DSP实验报告(二)

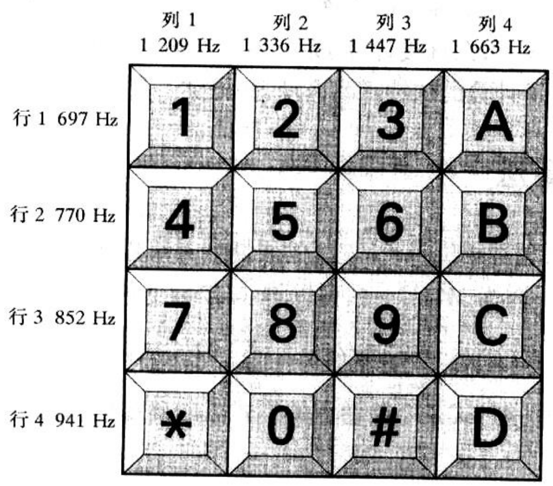
18373038 钱思远

一、实验要求

双音多频(DTMF)信号

DTMF 是按键式电话信令中的一般名称，它等效于在贝尔系统内部正在使用的按纽式拨号系统。DTMF 在电子邮件系统和电话银行系统中也得到广泛的应用；后者，用户可以从电话送出 DTMF 信号根据一个菜单来任选一项。

在 DTMF 信令系统中，一个高频单音和一个低频单音的组合代表某一特定的数字，或字符 * 和 #。8 个频率按排成如图 10.14，以能容纳下总数为 16 个字符，其中 12 个指定如图示，而其余 4 个留作将来使用。



DTMF 数字 = 行音 + 列音

图 10.14 DTMF 数字

DTMF 信号很容易用软件产生并用数字滤波器检测到，也能用软件来实现，做成是对 8 个频率单音调谐的。通常，DTMF 信号经由一个编码/解码芯片或用线性 A/D 和 D/A 转换器与模拟环境接口。编解码芯片包含了一个双向数字/模拟接口全部必要的 A/D 和 D/A，采样和滤波电路。

DTMF 音可以用数学方法产生，也可以用查表方式产生。在一种硬件实现(例如在数字信号处理器)中，两个正弦波的数字样本用数学方法产生、加权并相加在一起。其和经对数压缩后送到编解器转换到一模拟信号。在 8kHz 的采样率下，硬件必须每隔 125ms 输出一个样本。在这种情况下，不用正弦函数查表的办法，这是由于正弦波的值能很快计算出而勿需像查表那样要求占用大的数据存储量。在 MATLAB 中为了仿真和研究的目的，查表法可能是一个好的办

法。

在接收端接收到这个来自编解码器的经对数压缩的 8bit 数字数据字后，将它们对数扩展到 16bit 的线性格式，然后检测到这些单音并判断出传递的数字。检测算法可以是利用 FFT 算法的一种 DFT 实现，或者是一种滤波器柜的实现。对于要检测的单音个数相对较少的话，滤波器柜更为有效。下面介绍应用 Goertzel 算法实现这 8 个调谐滤波器。

从第 5 章的讨论回想到，一个 N 个数据序列 $\{x(n)\}$ 的 DFT 是

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}, \; k = 0,1,\ldots,N-1 \tag{10.40}$$

如果用 FFT 算法执行这个 DFT 的计算，计算次数(复数乘法和加法)是 $N_{\log_2} N$。在这种情况下，立即得到 DFT 的全部 N 个值。然而，如果仅想计算 DFT 中的 M 个点，$M < \log_2 N$，那么直接计算 DFT 更为有效。下面介绍的 Goertzel 算法基本上是一种 DFT 计算的线性滤波途径，并提供了直接计算的另一种办法。

GOERTZEL 算法

Goertzel 算法利用相位因子 $\{W_N^k\}$ 的周期性并可以将 DFT 的计算表示为一种线性滤波运算。因为 $W_N^{-kN} = 1$，可以将 DFT 乘上这个因子，于是有

$$X(k) = W_N^{-kN} X(k) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m) W_N^{-k(N-m)} \tag{10.41}$$

值得注意的是，(10.41)式是一种卷积的形式。的确如此，如果将序列 $y_k(n)$ 定义为

$$y_k(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m) W_N^{-k(n-m)} \tag{10.42}$$

那么很明显，$y_k(n)$ 就是长度为 N 的有限长输入序列 $x(n)$ 与一个脉冲响应为

$$h_k(n) = W_N^{-kn} u(n) \tag{10.43}$$

的滤波器的卷积。这个滤波器在 $n = N$ 的输出得到 DFT 在频率 $\omega_k = 2\pi k/N$ 的值，这就是

$$X(k) = y_k(n) \mid_{n=N} \tag{10.44}$$

正如将(10.41)式和(10.42)式作一比较就能得到证实。

脉冲响应为 $h_k(n)$ 的滤波器有系统函数为

$$H_k(z) = \frac{1}{1 - W_N^{-k} z^{-1}} \tag{10.45}$$

这个滤波器在单位圆上的频率 $\omega_k = 2\pi k/N$ 处有一个极点。据此，将一组输入数据通过一个并联的 N 个单极点滤波器(谐振器)柜就能计算出全部 DFT，这

