## 《随机过程理论》研究型教学

## 一、授课对象

北斗实验班是电子信息工程学院在第 4 学期选拔组建,在自愿报名的基础上,以课程成绩为基本依据,面试时主要考察其思维能力、专业特长、业务爱好、进取心等。本课程采取研究型教学与探究性大作业。

#### 二、课程组织

**课前预习:** 前一节课程布置下一次课主要内容,要求同学们预习,将预习中遇到的困惑、难以理解的概念,提出问题。对于不同同学的问题进行归类,然后选择讨论的起点。

**课程安排:**第一次探究经验初步交流、第二次探究成果初步展示,教师引导讨论与点评,第三次探究成果正式展示。其他课程,教师采取问题驱动、师生互动的研究型教学。

挖掘科学史的教育价值,研究概率、统计与随机过程理论的发展历史,如"彼得堡数学学派"、陈希孺的数理统计学简史,再现随机过程概念的形成过程。分析通信工程、信号处理、集成电路等学科,形成随机过程理论专业应用案例,尤其是最新热点研究问题,体现随机过程理论在电子信息类专业课程体系中的重要性。

随机过程概念的导入,以工程背景、历史发展,与概率中的大数定律、中心极限定理以及数理统计中矩量估计方法相比,面临非独立、同分布情形,如何处理?随机过程可以看成是大数定律、中心极限定律的推广。

设计教学情境,让学生来"发明"随机过程的定义与定理。从电路中的热噪声、图像中的云雾、信号传播路径中信道噪声,通信系统中随机到达的呼叫、生活中的报童模型等。类比信号与系统,随机信号如何描述?如何通过线性系统?从大数定律出发,热力学中的各态历经性概念的物理意义,布朗运动,然后通过分析获得各态历经性定理等。其次离散事件描述,类比引入泊松过程、马尔科夫链等,从泊松定理推广到泊松过程,采取简洁直观的方法进行推导。

概念导入、定理推导后,在将其结论返回到生活、工程中,诠释其现代工程中的意义。进一步推广,如窄带信号的低通等效,可以带出压缩感知等前沿科学问题。维纳辛钦公式带出维纳滤波,进一步拓展到卡尔曼滤波及其图像中的应用。随机过程与机器学习、人工智能。马尔科夫链,可以与网页搜索算法 PageRank 联系起来。随机游走、布朗运动模型,与现代金融联系起来。这样经典原理让学生感觉到其现代应用价值。

讲授"各态历经",引入科技史-如玻尔兹曼"各态历经"、艾伦菲斯特的"准各态历经"到随机过程的"各态历经";结合猎豹追捕野牛、导弹跟踪飞机(彩图描述)等案例中随机过程的预测问题,形象直观;从先前课程概率论中的"大数定律"、数理统计中的"一致估计"等,如何推广到随机过程中"各态历经",课后将其作为探究性作业,从统计热力学到随机过程,探寻交叉学科的意义。

讲授 "维纳-辛钦公式", 联系信号系统课程中的傅里叶变换、数学分析课程中的傅里叶级数,适当提及电路分析中"相量法"、冲击响应方法等,来理解新的概念及其应用价值。

从**经典问题**的讨论中,引出**学科前沿**概念,如从窄带随机过程的"**低通等效**", 提出多窄带随机过程如何实现低通等效,引出学科前沿"**压缩感知**"等等。

**课堂讨论:** 以学生问题为起点,展开讨论,从学生身边事物开始、逐步引导解决问题、进一步引向深入——体验知识发现的过程; 课程主要内容,在讨论中自然带出来,同时留出部分内容让学生自学。

如自相关系数为什么用协方差函数而不用自相关函数来定义,这是同学预习中常见的问题,从这里开始逐步讨论自相关函数、协方差函数的定义以及各自的价值,如通信、雷达等过程应用中的相关接收,需要用自相关函数。协方差函数在应用中的局限性,协方差大小并不能很好的反映随机过程相邻之间的关系,因为方差大小将影响协方差,然后引入自相关系数。

如"泊松过程",从生活排队等待服务、微信中的"点赞",流星雨中流星的描述,探索二项式分别的极限就是泊松过程(复杂到极点就是简单-至繁至简),然后变限区间就走向泊松过程。

如"马尔可夫链",与网页排名算法,人工智能的关系;"马尔可夫过程"相关的隐马尔可夫过程,与卡尔曼滤波的关系以及在语音识别中的应用。

### 三、探究性作业

见附件 《随机过程理论—研讨问题 2020》

# 四、成绩分配

闭卷考试占50%,平时成绩占20%,探究性作业占30%。

闭卷考试: 传统的考试、基本概念的理解还是必要的,适度考虑现行评价规则的公平性。随机过程理论闭卷考试,目前全年级试卷统一。有利于不同教学模式之间的对比,改革后是否影响基本概念的掌握。这部分占总成绩 50%

**平时成绩:** 不只是课后练习题,还兼顾上课互动时问答的质量。平时作业,由于习题解答、网络上可下载答案等因素,错的合理,也认可其成绩,强调自己思考。这部分占总成绩 20%

探究性作业:个性化非常强,没有固定的答案,重在学生开展探究性学习思考与实践。由教师直接指导、评阅,核心是否有新的理解,是否突破自身的学习模式等,跳出课程、跳出专业的思考。这部分占总成绩 30%