

学号 _____

姓名 _____

成绩 _____

考试日期: 2015 年 01 月 19 日

考试科目: 《 随机过程理论 》 (A 卷)

一、(本题共 10 分, 每小题各 2 分) 判断下列命题是否正确, 正确者画“√”, 不正确者画“×”。

1. 广义联合平稳随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的互相关函数 $R_{XY}(\tau)$ 为 τ 的奇函数。
2. 马尔可夫链的转移概率矩阵中每一列的和为 1。
3. 维纳过程是服从高斯分布的平稳独立增量过程。
4. 随机过程独立一定互不相关; 互不相关一定正交; 正交不一定独立。
5. 广义平稳随机过程 $X(t)$ 与其希尔伯特变换 $\hat{X}(t)$ 在同一时刻相互正交。

二、(本题 20 分, 每小题 5 分) 简要回答下列问题:

1. 具有各态历经性的随机过程必须是广义平稳随机过程。
2. 噪声等效通频带的定义及其与相关时间的关系。
3. 高斯随机过程的狭义平稳与广义平稳等价。
4. 齐次马尔可夫链的联合分布可由其初始分布和一步转移概率完全决定。

三、(本题 15 分) 设随机过程 $Z(t) = X \sin t + Y \cos t$, 其中 X 和 Y 是二个相互独立的随机变量, 已知 $E[X] = E[Y] = 0$, $E[X^2] = E[Y^2] = 1$, $E[X^3] = E[Y^3] = 1/2$ 。

1. 求 $Z(t)$ 的均值和自相关函数;
2. 证明 $Z(t)$ 是广义平稳过程, 但不是狭义平稳过程;
3. 证明 $Z(t)$ 具有均值各态历经性。

四、(本题 15 分) 令窄带实平稳随机过程 $X(t) = X_c(t) \cos \omega_0 t - X_s(t) \sin \omega_0 t$ 。其中, $X_c(t)$ 为其同相分量, $X_s(t)$ 为其正交分量, $X_c(t)$ 和 $X_s(t)$ 同为低频分量且在同一时刻互不相关。图 1 为 $X(t)$ 的功率谱密度, 求:

1. $X(t)$ 的自相关函数;
2. $X(t)$ 的希尔伯特变换;
3. $X_c(t)$ 的自相关函数及 $X_s(t)$ 的功率谱密度。

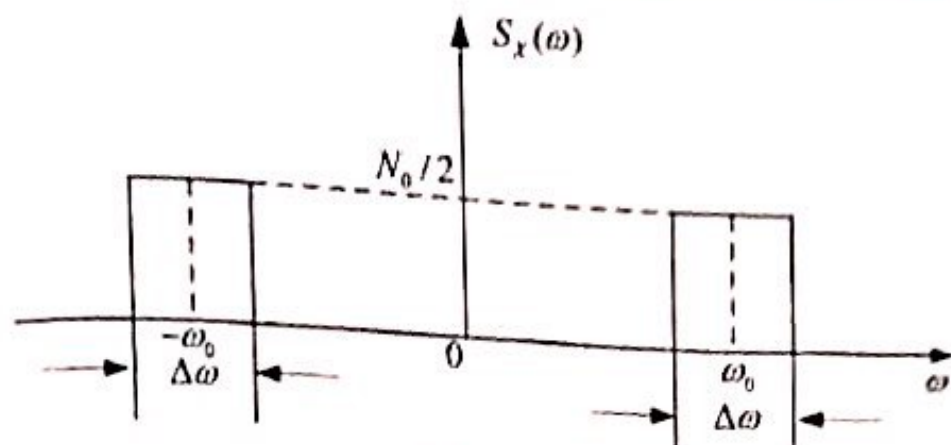


图 1

五、(本题15分) 功率谱密度为1的高斯白噪声通过如图2所示的线性系统, 求:

1. 随机过程 $Z(t)$ 的均值和自相关函数;
2. $Y(t)$ 和 $Z(t)$ 的互功率谱密度;
3. 随机过程 $Z(t)$ 的一维概率密度函数。

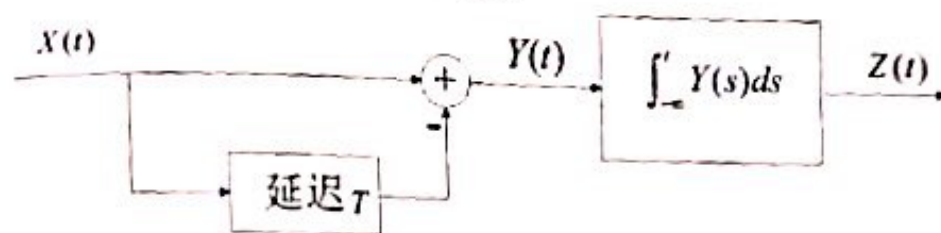


图 2

六、(本题 10 分) 在图 3 所示的系统中输入 $X(t)$ 同时作用于两个系统。

1. 求输出 $Y_1(t)$ 和 $Y_2(t)$ 的互谱密度 $S_{Y_1 Y_2}(\omega)$;
2. 设 $X(t)$ 是具有单位谱高的白噪声, 若要使 $Y_1(t)$ 和 $Y_2(t)$ 的相关系数为 0.5, $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 应满足什么条件?

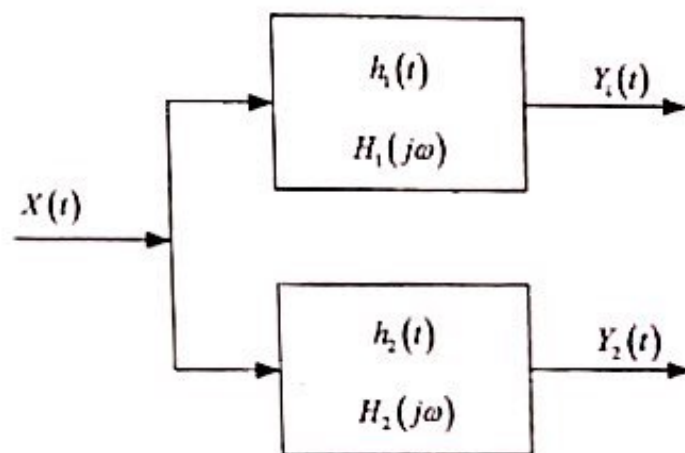


图 3

北京航空航天大学研究生课程试卷

七、(本题15分) 对于泊松过程 $N(t)$ ，其增量 $N(t) - N(t-\tau)$ 的一维概率为

$$P[N(t) - N(t-\tau) = k] = \frac{(\lambda\tau)^k e^{-\lambda\tau}}{k!}, \quad k \geq 0, \quad \tau > 0.$$

1. 求 $N(t)$ 的均值和自相关函数;
2. 判断 $N(t)$ 是否为广义平稳随机过程?
3. 说明 $N(t)$ 是否均方可导?