

# 第一章 知识要点

## 1. 信号的概念与分类

按所具有的时间特性划分：

确定信号和随机信号； 连续信号和离散信号；

周期信号和非周期信号； 能量信号与功率信号；

因果信号与反因果信号；

正弦信号是最常用的周期信号，正弦信号组合后在任一对频率（或周期）的比值是有理分数时才是周期的。其周期为各个周期的最小公倍数。

① 连续正弦信号一定是周期信号。

② 两连续周期信号之和不一定是周期信号。

周期信号是功率信号。除了具有无限能量及无限功率的信号外，时限的或  $t \rightarrow \infty, f(t)=0$  的非周期信号就是能量信号，当  $t \rightarrow \infty, f(t) \neq 0$  的非周期信号是功率信号。

## 2. 典型信号

① 指数信号：  $f(t) = Ke^{at}, a \in R$

② 正弦信号：  $f(t) = K \sin(\omega t + \theta)$

③ 复指数信号：  $f(t) = Ke^{st}, s = \sigma + j\omega$

④ 抽样信号：  $Sa(t) = \frac{\sin t}{t}$

## 奇异信号

(1) 单位阶跃信号

$$u(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases} \quad t=0 \text{ 是 } u(t) \text{ 的跳变点。}$$

(2) 单位冲激信号

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \\ \delta(t) = 0 \quad (\text{当 } t \neq 0 \text{ 时}) \end{cases}$$

单位冲激信号的性质：

$$(1) \text{ 取样性} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_1)f(t)dt = f(t_1)$$

$$\text{相乘性质: } f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$(2) \text{ 是偶函数} \quad \delta(t) = \delta(-t)$$

$$(3) \text{ 比例性} \quad \delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

$$(4) \text{ 微积分性质} \quad \delta(t) = \frac{du(t)}{dt}; \quad \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$$

(5) 冲激偶  $f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$  ;

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)dt = -f'(0) \quad \int_{-\infty}^t \delta'(t)dt = \delta(t) ;$$

$$\delta'(-t) = -\delta'(t) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)dt = 0$$

带跳变点的分段信号的导数, 必含有冲激函数, 其跳变幅度就是冲激函数的强度。正跳变对应着正冲激; 负跳变对应着负冲激。

### 3. 信号的时域运算

① 移位:  $f(t+t_0)$ ,  $t_0$  为常数

当  $t_0 > 0$  时,  $f(t+t_0)$  相当于  $f(t)$  波形在  $t$  轴上左移  $t_0$ ; 当  $t_0 < 0$  时,  $f(t+t_0)$  相当于  $f(t)$  波形在  $t$  轴上右移  $t_0$ 。

② 反褶:  $f(-t)$   $f(-t)$  的波形相当于将  $f(t)$  以  $t=0$  为轴反褶。

③ 尺度变换:  $f(at)$ ,  $a$  为常数

当  $a > 1$  时,  $f(at)$  的波形时将  $f(t)$  的波形在时间轴上压缩为原来的  $\frac{1}{a}$ ;

当  $0 < a < 1$  时,  $f(at)$  的波形在时间轴上扩展为原来的  $\frac{1}{a}$ 。

④ 微分运算:  $\frac{d}{dt}f(t)$  信号经微分运算后会突出其变化部分。

### 4. 系统的分类

根据其数学模型的差异, 可将系统划分为不同的类型: 连续时间系统与离散时间系统; 线性系统与非线性系统; 时变系统与时不变系统;

### 5. 系统的特性

(1) 线性性

若同时满足叠加性与均匀性, 则称满足线性性。

当激励为  $C_1f_1(t) + C_2f_2(t)$  ( $C_1$ 、 $C_2$  分别为常数时), 系统的响应为  $C_1y_1(t) + C_2y_2(t)$ 。

