<<概率论与数理统计>>自测题三

一、填空题（本题总计 20 分，每小题 2 分）

1. 事件 A、B 相互独立，且 $P(A)=0.4,\ P(B)=0.3$ ，则 $P(A\cup B)=$_______ 。

2. 进行 9 次独立的射击，设每次击中目标的概率为 0.3，则击中_______次的可能性最大。

3. 有5个人在一座8层大楼的第一层进入电梯。设他们中的每一个人自第二层开始在每一层离开是等可能的，则5个人在不同层次离开的概率为 ________。

4. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且均服从 $N(\mu,\frac{1}{2})$，则 $E(X-Y)=$______。

5. 设连续型随机变量 X 的概率密度

$$f(x)=\begin{cases}\cos x & 0\le x\le\frac{\pi}{2}\\ 0 & else\end{cases}$$

则 $P(|X|<\frac{\pi}{6})=$_________________。

6. 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.9，若 $Z=X-0.4$，则 Z 和 Y 的相关系数为______。

7. 设随机变量 X 服从自由度为 n 的 t 分布，若 $P(|X|>\lambda)=\beta$，则 $P(X<-\lambda)=$___。

8. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望是 2，方差分别为 1 和 4，相关系数为 0.5，则由切比雪夫不等式得 $P(|X-Y|<6)\ge$ ______。

9. 设 $(X_1,\ldots,X_n)$ 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的一个样本，则统计量

$$Y=\frac{n\bar{X}^2}{\sigma^2}+\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim$$ _________________。

10. 设随机变量 X 和 Y，已知 $P(X\ge 0,Y\ge 0)=\frac{3}{7}$，$P(X\ge 0)=P(Y\ge 0)=\frac{4}{7}$，则 $P(\max\{X,Y\}\ge 0)=$_______。

二、选择题（本题总计 10 分，每小题 2 分）

1. 已知 X,Y 是来自总体 $N(0,1)$ 的样本，则__________。

(A) $X+Y$ 服从正态分布　　(B) X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

(C) X^2和Y^2都服从χ^2分布　　(D) $\dfrac{X^2}{Y^2}$服从F分布

2.设随机变量X的概率密度为$f_X(x)$，$Y=-2X+3$,则Y的概率密度为______。

(A) $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y-3}{2})$　　(B) $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y-3}{2})$

(C) $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y+3}{2})$　　(D) $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y+3}{2})$

3.已知随机变量(X,Y)的联合分布律如下表所示，则（α，β）=(　　)时，X与Y相互独立.

Y \ X	1	2
1	1/6	1/3
2	1/9	α
3	1/18	β

(A) $\left(\frac{1}{9},\frac{2}{9}\right)$　　(B) $\left(\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right)$　　(C) $\left(\frac{2}{9},\frac{1}{9}\right)$　　(D) $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{6}\right)$

4. 设$E(X)=\mu$，$D(X)=\sigma^2$，其中μ，$\sigma>0$为常数，则对于任意常数c，必有__________。

（A）$E(X-c)^2=E(X^2)-c^2$　　（B）$E(X-c)^2=E(X-\mu)^2$

（C）$E(X-c)^2<E(X-\mu)^2$　　（D）$E(X-c)^2\geq E(X-\mu)^2$

5. 设$X_1,X_2,\ldots X_n$是来自总体X的简单随机样本，则以下四个无偏估计量中最有效的是______。

(A) $\mu_1=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$　　(B) $\mu_2=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$

(C) $\mu_3=\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$　　(D) $\mu_4=\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$

三、计算题（本题总计 56 分，每小题 8 分）

1. 为防止意外，在矿内同时设有两种报警系统 A 和 B，每种系统单独使用时，其有效的概率系统 A 为 0.92，系统 B 为 0.93；在 A 失灵的条件下，B 有效的概率为 0.85。求：

①发生意外时，至少有一个系统有效的概率；

②B 失灵的条件下，A 有效的概率。

2. 某保险公司认为，人可以分为两类，第一类是容易出事故的，另一类比较谨慎。他们统计表明，一个易出事故的人一年内出一次事故的概率为 0.4，而比较谨慎的人一年内出一次事故的概率为 0.2，若假定第一类人占总人口的 30%，那么：

①一个新保险客户在他购买保险单后一年内出一次事故的概率是多少？

②如果一个新保险客户在他购买保险单后一年内出了一次事故。问他是易出事故的人的概率是多少？

3. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数 $f(x\ ,y)=\begin{cases} 6x\ , & 0<x<y<1 \\ 0\ , & else \end{cases}$，

求① X,Y 的边缘密度函数；　② $P(X+Y\le 1)$

4. 设随机变量X和Y相互独立，且均服从密度函数为 $f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$ 的分布，求：

① $X+Y$ 的概率密度；② $E(XY)$

5. 某冶金工作者对锰的溶化点作了 4 次试验，结果分别为 1269°C，1271°C，1263°C，1265°C，假定数据服从正态分布，在显著性水平α=0.05 条件下，试检验这些结果是否符合于公布的数字 1260°C；

（注：$t_{0.025}(3)=3.18, t_{0.025}(4)=2.78, t_{0.05}(3)=2.35, t_{0.05}(4)=2.13$）

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，抽取容量为 30 的样本 $X_1,X_2,\cdots,X_{30}$，求下列概率：

① $P\{18.5\le \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{30}(X_i-\mu)^2\le 50.9\}$；　② $P\{0.59\sigma^2\le \frac{1}{30}\sum_{i=1}^{30}(X_i-\overline{X})^2\le 1.42\sigma^2\}$；

（注：$P\{\chi^2(30)>18.5\}=0.95, P\{\chi^2(30)>50.9\}=0.01$

$P\{\chi^2(29)>18.5\}=0.93, P\{\chi^2(29)>50.9\}=0.006$

$P\{\chi^2(30)>17.7\}=0.96$, $P\{\chi^2(30)>39.6\}=0.15$

$P\{\chi^2(29)>17.7\}=0.95$，$P\{\chi^2(29)>39.6\}=0.10$）

7. 设总体X的概率密度为：$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1 \\ 0, & 其它\end{cases}$，其中$\theta>-1$是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体$X$的样本，其观测值分别为$x_1,x_2,\cdots,x_n$，试求参数$\theta$的最大似然估计值。

四、应用题（本题总计 8 分）

1. 某单位设置一台电话总机，共有200个分级，设每个分机有5%的时间要使用外线通话，并且各个分机使用外线与否是相互独立的，该单位需要多少外线才能保证每个分机要使用外线时可供使用的概率达到0.9 ？　（注：$\Phi(1.29)=0.90$）

五、证明题（本题总计 6 分）

1. 设随机变量 X 服从自由度为 (k_1,k_2) 的 F 分布，证明等式：

$$F_{\alpha}(k_1,k_2)=\frac{1}{F_{1-\alpha}(k_2,k_1)}$$