



北京航空航天大学
BEIHANG UNIVERSITY

2009 — 2010 学年第一学期

考试统一用答题册

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
成绩									
阅卷人									

考试课程 复变函数与积分变换 A

班 级 学 号

姓 名 成 绩

2010 年 1 月 13 日

(试题共 5 页)

一、判断对错 (每题 2 分, 共 10 分)

1. 如果 z 不是实数, 则 $\arg \bar{z} = -\arg z$ 。()
2. 设 $f(z)$ 和 $g(z)$ 均为整函数, 则 $5f(z) + ig(z)$ 也是整函数。()
3. 微积分中的求导公式、洛必达法则、积分中值定理等均可推广到复变函数。()
4. 存在在原点解析, 在 $\frac{1}{n}$ 处取值为 $1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \dots$ 的函数。()
5. 若 ∞ 是函数 $f(z)$ 的可去奇点, 则 $f(z)$ 在 ∞ 处的留数为 0。()

二、选择题(每题 3 分, 共 24 分)

1. 下列方程所表示的平面点集中, 为有界区域的是 ()

(A) $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| > 2$

(B) $|z+3| - |z-3| > 4$

(C) $1 < \operatorname{Re} z < 2, \operatorname{Im} z = 0$

(D) $z\bar{z} + a\bar{z} + \bar{a}z + a\bar{a} - c > 0 (c > 0)$

2. 假设点 z_0 是函数 $f(z)$ 的奇点, 则函数 $f(z)$ 在点 z_0 处 ()

(A) 不可导

(B) 不解析

(C) 不连续

(D) 以上答案都不对

3. 设 C 为椭圆 $x^2 + 4y^2 = 1$, 则积分 $\int_C \frac{1}{z} dz =$ ()

(A) $2\pi i$

(B) π

(C) 0

(D) $-2\pi i$

4. 设 c 为正向圆周 $|z| = 1$, 则 $\int_C \left| \frac{dz}{z} \right| =$ ()

(A) $2\pi i$

(B) 2π

(C) $-2\pi i$

(D) -2π

5. 如果 z_0 为 $f(z)$ 的 n 级极点, 则 z_0 为 $f'(z)$ 的 () 级极点

(A) n

(B) $-n$

(C) $n-1$

(D) $n+1$

6. $\operatorname{Res}\left[\frac{1}{z \sin z}, z=0\right] =$ ()

(A) $2\pi i$

(B) 2π

(C) 0

(D) $-2\pi i$

7. 设 $f(t)$ 的傅立叶变换为 $F(\omega)$, 则 $f(at+b)$ (a, b 为实数且 $a > 0$) 的傅立叶变换为 ()

$$(A) \frac{1}{a} e^{i\frac{b}{a^2}\omega} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$(B) \frac{1}{a} e^{i\frac{b}{a}\omega} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$(C) \frac{1}{a} e^{-i\frac{b}{a^2}\omega} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$(D) \frac{1}{a} e^{-i\frac{b}{a}\omega} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

8. 函数 $\frac{s^2}{(s+1)^2+1}$ 的拉普拉斯逆变换为 ()

$$(A) \delta(t) - 2e^{-t} \cos t$$

$$(B) \delta(t) - 2\cos t - 2\sin t$$

$$(C) \delta(t) - 2e^{-t} \sin t$$

$$(D) \frac{i-1}{2} e^{it}$$

三、 填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

1. 当 $z = \frac{\cos(\frac{5}{6}\pi) + i\sin(\frac{5}{6}\pi)}{\cos(\frac{1}{3}\pi) + i\sin(\frac{1}{3}\pi)}$ 时, $z^{-2009} + z^{2357} + z^{-256} + z^{74}$ 的值等于_____.

2. 设 $f(z) = e^{x^2-y^2} [\cos(2xy) + i\sin(2xy)]$, 则 $f'(1) =$ _____.

3. 复数 $i^{\frac{1}{2}} =$ _____.

4. 设 C 为过点 $2+3i$ 的正向简单闭曲线, 则当 z 从曲线 C 内部趋向 $2+3i$ 时,

$\lim_{z \rightarrow 2+3i} \oint_C \frac{e^\xi}{\xi - z} d\xi =$ _____, 当 z 从曲线 C 外部趋向 $2+3i$ 时,

$\lim_{z \rightarrow 2+3i} \oint_C \frac{e^\xi}{\xi - z} d\xi =$ _____.

5. 设 $u(x, y)$ 的共轭调和函数为 $v(x, y)$, 那么 $v(x, y)$ 的共轭调和函数为_____.

6. 级数 $\frac{1}{z^2} + \frac{1}{z} + 1 + z + z^2 + \dots$ 的收敛域是_____.

7. 函数 $F(\omega) = \frac{1}{9+\omega^2}$ 的傅立叶逆变换为_____.

8. 函数 $F(s) = \frac{1}{s^2+1} e^{-2s}$ 的拉普拉斯逆变换为_____.

四、(8分) 计算积分 $\oint_C \frac{1}{(z^2 + a^2)^2} dz$, 其中 C 为不经过 $z = \pm ai$ 的简单正向闭曲线.

五、(8分) 将 $f(z) = \frac{1}{(z+i)(z-2)}$ 在适当的圆环域内展成以 2 为心的幂级数。

六、(10 分) 计算函数 $f(t) = \begin{cases} t, & |t| \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 的傅立叶变换, 并求积分

$$\int_0^{+\infty} \left(\frac{\sin \omega}{\omega^2} - \frac{\cos \omega}{\omega} \right) \sin \omega t d\omega \text{ 的值,}$$