线性系统具有分解特性:  $y(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t)$

零输入响应是初始值的线性函数, 零状态响应是输入信号的线性函数, 但全响应既不是输入信号也不是初始值的线性函数。

(2) 时不变性 : 对于时不变系统, 当激励为  $f(t-t_0)$  时, 响应为  $f(t-t_0)$ 。

(3) 因果性

线性非时变系统具有微分特性、积分特性。

## 第二章 知 识 要 点

1. 系统的全响应可按三种方式分解:

全响应  $y(t)$  = 零输入响应  $y_{zi}(t)$  + 零状态响应  $y_{zs}(t)$ ;

全响应  $y(t)$  = 自由响应  $y_h(t)$  + 强迫响应  $y_p(t)$ ;

各响应分量的关系:

$$y(t) = \underbrace{\sum_{k=1}^n A_k e^{a_k t}}_{\text{自由响应}} + \underbrace{B(t)}_{\text{强迫响应}} = \underbrace{\sum_{k=1}^n A_{zik} e^{a_k t}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{\sum_{k=1}^n A_{zsk} e^{a_k t} + B(t)}_{\text{零状态响应}}$$

2. 系统的零输入响应就是解齐次方程, 形式由特征根确定, 待定系数由  $0^-$  初始状态确定。零输入响应必然是自由响应的一部分。

3. 任意信号可分解为无穷多个冲激函数的连续和:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

那么系统的零状态响应为激励信号与单位冲激响应的卷积积分, 即  $y_{zs}(t) = f(t) * h(t)$ 。零状态响应可分解为自由响应和强迫响应两部分。

4. 单位冲激响应的求解。冲激响应  $h(t)$  是冲激信号作用系统的零状态响应。

5. 卷积积分

(1) 定义  $f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau$

(2) 卷积代数

① 交换律  $f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t)$

② 分配率  $f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t)$

③ 结合律  $[f_1(t) * f_2(t)] * f_3(t) = f_1(t) * [f_2(t) * f_3(t)]$

卷积的图解法 (求某一时刻卷积值)

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau$$

卷积过程可分解为四步:

(1) 换元:  $t$  换为  $\tau \rightarrow$  得  $f_1(\tau)$ ,  $f_2(\tau)$

(2) 反转平移: 由  $f_2(\tau)$  反转  $\rightarrow f_2(-\tau)$  右移  $t \rightarrow f_2(t - \tau)$

(3) 乘积:  $f_1(\tau) f_2(t - \tau)$

(4) 积分:  $\tau$  从  $-\infty$  到  $\infty$  对乘积项积分。

(3) 性质

- 1)  $f(t) * \delta(t) = \delta(t) * f(t) = f(t)$   $f(t) * \delta(t - t_0) = f(t - t_0)$   
 $f(t - t_1) * \delta(t - t_2) = f(t - t_1 - t_2)$  ( $t_0, t_1, t_2$  为常数)
- 2)  $f(t) * \delta'(t) = f'(t)$
- 3)  $f(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) u(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$   
 $u(t) * u(t) = tu(t)$
- 4)  $\frac{d^n}{dt^n} [f_1(t) * f_2(t)] = \frac{d^n f_1(t)}{dt^n} * f_2(t) = f_1(t) * \frac{d^n f_2(t)}{dt^n}$
- 5)  $\int_{-\infty}^t [f_1(\tau) * f_2(\tau)] d\tau = [\int_{-\infty}^t f_1(\tau) d\tau] * f_2(t) = f_1(t) * [\int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau]$
- 6)  $f_1(t - t_1) * f_2(t - t_2) = f_1(t - t_1 - t_2) * f_2(t) = f_1(t) * f_2(t - t_1 - t_2) = f(t - t_1 - t_2)$
- 7) 两个因果信号的卷积，其积分限是从 0 到  $t$ 。
- 8) 系统全响应的求解方法过程归纳如下：
  - a. 根据系统建立微分方程；
  - b. 由特征根求系统的零输入响应  $y_{zi}(t)$ ；
  - c. 求冲激响应  $h(t)$ ；
  - d. 求系统的零状态响应  $y_{zs}(t) = f(t) * h(t)$ ；
  - e. 求系统的全响应  $y(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t)$ 。

