北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY

2011 —2012 学年第二学期

考试统一用答题册

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成绩								
阅卷人								

考试课程____复变函数与积分变换A____

班　　级__________ 学　号______________

姓　　名__________ 成　绩______________

2012 年 6 月 7 日

（试题共 5 页）

一、选择题(每题 3 分，共 27 分)

1．当$z=\dfrac{1+i}{1-i}$时，$z^{100}+z^{75}+z^{50}$的值等于（　　　　）

（A）i　　　（B）$-i$　　　（C）1　　　（D）-1

2．$\lim\limits_{z\to z_0}\dfrac{\mathrm{Re}(z)-\mathrm{Re}(z_0)}{z-z_0}$（　　　　）

（A）等于i　　　（B）等于$-i$　　　（C）等于0　　　（D）不存在

3．设C为椭圆$4x^2+9y^2=1$正向，则积分$\int_C\dfrac{1}{z}\mathrm{d}z=$（　　　　）

（A）$2\pi i$　　　（B）π　　　（C）0　　　（D）$-2\pi i$

4．设c为正向圆周$|z|=\dfrac{1}{2}$，则$\oint_c\dfrac{z^3\cos\dfrac{1}{z-2}}{(1-z)}\mathrm{d}z=$（　　　　）

（A）$2\pi ie^{-1}$　　　（B）0　　　（C）$2\pi ie$　　　（D）$-2\pi ie$

5．设$z=0$为函数$\dfrac{z\sin z}{z-\sin z}$的$m$级极点，那么$m=$（　　　　）

（A）4　　　（B）3　　　(C)2　　　（D）1

6．设c为正向圆周$|z|=1$，则$\int_C\left|\dfrac{dz}{z}\right|=$（　　　　）

（A）2πi　　　（B）2π　　　（C）-2πi　　　（D）-2π

7．若幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}c_nz^n$在$z=1+2i$处收敛，该级数在$z=2+i$处的敛散性为（　　　　）

（A）绝对收敛　　　（B）条件收敛　　　（C）发散　　　（D）不能确定

8. 在下列函数中，$\mathrm{Re}s[f(z),0]=0$的是（　　）

（A）$f(z)=\dfrac{e^z-1}{z^2}$　　　（B）$f(z)=\dfrac{\sin z}{z}-\dfrac{1}{z}$

（C）$f(z)=\dfrac{\sin z+\cos z}{z}$　　　(D)　$f(z)=\dfrac{1}{e^z-1}-\dfrac{1}{z}$

9. 设$f(t)=e^{-2it}$，则$f(t)$的傅立叶变换为

（A）$2\pi\delta(\omega)$　　（B）$2\pi\delta(\omega-2)$　　（C）$2\pi\delta(\omega+2)$　　（D）1

二、填空题（每题 3 分，共 27 分）

1. $|z|+\mathrm{Re}\,z<1$表示的点集是__________区域(说明有界还是无界，单连通还是多连通).

2. 函数 $f(z)=x^3+(1-i)y^3-3ix$ 在 $z=1+i$ 处的导数为____________________.

3. 复数 $\cos(i\ln 3)=$______________________________.

4. 设 c 为从 0 到 i 的直线段，积分 $\int_c z\sin z dz=$____________________.

5. 已知 $u(x,y)=2x-x^3+3xy^2$，则由 u 及其共轭调和函数构成的解析函数 $f(z)=u+iv$

$=$____________________________.

6. 级数 $\dfrac{\sin z}{z^2+2z+4}$ 在 $z=0$ 处的泰勒展开式的收敛域是____________________.

7. 函数 $\sin\dfrac{1}{z-1}$ 在 $z=1$ 处的留数为____________________________.

8. 函数 $F(\omega)=\dfrac{1}{4+\omega^2}$ 的傅立叶逆变换为____________________________.

9. 函数 $F(s)=\dfrac{s^2}{s^2+1}$ 的拉普拉斯逆变换为____________________________.

三、（12 分）计算积分 $\displaystyle\int_{|c} \frac{e^z}{z(\pi-z)^3}dz$.

四、（**10** 分）将 $f(z)=\dfrac{1}{(z^2+1)}$ 在适当的圆环域内展成以 i 为心的幂级数。

五、（10 分）计算函数 $f(t)=\begin{cases}1, & |t|\le 2\\ 0, & 其他\end{cases}$ 的傅立叶变换，并求积分 $\int_0^{\infty}\frac{\sin 2\omega\cos\omega t}{\omega}\mathrm{d}\omega$，

六、（10 分）利用拉普拉斯变换求解微分方程

$$y''+3y'+2y=u(t-1),\ y(0)=0,\ y'(0)=1.$$

七（6 分）设曲线 C 是正向圆周 $|z|=2$, 证明 $\left|\int_C \frac{e^z}{z^2+1}dz\right| \le \frac{4\pi e^2}{3}$.