第一次课：

自我介绍
课程安排

1.自己考研的一些经历，时间安排，复习重点

复习时间安排：总共复习 100 天，每天半小时——1 个半小时，越到后面花时间越少

每天复习内容：部分公式推导，题 3 道左右，题仅限历年考题，不再做多余的题，重点在于通过做题还有自己推导公式，使自己对公式理解深刻，运用灵活

专业课特点：知识点少，用时少，分数高，是考验取得好成绩的可靠保障

考试要点：考前不用大量训练，但需要全面的回顾知识点及题型；考试时，题量小，所以切记急躁，宁可做慢一点，因为大片大片地做错再去改非常影响考试状态；专业课考试没有难题，考的是细心。

2.基础，基本概念，基本函数（离散的部分比较简略）

2.1 系统：

其实就是一个函数 $h(t)$（$H(jw)\cdots$）。它与输入信号 $x(t)$ 相卷积得到输出信号 $y(t)$，做题时，知道系统就是 $h(t)$，就可以了。重点把握：形如 e^{s_0t},z_0^n 的信号经过系统 $h(t)$ 后的表达式为 $e^{s_0t}H(s_0),z_0^nH(z_0)$，这也是 FS 的意义所在；另外要会列电路频域方程，解电路的部分放在讲题的地方统一讲

2.2 特殊函数：$\delta(t),\delta[n],u(t),u[n],e^{jw_0t},e^{jw_0n},\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$

2.2.1 $\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1$，$\delta(t)=0(t\neq 0)$，只需记住这个，具体定义不管

$$u(t)=\begin{cases}1,t\geq 0\\0,t<0\end{cases},$$

$\delta(t)=\dfrac{d}{dt}u(t),u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau$，这两个式子很少考，作为了解

用于移位：$x(t)*\delta(t-t_0)=\int x(t-\tau)\delta(\tau-t_0)d\tau=x(t-t_0)$，因为式中 τ 只能为 t_0 时被积函数才不为 0

用于积分：$x(t)*u(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)u(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$，式中 $\tau<t$ 时被积函数不为 0

离散情况类似，求导对应差分，积分对应求和，不再重复

2.2.2 e^{jw_0t}，e^{jw_0n} 极其常见，用于各种地方，如基本公式，FS，移位等。

e^{jw_0t} 为周期函数，周期为 $\frac{2\pi}{w_0}$

e^{jw_0n} 怎样理解它的周期性？若周期为 N，则 $e^{jw_0N}=e^{jw_00}=1$，则 Nw_0 必须是 2π 的整数（m)倍，所以 $w_0=2\pi\frac{m}{N}$，否则为非周期。离散的情况不是很重要，考的几率很小，但要理解

欧拉公式：$\cos(w_0t)=\frac{e^{jw_0t}+e^{-jw_0t}}{2},\sin(w_0t)=\frac{e^{jw_0t}-e^{-jw_0t}}{2j}$，我一般记这个表达式，因为用得较多，尤其用于信号的调制（时域做乘法，频域向两边移位移位），反变化较少使用

2.2.4 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$ 冲击串，很重要的函数，后面会细讲

2.3 卷积的性质：

$x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau$ 基本公式一般有两种应用：公式型的证明题；已知图形，求卷

$x[n]*h[n]=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x[m]h[n-m]$ 除以上应用，也可能直接求，因为加法比较容易算

运算律同四则运算：分配，交换，结合

卷积最重要的性质：时域卷——频域乘，时域乘——$\frac{1}{2\pi}$ 频域卷（注意系数），利用这个知识点与奇异函数的性质可以得到移位，微分，积分等性质。估计一半以上的题都多少会用到这个性质。

3.各种变换，推导过程讲一部分，主要讲公式间的联系以及应用

FT 与 FS 联系，FT 与 LT 联系，DTFT 与 ZT 联系，LT 的收敛域与 ZT 收敛域的联系，单边变换与双边变换的联系，入手点还是最基础的 FT

3.1 FT

3.1.1 基本变换式：

$$X(jw)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-jwt}dt$$
$$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(jw)e^{jwt}dw$$

这个是最基础的东西，应用非常广，这个记不住就别考了，在一些其他公式记不清的时候，用这个去推，熟练后是非常快的

3.1.2 $e^{-at}u(t)\rightarrow\frac{1}{a+jw},e^{at}u(-t)\rightarrow\frac{1}{a-jw}$， $a>0$

推导：$\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-at}u(t)e^{-jwt}dt=\int_{0}^{+\infty}e^{-(a+jw)t}dt=\frac{0-1}{-(a+jw)}=\frac{1}{a+jw}$

常用于已知频域函数 $H(jw)=\dfrac{Y(jw)}{X(jw)}$ 反求时域：先拆成简单因子相加的形式，如

$\dfrac{A}{a\pm jw}+\dfrac{B}{b\pm jw}$，再严格套用上面的公式

3.1.3 $\delta(t)\to 1, u(t)\to \dfrac{1}{jw}+\pi\delta(w)$，基础，注意 $u(t)$ 的频域表达式

$sign(t)=u(t)-u(-t)\leftrightarrow \dfrac{2}{jw}$，看到 $\dfrac{1}{jw}$ 就该想到这个，想要少记一个公式也可以通过 $u(t)$ 去推导

$\delta(t-t_0)\to e^{-jwt_0}, e^{jw_0t}\to 2\pi\delta(w-w_0)$，常用于移位，之所列出第二个公式，是由于在题中，时域往往要乘上 $\cos(w_0t)$，再用欧拉公式…………

之前已提到：卷积 $\delta(t-t_0)$ 等效于移位；通过这些联系，避免记错移位方向及正负号

3.1.4 应用欧拉公式，$\cos(w_0t),\sin(w_0t)$ 的性质即可得到，这里有两点需要注意：一是要注意系数，欧拉公式本身有系数 $\dfrac{1}{2}$，再加上 $e^{jw_0t}\to 2\pi\delta(w-w_0)$ 存在系数 2π，所以有 $\cos(w_0t)\leftrightarrow \pi(\delta(w+w_0)+\delta(w-w_0))$，而这个变换往往应用于信号调制，即 $x(t)\cos(w_0t)$，时域乘法对应了 $\dfrac{1}{2\pi}$ 频域卷积，所以有 $\cos(w_0t)x(t)\leftrightarrow \dfrac{(X(w+w_0)+X(w-w_0))}{2}$；第二要注意 sin 变换中的 j 的位置和 X 正负号的问题，$\sin(w_0t)\leftrightarrow \dfrac{\pi(\delta(w-w_0)-\delta(w+w_0))}{j}$，我一般习惯把 j 放在分母，这样，正半轴为正冲击，负半轴为负冲击。可以按自己的习惯来，但这两点一定要注意，非常容易出错。

