北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY

2015 —2016 学年第一学期

考试统一用答题册

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成绩								
阅卷人								

考试课程____**复变函数与积分变换 B**____

班　　级________**学 号**________

姓　　名________**成 绩**________

2016 年 1 月 13 日

（试题共 5 页）

一、选择题(每题 3 分，共 30 分)

1．当 $z=\dfrac{1+i}{1-i}$ 时，$|z^{100}|$ 等于（　　　　）

（A）2^{100}　　（B）0　　（C）1　　（D）2^{50}

2．设 $f(z)=\cos z$，则下列命题中，不正确的是（　　　　）

（A）$f(z)$ 在复平面上处处解析　　（B）$f(z)$ 以 2π 为周期

（C）$f(z)=\dfrac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$　　（D）$|f(z)|$ 是有界的

3．满足不等式 $\left|\dfrac{z-i}{z+i}\right|<2$ 的所有点 z 构成的集合是（　　　　）

（A）有界单连通区域　　（B）有界多连通区域

（C）无界单连通区域　　（D）无界多连通区域

4. 设 $c_1:|z|=1$ 为负向，$c_2:|z|=3$ 正向，则 $\int_{c=c_1+c_2}\dfrac{\sin z}{z^2}dz=$（　　　　）

（A）$-2\pi i$　　（B）0　　（C）$2\pi i$　　（D）$4\pi i$

5．设 C 为椭圆 $x^2+3y^2=1$ 正向，则积分 $\int_C\dfrac{1}{z}dz=$（　　　　）

（A）$2\pi i$　　（B）π　　（C）0　　（D）$-2\pi i$

6．下列命题中，正确的是（　　　　）

（A）设 v_1,v_2 在区域 D 内均为 u 的共轭调和函数，则必有 $v_1=v_2$

（B）解析函数的实部是虚部的共轭调和函数

（C）若 $f(z)=u+iv$ 在区域 D 内解析，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}$ 为 D 内的调和函数

（D）以调和函数为实部与虚部的函数是解析函数

7．下列级数中，条件收敛的级数为（　　　　）

（A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\dfrac{1+3i}{2})^n$　　（B）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(3+4i)^n}{n!}$

（C）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{i^n}{n}$　　（D）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n+i}{\sqrt{n+1}}$

8. 级数 $\frac{1}{z^2}+\frac{1}{z}+1+z+z^2+\cdots$ 的收敛域是（　　　　）

（A）$|z|<1$　　（B）$0<|z|<1$　　（C）$1<|z|<+\infty$　　（D）不存在的

9. 设 $f(t)=\sin 2t$，则 $f(t)$ 的傅立叶变换为（　　　　）

（A）$i\pi[\delta(\omega+2)+\delta(\omega-2)]$　　（B）$i\pi[\delta(\omega+2)-\delta(\omega-2)]$

（C）$i\pi[\delta(\omega-2)-\delta(\omega+2)]$　　（D）$\pi[\delta(\omega+2)-\delta(\omega-2)]$

10. 函数 $f(t)=\int_0^t e^{-3t}\sin t\,dt$ 的拉普拉斯变换为（　　　　）

（A）$\frac{1}{s}\frac{1}{(s-3)^2+1}$　　（B）$\frac{1}{s}\frac{1}{(s+3)^2+1}$

（C）$-\frac{1}{s}\frac{1}{(s+3)^2+1}$　　（D）$-\frac{1}{s}\frac{1}{(s-3)^2+1}$

二、填空题（每题 3 分，共 27 分）

1．对于映射 $\omega=\frac{2}{z}$，圆周 $x^2+(y-1)^2=1$ 的像曲线为________________（写出方程）.

2. 函数 $f(z)=2i\sin z+iz^2$ 在 $z=i$ 处的导数为________________________.

3. 复数 $(1+i)^i=$____________________.

4. 若解析函数 $f(z)=u+iv$ 的实部 $u=-2xy$，那么 $f(z)=$__________________.

5. 设 c 为正向圆周 $|z|=3$，则 $\int_c \frac{z+\bar{z}}{|z|}dz$ __________________________.

6 函数 $\frac{\cos z}{z^2+z+1}$ 在 $z=0$ 处的泰勒展开式的收敛域是____________________.

7. 积分 $\int_{|z|=1} z^3 e^{\frac{1}{z}}dz=$__________________.

8．函数 $F(\omega)=\frac{1}{4+\omega^2}$ 的傅立叶逆变换为__________________________.

9. 函数 $F(s)=\frac{1}{s^2+1}e^{-2s}$ 的拉普拉斯逆变换为________________________.

三、（10 分）计算积分$\int_c \frac{\sin z}{z(i-z)^2}\mathrm{d}z$，其中 c 为不经过 $0, i$ 的简单闭曲线.

四、（8 分）将 $f(z)=\frac{1}{(z+1)(z-i)}$ 在适当的圆环域内展成以 i 为心的幂级数。

五、（9 分）求函数 $f(t)=\begin{cases} e^{\beta t}, t<0 \\ 0, \quad t\ge 0 \end{cases}$， $\beta>0$ 的傅立叶变换和傅立叶积分， 并计算

$$\int_0^{+\infty}\frac{\beta\cos\omega t-\omega\sin\omega t}{\beta^2+\omega^2}\mathrm{d}\omega.$$

六、（10 分）利用 Laplace 变换求微分方程组

$$\begin{cases} x'(t)=2x(t)+y(t) \\ y'(t)=-x(t)+4y(t) \end{cases}$$

满足初始条件 $\begin{cases} x(0)=0 \\ y(0)=1 \end{cases}$ 的解.

七、（6 分）证明刘维尔定理： 在有限复平面上有界且解析的函数是常值函数。