概率第1讲：随机事件与概率

- 重要公式求概率
  - 对立
    - ∪的补=补的∩
    - ∩的补=补的∪
    - P(A)=1-P(A的补)
  - 互斥
    - 一般
      - 集合
        - A∪B=A∪(A的补)·B=B∪A·(B的补)=A·B∪A·(B的补)∪(A的补)·B
        - A=AΩ=AB1∪AB2...∪ABn
          - 全集分解思想
          - B1,...,Bn是完备事件组
          - 不重不漏
            - Bi∩Bj=Φ
            - ∪Bi=Ω
      - 减法公式
        - P(A-B)=P(A·B的补)=P(A)-P(AB)
      - 加法公式
        - P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)
        - P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(AC)+P(ABC)
    - Ai两两互斥
      - 加法公式
        - P(A+B)=P(A)+P(B)
        - P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)
        - P(∪Ai)=ΣP(Ai)
  - 独立
    - 一般
      - 乘法公式
        - P(AB)=P(A)-P(A·B的补)
        - P(AB)=P(A)+P(B)-P(A+B)
        - P(AB)=P(A)P(B|A)=P(B)P(A|B)
        - P(ABC)=P(A)P(B|A)P(C|AB)
    - Ai相互独立
      - 乘法公式
        - P(AB)=P(A)P(B)
        - P(ABC)=P(A)P(B)P(C)
        - P(A1A2...An)=P(A1)P(A2)...P(An)
      - 加法公式
        - P(A+B)=1-[1-P(A)][1-P(B)]
        - P(A+B+C)=1-[1-P(A)][1-P(B)][1-P(C)]
        - P(∪Ai)=1-Π[1-P(Ai)]
  - 条件
    - 条件概率公式
      - P(A|B)=P(AB)/P(B)
      - 不分阶段
    - 全概率公式
      - P(B)=ΣP(Ai)P(B|Ai)
      - 全集分解
    - 贝叶斯公式
      - P(Aj|B)=P(AjB)/P(B)=[P(Aj)P(B|Aj)]/[ΣP(Ai)P(B|Ai)]
      - 分阶段，执果索因
  - 不等式包含
    - 0<=P(A)<=1
    - A⊆B，则P(A)<=P(B)
    - P(AB)<=P(A)<=P(A+B)
  - 最值
    - {max{X,Y}<=a}⊆{min{X,Y}<=a}
    - {min{X,Y}>a}⊆{max{X,Y}>a}
- 古典概型求概率 (28)
- 几何概型求概率 (7)
- 事件独立性 (29)

概率第1讲：随机事件与概率

- **重要公式求概率** 57
- **古典概型求概率**
  - 古典概型的概念
    - 条件　有限个、等可能的样本点
    - 公式　P = A中样本点的个数 / Ω中样本点的个数
  - 随机分配问题（随机占位）
    - 核心　放
    - 分配方式
      - 每盒容纳任意多个质点　N^n
      - 每盒容纳至多一个质点　排列P(N,n)
  - 简单随机抽样
    - 核心　取
    - 抽样方式
      - 先后有放回取n个　N^n
      - 先后无放回取n个　排列P(N,n)
      - 任取n个　组合C(N,n)
    - 备注
      - P(先后无放回取)=P(任取)
      - 抓阄模型
        - 依概率摸球
        - 和第几次无关
- **几何概型求概率**
  - 落入区域A的可能性大小
    - 与A的几何度量成正比
    - 与A的位置、形状无关
  - 公式　P = A的度量 / Ω的度量
    - 长度之比
    - 面积之比
- **事件独立性**
  - 定义
    - 两个事件　P(AB)=P(A)P(B)
    - 三个事件
      - 两两独立
        - P(AB)=P(A)P(B)
        - P(BC)=P(B)P(C)
        - P(AC)=P(A)P(C)
      - 相互独立
        - 两两独立，且
        - P(ABC)=P(A)P(B)P(C)
  - 判定
    - A与B独立
      - ⇔A与(B的补)独立
      - ⇔(A的补)与B独立
      - ⇔(A的补)与(B的补)独立
    - 独立事件组，不同事件做四则运算，结果仍独立
    - 若P(A)>0，则A与B独立　⇔P(B|A)=P(B)
    - 若0<P(A)<1，则A与B独立
      - ⇔P(B|A)=P(B|(A的补))
      - ⇔P(B|A)+P((B的补)|(A的补))=1
    - 若P(A)=0或1，则A与任意事件B独立　概率关系
    - 若A=Φ或Ω，则A与任意事件B独立　集合关系
    - 若0<P(A)<1，0<P(B)<1，A与B互斥或包含，则A与B一定不独立
      - 互斥或包含：集合关系
      - 独立性：概率关系

