北京航空航天大学

2006～2007 学年第 一 学期

微波技术 期末考试试卷（B）标准答案及评分标准

一、**(15 分)** 利用反射系数和归一化阻抗间的关系，推导出阻抗圆图中等电阻值轨迹的数学表达式；绘出阻抗圆图中的各种圆族和特殊的点、线、圆。

[解]

$$\tilde{Z}_{in}(z)=\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}=\frac{1+(\Gamma_u+j\Gamma_v)}{1-(\Gamma_u+j\Gamma_v)}=\frac{1-(\Gamma_u^2+\Gamma_v^2)}{(1-\Gamma_u)^2+\Gamma_v^2}+j\frac{2\Gamma_v}{(1-\Gamma_u)^2+\Gamma_v^2}=\tilde{R}+j\tilde{X} \qquad (1)$$

式中， $\tilde{R}=\frac{1-(\Gamma_u^2+\Gamma_v^2)}{(1-\Gamma_u)^2+\Gamma_v^2}$， $\tilde{X}=\frac{2\Gamma_v}{(1-\Gamma_u)^2+\Gamma_v^2}$ (2)

式(2a)去分母移项、合并同类项:

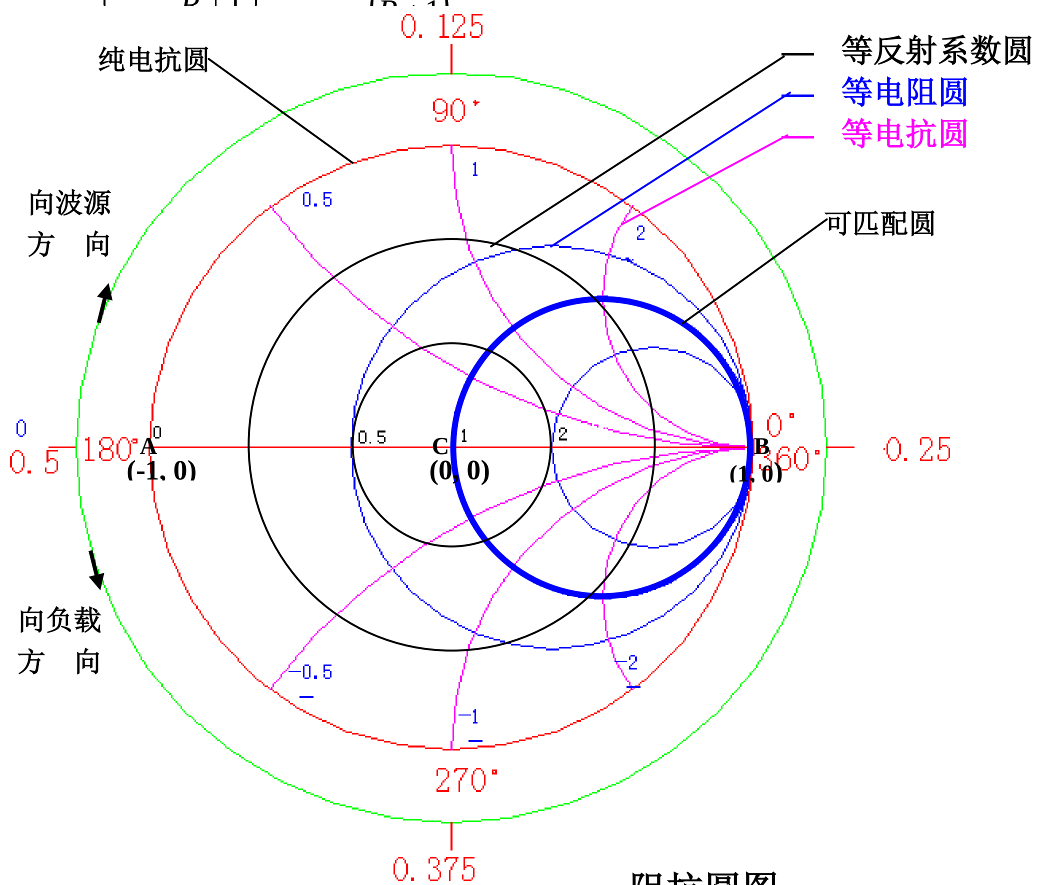
$$\tilde{R}(1-\Gamma_u)^2+\tilde{R}\Gamma_v^2=1-(\Gamma_u^2+\Gamma_v^2), \qquad (\tilde{R}+1)\Gamma_u^{\ 2}+(\tilde{R}+1)\Gamma_v^2-2\tilde{R}\Gamma_u^2=1-\tilde{R}$$

