

***电磁感应:**

1. 截流长直导线激发的磁场: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$, 载流直螺线管、绕环内磁场: $B = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 NI}{l}$
2. 法拉第电磁感应定律: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ 。通过回路所包围面积的磁通量发生变化时, 回路中

产生的感应电动势 \mathcal{E}_i 与磁通量对时间的变化率成正比。

Ex. 12-4: 两平行导线的平面内, 有一矩形线圈, 如导线中电流 I 随时间变化, 试计算线圈中的感生电动势。

解:

$$B_{\text{右}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} = f(x), dS = l_1 dx, d\Phi = BdS = (B_1 - B_2) dS = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I}{d_1 + x} - \frac{I}{d_2 + x} \right) l_1 dx$$

$$\Phi = \int d\Phi = \frac{\mu_0}{2\pi} l_1 \int_0^{l_2} \left(\frac{I}{d_1 + x} - \frac{I}{d_2 + x} \right) dx = \frac{\mu_0 l_1 I}{2\pi} \left(\ln \frac{d_1}{d_1 + l_2} - \ln \frac{d_2}{d_2 + l_2} \right)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 l_1}{2\pi} \left(\ln \frac{d_2 + l_2}{d_2} - \ln \frac{d_1 + l_2}{d_1} \right) \frac{dI}{dt}$$

3. 自感: $L = \frac{\Psi}{I} = N^2 \mu_0 nS = n^2 \mu_0 V = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$, 其中 Ψ 是全磁通: $\Psi = n\Phi$

Ex. 12-17: 在长为 60cm, 直径为 0.5cm 的空心纸筒上多少匝线圈才能得到自感系数为 $6 \times 10^{-3} \text{H}$ 的线圈?

$$\text{解: } L = \frac{\Psi}{I} = N^2 \mu_0 nS = n^2 \mu_0 V = \mu_0 \frac{N^2}{l} S \Rightarrow N = \sqrt{\frac{Ll}{\mu_0 \pi R^2}} = 1200$$

4. 自感电动势: $\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} = -\frac{d\Psi}{dI} \frac{dI}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$

Ex. 求长直螺线管的自感电动势

思路: $B \rightarrow \Phi \rightarrow \Psi \rightarrow L \rightarrow \mathcal{E}_L$

$$B = \mu_0 ni, \Phi = BS = \mu_0 ni \square S, \Psi = N \Phi = N \mu_0 ni S, L = N^2 \mu_0 nS = n^2 \mu_0 V, \mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$$

5. 互感: $M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1}$, Ψ_{21} 表示第一个线圈在第二个线圈中产生的全磁通

6. 互感电动势: $\mathcal{E}_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt} = -\frac{d\Psi_{21}}{di_1} \frac{dI_1}{dt} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt}$

Ex. 12-19 圆形线圈 A 由 50 匝绕线绕成, 其面积为 4cm^2 , 放在另一匝数为 100 匝, 半径为 20cm 的圆形线圈 B 的中心, 两线圈共轴, 设线圈 B 中的电流在线圈 A 所在处所激发的磁场可看做是均匀的。求 (1) 两线圈的互感 (2) 若线圈 B 中的电流以 50A/s 的变化率减少时, 线圈 A 中磁通量的变化率 (3) 线圈 A 中的感生电动势。

解:

$$(1) M = \frac{\Psi_{AB}}{I_B} = \frac{N_A B S_A}{I_B} = N_A N_B \left(\frac{\mu_0}{2R_B} \right) S_A = 6.28 \times 10^{-6} \text{ H}$$

$$(2) \frac{d\Psi}{dt} = M \frac{dI_B}{dt} = 3.14 \times 10^{-4} \text{ V} \quad (3) \mathcal{E}_L = \left| \frac{d\Psi}{dt} \right| = 3.14 \times 10^{-4} \text{ V}$$

7. 自感磁能 (知道即可): $W_m = \frac{1}{2} L I^2$

8. 磁能密度: 单位体积磁场所具有的能量。 $w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} BH$

Ex. 12-27 有一段 10 号铜线, 直径为 2.54mm, 单位长度电阻为 $3.28 \times 10^{-3} \Omega/\text{m}$, 在着同线上载有 10A 电流, 计算铜线表面磁能密度多大。

解:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I = B 2\pi R \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = 0.987 \text{ J/m}^3$$

*电磁波:

1. *电磁波的性质:

- 电磁波的电场 \vec{E} 和磁场 \vec{H} 都垂直于波的传播方向, 三者相互垂直, 所以电磁波是横波。 \vec{E} 、 \vec{H} 和波的传播方向构成右手螺旋关系, 即 \vec{E} 向 \vec{H} 转动, 其右手螺旋的前进方向即为波的传播方向。
- 沿给定方向传播的电磁波, \vec{E} 和 \vec{H} 分别在各自平面内振动, 这种特性称为偏振。
- \vec{E} 和 \vec{H} 都在做同相周期性变化, 而且位相相同, 即同时达到最大同时减到最小。
- *任一时刻, 在空间内任意一点, \vec{E} 和 \vec{H} 在量值上的关系为:

$$\text{i. } * \sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H \quad \text{ii. } * \sqrt{\epsilon_r \epsilon_0} E = \sqrt{\mu_r \mu_0} H \quad \text{iii. } * E = u B$$

e) 电磁波的传播速度为: $*u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}; c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = n u$

2. 电磁波能量密度: $w = w_e + w_m = \epsilon_0 E^2$

3. 电磁波能流密度: 单位时间通过与传播方向垂直的单位面积的能量。(定义了解)

a) 矢量式: $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ (说明电磁波性质 a) [瞬时值]

4. *能流密度一周期内的平均值 (波强):

a) $I = \overline{S_{1T}} = EH = wc = c \epsilon_0 \overline{E_{1T}^2} = c \epsilon_0 E_m^2 = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$, 最后的等号中的 E_0 表示峰值

****Ex. 13-2** 设有一平面电磁波在真空中传播, 电磁波通过某点时, 该点的 $E = 50 \text{ V/m}$, 求该时刻点的 B 和 H 的大小, 以及电磁能量密度 w 和能流密度 S 的大小。

解:

$$\begin{aligned} \because B &= \mu_0 H, \sqrt{\epsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H, c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \\ \therefore B &= \frac{E}{c} = \frac{50}{3 \times 10^8} \text{ T} = 1.67 \times 10^{-7} \text{ T}, H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1.67 \times 10^{-7}}{4\pi \times 10^{-7}} \text{ A/m} = 0.134 \text{ A/m} \\ \therefore w &= \epsilon_0 E^2 = 8.85 \times 10^{-12} \times 50^2 \text{ J/m}^3 = 2.21 \times 10^{-8} \text{ J/m}^3 \\ \therefore S &= EH = 50 \times 0.134 \text{ J/(m}^2 \cdot \text{s)} = 6.7 \text{ J/(m}^2 \cdot \text{s)} \end{aligned}$$

****Ex. 13-3** 某广播电台的平均辐射功率为 $\bar{P} = 15 \text{ kW}$, 假定辐射出来的能流均匀地分布在以电台为中心的半球面上 (1) 求在离电台为 $r = 10 \text{ km}$ 处的能流密度; (2) 在 $r = 10 \text{ km}$ 处一个小的空间范围内电磁波可看做平面波, 求该处电场强度和磁场强度的幅值。

解:

$$\begin{aligned} (1) \bar{S} &= \frac{\bar{P}}{2\pi r^2} = \frac{15 \times 10^3}{2\pi \times (10 \times 10^3)^2} \text{ J/(m}^2 \cdot \text{s)} = 2.39 \times 10^{-5} \text{ J/(m}^2 \cdot \text{s)} \\ (2) E_0 &= \sqrt{\frac{2\bar{S}}{\epsilon_0 c}} = 0.134 \text{ V/m}, H_0 = \sqrt{\frac{2\bar{S}}{\mu_0 c}} = 4.47 \times 10^{-8} \text{ A/m} \end{aligned}$$