概率第2讲：一维随机变量及其分布

- **判分布**
  - 随机变量
    - $X=X(\omega)$，$\omega\in\Omega$
    - 统一化，数量化
  - 分布函数F(x)
    - 单调不减
    - 右连续
      - $F(x_i)=F(x_i+0)$
      - 等号跟着大于号
    - 有界性
      - $F(-\infty)=0$
      - $F(+\infty)=1$
  - 概率分布pi
    - 非负性　$p_i>=0$
    - 归一性　$\Sigma p_i=1$
  - 概率密度f(x)
    - 非负性　$f(x)>=0$
    - 归一性　$\int f(x)dx=1$
    - F(x)与f(x)
      - $F'(x)=f(x)$
      - $dF(x)=f(x)dx$
  - 反问题：建方程，求参数
    - $F(-\infty)=0$
    - $F(+\infty)=1$
    - $\Sigma p_i=1$
    - $\int f(x)dx=1$
  - 结论
    - 若F1(x),F2(x)是分布函数，a>0，b>0，a+b=1，则
      - $F(x)=aF_1(x)+bF_2(x)$是分布函数
    - 若f(x)是偶函数，则
      - $F(-a)=1-F(a)=0.5-\int_{【0,a】} f(x)dx$
      - $F(-a)+F(a)=1$
      - $P\{|X|<a\}=2F(a)-1$
      - $P\{|X|>a\}=2[1-F(a)]$
- **求分布** (50)
- **用分布** (14)
- **求函数分布** (17)

概率第2讲：一维随机变量及其分布

- **判分布**
- **求分布**
  - 离散型分布
    - X~pi，则F(x)=Σpi
      - 阶梯型函数
      - 右连续
      - 分布律和分布函数互相唯一确定
    - 5种
      - 0-1分布（两点分布）B(1,p)
        - 伯努利一次试验
        - 伯努利计数变量X
      - 二项分布B(n,p)
        - 伯努利n次试验
        - 条件
          - 独立
          - P(A)=p
          - 只有A，A的补
      - 几何分布（离散型等待分布）Ge(p)
        - 伯努利无穷次试验
        - 首中即停止
        - 无记忆性
      - 超几何分布（古典概型）
        - 无放回取n次，取到正品的概率
      - 泊松分布P(λ)
        - X=k单位时间质点流的个数，稀有事件
        - λ强度
        - EX=λ
  - 连续型分布
    - X~f(x)，则F(x)=∫【-∞,x】f(t)dt
      - f(x)非负可积
      - F(x)必连续
      - f(x)可唯一确定F(x)
      - F(x)不可唯一确定f(x)
      - 改变f(x)在有限个点的值，不影响F(x)
      - F(x)在分段点处可能不可导
    - 3种
      - 均匀分布（几何概型）U(a,b)
        - 区间可以是开区间或闭区间
        - X在任意一个子区间取值的概率与该子区间长度成正比
      - 指数分布（连续型等待分布）E(λ)
        - X=x时间（寿命）
        - λ失效率
        - EX=1/λ
        - 无记忆性
      - 正态分布（高斯分布）N(μ,σ^2)
        - E(X)=μ，D(X)=σ^2
        - 标准正态分布N(0,1)
          - E(X)=0，D(X)=1
          - 标准化(X-μ)/σ~N(0,1)
  - 混合型分布
    - F(x)=P{X<=x}
    - 全集分解公式P{X<=x}=P{X<=x,Ω}
- **用分布**
- **求函数分布**

