大学物理
第一次作业

姓名：陈伟杰　　学号：71066001

1-1

$x=4t-2t^3$

$x=m$
$t=s$

解：瞬时速度：$v=\frac{dx}{dt}=4-6t^2$

加速度为：$a=\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dv}{dt}=-12t$

(1) 最初2s内的位移 ($t=2s$)

· 所以 $x=(4\times(2)-2(2)^3)=8-16=-8m$

· 所以最初2s的平均速度 $\frac{-8m}{2s}=\boxed{-4m/s}$

位移的导数表示 $v=x'=4-6t^2$　　$(4t)'-(2t^3)'$

· 所以2s末的速度为 $v_2=(4-6\cdot4)m/s=\boxed{-20m/s}$
沿 Ox 轴负方向

(2) 1s末到3s末的位移 · $x_1=(4\times(3)-2(3)^3)m-(4(1)-2(1)^3)m$
$=-44m$

· 所以平均速度是：$\bar{v}=\frac{x}{t}=\frac{-44m}{2s}=\boxed{-22m/s}$

(3) 1s末到3s末的平均速度

· 1s末的速度 $v_1=4-6(1)=-2m/s$

· 3s末的速度 $v_3=4-6(3)^2=-50m/s$

· $\bar{a}=\frac{v_3-v_1}{t}=\frac{-50m/s-(2m/s)}{2t}=\boxed{-24m/s^2}$

可以用 $\bar{a}=\frac{a_1+a_3}{2}$ 计算

(4) 3s末的瞬时加速度 (速度的导数表示加速度)

$4t-2t^3=-12t$

$a=-12(3)m/s^2=\boxed{-36m/s^2}$

1-2

$x=5+3t^2-t^3$　x为m
t为s

(1) 对运动学方程求导，所以质点的运动速度和加速度为

$$v=\frac{dx}{dt}=6t-3t^2 \qquad a=\frac{dv}{dt}=6-6t$$

t(s)	x(m)	v(m/s)	a(m/s²)
0	5	0	6
1	7	3	0
2	9	0	-6
3	5	-9	-12
4	-11	-24	-18

→ 参考

t为0s的时候 $5+3t^2-t^3=5$ 所以这里是5m，然后v跟a分别套公式

$v=6t-3t^2$
- 如果=0　那么t=0
- 如果>0　(0<t<2s)
- 如果=0　(t=2s)
- 如果<0　(t>2s)

$a=6-6t$
- 如果>0　(0<t<1s)
- 如果=0　(t=1s)
- 如果<0　(t>1s)

∴ 也就是说 t=0时 x=5m v=0 m/s a=6m/s² 开始朝Ox正方向加速运动
- 0<t<1s 的时候质点继续正方向加速运动
- t=1s时 质点停止加速
- 1<t<2s 质点开始减速运动
- t=2s 质点在9m这里停止，是正方向
- t>2s 质点开始朝负方向加速运动

(2) 最初4s内质点的平均速度

$$|\bar{v}|=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_4-x_0}{t_4-t_0}=\frac{-11-5m}{4-0}=\frac{-16}{4}=\boxed{-4.0m/s^2}$$

t为4s　m=-11m
t=0　m=5m

1-3

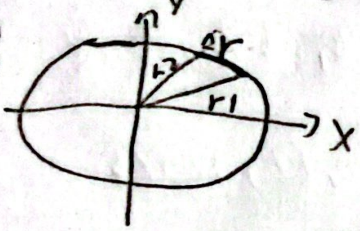
$$r=(3\cos\frac{\pi}{6}t)i+(2\sin\frac{\pi}{6}t)j;$$

(1) 质点的轨迹方程　　　$i=x$ 知道 $j=y$

$x=3\cos\frac{\pi}{6}t$，$y=2\sin\frac{\pi}{6}t$　　　$\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

要得到轨迹方程要消t 所以 $(\frac{x}{3})^2+(\frac{y}{2})^2=1$

图：



(2) 求 $t=1s$ $t_2=2s$ 之间的 Δr 和 $\Delta|r|$ 的数值

Δr 是矢量

· $\Delta r=r_2-r_1=3(\cos\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{6})i+2(\sin\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{6})j$
$=(-1.1i+0.73j)m$