3.1.5 门函数 $\to 2\dfrac{\sin wT}{w}$，$\dfrac{\sin w_0t}{\pi t}\to$ 门函数

首先要把系数记牢，其次要记得门限为 $\pm T, \pm w_0$，而没有 $\dfrac{1}{2}$

由于图形简单，有图的题里经常出现，可以算是必考，考到注意多用用图形

3.1.6 冲击串-采样函数 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\leftrightarrow \dfrac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-nw_0)$

最重要的用途：通过卷积，将非周期与周期信号联系起来，通过乘法，将连续与离散信号联系起来，不过多一个 δ 的增益。常出现于公式推导型证明题，画图题

做周期信号的 FT，　$x_T(t)=x(t)*\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\leftrightarrow\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-nw_0)X(jw_0)$，一般能量无限信号的 FT 是没有意义的，但是周期信号还是可以通过上面这样去求 FT

3.2 FS

$$a_k=\frac{1}{T}\int_T x_T(t)e^{-jkw_0t}dt$$

$$x_T(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_ke^{jkw_0t}$$

FS 与 FT 的联系：设 $x_T(t)=x(t)*\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$， $x(t)\leftrightarrow X(jw)$ 则有：

$$a_k=\frac{1}{T}\int_T x_T(t)e^{-jkw_0t}dt=\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-jkw_0t}dt=\frac{X(jkw_0)}{T}$$

由于 FS 限于周期信号，所以没什么需要记的变换对，考试基本也仅限于它的基本变换公式

3.3 LT

3.3.1 $$X(s)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-st}dt \qquad x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty}X(s)e^{st}ds$$ 正变换掌握，反变换只需了解

3.3.2 注意由时域求频域有唯一表达式，但需标明收敛域，而由频域求时域的时候，根据收敛域不同（右边、左边、右边+左边或有限信号，没有无限信号），会求出不同的时域表达式，如：

$\frac{1}{s+a}$　收敛域为 $\mathrm{Re}\{s\}>-a$，则为 $e^{-at}u(t)$，若为 $\mathrm{Re}\{s\}<-a$，则为 $-e^{-at}u(-t)$，一般考题收敛域以大于为主（一般都是因果的），但小于的情况也必须知道。另外，这个 a 一般为实数，不需 a>0，与 FT 区别

3.3.3 $\delta(t)\leftrightarrow 1,\mathrm{Re}\{s\}:(-\infty,+\infty)$

$$u(t)\leftrightarrow\frac{1}{s},t^nu(t)\leftrightarrow\frac{n!}{s^{n+1}},\mathrm{Re}\{s\}>0$$

推导：第一个只需记住，同时注意与 FT 的频域相区别；第二个推导过程：$u(t)\leftrightarrow\frac{1}{s}\Rightarrow -tu(t)\leftrightarrow(-1)\frac{1}{s^2}\Rightarrow(-t)^nu(t)\leftrightarrow(-1)^n\frac{1}{s^{n+1}}\Rightarrow$ 由这个推导得到的启示在于，每当我们在做题时看到如下形式 $t^nh(t),s^nH(s)$，要求 LT 变换时（一般 n 比较小，其中 $h(t),H(s)$ 为已知的，常用的变换对），应该想得到用求导的方法。另外，第二个公式很少会考到，推导也简单，可不记。

$$\cos(w_0 t)u(t) \leftrightarrow \frac{s}{s^2+w_0^2}$$

3.3.4

$$\sin(w_0 t)u(t) \leftrightarrow \frac{w_0}{s^2+w_0^2}, \mathrm{Re}\{s\}>0$$

推导

$$\cos(w_o t)u(t) = \frac{e^{jw_o t}u(t)+e^{-jw_o t}u(t)}{2} \leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{jw_o+s}+\frac{1}{-jw_o+s}\right) = \frac{s}{w_0^2+s^2}$$

$$\sin(w_o t)u(t) = \frac{e^{jw_o t}u(t)-e^{-jw_o t}u(t)}{2j} \leftrightarrow \frac{1}{2j}\left(\frac{1}{-jw_o+s}-\frac{1}{jw_o+s}\right) = \frac{w_0}{w_0^2+s^2}$$

，很容易得到，熟悉推导过程，注意区别，避免记错分子。

考试中可能遇到的变换对，一定可以根据基本公式和常用变换对再加上移位、求导、积分等性质得到，注意掌握他们的特点，下面只列出已知频域求时域的情况：因子 $s \to$ 求导；$\frac{1}{s} \to$ 积分；$e^{-st_0} \to$ 移位；$\frac{1}{a+s} \to e^{-at}u(t)$；$\frac{?}{s^2+w_0^2} \to \cos w_0 t, \sin w_0 t$

3.3.5 收敛域。不包含极点，一般先求出极点，然后根据时域信号判断，右边信号-->极点右边，左边信号-->极点左边，双边信号-->两极点之间（这里举个 3 个极点的例子），有限信号，能量有限-->全域；此外，注意两个性质，因果-->右边，稳定（有 FT）-->包含 jw 轴

3.3.6 画图，举例 $H(s) = \frac{2s^2+4s-6}{s^2+3s+2} = \frac{2+4(\frac{1}{s})-6(\frac{1}{s})^2}{1+3(\frac{1}{s})+2(\frac{1}{s})^2}$，我一般习惯将式子化为这种形式（分母常数项为 1），因为画图中要用到积分器 $\frac{1}{s}$。分为分子分母画图，然后结合

3.3.7 单边 LT $X_I(s) = \int_{0^-}^{+\infty} x(t)e^{-st}dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)u(t)e^{-st}dt$ 可不写收敛域，凡是求 $X_I(s)$ 都可以通过 $u(t)$ 变为求 $X(s)$，例求 $e^{-a(t+1)}u(t+1)$ 的单边变换

$$x'(t)u(t) \leftrightarrow sX_I(s) - x(0^-)$$

不严密推导：$x(t)u(t) \leftrightarrow X_I(s) \Rightarrow (x(t)u(t))' = x'(t)u(t) + x(t)u'(t) \leftrightarrow sX_I(s)$

$\Rightarrow x'(t)u(t) \leftrightarrow sX_I(s) - x(0)$ 便于理解，强化记忆

$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau u(t) \leftrightarrow \frac{X_I(s)}{s} + \frac{\int_{-\infty}^{0^-} x(\tau)d\tau}{s}$，解电路