概率第2讲：一维随机变量及其分布

- 判分布
- 求分布
- 用分布
  - X~F(x)
    - P{X<=a}=F(a)
      - 带等号取函数值
    - P{X<a}=F(a-0)
      - 不带等号取左极限
  - X~pi
    - P{X∈I}=ΣP{X=xi}
  - X~f(x)
    - P{X∈I}=∫f(x)dx
  - 反问题：已知概率，求参数
    - 算积分
    - 看模型
      - 8个分布
    - 用图形
- 求函数分布
  - 离散型→离散型
  - 连续型→连续型（或混合型）
    - 分布函数法
      - F(y)=P{Y<=y}=P{g(X)<=y}=∫【g(x)<=y】f(x)dx
      - g(X)<=y：曲线Y=g(X)在直线Y=y下方
      - 画图，分段讨论
      - f(y)=F'(y)
    - 公式法
      - 条件：y=g(x)严格单调，且可导
      - y=g(x)的可导反函数是x=h(y)
      - f(y)=f[h(y)]·|h'(y)|,α<y<β
        - α=min{g(a),g(b)}
        - β=max{g(a),g(b)}
  - 连续型→离散型
    - 先确定Y的可能取值ai
    - 再计算概率P{Y=ai}
    - 写出Y的概率分布

概率第3讲：多维随机变量及其分布

- **判分布**
  - 分布函数F(x,y)
    - 单调不减
    - 右连续
      - F(xi+0,y)=F(xi,y)
      - F(x,yi+0)=F(x,yi)
      - 等号跟着大于号
    - 有界性
      - F(-∞,-∞)=F(x,-∞)=F(-∞,y)=0
      - F(+∞,+∞)=1
    - 非负性
      - p{x1<=X<=x2,y1<=Y<=y2}>=0
  - 概率分布pij
    - 非负性
      - pij>=0
    - 归一性
      - ΣΣpij=1
  - 概率密度f(x,y)
    - 非负性
      - f(x,y)>=0
    - 归一性
      - ∫∫f(x,y)dxdy=1
  - 反问题：建方程，求参数
    - F(-∞,-∞)=F(x,-∞)=F(-∞,y)=0
    - F(+∞,+∞)=1
    - ΣΣpij=1
    - ∫∫f(x,y)dxdy=1
- **求分布**
- **用分布**
  - (X,Y)~pij
    - P{(X,Y)∈D}=Σ{(xi,xj)}pij
  - (X,Y)~f(x,y)
    - P{(X,Y)∈D}=∫∫f(x)dxdy
  - (X,Y)~混合型
    - 全集分解思想，全概率公式
  - 反问题：已知概率，求参数
- **求函数分布**
  - 多维→一维
    - (离散型,离散型)→离散型
      - (X,Y)~pij, Z=g(X,Y)~qij
      - X~pi,Y~qi,X与Y独立且取值在某个范围
        - X+Y
        - XY
        - max{X,Y}
    - (连续型,连续型)→连续型
      - 分布函数法
      - 卷积公式法
        - X+Y
        - X-Y
        - XY
        - X/Y
      - 最值函数
        - max{X,Y}
        - min{X,Y}
        - 独立
        - 独立同分布
          - Fmax=[F(x)]^n
          - Fmin=1-[1-F(x)]^n
    - (离散型,连续型)→连续型
      - X与Y独立
        - 分布函数法+全集分解
      - X与Y不独立
        - 分布函数法
  - 一维→多维
    - 离散型→(离散型,离散型)
    - 连续型→(离散型,离散型)
  - 多维→多维
    - (离散型,离散型)→(离散型,离散型)
    - (离散型,连续型)→(离散型,离散型)
    - (连续型,连续型)→(离散型,离散型)