里每个滤波器都有一个极点位于相应的 DFT 频率上。

不是按(10.42)式那样径由卷积计算出 DFT,而是可以利用对应于由(10.45)式给出的滤波器的差分方程递推地计算出 $y_k(n)$。这样有

$$y_k(n) = W_N^{-k} y_k(n-1) + x(n), \quad y_k(-1) = 0 \tag{10.46}$$

期望的输出是 $X(k) = y_k(N)$。为了完成这个计算,可以计算一次就将相位因子 W_N^{-k} 保存下来。

通过将具有复数共轭极点的谐振器组成一对就可以免去包含在(10.46)式中的一些复数乘法和加法。这就导致两个极点的滤波器,其系统函数形式为

$$H_k(z) = \frac{1 - W_N^k z^{-1}}{1 - 2\cos(2\pi k/N) z^{-1} + z^{-2}} \tag{10.47}$$

由图 10.15 说明的系统实现是用下面差分方程描述的:

$$v_k = 2\cos\frac{2\pi k}{N} v_k(n-1) - v_k(n-2) + x(n) \tag{10.48}$$

$$y_k = v_k(n) - W_N^k v_k(n-1) \tag{10.49}$$

初始条件为 $v_k(-1) = v_k(-2) = 0$。这就是 Goertzel 算法。

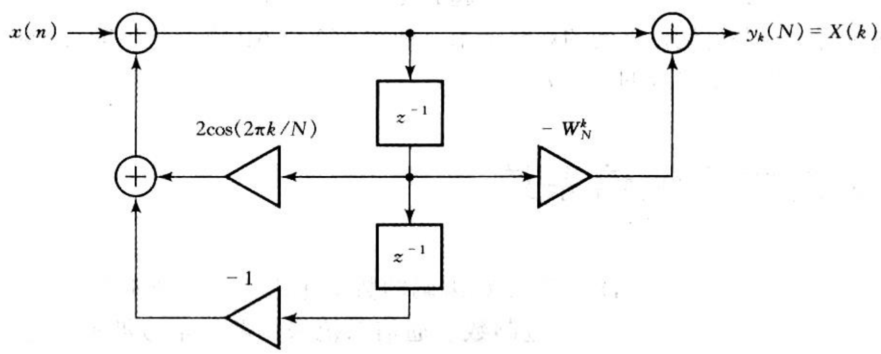


图 10.15 计算 DFT 的两个极点谐振器的实现

(10.48)式的递推关系对 $n = 0, 1, ..., N$ 进行迭代,但(10.49)式的计算仅有一次在 $n = N$。每次迭代需要做一次实数乘法和两次加法。这样一来,对于一个实输入序列 $x(n)$,这个算法要求有 $N+1$ 次实数乘法,得到的不仅仅是 $X(k)$,而且由于对称性还有 $X(N-k)$ 的值。

现在可以用 Goertzel 算法实现 DTMF 解码器。因为要被检测的有 8 种可能的单音,需要由(10.47)式给出的 8 个滤波器,其中每一个滤波器与 8 个频率之一调谐。在 DTMF 检测器中不需要计算复数值 $X(k)$,仅需要幅度 $|X(k)|$ 或幅度平方值 $|X(k)|^2$ 就是够了。结果,在涉及分子项(滤波器计算的前馈部分)的 DFT 值计算中的最后一步就能够简化。尤其有

$$|X(k)|^2 = |y_k(N)|^2 = |v_k(N) - W_N^k v_k(N-1)|^2 \qquad (10.50)$$
$$= v_k^2(N) + v_k^2(N-1) - \left(2\cos\frac{2\pi k}{N}\right) v_k(N) v_k(N-1)$$

在 DTMF 检测器中完全消除了复数值的算术运算。

（注：上面的 125ms 间隔是参考书中的错误，应为 0.125ms）

上机要求：

1. 产生数字 8 的双音频信号的离散信号，其是对双音频信号时长数不小于 500ms 的连续信号采样获得。
2. 用 N=205 点的戈泽尔算法， 识别出 8 这个符号。

   （注意，要找好需查找的 k_1 和 k_2 ）
3. 产生一理想的 8 位数的电话拨号音信号（例如 82317231），拨号音的信号时序为：

静音	号码 1	静音	号码 2	…	…	…	静音	号码 8	静音 2

静音时长：200ms~400ms

单号码音时长：250~500ms

(注：静音时，信号为 0)

用 N=205 点的戈泽尔算法， **识别出电话号码。**

4. 在理想的拨号音上叠加以个 50Hz 的工频干扰信号。

   用 N=205 点的戈泽尔算法， 识别出电话号码。
5. 在理想的拨号音上叠加一个白噪声信号,。

在拨号信号持续期内的信噪比分别为 10dB,5dB,3dB,2dB,1dB，0dB 的情况下，用 N=205 点的戈泽尔算法， 识别出电话号码。(那种情况不能识别?)。

提示：号码音的存在检测方法：

设拨号音的信号为 $x[n]$，可设一长度为 L 的滑窗，计算

$$s[n]=\sum_{k=0}^{L-1}x^2[n+k]$$

设置一门限 T_a

若 $s[n]>T_a$，则号音存在，反之不存在。

二、实验步骤

1.信号的产生：

(1) 双音频信号的产生：

由用户从键盘输入想要打出的电话号码，系统根据用户要求判断号码的位数，产生相对应的数字双音频信号。

使用 MATLAB 里随机函数（rand）产生若干段时间间隔，分为作为按键保持时间、按键间隔时间的时间长度，分别满足实验要求中的时间范围。首先在不考虑噪声时，信号保持时间内信号为两个不同频率的余弦信号相加；在按键间隔时间内信号为零。考虑噪声时，在各段时间内加上一个某频率的干扰信号即可，如 cos(2*pi*50*t)。