推导：$\int_{0^-}^{t} x(\tau)d\tau u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)u(t-\tau)u(\tau)d\tau u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)u(t-\tau)u(\tau)d\tau$

$$= x(t)u(t) * u(t) \leftrightarrow \frac{X_I(s)}{s}$$

单边变换应用较少，只需记住基本概念和上面两式

3.4 ZT

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]z^{-n}$$ 反变换不管

$a^n u[n]\to\frac{1}{1-az^{-1}},|z|>|a|,-a^n u[-n-1]\to\frac{1}{1-az^{-1}},|z|<|a|$，基本公式，收敛域不同，推导过程其实就是简单的序列求和，一般也是右边序列使用较多，其他可根据这个来推导

收敛域，性质类似于 LT，但对于有限信号，可能不包含 0 点和无穷点

画图，同 LT

单边 ZT $X_I(z)=\sum_{n=0}^{+\infty}x[n]z^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]u[n]z^{-n}$

下面给一个简单推导便于理解

举例 $x[n-1]u[n]\Rightarrow\sum_{0}^{+\infty}x[n-1]z^{-n}=\sum_{-1}^{+\infty}x[m]z^{-m}z^{-1}=x[-1]+z^{-1}\sum_{0}^{+\infty}x[m]z^{-m}$

$$=x[-1]+z^{-1}X_I(z)$$

这个比单边 LT 还冷门，基本就不会考，掌握基本概念就够了

3.5 DTFT（不重要）

$$X(e^{jw})=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]e^{-jwn}$$

$$x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}X(e^{jw})e^{jwn}dw$$

一般变换对参照 Z 变换，将 Z 换成 e^{jw} 得到，如：

$$a^n u[n]\leftrightarrow\frac{1}{1-ae^{-jw}},a<1,$$

另外注意频域一定为周期信号，例如 $e^{jw_0 n}\leftrightarrow 2\pi\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\delta(w-w_0-2\pi m)$

4.一些性质

4.1 线性，略

4.2 时移，频移

$$x(t-t_0)=x(t)*\delta(t-t_0)\leftrightarrow X(jw)e^{-jwt_0}$$

$$x(t)e^{jw_0 t}\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}X(jw)*2\pi\delta(w-w_0)=X(j(w-w_0))$$

联系 δ 函数，注意正负号，考试中会频繁使用

4.3 对偶，卷积

对偶步骤：w 变为 t，t 变为 $-w$，变换后的频域乘上 2π，有时题上要求的东西和我们所记的公式形式相反，这时用对偶的方法可以快速求出对应的公式。

卷积定理不再重复

4.4 奇偶虚实

由于 $x(-t) \leftrightarrow X(-jw)$，且对于实信号 $X(-jw)=X^*(jw)$ 推出其他公式：

$$\frac{x(t)+x(-t)}{2} \leftrightarrow \frac{X(jw)+X^*(jw)}{2} = \mathrm{Re}\{X(jw)\}$$

$$\frac{x(t)-x(-t)}{2} \leftrightarrow \frac{X(jw)-X^*(jw)}{2} = j\,\mathrm{Im}\{X(jw)\}$$

看到求实部虚部的题就用这个了

4.5 尺度 $x(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} X(\frac{jw}{a})$

考得较少，记一下

4.6 微分，积分

微分通过基本公式可以推导求，例如

$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi}\int X(jw)e^{jwt} jwdw \leftrightarrow X(jw)jw$，应该熟悉这个过程，以免正负号记错

积分通过奇异函数 $u(t)$ 来求，例如

$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau = x(t)*u(t) \leftrightarrow X(jw)(\frac{1}{jw}+\pi\delta(w)) = \frac{X(jw)}{jw}+\pi X(j0)\delta(w)$ 注意与 LS 区别，同时，LS 更常用一些

做题过程中，对于积分微分不能直接求的信号，都是转换为另一域来求

4.7 能量守恒，初值终值

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(jw)|^2 dw$$

$$\frac{1}{T}\int_T |x_T(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}|a_k|^2$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}|X(e^{jw})|^2 dw$$

以上三式，注意区别，尤其是 FS，凡是发现对信号的平方求积分，必定会用

$$x(0^+) = \lim_{s\to\infty} sX(s), x(\infty) = \lim_{s\to 0} sX(s)$$

$$x[0] = \lim_{z\to\infty} X(z), x[\infty] = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z)$$

以上两式，只用于 $t,n<0$ 时，信号为 0 的情况，用得很少，稍微记一下

第二次课：

讲题，详讲一道，其余略讲
给出的解题思路也是，一道详细，其余简略
范围：2009—2010 真题
另外，下面的解题思路都是我在看答案前自己的想法，有些地方和答案不同，大家可以进行对比。

题型 1：推公式证明题，给少量已知条件，（1）证明一个等式；（2）计算一个表达式（2009—4,2010—7）

常用：基本变换公式；$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\leftrightarrow\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-nw_0)$；积分；求和；卷积

2009-4：已知 $f(t)\leftrightarrow F(w)$

（1）证：$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f(t+nT)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F(kw_0)e^{jkw_0t}$

（2）求 $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{2}{1+(2k\pi)^2}$

思路：（1）等式左边是一个周期信号，等式右边是求和，并注意因子 e^{jkw_0t} 。由此可以想到 FS 的基本公式。因此只需证明 $a_k=\frac{F(kw_0)}{T}$；

（2）证明题两问一般都会联系，考虑用（1）的公式来解。看到都有求和，我们考虑把 $\frac{2}{1+(2k\pi)^2}$ 代入（1）式，观察发现只能代入右边 $F(kw_0)$ 的部分（一个小技巧，求和因子为 k，而等式右边也为 k，多半是右边）。另 $w_0=2\pi,T=1$，带入后得

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f(t+n)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{2}{1+(2k\pi)^2}e^{j2\pi kt}$，为得到我们要求的式子，需使 $t=0$，得到

$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{2}{1+(2k\pi)^2}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f(n)$，因此我们需要得到 $f(n)$ 的表达式，考虑到 $F(w)=\frac{2}{1+w^2}$，通过反变换得到 $e^{-|t|}$（这个算是比较典型的变换对，可以记住，也可以拆分 $\frac{2}{1+w^2}$ 推导出）

最后得到 $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{2}{1+(2k\pi)^2}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{-|n|}=\frac{1+e^{-1}}{1-e^{-1}}$

2010-7：已知 $z_x(t)=x(t)+\frac{j}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x(\tau)}{t-\tau}d\tau$

（1）证 $g(t)=x(t)*f(t)$ 时，$z_g(t)=\frac{1}{2}z_x(t)*z_f(t)$

（2）若 $x(t)=\cos(w_1t)\cos(w_2t),0<w_1<w_2$，算 $z_x(t)$

思路：（1）首先，考虑到第一问里有很多卷积，条件中的积分含因子 $\tau,t-\tau$，因此也变为卷积 $z_x(t)=x(t)+\frac{j}{\pi t}*x(t)$。我发现直接求似乎并不复杂，于是有了以下的尝试：