****Ex. 13-11** 有一氦-氖激光管, 它所发射的激光功率 10 mW 。设发出的激光为圆柱形光束, 圆柱截面的直径为 2 mm , 试求激光的最大电场强度 E_0 和磁感应强度 B_0 。

解:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \frac{4\bar{P}}{\pi D^2} = \frac{4 \times 10 \times 10^{-3}}{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2} \text{ J/(m}^2 \cdot \text{s)} = 3.18 \times 10^3 \text{ J/(m}^2 \cdot \text{s)} \\ E_0 &= \sqrt{\frac{2\bar{S}}{\epsilon_0 c}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.18 \times 10^3}{8.85 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^8}} \text{ V/m} = 1.55 \times 10^3 \text{ V/m}, B_0 = \frac{E_0}{c} = 5.17 \times 10^{-6} \text{ T} \end{aligned}$$

Ex. 13-12 一雷达发射装置发射出一圆锥形的辐射束, 而辐射能量均匀分布在锥内各个方向, 圆锥立体角为 0.01 sr , 距发射装置 1 km 处电场强度的最大值为 10 V/m 。求 (1) 磁场强度的最大值 H (2) 这圆锥体内的最大辐射功率。

解:

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{\epsilon_0} E &= \sqrt{\mu_0} H \Rightarrow H = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E = 2.65 \times 10^{-2} \text{ A/m} \\ (2) S_{\max} &= EH = E^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = 2.65 \times 10^{-1} \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

光的偏振:

1. 马吕斯定理: 如果入射线偏振光的光强为 I_1 , 透射光的光强 $I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$
2. 起偏振角: 当入射角 i 为某一特定角度时, 反射光中只有垂直于入射面的振动, 平行于入射面的振动为零, 这时的反射光为完全偏振光。自然光以 i_B 入射到两种介质的分界面

上时, 反射光和折射光互相垂直。 $i_B + r = 90^\circ$, $\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$

****光的干涉:**

1. 杨氏双缝干涉: $\Delta x = \lambda \frac{D}{d}$
 Δx 明纹间距, λ 波长, D 缝到屏的距离, d 双缝之间的距离

a) 明纹位置: $x = \pm k \frac{D\lambda}{d}$ b) 暗纹位置: $x = \pm (2k+1) \frac{D\lambda}{2d}$

Ex. 杨氏试验中, 采用加蓝绿色滤光片的白光光源, 其波长范围为 $\Delta\lambda = 100\text{nm}$, 平均波长为 490nm , 试估算从第几级开始, 条纹将变得无法分辨。

解:

设蓝绿光的波长范围为 $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda = 100\text{nm}$, $\frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) = \lambda = 490\text{nm}$

相应于 λ_2 和 λ_1 , 杨氏双缝干涉中 k 级明纹的位置分别为: $x_1 = k \frac{D}{d} \lambda_1, x_2 = k \frac{D}{d} \lambda_2$

因此, k 级干涉条纹所占宽度为: $x_2 - x_1 = k \frac{D}{d} (\lambda_2 - \lambda_1) = k \frac{D}{d} \Delta\lambda$

显然, 当宽度大于或等于相应与平均波长 λ 的条纹间距时, 干涉条纹变得模糊不清:

$k \frac{D}{d} \Delta\lambda \geq \frac{D}{d} \lambda \Rightarrow k \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 4.9$, 故第五级条纹开始, 干涉条纹变的无法分辨。

Ex. 14-2 用很薄的云母片 ($n=1.58$) 覆盖在双缝之一, 这时屏幕的零级暗纹移动到原来的第七级暗纹的位置上, 入射光波长为 550nm , 求云母片的厚度。

解: $\delta = r_2 - r_1 = 7\lambda$ $\delta' = r_2 - [r_1 + ne - e] = 0, e = \frac{7\lambda}{n-1} = 6.64$