概率第3讲：多维随机变量及其分布

- **判分布** 26
- **求分布**
  - 求联合分布
    - 求F(x,y)
      - (X,Y)~pij，则F(x,y)=P{X<=x,Y<=y}=Σ【xi<=x,yj<=y】pij
      - (X,Y)~f(x,y)，则F(x,y)=P{X<=x,Y<=y}=∫【-∞,x】∫【-∞,y】f(u,v)dudv
    - 求pij
    - 求f(x,y)
      - 二维均匀分布
        - f(x,y)=1/S,(x,y)∈D
      - 二维正态分布
        - (X,Y)~N(μ1,μ2,σ1^2,σ2^2,ρ)
          - 注意顺序
        - (X,Y)~N(μ1,μ2,σ1^2,σ2^2,ρ)，则
          - X~N(μ1,σ1^2)
          - Y~N(μ2,σ2^2)
        - X~N(μ1,σ1^2)
        - Y~N(μ2,σ2^2)
        - 且X与Y独立
          - (X,Y)~N(μ1,μ2,σ1^2,σ2^2,0)
        - (X,Y)~N，则aX+bY~N（a,b不全为0）
        - (X,Y)~N，则
          - X与Y独立⇔不相关ρ=0
  - 求边缘分布
    - 求FX(x),FY(y)
      - FX(x)=F(x,+∞)
      - FY(y)=F(+∞,y)
    - 求p{i.},p{.j}
      - p{i.}=∑{j}pij
      - p{.j}=∑{i}pij
    - 求f(x),f(y)
      - f(x)=∫f(x,y)dy
      - f(y)=∫f(x,y)dx
      - 求谁不积谁，不积先定限
  - 求条件分布
    - 条件=联合/边缘
    - 联合=边缘×条件
  - 判独立
    - X,Y独立
      - ⇔F(x,y)=F(x)·F(y)
      - ⇔p{ij}=p{i.}·p{.j}
      - ⇔f(x,y)=f(x)·f(y)
- **用分布** 7
- **求函数分布** 33

概率第4讲：数字特征

- 期望
  - X
    - $X\sim p_i$ — $EX=\sum x_i p_i$
      - 有限项相加
      - 无限项相加 — 无穷级数
    - $X\sim f(x)$ — $EX=\int xf(x)dx$
      - 有限区间积分 — 定积分
      - 无穷区间积分 — 反常积分
  - $Y=g(X)$
    - $X\sim p_i$ — $EY=\sum g(x_i)p_i$
    - $X\sim f(x)$ — $EY=\int g(x)f(x)dx$
  - $Z=g(X,Y)$
    - $(X,Y)\sim p_{ij}$ — $EZ=\sum\sum g(x_i,y_j)p_{ij}$
    - $(X,Y)\sim f(x,y)$ — $EY=\int\int g(x,y)f(x,y)dxdy$
  - 最值
    - $Y=\min\{X_i\}$
      - $F_Y(y)=1-[1-F(y)]^n$
      - $f_Y(y)=n\cdot\{[1-F(y)]^{(n-1)}\}\cdot f(y)$
      - $EY=\int y\cdot f_Y(y)dy$
    - $Z=\max\{X_i\}$
      - $F_Z(z)=[F(z)]^n$
      - $f_Z(z)=n\cdot\{[F(z)]^{(n-1)}\}\cdot f(z)$
      - $EZ=\int z\cdot f_Z(z)dz$
  - 分解
    - $X=X_1+X_2...+X_n$
    - 无条件 — $EX=EX_1+EX_2...+EX_n$
  - 性质
    - $E(c)=c$
    - $E(EX)=EX$
    - 无条件 — $E(aX+bY)=aEX+bEY$
    - X与Y相互独立 — $E(XY)=EX\cdot EY$
- 方差 (38)
- 常用分布的期望和方差 (24)
- 协方差 (15)
- 相关系数 (21)
- 独立性和相关性的判定 (34)
- 切比雪夫不等式 (5)