$z_g(t)=x(t)*f(t)+\frac{j}{\pi t}*x(t)*f(t)$

$z_x(t)*z_f(t)=x(t)*f(t)+\frac{j2}{\pi t}x(t)*f(t)+\frac{j}{\pi t}*\frac{j}{\pi t}*x(t)*f(t)$

对比以上两式，发现只需证 $\frac{j}{\pi t}*\frac{j}{\pi t}=\delta(t)$，通过频域即可得证（$\frac{j}{\pi t}\leftrightarrow sign(w)$）

（2）通过频域，画图。

题型 2：关于系统的题，往往已知关于系统的一些条件以及输入 $x(t)$，求 $y(t)$ 或某些特殊式子，如能量（2009-5，2009-9）

常用：基本变换对中的 $\delta(t-t_0)$，三角函数和门函数；时频对应关系——卷积和乘法，往往换一条道路解题会简单很多；题稍难的时候再反变换时可能用到积分微分相关性质

2009-5：已知 $h_1(t)=\frac{d}{dt}\delta(t)$，$h_2(t)=\frac{1}{\pi(t-2)}$（图画黑板上）

（1）求 $H(jw)$，画 $|H(jw)|$

（2）若 $x(t)=\frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$，求 $\int_{-\infty}^{+\infty}y^2(t)dt$

思路：（1）无需思路，直接求 $H(jw)=jw\cdot(-je^{-j2w}sign(w))=|w|e^{-j2w}$

（2）看到平方的积分，且明显频域信号更简单，用能量公式。根据所记变换对，$X(jw)$ 的门限为 π，幅度为 1，$|Y(jw)|=|w|,w\in(-\pi,\pi)$，代入能量公式：

$\int_{-\infty}^{+\infty}y^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}w^2dw=\frac{\pi^2}{3}$，这种属于送分题，仔细点就可以了，比如 $h_2(t)$ 的变换，能量公式的系数，往往做题做高兴了就容易出错。

2009-9：已知 $x_1(t)=\cos(t)$，$x_2(t)=\cos(\sqrt{3}t)$，$H(jw)=\frac{1}{1+jw}$ 因果稳定

（1）求 $y_1(t),y_2(t)$

（2）$y_1(t)=A_1x_1(t-t_1), y_2(t)=A_2x_2(t-t_2)$，比较 A_1,t_1 与 A_2,t_2 大小，说明原因

思路：（1）可以通过频域求，但是考虑到输入为 e^{jw_0t} 的形式，求输出的时域，输出为 $e^{jw_0t}H(w_0)$，所以有

$$y_1(t)=\frac{1}{2}(\frac{e^{jt}}{1+j}+\frac{e^{-jt}}{1-j})=\frac{1}{2}[\frac{e^{jt}+e^{-jt}}{2}+\frac{e^{jt}-e^{-jt}}{2j}]=\frac{1}{2}(\cos t+\sin t)=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(t-\frac{\pi}{4})$$

同理，$y_2(t)=\frac{1}{2}\cos(\sqrt{3}(t-\frac{\pi}{3\sqrt{3}}))$。

（2）要比较的是时域幅度增益与延时，将 $H(w)$ 变为 $|H(w)|e^{j\angle H(w)}$ 的形式，得到 $H(w)=\sqrt{\frac{1}{1+w^2}}e^{-jatg(w)}$，同时已知 $w_1=1, w_2=\sqrt{3}$，带入 $|H(w)|$ 得 $A_1>A_2$。时延为 $\frac{atg(w)}{w}$，单调减函数，所以 $t_1>t_2$

题型 3：画图求解的题，一般也必定会涉及系统，利用图形求 $x(t),h(t),y(t)$ 或某些特殊式子，一般这种题用画图解会很简单（2009-7，2010-4）

常用：时频——卷积和乘法的转换，图形求卷积，图形的移位、尺度变换等，门函数，三角函数，$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\leftrightarrow\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-nw_0)$ 即图形的周期化（总的来说，和题型 2 用到的差不多，因为都是关于系统的题）

2009-7：$x(t)=\sin(\frac{\pi}{4}t), g(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-2n)$，且 $h(t),H_1(jw)$ 如图

（1）画出 $r(t)$ 的频谱

（2）求 $y_1(t)$ 的表达式

（3）画出 $y_2(t)$ 的图

思路：（1）周期化，三个要点：正负号，幅度，周期

（2）截取一段，反变换，$y_1(t)=\frac{1}{2}(\sin\frac{\pi}{4}t-\sin\frac{3\pi}{4}t)$

（3）$h(t)$ 时域为方波，频域很复杂，因此还是用时域，$r(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-2n)\sin(\frac{\pi}{2}n)$，

$$r(t)*h(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}h(t-2n)\sin(\frac{\pi}{2}n)=(-1)^n\sum_{n=-\infty}^{+\infty}h(t-2(2n+1))$$，画图

2010-4：已知 $x(t)=\sin(7.5t)+2\cos(9t), p(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-\frac{\pi}{2}n), H(jw)=\begin{cases}1,|w|<2\\0,|w|>2\end{cases}$

画出 $R(jw)$，求 $y(t)$

思路：此题画图时有一点比较特殊，就是在周期化的时候，周期小于信号宽度，因此会产生重叠。然后通过 $H(jw)$ 截取一个周期，反变换得到 $y(t)$

题型 4：电路。实际就是求 $H(s)$，再进行一些后续运算，不过通过电路求稍微特殊一点，所以单独列出（2009-8（2010-6 和此题几乎一模一样，除了求 $H(s)$ 的方式变为微分方程。由此也可以看出，电路仅仅是用来求 $H(s)$，不再涉及更难的运算，而后续的几问只是单纯的计算问题））

常用：电路频域图；基本的解电路方法，串联分压，并联分流

2009-8：如图，已知 $L=1, C=1$，电流 $x(t)$ 输入，电压 $y(t)$ 输出

（1）求 $H(s)$。讨论如何选择 R 取值，使极点为复数

（2）$R=1$，求 $|H(jw)|$ 最大值 $|H(jw_0)|_{\max}$，指出 $w_0(w_0\ge 0)$

（3）令 $|H(jw_1)|=|H(jw_2)|=\frac{1}{\sqrt{2}}|H(jw_0)|_{\max}$，且 $w_1<w_0<w_2$，R、L、C 不变，求-3dB 带宽 $\Delta w=w_2-w_1$

思路：（1）主要是画频域图与解电路，$R\to R, L\to Ls, C\to\frac{1}{Cs}$。对于本题，则有

$X(s)\frac{1}{1/R+1/Ls+Cs}=Y(s)\Rightarrow H(s)=\frac{Rs}{Rs^2+s+R}$，极点为复数，则 $1-4R^2<0$，$R>\frac{1}{2}$