在信号产生好之后，使用 MATLAB 中的 awgn（x,SNR）函数向信号中加入高斯白噪声，信噪比为设定参数，可以修改。

(2) 生成数字双音频信号：

为了产生数字双音频信号，对 3.1.1 中的信号抽样处理。考虑到奈奎斯特采样定理，信号最高频率为 1633Hz，设定采样频率为 8kHz，满足抽样定理，不会发生混叠，此时接收端可以正确检测信号。表达式如下：

$$y[n]=y(t)|_{t=nT}=cos2\pi f_L nT+cos2\pi f_H nT\text{，T=0.125ms}$$

在 MATLAB 中具体实现时，以间隔极小的离散值来代替模拟信号，因此为精简算法和代码长度起见，这里的抽样可以与 3.1.1 中的信号的产生合并，即直接产生时间间隔为 0.125ms 的模拟信号作为该步骤的抽样结果，而不采用重复取离散值的方法。

2.信号的检测

(1) 信号的识别

考虑到信号功率一般大于噪声功率，尤其是信噪比较高的时候，我们能通过滑窗平均功率的计算找出信号所在。使用滑窗技术对信号加以鉴别，通过取合适阈值则可以将信号与噪声分离。

$$\mathrm{W}[\mathrm{n}] = \frac{1}{L}\sum_{n=i}^{n=\mathrm{i+L}} y^2[n]$$

其中 i 为某起点标号，L 为滑窗窗长，本实验设定值为 100.

为了在平稳期抽样减小误差，在功率达到阈值之后并不立即抽样处理，而是延迟 M 个点在进行抽样，可见，M 过大则有可能使窗错过信号，M 太小则效果不明显，本文取 M 为 100 个点。

(2) 加窗取样

为了进行傅里叶变换，需要对 y[n]再进行采样，本文设定采样窗长 N=205，取该长度则刚好可以在 W[n]平稳期内准确采到实验要求里的信号频点。

(3) 傅里叶变换

使用戈泽尔算法进行傅里叶变换，离散时间傅里叶变换与周期信号的傅里叶变换关系为：

$$y[k] = Y(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi k}{N}}$$

其中 N=205 点。则根据上述关系，各个频点对应的 k 值如下表所示：

频率 f/Hz	精确 k 值	取整 k 值	误差 γ
697	17.861	18	0.139
770	19.731	20	0.269
852	21.833	22	0.167
941	24.113	24	0.113
1209	30.981	31	0.019
1336	34.235	34	0.235
1477	37.848	38	0.152
1633	41.846	42	0.154

其中 k=fN/8000。

可见使用戈泽尔算法使得 k 值最大误差在 26.9%，而且考虑到高斯噪声恒定功率谱的特点，在 k 不为表中各取整值时信号傅里叶变换仍有一定大小，基于上述两个原因，傅里叶变换之后需要取一定阈值，使得 k 值的偏移和叠加的噪声不会对检测的正确性造成影响。

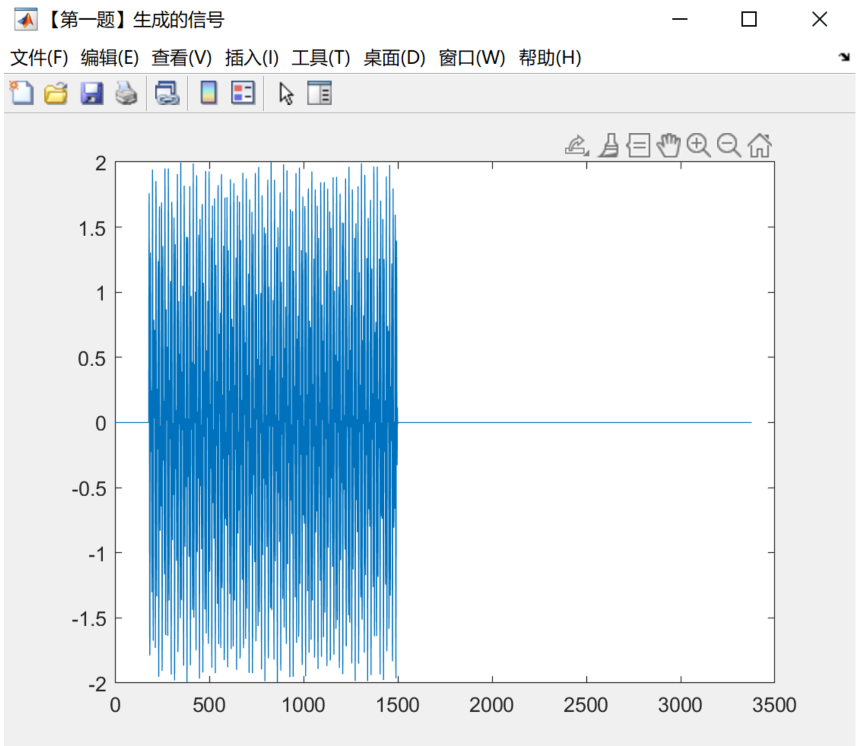
(4) 比较与输出

进行傅里叶变换之后，只需要判断在特定 k 值处是否有满足阈值要求的信号存在即可以得到是否有相应的按键频率存在。可使用条件语句实现。

三、实验结果

根据题目要求，为保证程序的呈现效果，我们亦设计了优秀的人机交互界面，用于已最佳的方式呈现实验的结果。

1.输入数字 8，产生离散信号如下：



命令行显示如下：

```
命令行窗口
【第一题】产生数字8的双音频信号的离散信号
因此，请输入“8”这一符号
输入需要被转换的信号（16种字符组成，字母为大写）:8
DTMF信号见图，点击任意键继续
```

