一、（24 分）填空与选择题，其中选择题均为单选题.

1、设三阶矩阵 $A=\begin{pmatrix} x-1 & 2 & -1 \\ -1 & x+2 & 1 \\ 1 & -1 & x+3 \end{pmatrix}$，则 A 的行列式展开式中 x^2 的系数是__________.

2、设 A 为 3 阶方阵，行列式 $|A+E|=|A-E|=|A+2E|=0$，则 A 的伴随矩阵的行列式 $|A^*|=$________________.

3、设 3 阶方阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & k & -1 \\ k & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 与对角阵 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似，已知 $k>0$，则 $k=$__________.

4、设向量 $\alpha=(5,x,1,4)^T$ 与向量 $\beta=(3,0,y,2)^T$ 正交，那么 $y=$______________.

5、设 A 为 3 阶方阵，$R(A)=2$，且 A 的各行元素之和为 0，则线性方程组 $Ax=0$ 的通解为______________.

6、设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 可对角化，则 $k=$______________.

7、设 V 为有限维向量空间，V 上的线性变换 T 在 V 的两组不同基下的矩阵分别为 A 和 B，则下面说法不正确的是______________.

(A) A 可经过有限次初等变换变为 B.　(B) A 和 B 有相同的行列式.

(C) A 和 B 有相同的特征值.　(D) A 与 B 是合同的.

8、设 A 为 3×4 矩阵，已知 $R(A)=2$，矩阵 $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，则 $R(AB)=$__________.

(A) 1.　(B) 2.　(C) 3.　(D) 4.

二、(10 分)计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ 的值.

三、(12 分）设 $X\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}=C$，其中 $A=-2, B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$，求矩阵 X.

四、(16 分）已知 $\alpha_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \alpha_3=\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ 与 $\beta_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \beta_2=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \beta_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 分别是 $\mathbb{R}^3$ 的两组基，求从 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ 到 $\{\beta_1,\beta_2,\beta_3\}$ 的过渡矩阵 P，并分别求向量 $\xi=\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 在基 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ 下的坐标和在基 $\{\beta_1,\beta_2,\beta_3\}$ 下的坐标.

五、(18 分）设有二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+4x_3^2-4x_1x_2+4x_1x_3-8x_2x_3$，求一正交变换 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=P\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$，把二次型 f 化为标准形，并求出该二次型的标准形和规范形.

六、(20 分）设 $T_1:\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\to A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$，$T_2:\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\to B\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ 为向量空间 R^3 的两个线性变换，其中 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 5 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 0 & 5 & 1 \\ -1 & 6 & 7 \end{pmatrix}$. 定义 $T_1T_2:\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\to A(B\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix})$. 记 e_1,e_2,e_3 为 R^3 的自然基.

(1) 证明：T_1T_2 为向量空间 R^3 的线性变换.

(2) 证明：e_1+e_2, e_2+e_3, e_3 仍为向量空间 R^3 的基.

(3) 求线性变换 T_1T_2 在 R^3 的自然基 e_1,e_2,e_3 及基 e_1+e_2, e_2+e_3, e_3 下的矩阵.