配方:

$$\Gamma_u^{\ 2}-\frac{2\tilde{R}\Gamma_u}{\tilde{R}+1}+\frac{\tilde{R}^2}{(\tilde{R}+1)^2}+\Gamma_v^2=\frac{1-\tilde{R}}{\tilde{R}+1}+\frac{\tilde{R}^2}{(\tilde{R}+1)^2}$$

整理得:

$$\left(\Gamma_u-\frac{\tilde{R}}{\tilde{R}+1}\right)^2+\Gamma_v^2=\frac{1}{(\tilde{R}+1)^2}$$



阻抗圆图

这是以 $\tilde{R}$为参变量的圆族，圆心$\left(\dfrac{\tilde{R}}{\tilde{R}+1},0\right)$， 半径 $\dfrac{1}{\tilde{R}+1}$。

A：短路点，对应$\tilde{R}=0,\ \tilde{X}=0,\ |\Gamma|=1,\ \phi=\pi,\ \rho=\infty$；

B：开路点，对应$\tilde{Z}=\tilde{R}+j\tilde{X}=\infty,\ |\Gamma|=1,\ \phi=0,\ \rho=\infty$；

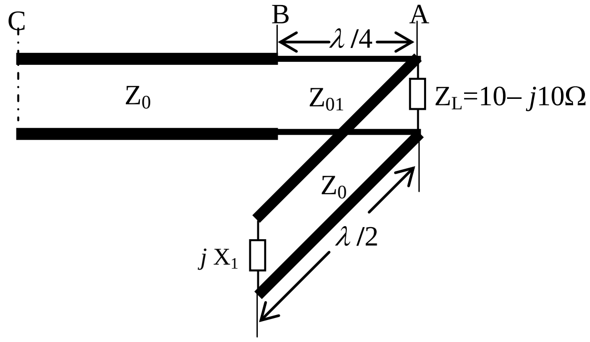
C：匹配点，对应$\tilde{R}=1,\ \tilde{X}=0,\ |\Gamma|=0,\ \rho=1$。

AB:纯阻线。AC 是电压波节点的轨迹，读数为$\tilde{R}=k$；BC 是电压波腹点的轨迹，读数为

$\tilde{R}=\rho$。

二、(**15 分**) 如图所示，主传输线的特性阻抗$Z_0=500\Omega$，用 $\lambda/4$ 匹配器进行匹配。求并联的电抗负载jX_1、$\lambda/4$ 匹配器的特性阻抗Z_{01}、A点的总反射系数及AB段、BC段的驻波比。

[解]