而之所以输入 8，仅仅是题目要求，事实上，组成键盘的 16 种字符皆可以正常输入。而在此仅以 8 作为示例。

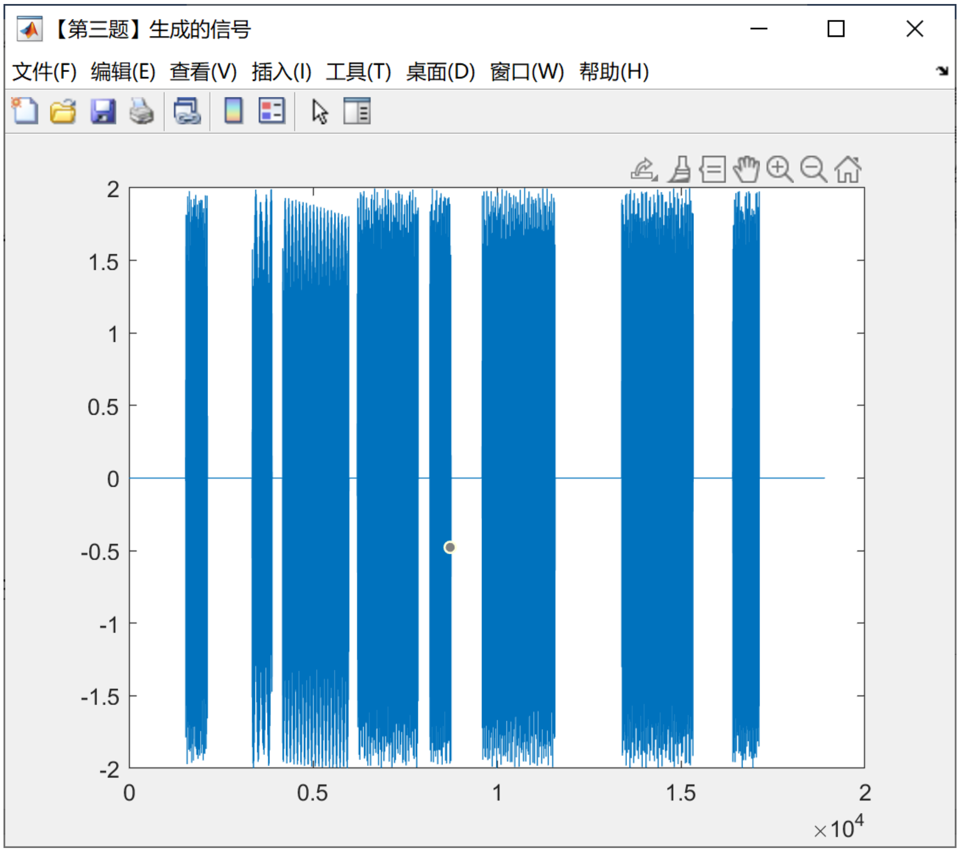
2.对 1 产生的信号进行识别，识别结果如下：

```
命令行窗口
【第一题】产生数字8的双音频信号的离散信号
因此，请输入“8”这一符号
输入需要被转换的信号（16种字符组成，字母为大写）:8
DTMF信号见图，点击任意键继续
【第二题】用N=205点的戈泽尔算法，识别出“8”这个符号
8
输出如上，点击任意键继续
```

