《概率统计》试卷 1

专业__________________学号_________________姓名_________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分

（本试卷共三大张，八大题，满分 100 分）

备用数据：$\chi^2_{0.90}(9)=14.684$，$\chi^2_{0.10}(9)=4.168$，$t_{0.90}(8)=1.3968$，$\Phi(1)=0.8413$，

$\Phi(2)=0.9772$，$t_{0.95}(9)=1.8331$，$t_{0.95}(8)=1.8595$，$\chi^2_{0.95}(8)=15.507$，

$\chi^2_{0.05}(8)=2.733$，$e^{-1}\approx 0.37$

一．（10 分）已知随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，即 X 有概率函数 $P(X=k)=\dfrac{e^{-1}}{k!}$ $(k=0,1,\cdots)$，并记事件 $A=\{X\geq 2\}$，$B=\{X<1\}$，求 $P(A\cup B)$，$P(A-B)$，$P(B|\overline{A})$.

二．（10 分）对以往数据分析结果表明，当机器运转正常时，产品的合格率为 90%；而当机器发生故障时，其合格率为 30%，机器开动时，机器运转正常的概率为 75%，试求已知某日首件产品是合格品时，机器运转正常的概率.

三．（12 分）设 (X,Y) 为二维离散型随机变量，X，Y 的边缘概率函数分别为

X	0	1
概率	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

Y	-1	0	1
概率	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

且 $P(XY=0)=1$，

⑴ 求 (X,Y) 的联合概率函数；　⑵ 试问：X，Y 是否相互独立？为什么？

⑶ 试问：X、Y 是否不相关，为什么？

四．(14分)设$(X,\ Y)$的联合密度函数为$f(x,\ y)=\begin{cases}2e^{-(x+2y)}, & x>0,\ 且\ y>0\\ 0, & 其余\end{cases}$

试求：⑴ $P(X<1,\ Y>2)$；　　⑵ $P(X+Y<1)$.

五．（12分）假设一条生产流水线在一天内发生故障的概率为0.1，流水线发生故障时全天停止工作，若一周 5 个工作日中无故障这条流水线可产生利润20万元，一周内发生一次故障时，仍可获利润6万元，发生二次或二次以上故障就要亏损2万元，求一周内这条流水线所产生利润的期望值.

六．（12分）假设生产线上组装每件成品所花费的时间服从指数分布．统计资料表明：该生产线每件成品的平均组装时间为10分钟．假设各件产品的组装时间相互独立．试求在 15 小时至 20 小时之间在该生产线组装完成 100 件成品的概率．(要求用中心极限定理)

七．（16 分）设$(X_1, \cdots, X_n)$是取自总体X的一个样本，X服从区间$[\theta, 1]$上的均匀分布，其中θ未知，$\theta<1$，

⑴ 求θ的矩估计θ^*；

⑵ 求θ的极大似然估计$\hat{\theta}$；

⑶ 试问：由⑵中求得的θ的估计量$\hat{\theta}$是否为θ的无偏估计？若不是，试将$\hat{\theta}$修正成θ的一个无偏估计．

八．（14 分）已知某种食品的袋重（单位：千克）服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，其中μ与σ^2均未知，$-\infty<\mu<\infty$，$\sigma^2>0$，现抽取 9 袋食品进行称重，得数据$x_1, x_2, \cdots, x_9$，由此算出$\sum_{i=1}^{9} x_i = 24$，$\sum_{i=1}^{9} x_i^2 = 72$，试分别求未知参数$\mu$和$\sigma$的双侧 90%置信区间．