概率第4讲：数字特征

- 期望 (42)
- 方差
  - X
    - 定义
      - DX=E[(X-EX)^2]
        - DX>=0
        - E[(X-c)^2]>=DX
    - 定义法
      - X~pi
        - DX=Σ[(xi-EX)^2]·pi
      - X~f(x)
        - DX=∫[(x-EX)^2]·f(x)dx
    - 公式法
      - DX=E(X^2)-(EX)^2
      - E(X^2)=DX+(EX)^2>=(EX)^2
  - 最值
    - Y=min{Xi}
      - EY=∫y·fY(y)dy
      - E(Y^2)=∫(y^2)·fY(y)dy
      - DY=E(Y^2)-(EY)^2
    - Z=max{Xi}
      - EZ=∫z·fZ(z)dz
      - E(Z^2)=∫(z^2)·fZ(z)dz
      - DZ=E(Z^2)-(EZ)^2
  - 分解
    - X=X1+X2...+Xn
    - 无条件
      - DX=DX1+DX2...+DXn+2ΣCov(Xi,Yj)
    - Xi与Xj相互独立
      - DX=DX1+DX2...+DXn
  - 性质
    - D(c)=0
    - DX=0
      - ⇔ X几乎处处为某常数，P{X=a}=1
    - D(aX+b)=(a^2)·DX
    - 无条件
      - D(X±Y)=DX+DY±2Cov(X,Y)
    - X与Y相互独立
      - D(aX±bY)=DX+DY
      - D(XY)=DX·DY+DX·(EY)^2+DY·(EX)^2>=DX·DY
- 常用分布的期望和方差 (24)
- 协方差 (15)
- 相关系数 (21)
- 独立性和相关性的判定 (34)
- 切比雪夫不等式 (5)

概率第4讲：数字特征

- 期望 42
- 方差 38
- 常用分布的期望和方差
  - 0-1分布B(1,p)
    - $EX=p$
    - $DX=p(1-p)$
  - 二项分布B(n,p)
    - $EX=np$
    - $DX=np(1-p)$
  - 泊松分布P(λ)
    - $EX=\lambda$
    - $DX=\lambda$
  - 几何分布Ge(p)
    - $EX=1/p$
    - $DX=(1-p)/(p^2)$
  - 均匀分布U[a,b]
    - $EX=(a+b)/2$
    - $DX=[(b-a)^2]/12$
  - 指数分布E(λ)
    - $EX=1/\lambda$
    - $DX=1/(\lambda^2)$
  - 正态分布N(μ,σ^2)
    - $EX=\mu$
    - $DX=\sigma^2$
  - 卡方分布
    - $EX=n$
    - $DX=2n$
- 协方差 15
- 相关系数 21
- 独立性和相关性的判定 34
- 切比雪夫不等式 5