（2）$H(jw)=\frac{jw}{-w^2+jw+1}$，$|H(jw)|=\frac{1}{\sqrt{1/w^2-1+w^2}}$，求导求最值，得 $w_0=1$，$|H(jw_0)|=1$

（3）要求 w_1,w_2，令 $\frac{1}{\sqrt{1/w^2-1+w^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，解得 $w=\frac{\pm\sqrt{5}\pm 1}{2}$，根据已知条件 $w_1<w_0<w_2$，取 w_0 左右两点，所以 $w_1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}, w_2=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，$\Delta w=1$

关键是解好第一步，其余是数学问题。

题型 5：通过微分、差分方程求系统函数 $H(s),H(z)$，画方框图，零、极点图，判断收敛域，是否因果，是否稳定；一般这些还不够一道题的分量，所以还要加一点其他运算（2010-9，2010-6，2009-10）

常用：标准方框图的画法，零极点图画法；各种判决准则；常用变换对

2010-9：已知线性因果系统 $y[n]-\frac{1}{4}y[n-2]=x[n-2]-\frac{1}{4}x[n]$

（1）画图零极点图，指出系统是否稳定

（2）求系统单位阶跃响应

（3）输入 $x[n]=u[n]-u[n-5]$，计算 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}y^2[n]$

思路：（1）求得 $H(z)=\frac{z^{-2}-1/4}{1-z^{-2}/4}$，画图

（2）显然，用时域求和方法很复杂，因此用频域，$u[n]=\frac{1}{1-z^{-1}}$，做乘法后拆分为

$$\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{-15/8}{1-z^{-1}/2}+\frac{5/8}{1+z^{-1}/2}\leftrightarrow u[n]-\frac{15}{8}(\frac{1}{2})^n u[n]+\frac{5}{8}(-\frac{1}{2})^n u[n]$$

（3）用能量公式 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}y^2[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|Y(jw)|^2dw=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(jw)H(jw)|^2dw$，分别考虑 $|X(jw)|,|H(jw)|$，$|X(jw)|$ 比较复杂，$|H(jw)|$ 为 1，所以变为 $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(jw)|^2dw$，

由于 $|X(jw)|$ 复杂而 $x[n]=u[n]-u[n-5]$ 非常简单，因此再用能量公式，得 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}y^2[n]=5$。

这一问很好地考察了频域和时域的灵活转换，所以做题时，遇到某一域比较复杂时，与其耐心地解出来，不如花一点时间考虑另一域是否简单。

2010-6：已知因果系统 $\frac{d^2}{dt^2}y(t)+b\frac{d}{dt}y(t)+w_0^2y(t)=b\frac{d}{dt}x(t)$

（1）求 $H(s)$，画方框图；

后面两问省略，和前面一样

2009-10：这个不讲了，大同小异

题型 6：纯计算题，主要都是单纯地根据已知条件去求某些表达式的值，有些很简单，有些需要灵活运用所学知识（2010-5,2009-6,2010-8）

常用：各种性质

2010-5：已知 $x(t)\leftrightarrow X(jw)$，如图

（1）求 $x(t)$

（2）另 $y(t) \leftrightarrow Y(jw)=\left|X(j2w)\right|$，计算 $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t)\cos(\frac{t}{2})dt$

思路：（1）这一问显然不需要用图形去求解，由于已知条件只有 $X(jw)$，先把他转换为表达式 $X(jw)=\begin{cases} we^{j\pi/2} \\ -we^{-j\pi/2} \end{cases}=\begin{cases} jw \\ jw \end{cases}=jw, w\in(-2,2)$，如果没有 $w\in(-2,2)$，则时域非常容易得到，用一个门函数 $G(jw)$，则 $X(jw)=jwG(jw)$，$x(t)=\frac{d}{dt}g(t)=\frac{d}{dt}\frac{\sin 2t}{\pi t}=\frac{2t\cos(2t)-\sin(2t)}{\pi t^2}$。这题也可以直接用基本公式去求，稍微复杂一点。

（2）看到要求的表达式，想到用频域 $w=0$ 去求。尺度变换得到 $Y(jw)$，频域做卷积 $\frac{1}{2\pi}Y(jw)*\pi(\delta(t+\frac{1}{2})+\delta(t-\frac{1}{2}))$，通过图形得到 $w=0$ 时为 1。笔记上用的是奇偶虚实的性质，难易度差不多，感觉要难想到一点。

2009-6：已知离散时间 LTI 系统（1）若在 $3\le n\le 7$ 区间外 $x[n]=0$，则在 $n<3, n>9$ 区间一定有 $y[n]=0$；（2）若 $x[n]=(-1)^n$，则 $y[n]=0$；（3）单位阶跃响应 $s[n]$ 有：$s[1]=3, s[7]=4$

（1）计算 $h[n]$，并画图；

（2）画系统方框图；

（3）若 $H(e^{jw})=\left|H(e^{jw})\right|e^{j\theta(w)}$，求 $\left|H(e^{jw})\right|, \theta(w)$

思路：（1）根据条件 1，通过画图，得到 $h[n]$ 从 0 到 2。根据条件 2，得到 $h[0]-h[1]+h[2]=0$。根据条件 3，得到 $h[0]+h[1]=3, h[0]+h[1]+h[2]=4$，所以 $h[0]=1, h[1]=2, h[2]=1$。

（2）$H(z)=1+2z^{-1}+z^{-2}$，图略。

（3）$H(z)=1+2e^{-jw}+e^{-j2w}=e^{-jw}(e^{jw/2}+e^{-jw/2})^2=4\cos^2(w/2)e^{-jw}$

第一问是这道题特别的地方，后面都已讲过了。

2010-8:已知 $X(s)=\frac{1}{s(e^s+e^{-s})}, \mathrm{Re}\{s\}>0$

（1）求 $x(t)$ 并画图；

（2）若 $h(t)=u(t)-u(t-2)$，画出 $y(t)=x(t)*h(t)$ 的图。

思路：（1）看到因子e^{-s}，能想到的变换对只有一个，$\sum_{0}^{\infty}\delta(t-nT)\leftrightarrow\frac{1}{1-e^{-sT}}$，因此进行变换$X(s)=\frac{1}{s(e^{s}+e^{-s})}=\frac{e^{-s}}{s}\frac{1}{1+e^{-2s}}=\frac{e^{-s}}{s}\frac{1-e^{-2s}}{1-e^{-4s}}$，通过移位、积分的性质可以得到$x(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}(\sum_{n=0}^{+\infty}\delta(t-1-4n)-\sum_{n=0}^{+\infty}\delta(t-3-4n))ds=\sum_{n=0}^{+\infty}(u(t-1-4n)-u(t-3-4n))$，到这一步，就可以很容易地得到图形，同时还可以进一步化简为$\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^{n}u(t-1-2n)$。我在做这一题时没有想到$\frac{1}{1+e^{-2s}}$也有与其对应的变换$\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^{n}\delta(t-2n)$，而是严格的套用公式，还是能够得到正确结果。

