



北京航空航天大学
BEIHANG UNIVERSITY

2012 —2013 学年第一学期

考试统一用答题册

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成绩								
阅卷人								

考试课程 复变函数与积分变换 A

班 级 学 号

姓 名 成 绩

2013 年 1 月 9 日

(试题共 4 页)

一、选择题(每题 3 分, 共 24 分)

1. 下列方程所表示的平面点集中, 为有界区域的是 ()

(A) $-\pi < \arg z < \pi$ (B) $|z+3| - |z-3| > 4$

(C) $1 < \operatorname{Re} z < 2, \operatorname{Im} z = 0$ (D) $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) > \frac{1}{2}$

2. 假设点 z_0 是函数 $f(z)$ 的奇点, 则函数 $f(z)$ 在点 z_0 处 ()

- (A) 不可导 (B) 不解析
(C) 不连续 (D) 以上答案都不对

3. 设 C 为椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 2$ 正向, 则积分 $\int_C \frac{1}{z-i} dz =$ ()

(A) $2\pi i$ (B) π (C) 0 (D) $-2\pi i$

4. 设 c 为正向圆周 $|z| = 2$, 则 $\int_C \left| \frac{dz}{z} \right| =$ ()

(A) $2\pi i$ (B) 2π (C) $-2\pi i$ (D) -2π

5. 如果 z_0 为 $f(z)$ 的 m 级零点, 为 $g(z)$ 的 n 级零点, $n > m$, 则 z_0 为 $f(z)g(z)$ 的 () 级极点

(A) $n+m$ (B) mn (C) $n-m$ (D) $\frac{n}{m}$

6. $\operatorname{Res}\left[z \cos \frac{1}{z}, z=0\right] =$ ()

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $-\frac{1}{2}$

7. 设 $f(t)$ 的傅立叶变换为 $F(\omega)$, 则 $f(2t+4)$ 的傅立叶变换为 ()

(A) $\frac{1}{2} e^{i\omega} F\left(\frac{\omega}{2}\right)$ (B) $\frac{1}{2} e^{2i\omega} F\left(\frac{\omega}{2}\right)$

(C) $\frac{1}{2} e^{-i\omega} F\left(\frac{\omega}{2}\right)$ (D) $\frac{1}{2} e^{-2i\omega} F\left(\frac{\omega}{2}\right)$

8. 积分 $\int_0^{+\infty} e^{-3t} \sin 2t dt$ 的值为 ()

(A) $\frac{3}{13}$

(B) $\frac{2}{13}$

(C) $\frac{3}{11}$

(D) $\frac{2}{11}$

二、填空题 (每题 3 分, 共 27 分)

1. 当 $z = \frac{\cos(\frac{1}{3}\pi) + i\sin(\frac{1}{3}\pi)}{\cos(\frac{5}{6}\pi) + i\sin(\frac{5}{6}\pi)}$ 时, $z^{-2012} + z^{2357} + z^{255} + z^{74}$ 的值等于_____.

2. 设 $f(z) = \cos z + i \sin z$, 则 $f'(i) =$ _____.

3. 复数 $(1-i)^i =$ _____.

4. 设函数 $f(z) = \int_{|\zeta|=2} \frac{\cos \zeta}{\zeta - z} d\zeta$, 则 $f(i) =$ _____, $f''(3) =$ _____.

5. 设 $u(x, y) = x^2 + 2xy - y^2$, 那么 $u(x, y)$ 的共轭调和函数 $v(x, y)$ 为_____.

6. 级数 $\dots + \frac{1}{3^n z^n} \dots + \frac{1}{3^2 z^2} + \frac{1}{3z} + 1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{2^2} + \dots + \frac{z^n}{2^n} + \dots$ 的收敛域是_____.

7. 函数 $F(\omega) = \sin t_0 \omega$ 的傅立叶逆变换为_____.

8. 函数 $f(t) = \sin(t - \frac{\pi}{3})u(t - \frac{\pi}{3})$ 的 Laplace 变换为_____.

9. 函数 $F(s) = \frac{s}{s+3}$ 的拉普拉斯逆变换为_____.

三、(12 分) 计算积分 $\int_C \frac{\sin(z+i)}{z(z+i)^2} dz$, 其中 C 为不经过 $0, -i$ 的简单正向闭曲线.

四、(10 分) 将 $f(z) = \frac{1}{(z-i)(z-2i)}$ 在适当的圆环域内展成以 i 为心的幂级数。

五、(10 分) 计算函数 $f(t) = \begin{cases} e^{-at}, & t \geq 0 \\ e^{at}, & t < 0 \end{cases} (a > 0)$ 的傅立叶变换及傅立叶积分, 并求积

分 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{a^2 + \omega^2} \cos \omega t d\omega$ 的值。

六、(10 分) 利用拉普拉斯变换求微分方程 $y'' - 2y' + y = 0$ 满足边界条件 $y(0) = 0$, $y(l) = 4$ 的解, 其中 l 为已知常数.

七 (7 分) 证明: 若 $f(z)$ 在区域 D 内解析, 且 $|f(z)|$ 在区域 D 内为常值, 试证 $f(z)$ 在区域 D 内为常值函数.