### 第三章 知 识 要 点

#### 1. 周期信号的傅里叶级数

任一满足狄利克雷条件的周期信号  $f(t)$  ( $T_1$  为其周期) 可展开为傅里叶级数。

##### (1) 三角函数形式的傅里叶级数

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)] \quad \text{式中 } \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}, \quad n \text{ 为正整数。}$$

$$\text{直流分量 } a_0 = \frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} f(t) dt$$

$$\text{余弦分量的幅度 } a_n = \frac{2}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt$$

$$\text{正弦分量的幅度 } b_n = \frac{2}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt$$

三角函数形式的傅里叶级数的另一种形式为  $f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$

(2) 指数形式的傅里叶级数  $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_1 t}$  式中,  $n$  为从  $-\infty$  到  $+\infty$  的整数。

$$\text{复数频谱 } F_n = \frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$$

利用周期信号的对称性可以简化傅里叶级数中系数的计算。从而可知周期信号所包含的频率成分。有些周期信号的对称性是隐藏的, 删除直流分量后就可以显示其对称性。

①实偶函数的傅里叶级数中不包含正弦项, 只可能包含直流项和余弦项。

$$f(t) = f(-t), \text{ 纵轴对称 (偶函数) } \quad b_n = 0, \quad a_n = \frac{4}{T} \int_{t_0}^{t_0+\frac{T}{2}} f(t) \cos n\Omega t dt$$

②实奇函数的傅里叶级数中不包含余弦项和直流项, 只可能包含正弦项。

$$f(t) = -f(-t), \text{ 原点对称 (奇函数) } \quad a_n = 0, \quad b_n = \frac{4}{T} \int_{t_0}^{t_0+\frac{T}{2}} f(t) \sin n\Omega t dt$$

$$f(t) = f(t + \frac{T}{2}), \text{ 半周重叠 (偶谐函数) } \quad \text{无奇次谐波, 只有直流和偶次谐波}$$

③实奇谐函数的傅里叶级数中只可能包含基波和奇次谐波的正弦、余弦项, 而不包含偶次谐波项。

$$-f(t) = f(t + \frac{T}{2}), \text{ 半周镜像 (奇谐函数) } \quad \text{无偶次谐波, 只有奇次谐波分量}$$

2. 从对周期矩形脉冲信号的分析可知:

- (1) 信号的持续时间与频带宽度成反比;
- (2) 周期  $T$  越大, 谱线越密, 离散频谱将变成连续频谱;
- (3) 周期信号频谱的三大特点: 离散性、谐波性、收敛性。

### 3. 傅里叶变换

傅里叶变换定义为

$$\text{正变换 } F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\text{逆变换 } f(t) = \mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

频谱密度函数  $F(\omega)$  一般是复函数, 可以写作  $F(\omega) = |F(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$

其中  $|F(\omega)|$  是  $F(\omega)$  的模, 它代表信号中个频谱分量的相对大小, 是  $\omega$  的偶函数。  $\varphi(\omega)$  是  $F(\omega)$  的相位函数, 它表示信号中各频率分量之间的相位关系, 是  $\omega$  的奇函数。

常用函数  $F$  变换对:

$$\begin{array}{ll} \delta(t) & \longleftrightarrow 1 \\ 1 & \longleftrightarrow 2\pi \delta(\omega) \\ u(t) & \longleftrightarrow \pi \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \end{array}$$

$$e^{-\alpha t} u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{j\omega + \alpha}$$

$$g_{\tau}(t) \longleftrightarrow \tau \operatorname{Sa}\left(\frac{\omega \tau}{2}\right)$$

$$\operatorname{sgn}(t) \longleftrightarrow \frac{2}{j\omega}$$

$$e^{-\alpha|t|} \longleftrightarrow \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$$

$$e^{j\omega_c t} \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega - \omega_c)$$

$$\cos \omega_c t \leftrightarrow \pi[\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]$$

$$\sin \omega_c t \leftrightarrow j\pi[\delta(\omega + \omega_c) - \delta(\omega - \omega_c)]$$