（2）图形都很简单，因此直接用图形求积分，题上不要求$h(t)$的表达式，因此没必要写出。

2010-10：已知$\phi_{xx}[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]x[k+n]$

（1）求$\Phi_{xx}(z)$与$X(z)$的关系；

（2）证明$\phi_{xx}[n]$最大值为$\phi_{xx}[0]$；

（3）若$x[n]=(\frac{1}{2})^{n}u[n]$，求$\Phi_{xx}(e^{jw})$表达式以及$\phi_{xx}[1]$。

思路：（1）形式像卷积，但差个负号，因此做变换$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]x[k+n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[-k]x[n-k]$，相当于$x[-n]*x[n]$，因此$\Phi_{xx}(z)=X(z^{-1})X(z)$。

（2）完全是个数学问题。几乎没有任何已知条件，我们需要构造一个显然成立的不等式，往往考虑“平方>0”的形式，结合本题，考虑$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(x[k]-x[k+n])^{2}>0$，展开后得到$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(x^{2}[k]+x^{2}[k+n]-2x[k]x[k+n])=2\phi_{xx}(0)-2\phi_{xx}(n)>0$，得证。

（3）时域卷积明显不好算，用频域，用到第一问的结论，则$\Phi_{xx}(z)=\frac{1}{1-z^{-1}/2}\frac{1}{1-z/2}$$=\frac{1}{5/4-z^{-1}/2-z/2}$，因此$\Phi_{xx}(e^{jw})=\frac{1}{5/4-1/2(e^{-jw}+e^{jw})}=\frac{1}{5/4-\cos(w)}$。由于 Z 变

换反变换不要求，不可能通过频域来求 $\phi_{xx}[1]$，因此直接用时域求，因此有

$$\phi_{xx}[1]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(\frac{1}{2})^k u[k](\frac{1}{2})^{k+1}u[k+1]=\sum_{k=0}^{+\infty}(\frac{1}{2})^{2k+1}=\frac{2}{3}$$

第三次课：

题型 1：证明题。

2008-4：设 $y(t)=x(t)*h(t)$，且 $S_y=\int_{-\infty}^{+\infty}y(t)dt$，$S_x=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)dt$，$S_h=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)dt$。

（1）试证明：$S_y=S_x\times S_h$；

（2）设 $x(t)=\dfrac{\sin(\pi t)}{t}$，$h(t)=(2-|t|)[u(t+1)-u(t-1)]$，计算 S_y 的值。

思路：（1）令他们的 FT 为 $X(jw),Y(jw),H(jw)$，则有 $Y(jw)=X(jw)H(jw)$，同时，看到没有平方的一个简单积分如 $\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)dt$ 的形式，应该立即想到想到 $X(j0)$，因此我们得到 $X(j0)=S_x,Y(j0)=S_y,H(j0)=S_h$，所以 $Y(j0)=X(j0)H(j0)$，所以 $S_y=S_x\times S_h$。

注：笔记上用基本公式求，显然比较复杂。

（2）用到上一问的结论，由于 $S_x=X(j0)=\pi$，

$$S_h=\int_{-\infty}^{+\infty}(2-|t|)[u(t+1)-u(t-1)]dt=2\int_0^1(2-t)dt=3$$

所以 $S_y=S_x\times S_h=3\pi$

注：证明题中，后面的小问最容易用到前面的结论，使得解答过程变得很简单。否则，以此题为例，若想先求出 $Y(jw)$，再利用 $S_y=Y(j0)$ 来解，求 $H(jw)$ 的步骤会比较复杂。

题型 2：关于系统。

2007-5：已知系统如图。

（1）当 $x(t)=\dfrac{\sin(\pi t)}{t}$ 时，求 $y(t)$；

（2）当 $x(t)=1+\cos(\frac{3}{2}\pi t)+\sin(3\pi t)$，求 $y(t)$ 并画粗略图形。

思路：（1）此题唯一需要注意的就是系统的相位问题，在明白这一点的前提下，先求出

$Y(jw)=X(jw)|H(jw)|e^{j\angle H(jw)}=\pi e^{-j\frac{w}{2}},w\in(-\pi,\pi)$，$e^{-j\frac{w}{2}}$ 相当于时域右移 $\frac{1}{2}$，因此得到

$$y(t)=\frac{\sin(\pi(t-1/2))}{t-1/2}$$

（2）$X(jw)=2\pi\delta(w)+\pi[\delta(t-\frac{3}{2}\pi t)+\delta(t+\frac{3}{2}\pi t)]+\cdots\cdots$，由于 $\sin(3\pi t)$ 得部分在门限以外，所以可以忽略。因此 $Y(jw)=2\pi\delta(w)+\pi[\delta(t-\frac{3}{2}\pi t)e^{-j\frac{\pi}{2}}+\delta(t+\frac{3}{2}\pi t)e^{j\frac{\pi}{2}}]$，

化简 $Y(jw)=2\pi\delta(w)+\pi[-j\delta(t-\frac{3}{2}\pi t)+j\delta(t+\frac{3}{2}\pi t)]\leftrightarrow 1+\sin(\frac{3}{2}\pi t)$

2008-9：系统如图。

（1）求单位阶跃响应 $s(t)$，并画图。

（2）若输入 $x(t)=u(t)-u(t-2T)$，画出 $y(t)$ 的波形。

（3）若 $y(t)=u(t)-2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u(t-nT)$，求输入因果信号 $x(t)$。

思路：（1）直接把 $u(t)$ 代入系统，则 $f(t)=u(t)-u(t-T)$，为一方波，积分后明显要分段，

$$s(t)=\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau=\begin{cases}0, & t<0\\ t, & 0\le t<T\\ T, & t\ge T\end{cases}$$，图略。

（2）由线性，$y(t)=s(t)-s(t-2T)$，不用求表达式，直接画图。

（3）需要求到系统单位冲击响应，输入 $\delta(t)$，得到 $h(t)=\frac{1}{T}[u(t)-u(t-T)]$，所以 $H(s)=\frac{1}{Ts}(1-e^{-sT})$，同时求出 $Y(s)=\frac{1}{s}(1-2\frac{-e^{-sT}}{1+e^{-sT}})$，所以得到

$$X(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=T\frac{1+2\frac{e^{-sT}}{1+e^{-sT}}}{1-e^{-sT}}=T\frac{1+3e^{-sT}}{1-e^{-s2T}}\longleftrightarrow T\sum_{n=0}^{+\infty}[\delta(t-2nT)+\delta(t-2nT-T)]$$，其中用到了条件“输入因果信号”。