$\Delta r=|\Delta r|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=\sqrt{(-1.10)^2+(0.73)^2}=1.32m$

夹角为 $\theta=\arctan\frac{\Delta y}{\Delta x}=\pi-\arctan\frac{0.73}{1.10}=146.4^\circ$

· $\Delta|r|$ 是标量为 r_2 的模与 r_1 的模之差

$\Delta|r|=|r_2|-|r_1|=\sqrt{x_2^2+y_2^2}-\sqrt{x_1^2+y_1^2}$
$=\sqrt{(3\cos\frac{\pi}{3})^2+(2\sin\frac{\pi}{3})^2}-\sqrt{(3\cos\frac{\pi}{6})^2+(2\sin\frac{\pi}{6})^2}$
$=\frac{1}{2}(\sqrt{21}-\sqrt{31})\,m=-0.49m$

(3) $t_1=1s$ 和 $t_2=2s$ 两时刻的速度和加速度

$v_1=\frac{dr}{dt}=\frac{dx}{dt}i+\frac{dy}{dt}j=(-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{6}t)i+(\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}t)j$

可得 · $v_1=[(\frac{\pi}{4})i+(\frac{\pi}{6}\sqrt{3})j]\,m/s=(-0.79i+0.91j)\,m/s$

v_1大小 $=\sqrt{(0.79)^2+(0.91)^2}=1.21\,m/s$ t_1的速度

· $v_2=[(-\frac{\pi}{4}\sqrt{3})i+(\frac{\pi}{6})j]\,m/s=(-1.36i+0.52j)\,m/s$

v_2大小 $=\sqrt{(-1.36)^2+(0.52)^2}=1.46\,m/s$ t_2的速度

· $a_1=[(\frac{-\pi^2}{24}\sqrt{3})i+(\frac{\pi^2}{36})j)]\,m/s=-(0.71i+0.27j)\,m/s$

a_1的大小 $\sqrt{(0.71)^2+(0.27)^2}=0.76\,m/s$ t_1的加速度

· $a_2=(\frac{-\pi^2}{24})i+(\frac{-\pi^2}{36}\sqrt{3})j=(-0.41i+0.47j)\,m/s$

a_2的大小 $\sqrt{(-0.41)^2+(0.47)^2}=0.62\,m/s$ t_2的加速度

*

a的计算 $a=\frac{d^2r}{dt^2}=(\frac{-\pi^2}{12}\cos\frac{\pi}{6}t)i+(\frac{-\pi^2}{18}\sin\frac{\pi}{6}t)j$

(4) 质点位置矢量和速度矢量恰好垂直是在质点离抛出点距离最远时 而且 $=0$

所以:

· $[(3\cos\frac{\pi}{6}t)i+(2\sin\frac{\pi}{6}t)j]\cdot[(-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{6})i+(\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}t)j]=0$

$=\frac{-5}{12}\pi\sin\frac{\pi}{3}t=0$

$\frac{\pi}{3}t=k\pi s$ $k=0,1,2,3,4,5,6$

垂直的时刻为 $t=3k\,s$ $k=0,1,2,3,4,5,6$

在这个时候,质点正处于椭圆轨迹的半长轴和短轴,即 $(3,0)$ $(0,2)$ 和 $(-3,0)$ $(0,-2)$ 点

1-4 已知 $t=0$ 时 $x=0, v=v_0$ / 加速度和速度的关系为 $a=-kv^2$ / k 为正值常量

$$a=\frac{dv}{dt}=-kv^2 \quad \text{所以} \int_0^t \frac{dv}{v^2}=-k\int_0^t dt$$

然后任意时刻的速度就是 $\boxed{v=\frac{v_0}{1+kv_0t}}$

瞬时速度 $v=\frac{dx}{dt}$ 也就是说 $=\frac{v_0}{1+kv_0t}$

$\int_0^t dx=\int_0^t \frac{v_0}{1+kv_0t}dt$ 可以得到物体的运动方程

为 $\boxed{x=\frac{1}{k}\ln(1+kv_0t)}$