3. 傅里叶变换的基本性质

1) 线性特性  $af_1(t) + bf_2(t) \leftrightarrow aF_1(j\omega) + bF_2(j\omega)$

2) 对称特性  $F(j\omega) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$

3) 展缩特性  $f(at) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} F(j\frac{\omega}{a})$

4) 时移特性  $f(t - t_0) \longleftrightarrow F(j\omega) \cdot e^{-j\omega t_0}$

5) 频移特性  $f(t) \cdot e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow F[j(\omega - \omega_0)]$

6) 时域卷积特性  $f_1(t) * f_2(t) \longleftrightarrow F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega)$

7) 频域卷积特性  $f_1(t) \cdot f_2(t) \longleftrightarrow \frac{1}{2\pi} [F_1(j\omega) * F_2(j\omega)]$

8) 时域微分特性  $\frac{d^n f}{dt^n} \longleftrightarrow (j\omega)^n \cdot F(j\omega)$

9) 积分特性  $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \longleftrightarrow \frac{1}{j\omega} F(j\omega) + \pi F(0) \delta(\omega)$

10) 频域微分特性  $t^n f(t) \longleftrightarrow j^n \cdot \frac{dF^n(j\omega)}{d\omega^n}$

11) 奇偶虚实性

若  $F(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$ ，则

①  $f(t)$  是实偶函数  $f(\omega) = R(\omega)$ ，即  $f(\omega)$  为  $\omega$  的实偶函数。

②  $f(t)$  是实奇函数  $f(\omega) = jX(\omega)$ ，即  $f(\omega)$  为  $\omega$  的虚奇函数。

#### 4. 周期信号的傅里叶变换

周期信号  $f(t)$  的傅里叶变换是由一些冲激函数组成的，这些冲激位于信号的谐频  $(0, \pm\omega_1, \pm2\omega_1, \dots)$  处，每个冲激的强度等于  $f(t)$  的傅里叶级数的相应系数  $F_n$  的  $2\pi$  倍。即

$$F[f(t)] = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \delta(\omega - n\omega_1)$$

#### 5. 冲激抽样信号的频谱

$$\text{冲激抽样信号 } f_s(t) \text{ 的频谱为 } f_s(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s)$$

其中  $T_s$  为抽样周期， $f(\omega)$  为被抽样信号  $f(t)$  的频谱。上式表明，信号在时域被冲激序列抽样后，它的频谱  $F_s(\omega)$  是连续信号频谱  $f(\omega)$  以抽样频谱  $\omega_s$  为周期等幅地重复。

6. 对于线性非时变系统，若输入为非周期信号，系统的零状态响应可用傅里叶变换求得。其方法为：

- (1) 求激励  $f(t)$  的傅里叶变换  $F(j\omega)$ 。
- (2) 求频域系统函数  $H(j\omega)$ 。
- (3) 求零状态响应  $y_{zs}(t)$  的傅里叶变换  $Y_{zs}(j\omega)$ ，即  $Y_{zs}(j\omega) = H(j\omega) F(j\omega)$ 。
- (4) 求零状态响应的时域解，即  $y_{zs}(t) = F^{-1}[Y_{zs}(j\omega)]$

7. 对于线性非时变稳定系统，若输入为正弦信号  $f(t) = A \cos(\omega_0 t)$ ，则稳态响应为

$$y(t) = |H(j\omega_0)| A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

其中， $H(j\omega_0) = |H(j\omega_0)| e^{j\varphi_0}$  为频域系统函数。

8. 对于线性非时变系统，若输入为非正弦的周期信号，则系统的稳态响应的频谱为

$$y(t) = h(t) * f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n [h(t) * e^{jn\Omega t}] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n H(jn\Omega) e^{jn\Omega t}$$

其中， $\dot{F}_n$  是输入信号的频谱，即  $f(t)$  的指数傅里叶级数的复系数。 $H(jn\Omega)$  是系统函数， $\Omega$  为基波。