注 1：开始做第（3）问时也考虑过直接用时域，但是发现 $f(t)$ 得到以后，由于其波形并不特殊，$x(t)-x(t-T)=f(t)$，$x(t)$ 并不好求，观察法既不容易看出结果，也不够严谨，所以才考虑用频域。

注 2：第（3）问结果与笔记不同，笔记上的解答似乎看错一个正负号，其结果对应于 $y(t)=u(t)+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u(t-nT)$，同学们可以下来仔细看看。

题型 3：画图题。

2008-7：已知条件如图

（1）画出 $r(t)$ 的频谱 $R(w)$。并求 $w(t)$ 表达式。

（2）画出 $g(t)$ 的频谱 $G(jw)$。

（3）设计理想低通滤波器 $H_3(w)$，使 $y(t)=x(t)$。给出 $H_3(w)$ 的图形和截止频率的可选范围。

思路：按照系统由输入到输出的顺序，依次画图，由于题中用到 $\sin$，注意符号的问题。

题型 4：电路。

2006-6：LTI 电路如图

（1）求 $H(s)$，如何选择 R、L、C 的关系才能使阶跃响应不产生振荡信号？

（2）若 R=2，L=1，C=1，求单位冲击响应。

（3）求阶跃响应 $s(t)$ 的初值 $s(0^+)$ 和终值 $s(\infty)$。

思路：（1）画出频域图，根据串联分压，$H(s)=\dfrac{1/Cs}{R+Ls+1/Cs}=\dfrac{1}{1+CRs+CLs^2}$。要使阶跃响应不产生振荡信号，则极点为实数（我也没管为什么，当时就这样记了）。容易得到 $C^2R^2-4CL\ge 0\Rightarrow R^2\ge\dfrac{4L}{C}$。

（2）$H(s)=\dfrac{1}{1+2s+s^2}=\dfrac{1}{(1+s)^2}$，实际的系统肯定是因果系统，这相当于一个隐藏的条件。$\dfrac{1}{1+s}\leftrightarrow e^{-t}u(t)\Rightarrow -\dfrac{1}{(1+s)^2}\leftrightarrow -te^{-t}u(t)$，$h(t)=te^{-t}u(t)$。

（3）根据初值终值定理，需要得到 $S(s)=\dfrac{1}{s(1+s)^2}$，$s(0^+)=\lim\limits_{s\to\infty}(s\times\dfrac{1}{s(1+s)^2})=0$，$s(\infty)=\lim\limits_{s\to 0}(s\times\dfrac{1}{s(1+s)^2})=1$

题型 5：微分、差分方程，零极点，收敛域，方框图相关问题。

2008-8：已知双边信号 $x(t)\xleftrightarrow{LT}X(s),\mathrm{Re}[s]:(\alpha,\beta)$，$X(s)$ 为有理分式并仅有两个极点和一个零点，分布如图，且 $X(0)=1$。

（1）求 $x(t)$ 的表达式。

（2）若另一因果信号 $g(t)$，$|G(jw)|=|X(jw)|$，画出 $G(s)$ 的零、极点图，求 $g(t)$。

思路：（1）由条件 $X(s)=\dfrac{a(s-b)}{(s-c)(s-d)}$，根据图与 $X(0)=1$，得到

$X(s)=-\frac{(s+4)}{2(s+2)(s-1)}=\frac{1/3}{s+2}+\frac{-5/6}{s-1}$ 根据收敛域，得 $x(t)=\frac{1}{3}e^{-2t}u(t)+\frac{5}{6}e^{t}u(-t)$。

注 1：答案与笔记不同。

（2）根据性质，因果信号—>右边信号，有频谱说明包含 jw 轴。考虑前面用到过的式子 $X(s)=\frac{a(s-b)}{(s-c)(s-d)}$，$|X(jw)|=\left|a\sqrt{\frac{w^2+b^2}{(w^2+c^2)(w^2+d^2)}}\right|$，可以看出在零、极点以及幅度 a 绝对值相等时，频谱幅度相等。所以 $G(s)=\pm\frac{(s\pm 4)}{2(s+2)(s+1)}$，再求反变换。

注 2：笔记上采用全通函数 $A(s)=\frac{s-1}{s+1},\mathrm{Re}[s]:(-1,\infty)$，$G(s)=X(s)A(s)$

注 3：笔记上的答案只有 $G(s)=\pm\frac{(s+4)}{2(s+2)(s+1)}$，并且注明只有这种情况才给分。但是若给出全通函数 $A(s)=\frac{(s-1)(s-4)}{(s+1)(s+4)},\mathrm{Re}[s]:(-1,\infty)$，就可以得到另外一种结果。

2008-10：已知因果离散序列 $x[n]=[\frac{1}{8}\sum_{l=0}^{7}e^{j\frac{2\pi}{8}nl}]u[n]$

（1）求 $x[n]$ 的 Z 变换 $X(z)$，画出收敛域，零极点图。

（2）将 $x[n]$ 输入差分方程如下的因果系统：$y[n]+0.5y[n-1]=x[n]$，计算系统零状态响应在 $n=10$ 处的数值。

思路：（1）我们记的常用变换对只有 $a^n u[n]$，其他的都是直接用基本公式求。看到题中的表达式，需要先化简：$\frac{1}{8}\sum_{l=0}^{7}e^{j\frac{2\pi}{8}nl}=\frac{1}{8}\frac{1-e^{j\frac{2\pi}{8}n\times 8}}{1-e^{j\frac{2\pi}{8}n}}=\begin{cases}1, n=8r\\0, n\neq 8r\end{cases}=\sum_{r=-\infty}^{+\infty}\delta[n-8r]$。由此，我们得到 $x[n]=\sum_{r=0}^{+\infty}\delta[n-8r]$。$X(z)=\sum_{n=0}^{+\infty}\sum_{r=0}^{+\infty}\delta[n-8r]z^{-n}=\sum_{r=0}^{+\infty}z^{-8r}=\frac{1}{1-z^{-8}}$。

零点：z^{-8} 无穷大，则 $z=0$，注意是 8 阶的；

极点：$z^8=1$，$|z|=1$，所以 $z_k=e^{j\frac{2\pi}{8}k},k=0,1,\cdots 7$ 图略。

注 1：我们往往习惯于 $\sum_{n=0}^{+\infty}\delta(t-nT)$ 的形式，即连续的形式，遇到离散 $\sum_{r=0}^{+\infty}\delta[n-rT]$ 往往做起来会觉得比较别扭，应该要通过练习来习惯。

