传播方向 $\theta=\arctan\frac{V_y}{V_x}=\arctan\dfrac{\sin\theta'\sqrt{1-\beta^2}}{\cos\theta'+\beta}$

在S系传播速率

$$V=\sqrt{V_x^2+V_y^2}=\frac{c}{1+\beta\cos\theta'}\sqrt{(\cos\theta'+\beta)^2+\sin^2\theta'(1-\beta^2)}=c$$

4.20 动能为 $5m_0c^2$



运动粒子的总能量与动量关系

$$E^2=(pc)^2+(m_0c^2)^2$$

碰撞前

$$p=\frac{1}{c}\sqrt{E^2-(m_0c^2)^2}\qquad E=E_k+m_0c^2$$

(1) 碰撞前总动量

如果碰撞前总能量为 E_{10}

$$E_{10}=5m_0c^2+m_0c^2=6m_0c^2$$

$$p_{10}=\frac{1}{c}\sqrt{E_{10}^2-(m_0c^2)^2}=\sqrt{35}m_0c$$

(2) 碰撞前总能量

$$E_{10}=E_{10}+E_{20}=6m_0c^2+mc^2=7mc^2$$

(3) 复合粒子的速度 v 是多少

动量守恒 $p=m'v=p$

总能量守恒 $E=mc^2=E$

即 $v=\frac{p}{E}c^2=\frac{p}{E}c^2=\frac{\sqrt{35}mc}{7mc^2}c^2=0.85c$

(4) 静止质量为 m_0' $5m_0$

$$m'c^2=\sqrt{E^2-(pc)^2}=\sqrt{E^2-(pc)^2}=\sqrt{14}mc^2$$

静止质量 $\boxed{m_0'c^2=\sqrt{14}m}$

由 $m>2m$ 可知，碰撞前后粒子系统的静止质量不守恒

碰撞前运动粒子的部分动能转化为复合粒子的质量