$\dot{Y}_n$  是输出信号的频谱。时间响应为

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{Y}_n e^{jn\Omega t}$$

9. 在时域中，无失真传输的条件是  $y(t) = K f(t - t_0)$

在频域中，无失真传输系统的特性为  $H(j\omega) = K e^{-j\omega t_0}$

10. 理想滤波器是指可使通带之内的输入信号的所有频率分量以相同的增益和延时完全通过，且完

全阻止通带之外的输入信号的所有频率分量的滤波器。理想滤波器是非因果性的，物理上不可实现的。

11. 理想低通滤波器的阶跃响应的上升时间与系统的截止频率(带宽)成反比。

12. 时域取样定理

注意：为恢复原信号，必须满足两个条件：(1)  $f(t)$  必须是带限信号；(2) 取样频率不能太低，必须  $f_s \geq 2f_m$ ，或者说，取样间隔不能太大，必须  $T_s \leq 1/(2f_m)$ ；否则将发生混叠。

通常把最低允许的取样频率  $f_s = 2f_m$  称为奈奎斯特 (Nyquist) 频率；

把最大允许的取样间隔  $T_s = 1/(2f_m)$  称为奈奎斯特间隔。

## 第4章 知识要点

1. 单边拉氏变换的定义为

$$F(s) = \int_{0_-}^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) e^{st} ds \quad t > 0$$

积分下限定义为  $t = 0_-$ 。因此，单位冲激函数  $\delta(t) \Leftrightarrow 1$ ，求解微分方程时，初始条件取为  $t = 0_-$ 。

2. 拉普拉斯变换收敛域：

使得拉氏变换存在的S平面上  $\sigma$  的取值范围称为拉氏变换的收敛域。 $f(t)$  是有限长时，收敛域整个S平面； $f(t)$  是右边信号时，收敛域  $\sigma > \sigma_0$  的右边区域； $f(t)$  是左边信号时，收敛域  $\sigma < \sigma_0$  的左边区域； $f(t)$  是双边信号时，收敛域是S平面上一条带状区域。要说明的是，我们讨论单边拉氏变换，只要  $\sigma$  取得足够大总是满足绝对可积条件，因此一般不写收敛域。

单边拉氏变换，只要  $\sigma$  取得足够大总是满足绝对可积条件，因此一般不写收敛域。

3. 拉普拉斯正变换求解：

常用信号的单边拉氏变换

$$e^{-\alpha t} u(t) \xrightarrow{L} \frac{1}{s + \alpha}$$

$$\delta(t) \xrightarrow{L} 1$$

$$\delta^{(n)}(t) \xrightarrow{L} s^n$$

$$e^{\alpha t} u(t) \xrightarrow{L} \frac{1}{s - \alpha}$$

$$u(t) \xrightarrow{L} \frac{1}{s}$$

$$tu(t) \xrightarrow{L} \frac{1}{s^2}$$

$$\cos \omega_0 t u(t) \xrightarrow{L} \frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$\sin \omega_0 t u(t) \xrightarrow{L} \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$$

拉普拉斯变换的性质

(1) 尺度变换  $L[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \quad a > 0, \operatorname{Re}[s] > a\sigma_0$



(2) 时移性质  $L[f(t-t_0)\varepsilon(t-t_0)] = e^{-st_0}F(s)$

(3) 频域平移性质  $L[e^{-\alpha t}f(t)] = F(s+\alpha)$

(4) 时域微分性质  $L[\frac{df(t)}{dt}] = sF(s) - f(0_-)$

(5) 时域积分性质  $L[\int_{0_-}^t f(\tau)d\tau] = \frac{F(s)}{s}$

若  $L[f(t)] = F(s)$ , 则  $L[\int_{-\infty}^t f(\tau)d\tau] = \frac{F(s)}{s} + \frac{f^{(-1)}(0_-)}{s}$