注 2：$\sum_{n=0}^{+\infty}\delta(t-nT)\xleftrightarrow{LT}\frac{1}{1-e^{-sT}}$，$\sum_{r=0}^{+\infty}\delta[n-rT]\xleftrightarrow{ZT}\frac{1}{1-z^{-T}}$，一般从左向右大家会觉得很简单，并且根本不需要记。而由于 LT 和 ZT 反变换基本式是不要求的，所以在做反向运算的时候，没有记住这个公式会比较恼火，这里建议还是背下来。

（2）$H(z)=\frac{1}{1+0.5z^{-1}}$，$h[n]=(-0.5)^n u[n]$，零状态响应 $y[n]=\sum_{m=0}^{+\infty}x[m]h[n-m]$，所以 $y[10]=(-0.5)^{10}+(-0.5)^2=\frac{1}{2^{10}}+\frac{1}{2^2}=\frac{257}{1024}$。

题型 6：计算。

2008-5：已知实偶信号 $f(t)\xleftrightarrow{FT}F(w)=e^{-|w|}$。

（1）计算 $f(t)$ 的能量。

（2）令 $y(t)=\frac{d}{dt}f(t)$，求 $y(t)$ 表达式，画出频谱相位图。

（3）令 $g(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f(t-2\pi n)$，计算 $g(0)$。

思路：（1）算能量用能量公式：$\int_{-\infty}^{+\infty}f^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|F(w)|^2dw=\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}e^{-2w}dw=\frac{1}{2\pi}$

（2）由 $e^{-|t|}\xleftrightarrow{FT}\frac{2}{1+w^2}$，得到 $\frac{1}{2\pi}\frac{2}{1+t^2}\xleftrightarrow{FT}e^{-|w|}$，$y(t)=\frac{-2t}{\pi(1+t^2)^2}$。

$\frac{d}{dt}f(t)\xleftrightarrow{FT}jwF(w)=jwe^{-|w|}$，因此相位只有两个值，当 $w>0$ 时，相位为 $\frac{\pi}{2}$，当 $w<0$ 时，相位为 $-\frac{\pi}{2}$，图略。

（3）由 $g(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f(t-2\pi n)=f(t)*\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-2\pi n)\xleftrightarrow{FT}F(w)\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-n)$

$g(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}G(jw)dw=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-|w|}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-n)dw=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{-|n|}=\frac{1}{2\pi}\frac{1+e^{-1}}{1-e^{-1}}$。若不用此方法，直接进行计算，则有 $g(0)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f(2\pi n)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{2}{1+(2\pi n)^2}$，不好算。

2007-8：某连续时间稳定实系统单位冲击响应 $h(t)$ 满足如下条件：

（a）$h(t)$ 为偶函数；

（b）$H(s)$ 有四个极点，没有零点；

（c）$H(s)$的一个极点在 $s_1=\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$

（d）$\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)dt=4$。

试求 $H(s)$，并说明该系统是哪一类滤波器。

思路：由于我们所熟悉的奇偶虚实性质都是对于 FT 而非 LT，所以可以自己推导 LT 的性质。

首先，$h(t)$ 为实，则有 $H^*(s^*)=H(s)$。

根据条件（a），$H(s)=H(-s)$

根据条件（b），有 $H(s)=\frac{A}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)(s-s_4)}$。

根据条件（c），有 $s_1=\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$。

根据以上条件，已经可以确定四个极点的值，由于

$H^*(s^*)=\frac{A}{(s-s_1^*)(s-s_2^*)(s-s_3^*)(s-s_4^*)}=H(s)$，$s_2=s_1^*=\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$ 也是系统的极点。再由

$H(s)=H(-s)$，得到 $s_3=-\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$，$s_4=-\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$ 也是极点。

最后，根据条件（d），$\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)dt=H(0)=16A=4$，$A=\frac{1}{4}$。

为了得到滤波器类型，求出 $H(jw)=\frac{1}{4(w^4+1/16)}$，低通。

注 1：结果与笔记不同。

总结：

1.求能量：$\int_{-\infty}^{+\infty}x^2(t)dt$，几乎是必用能量公式，甚至用两次。用了之后会发现积分非常容易得到。如 2010-9,2009-5

2.求积分：$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)dt$，复杂一点可能是 $\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\cos(t)dt$。也不会让大家直接求，一般是通过 $\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)dt=X(j0)$ 这种变换来求（当然也可能有其他方法，但是推荐此方法），如 2010-5。反之，求 $x(0),X(j0)$ 也应懂得变换，而不是直接算。

3.求幅度，相位，$|H(jw)|e^{j\theta(w)}$。一般 $H(jw)$ 形式都比较特殊，如实数、纯虚、$1+2e^{jw}+e^{j2w}$。若 $H(jw)$ 很复杂，往往只要求 $|H(jw)|$ 而不要求相位，直接用定义求即可。如

2010-6,2009-5,2009-8

4.已知微分、差分方程、电路图，求 $H(s), H(z)$，并画方框图、零极点图、收敛域。此类题非常死板，记住方法即可。如 2010-9

5.已知 $x(t), p(t)$，求一个中间信号 $r(t)=x(t)p(t)$，并且往往是求频谱并画图。这种问题中 $p(t)$ 只可能是 $\cos(w_0 t), \sin(w_0 t), \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$，偶尔也可能是 $e^{jw_0 t}$。这些都是对频域的移位，应重点把握，注意移位后幅度，对于 $\sin(w_0 t)$ 时尤其注意。比较难的情况在于移位的幅度小于 $X(jw)$ 的宽度，这种时候要画清楚坐标，以免出错。如 2010-4,2009-7

6.根据已知条件求离散信号 $x[n]$（或信道冲击响应）。由于离散图形比较直观，最好结合图形来分析。如 2009-6

7.证明题第一问，几乎都和卷积有关，所以往往需要灵活变换时域与频域；证明题的第二问，几乎必用第一问结论，而且不用就会很难做。

8.方波（低通滤波器）。无论时域还是频域，方波出现在哪边就通过哪边进行计算。

9.反变换时，LT 常出现，因此以 LT 为例：$s\to$ 求导；$\frac{1}{s}\to$ 积分；$e^{-st_0}\to$ 移位；$\frac{1}{a+s}\to e^{-at}u(t)$；$\frac{?}{s^2+w_0^2}\to\cos w_0 t, \sin w_0 t$；$\frac{1}{1-e^{-sT}}\to\sum_{n=0}^{+\infty}\delta(t-nT)$。不仅如此，我们还需要知道如 $\frac{1}{(a+s)^2}$。总之，通过拆分、积分、求导、移位和已知变换对灵活解题。

10.所有知识都应该牢记并能推导，仔细做题。