同济大学课程考核试卷（B 卷）
2006—2007 学年第二学期

命题教师签名： 审核教师签名：

课号：122010 课名：线性代数（3 学分） 考试考查：考试

此卷选为：期中考试( )、期终考试( )、重考(✓)试卷

年级____专业____________学号________姓名____________任课教师________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

（注意：本试卷共 7 大题，3 大张，满分 100 分．考试时间为 120 分钟．要求写出解题过程，否则不予计分）

一、 填空（30 分）

1、如果三阶矩阵 $A=(\alpha_1\quad\alpha_2\quad\alpha_3)$ 的行列式的值为 3，则矩阵 $B=(\alpha_1\quad 2\alpha_1+2\alpha_2\quad 3\alpha_2+3\alpha_3)$ 的行列式的值为：________．

2、如果矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&0&1\\3&1&x\\4&0&5\end{pmatrix}$ 可对角化，$x=$____________．

3、设 T 是线性空间 V 上的线性变换，T 在 V 的两组基 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 和 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 下的矩阵分别为 A 和 B，则 A 和 B 间的关系是：__________．

4、如果矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&x&6\\3&6&x\end{pmatrix}$ 正定，则 x 的取值范围是______________．

5、如果非齐次线性方程组 $A_{m\times n}X=\beta$ 解向量组的秩为 $r(r\geq 1)$，则系数矩阵 A 的秩为_____．

6、二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2-6x_2x_3+4x_1x_3$ 所对应的对称矩阵 $A=$______________．

7、$A=\begin{pmatrix}1&2&4\\3&6&x\\2&7&y\end{pmatrix}$ 中元素 x 的代数余子式的值为：______________．

8、设三阶方阵 A 的特征值为 $-1,2,4$，则 $|A^*|=$________________．

9、设矩阵 A,B 满足 $AB=E$，下面说法正确的是：____________．

（A）矩阵 A 可逆；（B）矩阵 A 的行向量组线性无关；
（C）矩阵 A 的列向量组线性无关；（D）以上说法都不正确．

10、如果ξ_1,ξ_2,ξ_3是向量组（A）的最大线性无关组，则：_____也是向量组（A）的最大线性无关组.

（A）$\xi_1+\xi_2,\xi_2+\xi_3,\xi_3+\xi_1$；（B）$\xi_1+\xi_2,\xi_2+\xi_3,\xi_3+2\xi_2+\xi_1$；

（C）$\xi_1+\xi_2,\xi_1+\xi_3,\xi_3+2\xi_2+3\xi_1$；（D）$\xi_1+\xi_3,\xi_2+\xi_3,3\xi_3+2\xi_2+\xi_1$.

二、（10 分）计算行列式：$D_4=\begin{vmatrix} a+b & 1 & 0 & 0 \\ ab & a+b & 1 & 0 \\ 0 & ab & a+b & 1 \\ 0 & 0 & ab & a+b \end{vmatrix}$.

三、（10 分）求向量组$\alpha_1=(1,\ 0,\ 2,\ 1)$，$\alpha_2=(1,\ 2,\ 0,\ 1)$，$\alpha_3=(2,\ 1,\ 3,\ 0)$，$\alpha_4=(2,\ 5,\ -1,\ 4)$，$\alpha_5=(1,\ -1,\ 3,\ -1)$的秩及其一个极大线性无关组，并用该极大线性无关组表示其余向量.

四、（15 分）设 $A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 0\end{pmatrix}$，求正交矩阵 P 使得 $P^{-1}(A^2-E)P$ 为对角阵，并写出此对角阵.

五、（15 分）讨论 λ、μ 取何值时，线性方程组 $\begin{cases}\lambda x_1 + x_2 + x_3 = 4\\ x_1 + \mu x_2 + x_3 = 3\\ x_1 + 2\mu x_2 + x_3 = 4\end{cases}$ 有解，求其解

六、（15 分）设V为全部二阶实方阵所构成的线性空间. 对任意$A\in V$，定义：$P(A)=\frac{1}{2}(A-A^T)$，其中A^T表示转置矩阵.

（1） 证明：P为线性变换；

（2） 求P在基$E_{11}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},E_{12}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix},E_{21}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$下的矩阵；

（3） 求P的核及像空间；

七、（5 分）一个 $m\times n$ 矩阵 A 称为有右逆，如果存在一个 $n\times m$ 矩阵 B，使得 $AB=E_m$，其中 E_m 为 m 阶单位矩阵. 证明：实矩阵 A 有右逆的充分必要条件是矩阵 A 的行向量组线性无关.