《概率统计》试卷 2

专业______________学号_________姓名___________任课教师____________

题号	一	二	三	四	五	总分

（注意：要求写出解题过程．本试卷共三大张，五大题，满分 100 分）

备用数据：$\Phi(1)=0.8413$，$t_{0.90}(3)=1.6377$，$t_{0.95}(3)=2.3534$

一、填空（50 分）

1、 设 A、B 为两个随机事件，$P(A)=0.6$，$P(B)=0.4$．若 A、B 互不相容，则 $P(A-B)$=__________，$P(A\cup B)$=___________，$P(\bar{A}|\bar{B})$=____________；若 A、B 有包含关系，则 $P(A-B)$=______，$P(A\cup B)$=_____，$P(\bar{A}|\bar{B})$=_______．

2、 学生甲和朋友约定：在三门完全不同的课程考试中，他只要有一门考试取得 95 分以上就开香槟酒庆祝．若甲在这三门课程考试中得 95 分以上的概率分别为 $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$，则他们开香槟酒庆祝的概率为_______________．

3、 一只袋中装有 5 只白球和 4 只黑球，现不放回地随机取出三只球，每次取一只，共取三次，则这三只球依次为黑球、白球、黑球的概率为_________，取出的第二个球为黑球的概率为___________．若已知第二次取到黑球，则第一次取到黑球的概率为_____________ ．

4、 设 (X, Y) 服从区域 G 上的均匀分布，其中 $G=\{(x,\ y):\ 0<y<1,\ |x|<y\}$，则 (X, Y) 的联合密度函数 $f(x,\ y)$=_________________，X 的边缘密度函数 $f_X(x)$=_________________，Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)$=________________．

5、 设 X_1、X_2、X_3、X_4 独立同分布，$X_1\sim N(\mu,\ 1)$，$\overline{X}=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}X_i$，则 $X_1-\overline{X}$ 与 $X_2-\overline{X}$ 的协方差 $\operatorname{cov}(X_1-\overline{X},\ X_2-\overline{X})$=_________，$X_1-\overline{X}$ 与 $X_2-\overline{X}$ 的相关系数 $\rho_{X_1-\overline{X},\ X_2-\overline{X}}$= ______________．

6、 设 X_1、X_2、X_3、X_4、X_5 是独立同分布的随机变量，$X_1\sim N(0,\ 1)$，记 $Y=C_1(X_1+X_2+X_3)^2+C_2(X_4+X_5)^2$，其中 C_1、C_2 为常数，那么，当 C_1=_______，C_2=__________时，Y 服从自由度为__________的 χ^2 分布．

7、 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是独立同分布的随机变量 $n\geq 2$，$X_1\sim R(0,\ 2)$，记 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，$A_2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$，则 $E(\overline{X})$=_______，$D(\overline{X})$=___________，$E(S^2)$=_____________，$E(A_2)$=_______________．

8、 设 x_1、x_2、x_3、x_4 是取自正态总体 $N(\mu,\ \sigma^2)$ 的样本观测值，其中 μ、σ^2 未知，$-\infty<\mu<\infty$，$\sigma^2>0$，已知 $\sum_{i=1}^{4}x_i=24$，$\sum_{i=1}^{4}x_i^2=147$，那么 σ^2 的极大似然估计值为_______，μ 的双侧 90%置信区间为______________________．

二、（10 分）某镇的码头只能容纳一艘船，现预知某日将独立地来到两艘船，且在 24 小时内各时刻来到的可能性相同. 如果它们需要停靠的时间分别为 4 小时和 6 小时，试求二艘船中至少有一艘船在停靠时必须等待的概率.

三、（14 分）设随机变量(X, Y)的联合概率函数为

X \ Y	-1	1	2
-1	$\frac{5}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$
2	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$

记$U=\max(X, Y)$，$V=\min(X, Y)$，$Z=XY$，求

⑴ Z 的概率函数；　⑵ (U, V)的联合概率函数；

⑶ 已知事件$\{U=2\}$发生时V 的条件概率函数.

四、(10 分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(-1,\ 7)$、$Y \sim N(3,\ 1)$，

记 $Z = 3X + Y$，$W = e^{Z}$，求

(1) 随机变量 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$；

(2) 随机变量 W 的概率密度函数 $f_W(w)$.

五、(16 分) 设 X_1，X_2，Λ，X_n 是取自总体 X 的样本，X 服从泊松分布 $P(\lambda)$，$\lambda > 0$，λ 未知，

(1) 求 λ 和 $\theta = E(X^2)$ 的极大似然估计量 $\hat{\lambda}$ 和 $\hat{\theta}$；

(2) 问：$\theta = E(X^2)$ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计吗？

(3) 求 $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\left|\overline{X} - \lambda\right| < \sqrt{\dfrac{\lambda}{n}}\right)$，其中 $\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$.