Y_L $=1/Z_L=1/(10-j10)=0.05+j\,0.05\,S$

$Y_1=-j\,0.05\,S$， $jX_1=1/Y_1=j\,20\,\Omega$

$Y_L'=0.05\,S$， $Z_L'=1/Y_L'=20\,\Omega$

$$Z_{01}=\sqrt{Z_0Z_L'}=\sqrt{50\times 20}=100\,\Omega$$

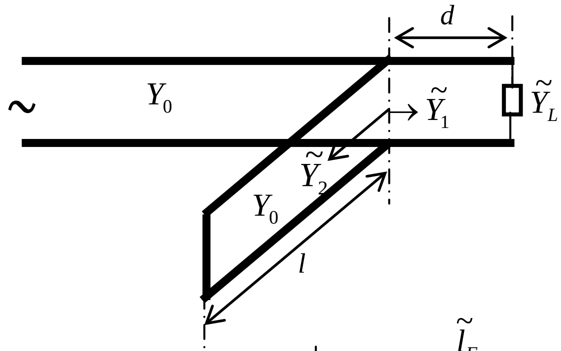
$$\Gamma_A=\frac{Z_L'-Z_{01}}{Z_L'+Z_{01}}=\frac{20-100}{20+100}=-\frac{2}{3}$$

AB 段：$\rho_{AB}=\dfrac{1+|\Gamma_A|}{1-|\Gamma_A|}=\dfrac{1+(2/3)}{1-(2/3)}=5$， BC 段匹配， $\rho_{BC}=1$ 。

三、(**15 分**) 用文字和示意图说明并联单枝节调配器的工作原理、步骤和选解原则，并指出它的缺点和解决办法。

解：并联单枝节调配器的工作原理：

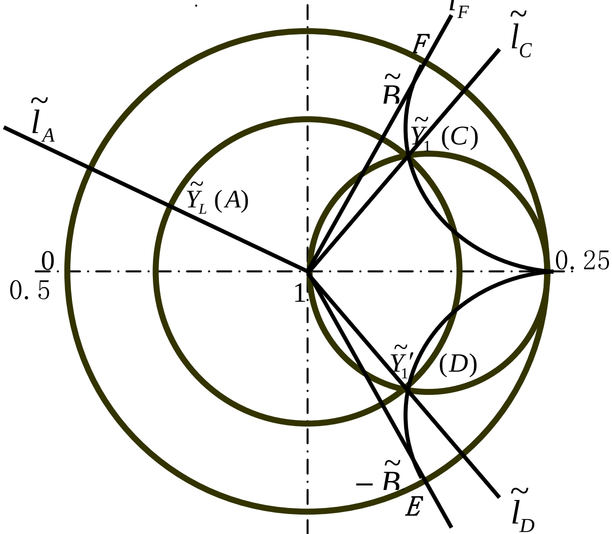
由于$Y_L\neq Y_0$，在距终端 $d(<\lambda/2)$处可找到$\tilde{Y}_1=1\pm j\tilde{B}_1$的点，在该处并联$\tilde{Y}_2=\mp j\tilde{B}_1$的短路枝节，即可实现匹配。



步骤：

在导纳圆图找到$\tilde{Y}_L$的对应点 A， 电刻度为$\tilde{l}_A$；A沿其等Γ圆顺时针转至与匹配圆交于 C, 得$\tilde{Y}_1=1+j\tilde{B}_1$、$\tilde{l}_C$，则$d=[\tilde{l}_C-\tilde{l}_A]\lambda$，$\tilde{Y}_2=-j\tilde{B}_1$。在导纳圆图的单位圆上找到$\tilde{Y}_2$的对应点 $\boldsymbol{E}$, 得 $\tilde{l}_E$；由短路点(**0.25**)沿单位圆顺时针转至 $\boldsymbol{E}$ 得$l=[\tilde{l}_E-0.25]\lambda$。

$\tilde{Y}_L$的等Γ圆与匹配圆的另一个交点为 D，此处$\tilde{Y}_1'=1-j\tilde{B}_1$，同理可求得与之对应的$d'$、$l'$。



选解原则是取 d、l 较短的一组解。

缺点：当负载改变，调配时，d、l 都随之而变，这对同轴线、带状线等传输线很不便。

解决办法是采用并联双枝节调配器。

四、(13 分) 内充空气的矩形波导a=22.86mm，b=10.16mm，传播频率为 10GHz的H_{10}波。求相速v_p、 群速v_g及波阻抗$\eta_{TE_{10}}$。

［解］ $\lambda=\dfrac{c}{f}=\dfrac{3\times10^8}{10\times10^9}=3\times10^{-2}m=30mm.$

