



北京航空航天大学
BEIHANG UNIVERSITY

2016—2017 学年第一学期

考试统一用答题册

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成绩								
阅卷人								

考试课程 复变函数与积分变换 B

班 级 学 号

姓 名 成 绩

任课教师 上午 () 下午 ()

2016 年 12 月 30 日

(试题共 4 页)

一、选择题(每题 3 分, 共 27 分)

1. $3i^{11} + 6i^3 - 9i^{-1}$ 等于 ()
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) i
2. 函数 $x^3 + 3xy^2 - 3x + i(y^3 + 3x^2y - 3y)$ 在复平面内 ()
(A) 处处解析 (B) 处处可导
(C) 在坐标轴上可导 (D) 在坐标轴上解析
3. 满足不等式 $z\bar{z} + 2iz - 2i\bar{z} < 0$ 的所有点 z 构成的集合是 ()
(A) 有界单连通区域 (B) 有界多连通区域
(C) 无界单连通区域 (D) 无界多连通区域
4. 设曲线 C 为右半正向单位圆周, 则 $\int_C \frac{1}{z} dz =$ ()
(A) $-\pi i$ (B) 0 (C) $2\pi i$ (D) πi
5. 设 C 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 正向, 则积分 $\int_C [\frac{1}{z-1} + \frac{1}{(z-1)^2}] dz =$ ()
(A) $2\pi i$ (B) $4\pi i$ (C) 0 (D) $-2\pi i$
6. 函数 $\frac{1}{z^2}$ 在 $z=1$ 处的泰勒展开式为 ()
(A) $-\sum_{n=1}^{\infty} n(z-1)^{n-1} \quad (|z-1| < 1)$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} n(z-1)^{n-1} \quad (|z-1| < 1)$
(C) $-\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n(z-1)^{n-1} \quad (|z-1| < 1)$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n(z-1)^{n-1} \quad (|z-1| < 1)$
7. 下列级数中, 发散的级数是 ()
(A) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1+2i}{1-i}\right)^n$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 3^n}$
(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ (D) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2+3i)^n}$
8. $z=0$ 是函数 $\frac{\sin z}{z}$ 的 ()
(A) 可去奇点 (B) 一级极点
(C) 二级极点 (D) 本性奇点
9. 设 $f(t) = \cos 3t$, 则 $tf(t)$ 的傅立叶变换为 ()

(A) $i\pi[\delta'(\omega+3)+\delta'(\omega-3)]$

(B) $i\pi[\delta'(\omega+3)-\delta'(\omega-3)]$

(C) $\pi[\delta'(\omega-3)+\delta'(\omega+3)]$

(D) $\pi[\delta'(\omega+3)-\delta'(\omega-3)]$

二、填空题 (每题 3 分, 共 27 分)

1. 对于映射 $\omega = z + \frac{1}{z}$, 圆周 $|z|=2$ 的像曲线为 _____ (写出方程).

2. 设函数 $f(z) = \cos(2z) + i \sin z$ 在 $z=1$ 处的导数 _____.

3. 复数 $(-2)^i =$ _____.

4. 若解析函数 $f(z) = u + iv$ 的实部 $u = e^x \cos y$, 那么 $f(z) =$ _____.

5. 设曲线 C 为从 $1+i$ 到 0 的直线段, 则积分 $\int_C \bar{z} dz =$ _____.

6. 设 $f(z) = \int_{|\zeta|=3} \frac{3\zeta^2 + 5\zeta + 1}{\zeta - z} d\zeta$, $|z| \neq 3$, 则 $f'(-1) =$ _____.

7. 函数 $\sin \frac{1}{z-2}$ 在 $z=2$ 处的留数为 _____.

8. 函数 $F(s) = \frac{s}{s+1} e^{-s}$ 的拉普拉斯逆变换为 _____.

9. 函数 $F(\omega) = e^{2i\omega}$ 的傅立叶逆变换为 _____.

三、(12 分) 计算积分 $\int_c \frac{\cos z}{z(4-z)^2} dz$, 其中 c 为不经过 $0, 4$ 的简单闭曲线.

四、(8分) 将 $f(z) = \frac{1}{(z-3)(z+i)}$ 在适当的圆环域内展成以 3 为心的幂级数。

五、(10分) 求函数 $f(t) = \begin{cases} -e^{-\beta t}, & t < 0 \\ 0, & t \geq 0 \end{cases} (\beta < 0)$ 的傅立叶变换和傅立叶积分, 并计算

$$\int_0^{+\infty} \frac{\beta \cos \omega t + \omega \sin \omega t}{\beta^2 + \omega^2} d\omega.$$

六、(10 分) 利用 Laplace 变换求微分方程

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = 6e^{-t}$$

满足初始条件 $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$ 的解.

七、(6 分) 设 $f(z)$ 在 $|z| \leq r$ 内解析且 $|f(z)| \leq M$, 证明: $|f^{(n)}(z)| \leq \frac{n!M}{(r-|z|)^n} \quad (|z| < r)$