7106001- 陈伟杰 物理作业24

13-34 宽度为 0.1nm，$n=1,2,10,100,101$，如果势进宽为 1.0cm 又如何

$$E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}=n^2\frac{h^2}{8ma^2}=n^2E_1,\quad n=1,2,3.$$

$a=0.1nm$ 时有 $E_{1,a_1}=\frac{h^2}{8ma_1^2}=6.03\times10^{-18}\ J=37.7eV$

$$E_{na_1}=37.7n^2eV\quad n=1,2,3$$

$a_2=1.0cm$ 时有 $E_{1,a_2}=\frac{h^2}{8ma_2^2}=6.03\times10^{-34}\ J=3.77\times10^{-15}eV$

$$E_{n,n_2}=3.77\times10^{-15}n^2eV,\quad n=1,2,3$$

| | $n=1$ | $n=2$ | $n=10$ | $n=100$ | $n=101$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $E_{n,n_1}/eV$ | 37.7 | 150.8 | $3.77\times10^3$ | $3.77\times10^5$ | $3.85\times10^5$ |
| $E_{n,n_2}/eV$ | $3.77\times10^{-15}$ | $1.51\times10^{-14}$ | $3.77\times10^{-13}$ | $3.77\times10^{-11}$ | $3.85\times10^{-11}$ |

13-35 $\psi_n=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi x}{a}$

解 $|\psi_n|^2=\frac{2}{a}\sin^2\frac{n\pi x}{a}\quad n=1,2,3\ldots$

1) $|\psi_1|^2=\frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi x}{a}\Rightarrow\int_0^{a/3}|\psi_1|^2dx=\int_0^{a/3}\frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi x}{a}dx=0.195$

2) $\int_0^{a/3}|\psi_2|^2dx=\int_0^{a/3}\frac{2}{a}\sin^2\frac{2\pi x}{a}dx=0.402$

13-36

$$\psi(x)=\begin{cases} Axe^{-\lambda x} & (x\geq 0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$$

1) $\int_{-\infty}^{\infty}|\psi(x)|^2dx=\int_0^{\infty}A^2x^2e^{-2\lambda x}dx=1$

$\Rightarrow \int_0^{\infty}A^2x^2e^{-2\lambda x}dx=\frac{A^2}{4\lambda^3}=1$

归一化常数为 $A=2\lambda^3$

归一化的波函数为 $\psi(x)=\begin{cases} 2\lambda^3xe^{-\lambda x} & (x\geq 0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$

2) 概率分布函数

$$w(x)=|\psi(x)|^2=\begin{cases} 4\lambda^3x^2e^{-2\lambda x} & (x\geq 0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$$

引用概率分布函数对位置求极值，即令 $\frac{dw(x)}{dx}=0$

$$8\lambda^3xe^{-2\lambda x}[1-\lambda x]=0$$

解得 $x_1=0$，$x_2=\infty$，$x_3=\frac{1}{\lambda}$

由 $\left.\frac{d^2w(x)}{dx^2}\right|_{x_3}=8\lambda^3e^{-2\lambda x}[1-4\lambda x+2\lambda^2x^2]|_{x_3}<0$

可知，发现粒子概率最大的位置为 $x=1/\lambda$

13-38 阱宽 $a=10^{-14}\ m$

$$E_n=\frac{h^2}{8ma^2}n^2E_1 \qquad n=1,2,3\cdots$$

1) $$E_1=\frac{(6.63\times10^{-34})^2}{8\times1.67\times10^{-27}\times(1\times10^{-14})^2}J=3.29\times10^{-13}\ J$$

2) $$\Delta E=E_2-E_1=(2^2-1)E_1=3\times3.29\times10^{-13}J=9.87\times10^{-13}J$$