

## 此题目有答案

例题1：利用重复抛掷硬币的实验定义一个随机过程

$$X(t) = \begin{cases} \cos \pi t & \text{出现正面} \\ 2t & \text{出现反面} \end{cases}$$

设出现正面和出现反面的概率为 $\frac{1}{2}$ 。

(1) 求 $X(t)$ 的一维分布函数 $F_X\left(x, \frac{1}{2}\right)$ 和 $F_X(x, 1)$

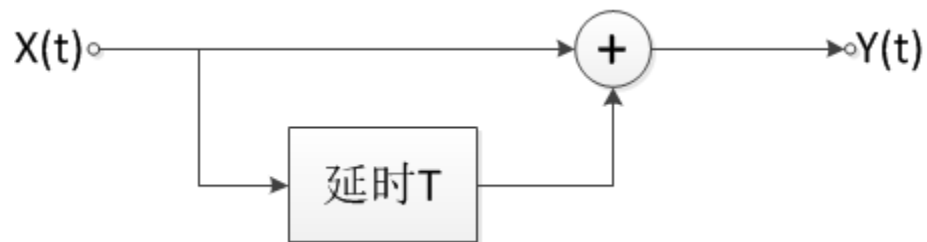
(2) 求 $X(t)$ 的二维分布函数 $F_X\left(x_1, x_2, -\frac{1}{2}, 1\right)$

例题2：设随机过程 $Z(t) = X\sin t + Y\cos t$ ，其中X和Y是相互独立的二元随机变量，它们分别以2/3和1/3的概率取值-1和2。

(1) 求 $Z(t)$ 的均值函数和自相关函数。

(2) 证明 $Z(t)$ 是广义平稳过程，但不是狭义平稳过程

例题3：如下图所示，若 $X(t)$ 是平稳随机过程，证明过程 $Y(t)$ 的功率谱是：  
$$S_Y(\omega) = 2S_X(\omega)(1 + \cos \omega T)$$



例题4: 设 $S(\omega)$ 是一个随机过程的功率谱密度函数, 证明 $d^2S(\omega)/d\omega^2$ 不可能是功率谱密度函数。

例题5: 给定一个随机过程  $X(t) = A \cos(\omega_0 t + \Theta)$  , 式中,  $A$  和  $\omega_0$  为常量,  $\Theta$  在区间  $(0, 2\pi)$  内为均匀分布的随机变量。

(1) 利用  $P_X = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E[X^2(t)] dt$ , 求  $X(t)$  的功率。

(2) 利用式  $S_X(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|X_T^2(\omega)|]}{2T}$  求  $X(t)$  的功率谱, 并由式  $P_X = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(\omega) d\omega$  计算功率。

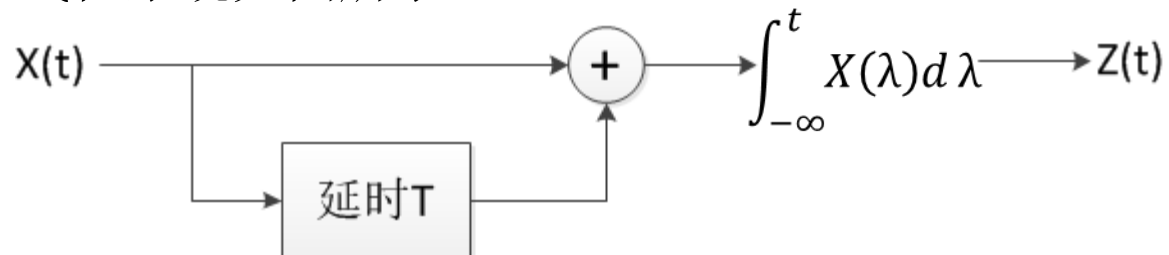
例题6：设随机过程  $X(t)$  是均方可微的，其导数为  $X'(t)$ 。证明对于任意给定的  $t$ ，随即变量  $X(t)$  和  $X'(t)$  都是正交的和不相关的，即  $E[X(t) \cdot X'(t)] = E[X(t)]E[X'(t)] = 0$ 。

例题7: 已知 $R_X(\tau) = e^{-\tau^2}$ , 如果 $Y(t) = X(t) + \dot{X}(t)$ , 求 $R_Y(\tau)$ 。

例题8：设线性系统 $H(j\omega)$ 的输入为平稳过程 $X(t)$ ，其功率谱密度为 $S_X(\omega)$ ，输出为 $Y(t)$ ，求误差过程 $E(t) = Y(t) - X(t)$ 的功率谱密度函数为 $S_E(\omega)$ 。



例题9：一个线性系统如图所示：



- (1) 求整个系统的传递函数；
- (2) 若 $X(t)$ 是谱密度为 $S_0$ 的白噪声，试求 $Z(t)$ 的均方值。