可见单个字符的 DTMF 信号可以被正确识别。

3.随意输入 8 位号码，我们设置了 1234#*AD，这样可以覆盖数字、字

母、特殊符号三类，产生离散信号如下：

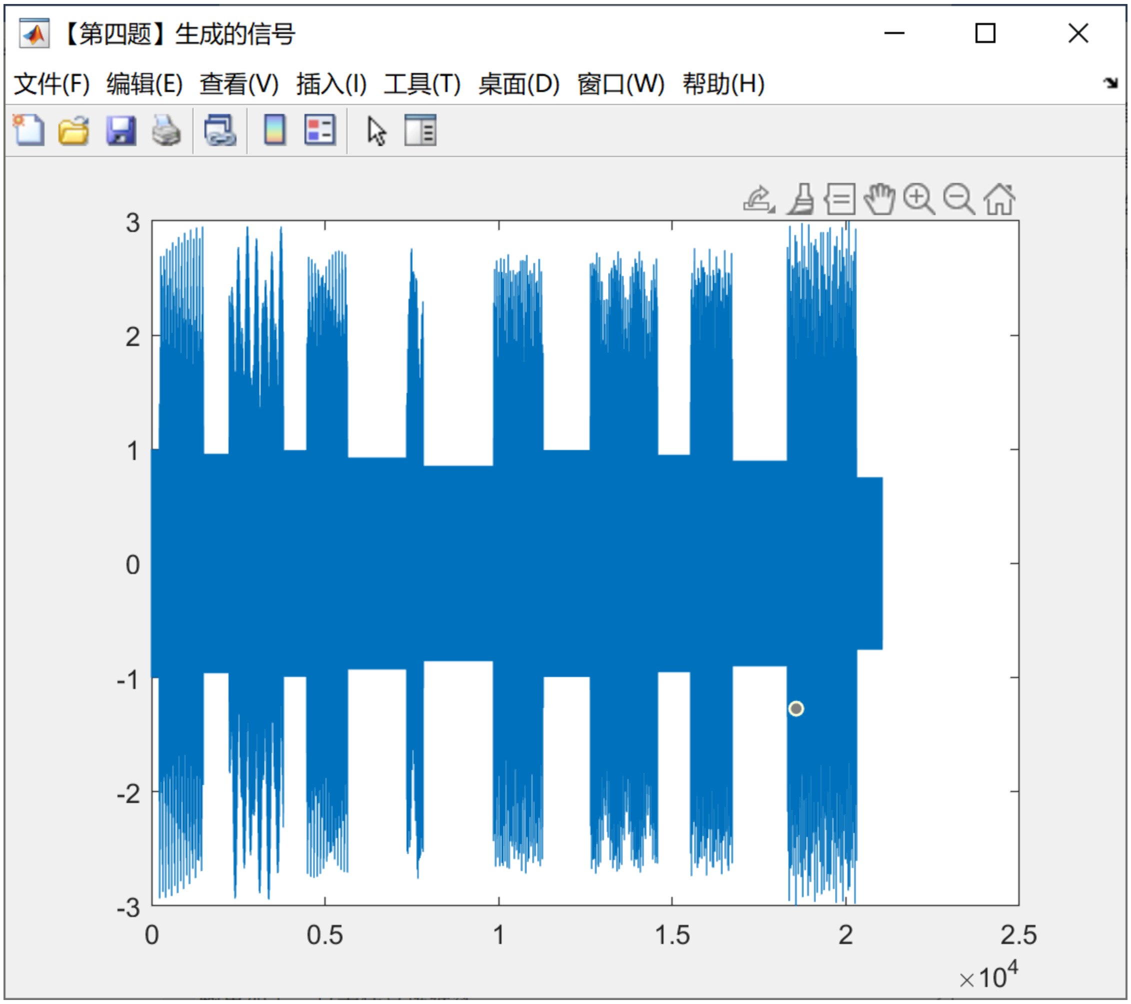


而通过算法对这一离散信号进行识别，则可以得到识别结果：

命令行窗口

【第三题】产生一理想的8位数的电话拨号音信号，并加以识别
因此，请随意输入8位信号（由16种字符组成）
输入需要被转换的信号（16种字符组成，字母为大写）:1234#*AD
1234#*AD
输出如上，点击任意键继续

