

北京航空航天大学  
2015 ~ 2016 学年第一学期  
随机过程理论期末考试试卷  
(2015 年 11 月 29 日)

班级: \_\_\_\_\_; 学号: \_\_\_\_\_; 姓名: \_\_\_\_\_; 成绩: \_\_\_\_\_

注意事项: 1、所有答案请写在答题纸上,并在每一页答题纸上写上学号、姓名  
2、考试完毕后,所有答题纸、草稿纸一律上交。

一、(本题35分,每小题5分)简要回答下列问题。

1. 平稳随机过程的各态历经性及其意义。
2. 平稳随机过程通过线性时不变系统,输出过程不一定是平稳随机过程。
3. 高斯平稳随机过程与其导数过程在同一时刻相互独立。
4. 白噪声过程通过线性系统后输出过程的相关时间和噪声等效通频带的定义,以及它们之间的关系?
5. 什么是实随机过程的复表示?并给出复表示的功率谱密度。
6. 两个相互独立的泊松过程的和仍然是泊松过程。
7. 马尔可夫链的切普曼-科尔莫戈罗夫方程及其意义。

二、(本题15分)设  $Z(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{j\omega_k t}$ , 其中  $\omega_k, k=1, \dots, n$  是实数;  $A_k, k=1, \dots, n$

是均值为零的实随机变量,且有  $E[A_i A_j] = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ , 请计算:

1.  $Z(t)$  的均值和自协方差函数;
2.  $Z(t)$  的均方值;
3.  $Z(t)$  是否为平稳随机过程?

三、(本题20分)设随机过程  $X(t)$  和  $Y(t)$  为

$$X(t) = U \cos \omega_0 t + V \sin \omega_0 t$$

$$Y(t) = U \sin \omega_0 t + V \cos \omega_0 t$$

其中  $\omega_0 > 0$ ,  $U$  和  $V$  是两个相互独立的高斯随机变量,且有  $E(U) = E(V) = 0$ ,

$E(U^2) = E(V^2) = 1$ , 试计算:

1.  $X(t)$  和  $Y(t)$  的均值和自相关函数;
2.  $X(t)$  和  $Y(t)$  的互相关函数和互功率谱密度;
3.  $X(t)$  和  $Y(t)$  在同一时刻的联合概率密度函数。

四、(本题20分)设  $X(t)$  为具有单位谱高的零均值白噪声过程,其通过传递函数分别为  $H_1(j\omega)$  和  $H_2(j\omega)$  的两个理想带通滤波器,输出分别为  $Y_1(t)$  和  $Y_2(t)$ , 其中:

$$H_1(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega \pm \omega_0| < \frac{B}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, H_2(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega \pm \omega_0| < \frac{B}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

试计算:

1.  $Y_1(t)$  和  $Y_2(t)$  的互相关函数及互功率谱密度;
2.  $H_1(j\omega)$  和  $H_2(j\omega)$  满足什么条件,可以使得  $Y_1(t)$  和  $Y_2(t)$  互不相关?
3. 如果要使得  $Y_1(t)$  和  $Y_2(t)$  的互相关系数为0.5,则  $H_1(j\omega)$  和  $H_2(j\omega)$  应满足什么条件?

五、(本题10分)具有单位谱高的零均值高斯白噪声过程  $X(t)$  均方积分后输出过程为

$$W(t) = \int_0^t X(s) ds, W(0) = 0$$

请计算:

1.  $W(t)$  的均值和自相关函数;
2.  $W(t_2) - W(t_1)$  的均值和均方值。