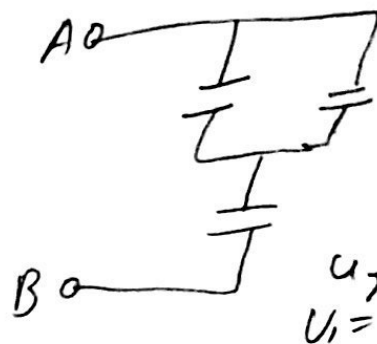


7.47

$$C_1 = 10 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 5.0 \mu\text{F}$$

$$C_3 = 5.0 \mu\text{F}$$



(1) 求 A, B 间的电容

$$C_{AB} = \frac{q}{U_{AB}}$$

 C_1 和 C_2 的上极板有电荷 q_1 和 q_2

 时, 下极板的感应电荷为 $-q_1$ 和 $-q_2$
 C_3 的上极板的感应为 $q_3 = q_1 + q_2$,
下极板为 $-q_3$, 所以 $C_{AB} = q = q_3 = (q_1 + q_2)$

$$C_{AB} = \frac{q}{U_{AB}} = \frac{q_1 + q_2}{U_1 + U_3} = \frac{1}{\frac{U_1}{q_1 + q_2} + \frac{U_3}{q_3}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = 3.75 \mu\text{F}$$

 (2) 因 $q_1 + q_2 = q_3 = q$, $U_1 = U_2$, $U_1 + U_3 = U_{AB}$ 由电容器定义式'
 $q = C_4$, 有 $(C_1 + C_2)U_2 = C_3(U_{AB} - U_2)$

$$U_2 = \frac{C_3}{C_1 + C_2 + C_3} U_{AB} = 25 \text{ V} \quad q_2 = C_2 U_2 = 1.25 \times 10^{-6} \text{ C}$$

 (3) 若 C_1 被击穿, 则 $U_{AB} = U_3 = 100 \text{ V}$, $q_3 = C_3 U_3 = C_3 U_{AB} = 5.0 \times 10^{-6} \text{ C}$
7.48 相对电容率为 ϵ , 厚度为 δ ($\delta < d$)

$$U_0 = E_0 d = \frac{\sigma}{\epsilon} d$$

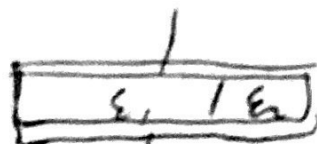
 插入玻璃后, 极板间的电势差为 U , 玻璃板内的
 电场强度为 E' , 有 $U = E_0(d - \delta) + E'\delta = \frac{\sigma}{\epsilon}(d - \delta) + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} \delta$

$$\text{得 } \frac{U_0}{U} = \frac{\epsilon d}{\epsilon_0 d - (\epsilon_0 - 1)\delta}$$



扫描全能王 创建

7.54 $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = 3$



1) 设两种电介质对应的极板面积分别为 S_1 和 S_2

$$S_1 = 3S_2 \quad S_1 = \frac{3}{4}S \quad S_2 = \frac{1}{4}S \quad S = S_1 + S_2$$

设电容器带电荷 Q 时, 极板上自由电荷面密度分别为 σ_1 和 σ_2 $Q = \sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2$, 由高斯定理 $D-E$ 关系

$$D_1 = \epsilon_1 E_1 = \sigma_1 \quad D_2 = \epsilon_2 E_2 = \sigma_2$$

极板间的电势差为 $U = E_1 d = E_2 d$ 得 $Q = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{4\epsilon_2} \sigma_2 S$
由电容定义, 解得 $C = \frac{Q}{U} = \frac{(3\epsilon_1 + \epsilon_2)}{4d} S$

(2) 解以上方程可得电容器极板的自由电荷面密度

$$\sigma_1 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sigma_2 = \frac{4\epsilon_1 Q}{(3\epsilon_1 + \epsilon_2)S} \quad \sigma_2 = \frac{4\epsilon_2 Q}{(3\epsilon_1 + \epsilon_2)S} \quad \text{下极板的自由电荷面密度与 } \sigma_1 \text{ 和 } \sigma_2 \text{ 的符号相反}$$

自由电荷面密度与 σ_1 和 σ_2 的符号相反

$$\sigma' = P \cdot e_n = (D - \epsilon E) \cdot e_n \quad (\text{式中 } e_n \text{ 为介质表面法向的单位矢量}(D \text{ 和 } E \text{ 的方向)})$$

$$\sigma'_1 = -P_1 = -(D_1 - \epsilon_1 E_1) = -\frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_1} \sigma_1 = -\frac{4(\epsilon_1 - \epsilon_0)Q}{(3\epsilon_1 + \epsilon_2)S}$$

$$\sigma'_2 = -P_2 = -(D_2 - \epsilon_2 E_2) = -\frac{\epsilon_2 - \epsilon_0}{\epsilon_2} \sigma_2 = -\frac{4(\epsilon_2 - \epsilon_0)Q}{(3\epsilon_1 + \epsilon_2)S}$$

介质 ϵ_1 和 ϵ_2 下表面的极化电荷面密度与上两式符号相反。



7.57 有两块平行板, 面积各为 100cm^2 , 有 $8.9 \times 10^{-7}\text{C}$ 的正负号, 内部电场强度为 $1.4 \times 10^6 \text{V/m}$

(1) 电介质的相对电容率 $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{Q_0}{Q}$

$$\text{电介质内场强的大小为 } \epsilon_r = \frac{Q}{E\epsilon_0} = \frac{8.9 \times 10^{-7}}{1.4 \times 10^6 \times 100 \times 10^{-4} \times 8.85 \times 10^{-12}} \\ = 77.18$$

(2) 介质表面的极化面电荷为

$$|Q'| = \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) Q_0 = 7.66 \times 10^{-7} \text{C}$$

