

北京航空航天大学
2010~2011 学年第 1 学期

随机过程理论 期末考试试卷

(2010 年 11 月 28 日)

班级: _____; 学号: _____; 姓名: _____; 成绩: _____

1. 判断下列说法的对错, 对的打“√”, 错的打“×”。 (共 10 分, 每小题 2 分)

- (1) 广义平稳随机过程通过线性系统后的输出随机过程仍是广义平稳的。
- (2) 若两个随机过程广义联合平稳, 则这两个随机过程一定是广义平稳的。
- (3) 平稳随机过程与其导数过程在同一时刻相关, 且不正交。
- (4) 泊松过程中, 很短的时间间隔内到达人数为 2 个或 2 个以上的可能性很小。
- (5) 齐次马尔可夫链是广义平稳随机过程。

2. 简要回答下列问题。 (共 30 分, 每小题 6 分)

- (1) 平稳随机过程的相关时间和噪声等效通频带。
- (2) 平稳随机过程各态历经性及其意义。
- (3) 平稳随机过程相关函数的性质。
- (4) 高斯随机过程的广义平稳与狭义平稳等价。
- (5) 独立增量过程的定义, 并举例说明。
- (6) 什么是马尔可夫特性, 并举实例说明。

3. 设随机过程 $Z(t) = X \sin t + Y \cos t$, 其中 X 和 Y 是两个互不相关的随机变量, 并且有 $E[X] = E[Y] = 0$, $E[X^2] = E[Y^2] = \sigma^2$ (15 分)

- (1) 求 $Z(t)$ 的均值和自相关函数;
- (2) 证明 $Z(t)$ 是广义平稳过程;
- (3) 给出 X 和 Y 还需满足什么条件, 有 $f_Z(z_1, z_2, t_1, t_2) = f_Z(z_1, z_2, \tau)$, $\tau = t_1 - t_2$ 。

4. 设 $X(t) = \sum_{i=1}^n A_i(t) \cos \omega_i t$, 其中 $A_i(t)$ 是带宽为 B 的实随机过程; ω_i 为实数, 且有

$$\omega_i \gg B, i=1, \dots, n. \quad (15 \text{ 分})$$

- (1) 给出 $X(t)$ 的希尔伯特变换, 并写出其复表示 $\tilde{X}(t)$;
- (2) 试问 $A_i(t)$, $i=1, \dots, n$, 应满足什么条件可使得 $\tilde{X}(t)$ 为复平稳过程, 即

$$R_{\tilde{X}}(t_1, t_2) = E[\tilde{X}(t_1) \tilde{X}^*(t_2)] = R_{\tilde{X}}(\tau), \tau = t_1 - t_2$$

5. 在图 1 所示的系统中, 若已知 (15 分)

$$h(t) = e^{-\alpha t} U(t) \quad \alpha > 0$$

并且输入 $W(t)$ 是均值为零, 功率谱密度为 $N_0/2$ 的高斯白噪声, 求:

- (1) $Y(t)$ 的均值和自相关函数;

- (2) $Y(t)$ 的功率谱密度;
 (3) $Y(t)$ 的一维概率密度函数。

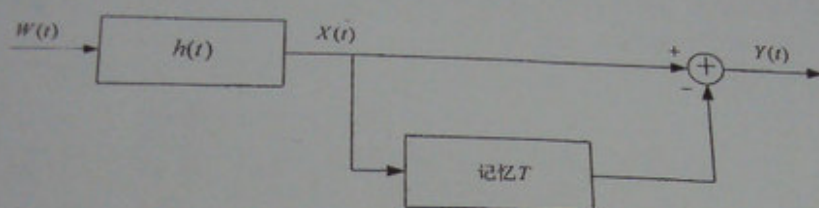


图 1

6. 若 $X(t)$ 是自相关函数为 $e^{-|r|}$ 的随机过程, 令

(15分)

$$Y_1(t) = X(t) + \frac{dX(t)}{dt}, \quad Y_2(t) = \int_{-T}^t X(\lambda) d\lambda$$

求:

- (1) $R_{Y_1}(t_1, t_2)$ 和 $R_{XY_2}(t_1, t_2)$;
 (2) $S_{Y_1X}(\omega)$ 和 $S_{Y_2X}(\omega)$