(6) 时域卷积定理  $f_1(t)*f_2(t) \longleftrightarrow F_1(s)F_2(s)$

(7) 周期信号, 只要求出第一周期的拉氏变换  $F_1(s)$ ,  $F(s) = \frac{F_1(s)}{1-e^{-sT}}$

频域微分性:  $(-t)f(t) \longleftrightarrow \frac{dF(s)}{ds}$

$(-t)^n f(t) \longleftrightarrow \frac{d^n F(s)}{ds^n}$

频域积分性:  $\frac{f(t)}{t} \longleftrightarrow \int_s^\infty F(\eta)d\eta$

初值定理:  $f(0_+) = \lim_{t \rightarrow 0_+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$

终值定理

若  $f(t)$  当  $t \rightarrow \infty$  时存在, 并且  $f(t) \longleftrightarrow F(s)$ ,  $\text{Re}[s] > \sigma_0$ ,  $\sigma_0 < 0$ , 则  $f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

拉氏变换的性质及应用。

一般规律: 有  $t$  相乘时, 用频域微分性质。

有实指数  $e^{\alpha t}$  相乘时, 用频移性质。

分段直线组成的波形, 用时域微分性质。

周期信号, 只要求出第一周期的拉氏变换  $F_1(s)$ ,  $F(s) = \frac{F_1(s)}{1-e^{-sT}}$

由于拉氏变换均指单边拉氏变换, 对于非因果信号, 在求其拉氏变换时应当作因果信号处理。

4. 拉普拉斯反变换求解：（掌握部分分式展开法求解拉普拉斯逆变换的方法）

(1) 单实根时  $\frac{K}{s+a} \Leftrightarrow Ke^{-at} \varepsilon(t)$

(2) 二重根时  $\frac{K}{(s+\alpha)^2} \Leftrightarrow Kte^{-\alpha t} \varepsilon(t)$

5. 微分方程的拉普拉斯变换分析：

当线性时不变系统用线性常系数微分方程描述时，可对方程取拉氏变换，并代入初始条件，从而将时域方程转化为 S 域代数方程，求出响应的象函数，再对其求反变换得到系统的响应。

例 5-10

6. 动态电路的 S 域模型：

由时域电路模型能正确画出 S 域电路模型，是用拉普拉斯变换分析电路的基础。

引入复频域阻抗后，电路定律的复频域形式与其相量形式相似。

例 5-13

7. 系统的零状态响应为  $Y_{zs}(s) = H(s)F(s)$

其中， $h(t) \Leftrightarrow H(s)$ ， $H(s)$  是冲激响应的象函数，称为系统函数。系统函数定义为  $H(s) = \frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}$

**习题：5-1、5-4、5-6、5-7、5-8、5-12**

## 第六章 知识要点

1. 系统函数的定义

2. 系统函数的零、极点分布图

3. 系统函数  $H(\cdot)$  与时域响应  $h(\cdot)$ ：LTI 连续因果系统的  $h(t)$  的函数形式由  $H(s)$  的极点确定。