4.在第三题产生的离散信号基础之上加上频率位 50Hz 的工频噪声，叠加噪声后的信号及识别结果如下：



命令行窗口

【第四题】在【第三题】理想8位数电话拨号音信号基础上叠加一个50Hz的工频干扰信号，对此进行识别

1234#*AD

输出如上，点击任意键继续

5.这一情况下我们将按照题目要求对叠加不同信噪比的白噪声的信号进行识别，如果识别出的信号中有任何一位与原信号不相同则判定为无法识别。识别结果汇总如下：

命令行窗口

【第五题】在【第三题】理想8位数电话拨号音信号基础上叠加白噪声信号，对此进行识别

叠加10dB噪声的识别结果

1234#*AD

叠加5dB噪声的识别结果

1234#*AD

叠加3dB噪声的识别结果

1234#*AD

叠加2dB噪声的识别结果

已不能识别

叠加1dB噪声的识别结果

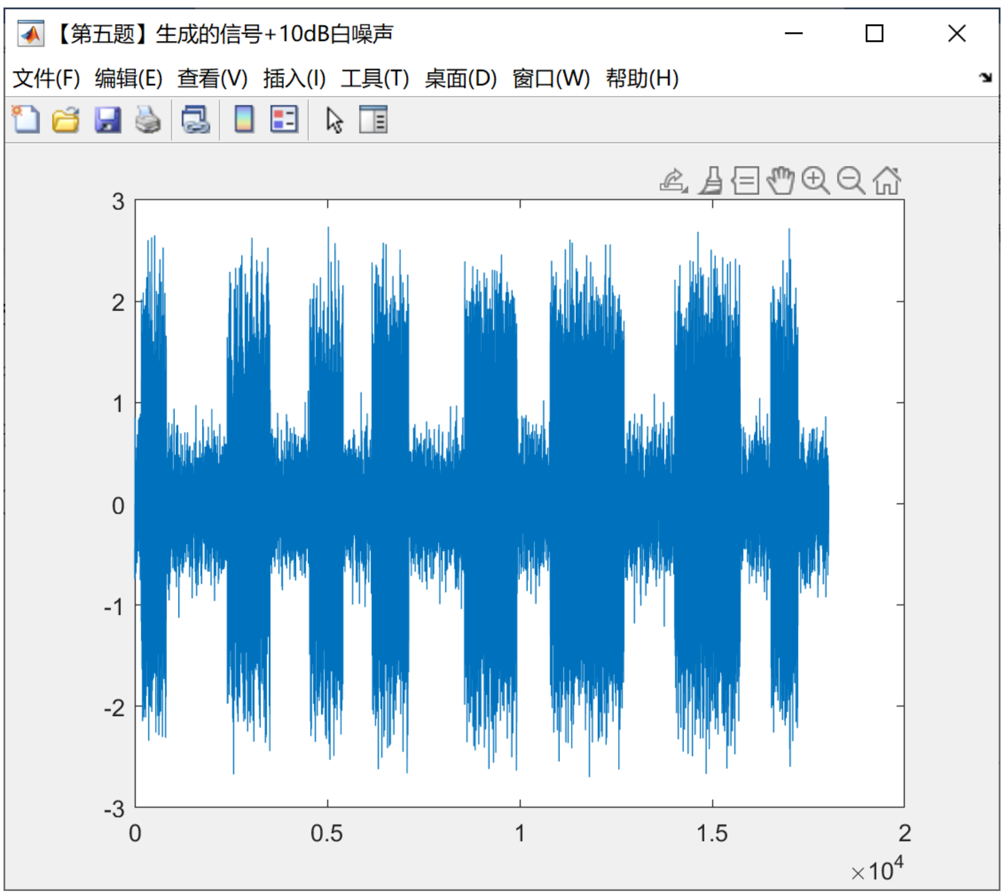
已不能识别

叠加0dB噪声的识别结果

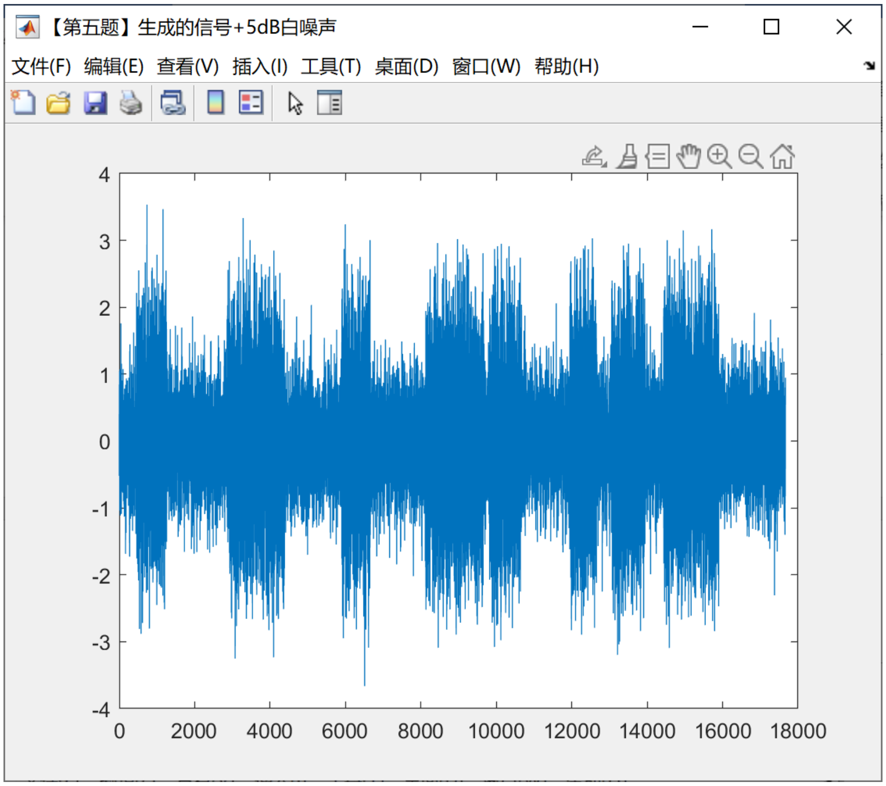