概率第4讲：数字特征

- 期望 (42)
- 方差 (38)
- 常用分布的期望和方差 (24)
- 协方差
  - 定义
    - $Cov(X,Y)=E[(X-EX)(Y-EY)]$
    - $Cov(X,X)=DX$
  - 定义法
    - $(X,Y)\sim p_{ij}$ $Cov(X,Y)=\sum\sum[(x_i-EX)(y_j-EY)]\cdot p_{ij}$
    - $(X,Y)\sim f(x,y)$ $EY=\iint[(x-EX)(y-EY)]\cdot f(x,y)dxdy$
  - 公式法
    - $Cov(X,Y)=E(XY)-EX\cdot EY$
  - 性质
    - $Cov(X,Y)=Cov(Y,X)$
    - $Cov(aX,bY)=ab\cdot Cov(X,Y)$
    - $Cov(X_1+X_2,Y)=Cov(X_1,Y)+Cov(X_2,Y)$ 单个可拆
- 相关系数
  - 定义
    - $\rho_{XY}=Cov(X,Y)/[(\sqrt{DX})\cdot(\sqrt{DY})]$
      - 线性相依性
      - 量纲为1，无单位
    - $\rho=0$ ⇔X与Y不相关
    - $\rho\neq0$ ⇔X与Y相关
  - 性质
    - $-1\le\rho_{XY}\le1$
    - $\rho_{XY}=1$
      - $\Leftrightarrow P\{Y=aX+b\}=1,a>0$
      - $\Leftrightarrow a>0$，$Y=aX+b$几乎处处成立
    - $\rho_{XY}=-1$
      - $\Leftrightarrow P\{Y=aX+b\}=1,a<0$
      - $\Leftrightarrow a<0$，$Y=aX+b$几乎处处成立
    - 变体
      - $Y=aX+b$，$a>0$ $\Rightarrow \rho_{XY}=1$
      - $Y=aX+b$，$a<0$ $\Rightarrow \rho_{XY}=-1$
- 独立性和相关性的判定 (34)
- 切比雪夫不等式 (5)

概率第4讲：数字特征

- 期望 (42)
- 方差 (38)
- 常用分布的期望和方差 (24)
- 协方差 (15)
- 相关系数 (21)
- 独立性和相关性的判定
  - 用分布判独立性
    - F(x,y)=F(x)·F(y)
    - pij={pi.}·{p.j}
    - f(x,y)=f(x)·f(y)
  - 用数字特征判相关性
    - ρ=0
      - ⇔ Cov(X,Y)=0
      - ⇔ E(XY)=EX·EY
      - ⇔ D(X+Y)=DX+DY
      - ⇔ D(X-Y)=DX+DY
  - 程序
    - 先计算Cov(X,Y)=E(XY)-EX·EY
    - 再判断相关性
      - Cov(X,Y)≠0 ⇔ X与Y相关
      - Cov(X,Y)=0 ⇔ X与Y不相关
    - 最后判断独立性
      - X与Y相关 ⇒ X与Y不独立
      - X与Y不相关
        - 用分布
        - 反证法
  - 重要结论
    - 单向
      - X与Y独立 ⇒ X与Y不相关ρ=0
      - X与Y相关ρ≠0 ⇒ X与Y不独立
    - 双向
      - 若(X,Y)~N X与Y独立 ⇔ X与Y不相关ρ=0
      - 若X~B(1,p1),Y~B(1,p2) X与Y独立 ⇔ X与Y不相关ρ=0
- 切比雪夫不等式
  - 条件
    - E(X)和D(X)存在且有限
  - 公式
    - P{|X-EX|>=ε} <= [DX/(ε^2)]
    - P{|X-EX|<ε} >= 1-[DX/(ε^2)]

概率第5讲：大数定律和中心极限定理

- **依概率收敛**
  - 定义
    - n→∞, lim P{|Xn-X|<ε} = 1
    - n→∞, 随机变量序列{Xn}依概率收敛于随机变量X
  - 应用
    - 讨论参数估计量的一致性（相合性）
- **大数定律**
  - 伯努利大数定律
    - 条件
      - n重伯努利试验
      - 事件A发生的次数μ
      - 每次试验中事件A发生的概率p
    - 结论
      - μ/n依概率收敛于p
  - 切比雪夫大数定律
    - 条件
      - Xi相互独立
      - 方差存在且一致有上界 DXi <= C
    - 结论
      - (ΣXi)/n依概率收敛于E[(ΣXi)/n]
  - 辛钦大数定律
    - 条件
      - Xi相互独立
      - Xi同分布
      - 期望存在 EXi =μ
    - 结论
      - (ΣXi)/n依概率收敛于μ
- **中心极限定律**
  - 列维-林德伯格定理
    - 条件
      - Xi相互独立
      - Xi同分布（无论什么分布）
      - 期望存在 EXi=μ
      - 方差存在 DXi=σ^2
      - n很大
    - 结论
      - (ΣXi)近似服从N(n·μ,n·σ^2)
  - 棣莫弗-拉普拉斯定理
    - 条件
      - Xi相互独立
      - Xi~B(1,p)
      - (ΣXi)~B(n,p)
      - n很大
    - 结论
      - (ΣXi)近似服从N(n·p,n·p·(1-p))
  - 二项分布的概率计算
    - n不太大（n<=10）
      - 直接计算
    - n较大，p较小（n>100, np<10）
      - 用泊松分布近似
    - n较大，p不太大
      - 用正态分布近似

