

《概率统计》试卷 1

专业	学号				姓名				
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分

(本试卷共三大张，八大题，满分 100 分)

备用数据： $\chi^2_{0.90}(9)=14.684$ ， $\chi^2_{0.10}(9)=4.168$ ， $t_{0.90}(8)=1.3968$ ， $\Phi(1)=0.8413$ ，
 $\Phi(2)=0.9772$ ， $t_{0.95}(9)=1.8331$ ， $t_{0.95}(8)=1.8595$ ， $\chi^2_{0.95}(8)=15.507$ ，
 $\chi^2_{0.05}(8)=2.733$ ， $e^{-1}\approx 0.37$

一．（10 分）已知随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，即 X 有概率函数
 $P(X=k)=\frac{e^{-1}}{k!}$ ($k=0, 1, L$)，并记事件 $A=\{X\geq 2\}$ ， $B=\{X<1\}$ ，求
 $P(A\cup B)$ ， $P(A-B)$ ， $P(B|\bar{A})$ 。

二．（10 分）对以往数据分析结果表明，当机器运转正常时，产品的合格率为 90%；而当机器发生故障时，其合格率为 30%，机器开动时，机器运转正常的概率为 75%，试求已知某日首件产品是合格品时，机器运转正常的概率。

三．（12 分）设 (X, Y) 为二维离散型随机变量， X ， Y 的边缘概率函数分别为

X	0	1	Y	-1	0	1
概率	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	概率	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

且 $P(XY=0)=1$ ，
求 (X, Y) 的联合概率函数；试问： X, Y 是否相互独立？为什么？
试问： X, Y 是否不相关，为什么？

四.(14分) 设 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+2y)}, & x > 0, \text{ 且 } y > 0 \\ 0, & \text{其余} \end{cases}$

试求： $P(X < 1, Y > 2)$ ； $P(X + Y < 1)$ 。

六. (12分) 假设生产线上组装每件成品所花费的时间服从指数分布. 统计资料表明: 该生产线每件成品的平均组装时间为 10 分钟. 假设各件产品的组装时间相互独立. 试求在 15 小时至 20 小时之间在该生产线组装完成 100 件成品的概率. (要求用中心极限定理)

五. (12分) 假设一条生产流水线在一天内发生故障的概率为 0.1, 流水线发生故障时全天停止工作, 若一周 5 个工作日内无故障这条流水线可产生利润 20 万元, 一周内发生一次故障时, 仍可获利润 6 万元, 发生二次或二次以上故障就要亏损 2 万元, 求一周内这条流水线所产生利润的期望值.

七. (16分) 设 (X_1, L, X_n) 是取自总体 X 的一个样本, X 服从区间 $[\theta, 1]$

上的均匀分布, 其中 θ 未知, $\theta < 1$,

求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$;

求 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$;

试问: 由 中求得的 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计? 若不是, 试将 $\hat{\theta}$ 修正成 θ 的一个无偏估计.

八. (14分) 已知某种食品的袋重 (单位: 千克) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,

其中 μ 与 σ^2 均未知, $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma^2 > 0$, 现抽取 9 袋食品进行称重, 得数

据 x_1, x_2, L, x_9 , 由此算出 $\sum_{i=1}^9 x_i = 24$, $\sum_{i=1}^9 x_i^2 = 72$, 试分别求未知参数 μ 和 σ

的双侧 90% 置信区间.