已不能识别

以下会展示不同信噪比白噪声叠加下的信号。

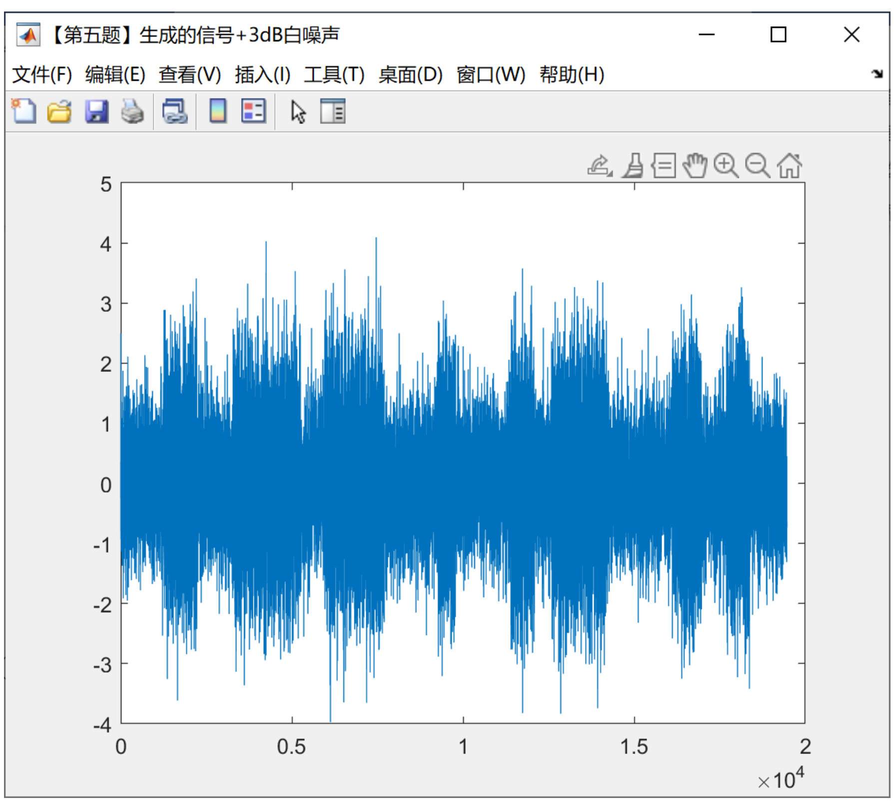
(1) 信噪比为 10dB 时，产生的离散信号：



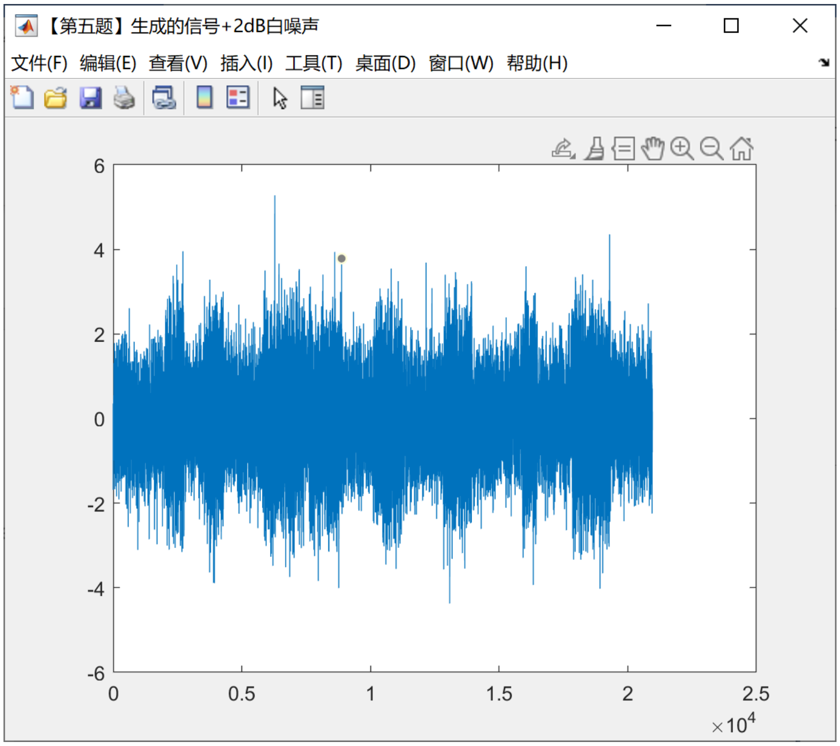
(2) 信噪比为 5dB 时，产生的离散信号：



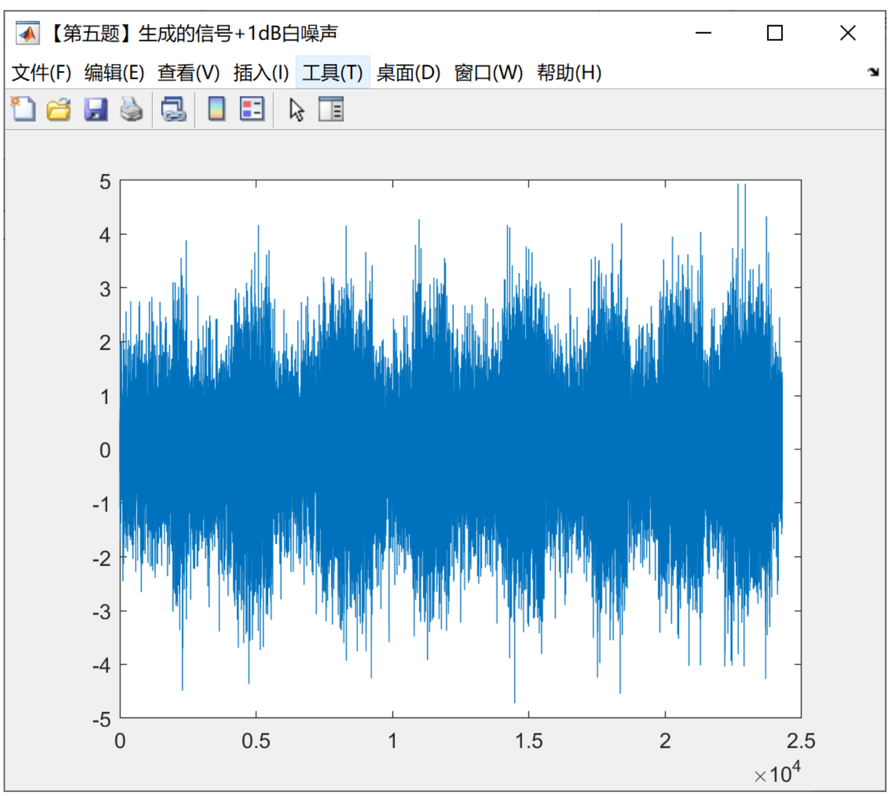
(3) 信噪比为 3dB 时，产生的离散信号：



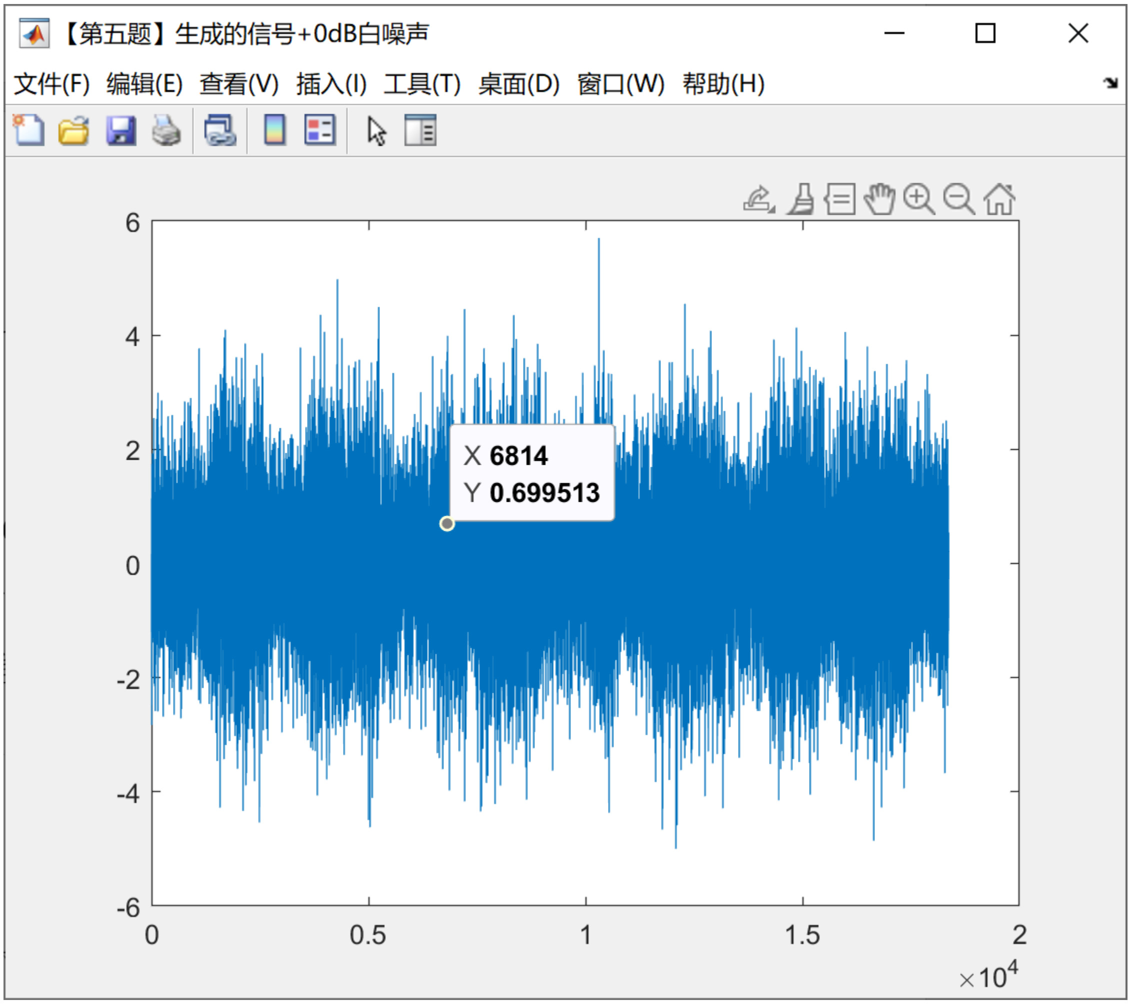
(4) 信噪比为 2dB 时，产生的离散信号：



(5) 信噪比为 1dB 时，产生的离散信号：



(6) 信噪比为 0dB 时，产生的离散信号：



四、结果分析：

由第四题结果可知，加 50Hz 的工频干扰信号后仍然可以识别原符号。

由第五题结果可知，加入白噪声后，可正常识别的最低信噪比约为 3dB，低于 3dB 后识别误差越来越大。且具体噪声信噪比大到什么程度会导致识别失败也与输入的号码有关，经过多次测试，离散信号能承受的白噪声最低信噪比约为 5dB。

且在我们的实验过程中，我们发现改变检测阈值即可改变对噪音的

灵敏度，经过调试得到更好的结果。

五、实验总结

本次实验中，我通过对DTMF信号的学习与了解，根据实验要求完成了DTMF信号的应用。实验中我分别对1位号码与8位号码两种输入情况下的DTMF信号转换进行了实践，并将DTMF信号存储进文件中，而后同样在程序中利用N=205点的戈泽尔算法对DTMF信号进行识别，还原出了原始的号码。针对这一过程，实验种还探究了叠加给定频率的工频信号与叠加不同信噪比的白噪声后对识别产生的影响，而我们发现，规律工频信号的叠加并不会影响DTMF信号的识别，而倘若白噪声的信噪比不高，同样不会干扰DTMF信号的正常转译，最后经过对不同号码的反复测试，得到大概的极限信噪比约为5dB，即当白噪声大于这一临界值则可能出现信号识别失败的情况。

本次实践在了解了DTMF这一新知识后还针对多个可能对其存在影响的变量进行了探究，让我对DTMF的理解更为深入，也对其应用场景有了一定程度上的把握。