概率第6讲：数理统计初步

- **统计量**
  - 统计量
    - 样本均值
    - 样本方差
    - 样本标准差
    - 样本k阶原点矩
    - 样本k阶中心矩
    - 顺序统计量
  - 四大分布
    - 正态分布
      - N(μ,σ^2)
      - N(0,1)
        - φ(x)偶函数
        - Φ(-x)=1-Φ(x)
    - 卡方分布
      - EX=n
      - DX=2n
      - X1~χ2(n1)，X2~χ2(n2)，且X1与X2独立
        - 则X1+X2~χ2(n1+n2)
    - t分布
      - Et=0(n>=2)
      - t(n){1-α上分位数}=-t(n){α上分位数}
    - F分布
      - F(n1,n2)
      - F~F(n1,n2)，则1/F~F(n2,n1)
      - F(n1,n2){1-α上分位数}=1/F(n2,n1){α上分位数}
  - 正态总体N(μ,σ^2)下的常用结论
    - 总体均值μ已知
      - {Σ[(Xi-μ)^2]}/[σ^2]~χ2(n)
    - 总体均值μ未知，用X拔替代μ
      - [(n-1)(S^2)]/[σ^2]~χ2(n-1)
      - {Σ[(Xi-X拔)^2]}/[σ^2]~χ2(n-1)
    - 总体方差σ^2已知
      - X拔~N(μ,(σ^2)/n)
      - (√n)(X拔-μ)/σ~N(0,1)
    - 总体方差σ^2未知，用S替代σ
      - (√n)(X拔-μ)/S~t(n-1)
      - [n·(X拔-μ)^2]/[S^2]~F(1,n-1)
    - 样本均值X拔和样本方差S^2相互独立
- **点估计** 33
- **区间估计[数一]** 2
- **假设检验[数一]** 9

概率第6讲：数理统计初步

- **统计量**
- **点估计**
  - 矩估计
    - 一个参数
      - 用一阶
        - 求样本均值X拔
        - 令X拔=EX
      - 若一阶不能用，则用二阶
        - 求[Σ(Xi^2)]/n
        - 令[Σ(Xi^2)]/n=E(X^2)
    - 两个参数
      - 用一阶
        - 求样本均值X拔
        - 令X拔=EX
      - 同时用二阶
        - 求[Σ(Xi^2)]/n
        - 令[Σ(Xi^2)]/n=E(X^2)
  - 最大似然估计
    - 写似然函数
    - 求参数
      - 有驻点
        - 令导函数=0
      - 无驻点（单调）
        - 用定义
    - 不变性
  - 估计量的评价
    - 无偏性
      - E(θ估计)=θ，则θ估计是θ的无偏估计量
    - 有效性
      - E(θ估计1)=E(θ估计2)=θ
      - D(θ估计1)<D(θ估计2)
      - 则θ估计1比θ估计2更有效
    - 一致性（相合性）
      - 只针对大样本n→∞
      - θ估计依概率收敛于θ
- **区间估计[数一]**
  - 思路方法
  - 结论
- **假设检验[数一]**
  - 显著性水平
  - 正态总体下的六大检验
  - 两类错误
    - 第一类错误
      - 弃真
      - α=P{拒绝H0|H0为真}
    - 第二类错误
      - 取伪
      - β=P{接受H0|H0为假}