对H_{10} 波，$\lambda_c=\dfrac{2\pi}{(k_c)_{H_{10}}}=\dfrac{2\pi}{\sqrt{(\pi/a)^2}}=2a$，$\sqrt{1-\left(\dfrac{\lambda}{2a}\right)^2}=\sqrt{1-\left(\dfrac{30}{2\times22.86}\right)^2}=0.7546$，

$$\lambda_g=\frac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/(2a))}}=\frac{3\times10^{-2}}{0.7546}=3.976cm$$

$$v_p=\frac{c}{\sqrt{1-(\lambda/(2a))^2}}=\frac{3\times10^8}{0.7546}=3.976\times10^8\ m/s$$

$$v_g=c\sqrt{1-(\lambda/(2a))^2}=3\times10^8\times0.7546=2.26\times10^8\ m/s$$

$$\eta_{TE_{10}}=\frac{120\pi}{\sqrt{1-(\lambda/(2a))^2}}=\frac{120\pi}{0.7546}=499.59\Omega$$

五、(共 16 分)

内充空气的矩形波导的截面尺寸为：a=72. 14mm ，b=34.04mm 。

1、 λ=6cm 时, 波导中能传输那些波型 ？

2、测得波导中传输H_{10}时， 两波节点之距离为 10.9cm。求截止波长λc 、波导波长λ_g及工作波长λ。

［解］

$$(\lambda_c)_{mn}=\frac{2}{\sqrt{(m/a)^2+(n/b)^2}}=\frac{2a}{\sqrt{m^2+(na/b)^2}}$$
$$=\frac{2\times72.14}{\sqrt{m^2+(72.14/34.04)^2n^2}}=\frac{144.28}{\sqrt{m^2+4.5n^2}}$$

传输条件：$\lambda<\lambda_c=144.28\big/\sqrt{m^2+4.5n^2}$ 即：$m^2+4.5n^2<(144.28/\lambda)^2$

1、 λ=6cm=60mm 时，$m^2+4.5n^2<(144.28/60)^2=5.8$，又 m、n 为整数，解得：

$$\begin{cases}m=0\\n=1\end{cases},\quad\begin{cases}m=1\\n=0\end{cases},\quad\begin{cases}m=1\\n=1\end{cases},\quad\begin{cases}m=2\\n=0\end{cases}$$

即 λ=6cm 时，能传输 H_{01}、H_{10}、H_{20}、H_{11}、E_{11} 波型 。

2、 由题意知, 传输H_{10}时 $\lambda_g=2\times10.9cm=21.8cm$

$\lambda_c=2a=144.28\,mm$=14.428 cm

由 $\lambda_g = \dfrac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\lambda\ /(2a)\right)^2}}$，得:

$$\lambda = \frac{\lambda_g}{\sqrt{1+\left(\lambda_g/(2a)\right)^2}} = \frac{21.8}{\sqrt{1+\left(21.8/(2\times 7.214)\right)^2}} = 12cm$$

六、**(10 分)** 阐述矩形波导中导行波的模式简并。

［解］**由矩形波导的截止波长公式**

$$(\lambda_c)_{mn} = \frac{2\pi}{(k_c)_{mn}} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2+(n/b)^2}}$$

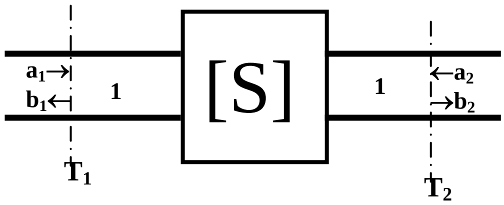
知，对于给定尺寸的 a、b**，对** TE_{mn}、TM_{mn} **模，只要 m、n 数值相同(m、n ≠0)，则其** k_C、λ_C **的值就相同。根据导通条件** $\lambda < \lambda_C$ **，如果波导中能传输某一 m、n 值的** TE_{mn} **模，则一定能传输相同 m、n 值的** TM_{mn} **模。显然，二者具有不同的场分布。这种具有不同的场分布而具有相同的传输参量的现象叫做“简并”。矩形波导的这种简并称为“ E-H”简并。所有 m≠0 且 n ≠0 的** TE_{mn}、TM_{mn} **模都是“双重简并”模式。如** H_{11}、E_{11} **模就是“简并”模式。**

