解题思路上的要点

- 一、解题要点：
- （1）求约束反力：
- a、一般用动量定理、质心运动定理；
- b、若约束反力对转轴之矩不为零，也可用动量矩定理；
- c、但不能用动能定理，因为它不能求不做功的约束反力。
- （2）求位移（或角位移）：用动能定理。
- （3）求速度（或角速度）：

a、 约束反力不做功，做工的力可计算，多用动能定理；

b、 系统内力复杂、做功情况不明确，多用动量定理、质心运动定理；

c、 如有转动问题，可用动量矩定理。

（4）求加速度（或角加速度）：

a、 对质点系，可用动量定理，质心运动定理；

b、 定轴转动刚体，可用动量矩定理、刚体定轴转动微分方程；

c、 平面运动刚体，可用平面运动微分方程；

d、有两个以上转轴的质点系，或既有转动刚体、又有平动、平面运动的复杂问题，可用积分形式的动能定理，建立方程后求导求解。

（5）补充方程：运动学补充方程，力的补充方程。

- 二、几个关节点：
- (1) 求运动量，特别是速度问题,优先考虑用动能定理.
- (整体分析)
- (2) 求约束反力，必须用动量定理或质心运动定理.也
- 涉及到动量矩定理(转动，曲线运动)
- (3) 初瞬时问题,鲜用动能定理.
- (4) 注意约束的位置和性质及是否系统的动量或动量
- 矩守恒(某一方向).
- (5) 根据题意寻找运动学方程或约束方程往往是解动
- 力学问题的关键.

动量定理：

（守恒）

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i\right)=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)} \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)} \qquad (2)$$

$$\frac{d}{dt}(M\vec{v}_c)=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)} \qquad (3)$$

$$M\vec{a}_c=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)} \qquad (4)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)} \qquad (5)$$

▲： 在什么情况下用动量定理?

(1)求刚体尤其刚体系统或质点系统的约束反力及线加速度问题.

(2) 守恒条件下的速度 、位移和运动轨迹问题.

动量矩定理：（1）对定点 O:

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_o(\vec{F}_i^{(e)})$$

（2）对质心： $\frac{d\vec{L}_C}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_C(\vec{F}_i^{(e)})$ $\vec{L}_O=\vec{r}_C\times M\vec{V}_C+\vec{L}_C$

平动钢体： $M\vec{a}_c=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)}$

定轴转动刚体：$J_Z\alpha=\sum M_Z\left(\overset{\vee}{F}\right)$

平面运动刚体： $M\vec{a}_c=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{(e)}$

$$J_C\alpha=\sum M_C(\vec{F}_i^{(e)})\qquad(2)$$

$\boxed{\text{动能定理}}$： $T_2-T_1=\sum W_A$ 主动力做功，理想约束不做功

平动刚体： $T=\frac{1}{2}Mv_C^2$

定轴转动刚体： $T=\frac{1}{2}J_Z\omega^2$

平面运动刚体 $T=\frac{1}{2}J_P\omega^2=\frac{1}{2}Mv_C^2+\frac{1}{2}J_C\omega^2$

机械能守恒：势能零势面

$\boxed{\text{达朗伯原理}}$（动静法）：

（惯性力）

$$\sum\vec{F}_i^{(e)}+\sum\vec{F}_{g_i}=0$$
$$\sum\vec{M}_O\left(\vec{F}_i^{(e)}\right)+\sum\vec{M}_O\left(\vec{F}_{g_i}\right)=0$$

惯性力系的简化：平动刚体：

定轴转动刚体：

平面运动刚体：注意:有质量对称面且转轴垂直此面的刚体的定轴转动是刚体平面运动的特例,故刚体平面运动的惯性力系的简化方法也适合于这样的定轴转动的刚体.

▲：达朗伯原理的应用

（1）动载荷下求约束反力及加速度问题.

（2）多自由度系统或多约束系统下求加速度及约束反力问题.

$\boxed{\text{虚位移原理}}$：（静止平衡系统）在完整，定常，理想约束下的质点系静止平衡的充分必要条件是:作用于质点系上的主动力在任何虚位移中的元功之和为零.（静力学普遍方程）

$$\sum\vec{F}_i\cdot\delta\vec{r}_i=0$$

非惯性系中质点动力学的基本方程

$$m\frac{\tilde{d}\overrightarrow{V_r}}{dt}=\overrightarrow{F}+\overrightarrow{F_{g_e}}+\overrightarrow{F_{g_C}}\quad(A)$$

$$\frac{1}{2}mV_{r_2}^2-\frac{1}{2}mV_{r_1}^2=W'_F+W'_{g_e}\qquad(1-5)$$

分析力学基础：

广义力与广义坐标：广义力是质点系中一群力和力偶的组合.它是分析力学中的一个基本概念．它与广义坐标直接相关，不同的的广义坐标对应着不同的广义力．

$$\delta\overrightarrow{r_i}=\sum_{k=1}^{N}\frac{\partial\overrightarrow{r_i}}{\partial q_k}\cdot\delta q_k\qquad Q_k=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{F}_i\cdot\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_k}$$

广义力的求解：坐标法，虚功法

以广义坐标表示的质点系的平衡条件：如果质点系统平衡，则各广义坐标对应的广义力分别为零．

$$\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{F}_i\cdot\delta\vec{r}_i=\sum_{k=1}^{N}Q_k\cdot\delta q_k=0\qquad Q_1=Q_2=Q_3=\cdots=Q_N=0$$

动力学普遍方程：（虚位移原理与达朗伯的结合）：理想约束下，质点系任一瞬时主动力与惯性力在虚位移上的功之和为零。

$$\sum_{i=1}^{n}(\overrightarrow{F}_i-m_i\vec{a}_i)\cdot\delta\vec{r}_i=0$$

第二类拉格朗日方程：

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_k}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_k}=Q_k\qquad\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_k}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_k}=0$$

$$(k=1,2,3\cdots N)\qquad(k=1,2,3\cdots N)$$