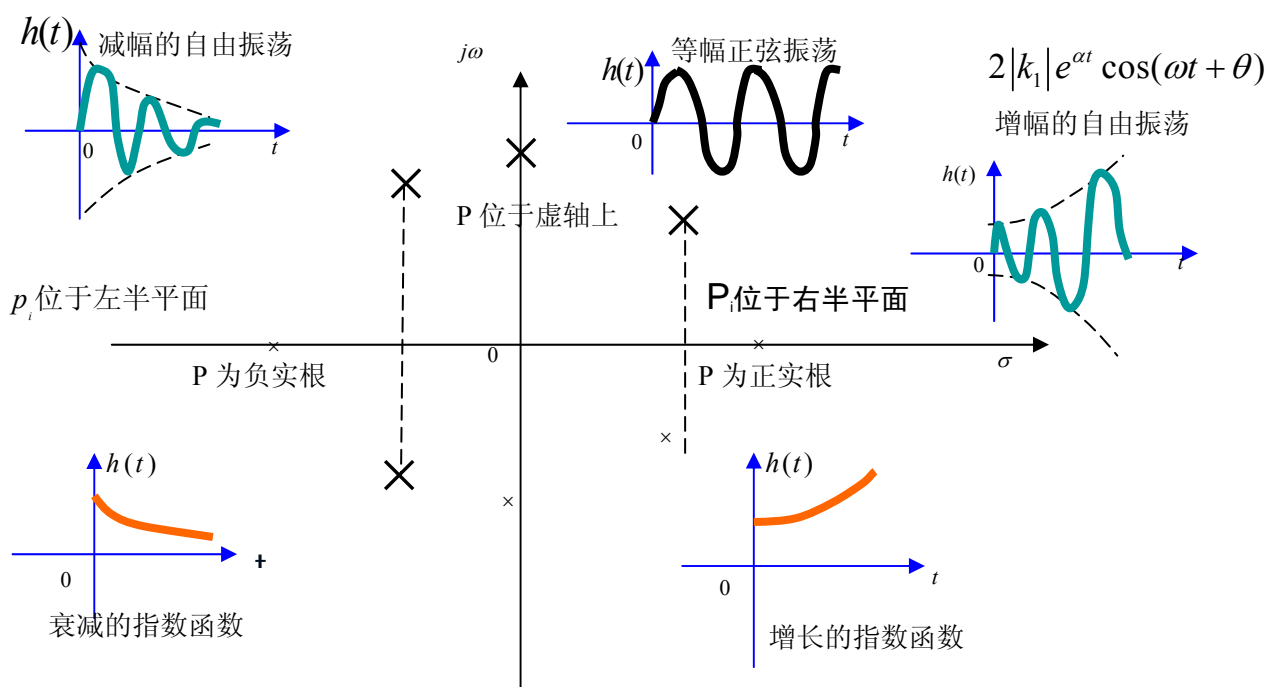
①  $H(s)$  在左半平面的极点无论一阶极点或重极点，它们对应的时域函数都是按指数规律衰减的。

结论：极点全部在左半开平面的系统（因果）是稳定的系统。

②  $H(s)$  在虚轴上的一阶极点对应的时域函数是幅度不随时间变化的阶跃函数或正弦函数。

$H(s)$  在虚轴上的二阶极点或二阶以上极点对应的时域函数随时间的增长而增大。

③  $H(s)$ 在虚轴上的高阶极点或右半平面上的极点，其所对应的响应函数都是递增的。



### 3. 系统的稳定性:

稳定系统  $\longleftrightarrow$   $H(s)$ 的极点都在左半开平面,

边界稳定系统  $\longleftrightarrow$   $H(s)$ 的极点都在虚轴上, 且为一阶,

不稳定系统  $\longleftrightarrow$   $H(s)$ 的极点都在右半开平面或虚轴上二阶以上。

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

判断准则: 1) 多项式的全部系数  $a_i$  符号相同为正数; 2) 无缺项;

3) 对三阶系统,  $D(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$  的各项系数全为正, 且满足  $a_1 a_2 > a_0 a_3$

## 习题: 6-1、6-7、6-8、6-9

## 第七章 知识要点

### 一、常用的典型信号

#### 1. 单位抽样序列 $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

$$\delta(n) \text{ 的延迟形式: } \delta(n-m) = \begin{cases} 1, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases}$$

推出一般式:  $x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)$

## 2. 单位阶跃序列 $\varepsilon(n)$

$$\varepsilon(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

✧ 与  $\delta(n)$  的关系:  $\delta(n) = \varepsilon(n) - \varepsilon(n-1)$

✧ 延迟的表达式  $\varepsilon(n-m)$ 。

## 3. 矩形序列 $R_N(n)$ -----有限长序列

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{其他}n \end{cases} \quad R_N(n) = \varepsilon(n) - \varepsilon(n-N)$$

## 4. 实指数序列----实指数序列 $a^n u(n)$

## 二、离散系统的时域模拟

它的基本单元是延时器，乘法器，相加器。

## 三、系统的零输入响应

若其特征根均为单根，则其零输入响应为:  $y_x(k) = \sum_{i=1}^n c_{xi} \lambda_i^k$

$C$  由初始状态定（相当于 0-的条件）

## 四、卷积和的定义

$$f(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_1(k)f_2(n-k) = f_1(n) * f_2(n)$$