七、**(共 16 分)**

1、用图示及文字说明二端口网络 S 参量的定义及各参量的物理意义；

2、推导出二端口网络参考面内移后的 **S’** 矩阵与原来的 **S** 矩阵的关系式。

［解］1、S 参量的定义：



如图, 二端口微波网络，取参考面 T_1 、T_2 ，连接端口的单模式传输线的特性阻抗为归一化阻抗 $Z_0=1$，设进波为 a_1、a_2；出波为 b_1、b_2，进、出波之间的关系为：

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \qquad 即 \quad [b]=[S][a]$$

式中， $[S]=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$ **称为二端口网络的散射矩阵，其元素** S_{11}、S_{12}、S_{21}、S_{22} **称为散射参量。**

各参量的物理意义：

$S_{11} = \dfrac{b_1}{a_1}|_{a_2=0}$**:为端口 1 接电源，端口 2 接匹配负载时, 端口 1 的电压反射系数；**

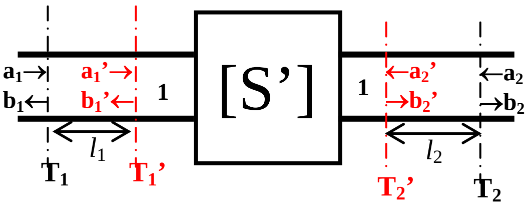
$S_{21} = \dfrac{b_2}{a_1}|_{a_2=0}$**:为端口 1 接电源，端口 2 接匹配负载时, 从端口 1 到端口 2 的电压传输系数；**

$S_{12} = \dfrac{b_1}{a_2}|_{a_1=0}$**:为端口 2 接电源，端口 1 接匹配负载时, 从端口 2 到端口 1 的电压传输系数；**

$S_{22}=\frac{b_2}{a_2}|_{a_1=0}$：为端口 2 接电源，端口 1 接匹配负载时，端口 2 的电压反射系数。

2、 当参考面内移时，如图 $T_1 \to T_1'$，$T_2 \to T_2'$，对无耗传输线， 则有：

$$b_1' = b_1 e^{j\beta l_1} = b_1 e^{j\theta_1}$$
$$b_2' = b_2 e^{j\beta l_2} = b_2 e^{j\theta_2}$$
$$a_1' = a_1 e^{-j\beta l_1} = a_1 e^{-j\theta_1}$$
$$a_2' = a_2 e^{-j\theta_2}$$



其中，$\theta_1 = \beta l_1$，$\theta_2 = \beta l_2$ 。于是得：

$$S_{11}' = \left.\frac{b_1'}{a_1'}\right|_{a_2'=0} = \left.\frac{b_1 e^{j\theta_1}}{a_1 e^{-j\theta_1}}\right|_{a_2=0} = S_{11}\, e^{j2\theta_1}\ ,\qquad S_{22}' = S_{22}\, e^{j2\theta_2}$$

$$S_{12}' = S_{12}\, e^{j(\theta_1+\theta_2)}\ ,\qquad S_{21}' = S_{21}\, e^{j(\theta_1+\theta_2)}\ 。$$

即参考面内移后的 S' 矩阵的表达式为：

$$[S'] = \begin{bmatrix} S_{11}' & S_{12}' \\ S_{21}' & S_{22}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\theta 1} & 0 \\ 0 & e^{j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{j\theta_2} \end{bmatrix} = [p][S][p]$$

式中，$[p] = \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{j\theta_2} \end{bmatrix}$ 。