卷积和的性质

$$(1) \text{ 交换律: } f_1(n) * f_2(n) = f_2(n) * f_1(n)$$

$$(2) \text{ 分配律: } f_1(n) * [f_2(n) * f_3(n)] = [f_1(n) * f_2(n)] * f_3(n)$$

$$(3) \text{ 结合律: } f_1(n) * [f_2(n) + f_3(n)] = f_1(n) * f_2(n) + f_1(n) * f_3(n)$$

$$f(n) * \delta(n) = f(n), \quad f(n) * \delta(n-n_0) = f(n-n_0)$$

$$f(n) * \varepsilon(n) = \sum_{k=-\infty}^n f(k)$$

$$f_1(n-n_1) * f_2(n-n_2) = f_1(n-n_1-n_2) * f_2(n)$$

卷积的计算：不进位乘法求卷积、利用列表法计算、卷积的图解法

## 五、离散系统的零状态响应

离散系统的零状态响应等于系统激励与系统单位序列响应的卷积和。即

$$y_{zs}(n) = f(n) * h(n)$$

## 习题：7-3、7-6、7-7、7-8

## 第八章 知识要点

### 1. z 变换定义

$$F(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n)z^{-n} \quad \text{称为序列 } f(k) \text{ 的双边 } z \text{ 变换}$$

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n)z^{-n} \quad \text{称为序列 } f(k) \text{ 的单边 } z \text{ 变换}$$

### 2. 收敛域

因果序列的收敛域是半径为 $|a|$ 的圆外部分。

### 3. 熟悉基本序列的 Z 变换。

$$\delta(k) \longleftrightarrow 1, \quad |z| > 0$$

$$\varepsilon(k) \longleftrightarrow \frac{z}{z-1}, \quad |z| > 1$$

$$a^k \varepsilon(k) \longleftrightarrow \frac{z}{z-a}, \quad |z| > |a|$$

### 4. z 变换的性质

#### 1) 移位特性

$$\text{双边 } z \text{ 变换的移位: } f(k-n) \longleftrightarrow z^{-n} F(z)$$

$$\text{单边 } z \text{ 变换的移位: } f(k-2) \longleftrightarrow z^{-2} F(z) + f(-2) + f(-1)z^{-1}$$

$$\text{2) 序列乘 } a^k \text{ (} z \text{ 域尺度变换) } a^k f(k) \longleftrightarrow F(z/a)$$

#### 3) 卷积定理

$$f_1(k) * f_2(k) \longleftrightarrow F_1(z) F_2(z)$$

### 5. 掌握部分分式法求逆 Z 变换。

由  $\delta(k) \longleftrightarrow 1, \varepsilon(k) \longleftrightarrow \frac{z}{z-1}, a^k \varepsilon(k) \longleftrightarrow \frac{z}{z-a}$  和反 z 变换的基本变换式的主要形式  $\frac{z}{z-a}$

故先把  $\frac{F(z)}{z}$  展成部分分式，然后再乘以  $z$

6. 掌握离散系统 Z 域的分析方法。

1) 差分方程的变换解

$$y_{zs}(n) = h(n) * f(n) = f(n) * h(n)$$

$$Y_{zs}(z) = H(z) \cdot F(z)$$

$$h(n) = y_{zs}(n) = Z^{-1}[H(z)] \text{ 和 } H(z) = Z[h(n)]$$

2) 系统的 z 域框图

3) 稳定性

$H(z)$ 按其极点在 z 平面上的位置可分为：在单位圆内、在单位圆上和在单位圆外三类。

- ① 极点全部在单位圆内的系统(因果)是稳定系统。
- ②  $H(z)$ 在单位圆上是一阶极点，单位圆外无极点，系统是临界稳定系统。
- ③  $H(z)$ 在单位圆上的高阶极点或单位圆外的极点，系统是不稳定系统。

**习题：8-1、8-2、8-8、8-9、8-11**