2. 半波损失: 光从光疏介质向光密介质传播时, 在界面发生反射现象时, 有半波损失。

3. 光的相位差: $\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$

4. **薄膜干涉: $\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$

a) 说明 1: 等倾干涉恒成立, 对于垂直入射或接收到的光线很少时的等厚干涉亦成立。

b) 说明 2: 涉及到的 $\frac{\lambda}{2}$ 均为半波损失的补充波长。根据实际判断是否加上 $\frac{\lambda}{2}$ 。

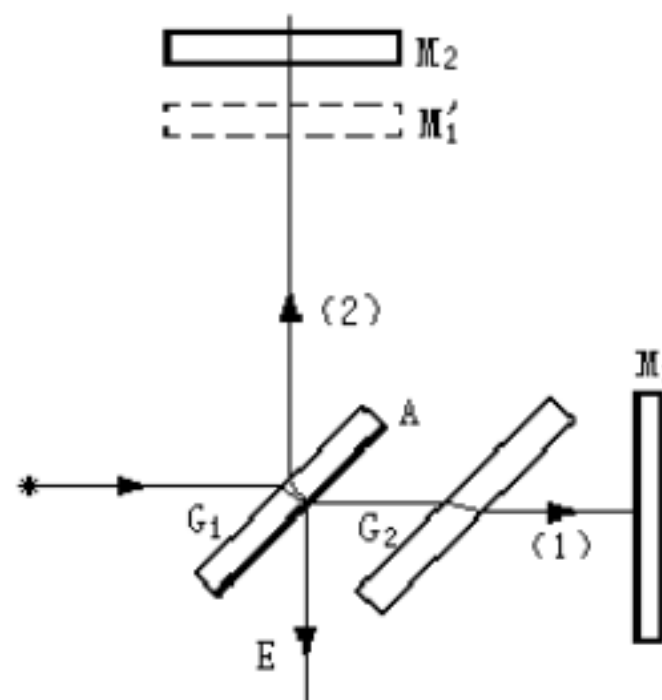
c) 垂直入射时, $\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}$

d) $\delta = k\lambda$ 为加强区, 出现明纹。 $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 为减弱区, 出现暗纹。

5. 迈克尔逊干涉仪

- a) 干涉薄膜: M_2 和 M_1'
- b) M_1 与 M_2 垂直时发生等倾干涉, 圆条纹
- c) M_1 与 M_2 不垂直时发生等厚干涉, 线条纹
- d) M_2 可移动, 每移动 $\frac{\lambda}{2}$, δ 变化 λ

e)
$$\underset{\substack{\uparrow \\ M_2 \text{ 移动的距离}}}{d} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{视点移动过的条纹数}}}{N} \frac{\lambda}{2}$$



Ex. 14-15 M_2 移动 0.3220mm 时, 测得某单色光的条纹移动过 $N=1204$ 条, 求波长。

解: $d = N \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2d}{N} = 534\text{nm}$

Ex. 14-5 一平面单色光波垂直照射在厚度均匀的薄油膜上, 油膜覆盖在玻璃板上, 所用单色光的波长可以连续变化, 观察到 500nm 和 700nm 这两个波长的光在反射中消失, 油的折射率为 1.30, 玻璃的折射率为 1.50, 试求油膜的厚度。

解:

$$\delta_{ab} = 2ne = (2k+1) \frac{\lambda_{500}}{2} \Rightarrow e = \frac{(2k+1) \times 500}{2 \times 1.30 \times 2} \text{nm} = \frac{1250}{13} (2k+1) \text{nm}$$

$$\delta'_{ab} = 2ne = (2k+1) \frac{\lambda_{700}}{2} = [2(k+1)+1] \frac{\lambda_{700}}{2} \Rightarrow e = \frac{1750}{13} (2k+3) \text{nm}$$

$$\frac{1250}{13} (2k+1) = \frac{1750}{13} (2k+3) \Rightarrow k = -4, e = 6.73 \times 10^{-4} \text{mm}$$

Ex. 14-6 白光垂直照射在空气厚度为 $0.4\mu\text{m}$ 的玻璃片上, 玻璃的折射率为 1.50, 试问在可见光范围内 ($\lambda=400 \sim 700\text{nm}$), 那些波长的光在反射中增强, 那些波长的光在透射中增强。

解: (1) $\delta_{ab} = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \Rightarrow 400 \leq \frac{4ne}{2k-1} < 700, (k=1, 2, 3, \dots) \Rightarrow k=3, \lambda=480\text{nm}.$

当反射减弱时, 透射增强, 则:

$$(2) \delta_{ab} = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 400 \leq \frac{2ne}{k} < 700, (k=1, 2, 3, \dots)$$

$$\Rightarrow k=2, \lambda=600\text{nm}, k=3, \lambda=400\text{nm}$$

*Ex. 3-21 在制作珠宝时, 为了使人造水晶 ($n=1.5$) 具有强反射本领, 就在其表面上镀一层一氧化硅 ($n=2.0$), 要使波长为 560nm 的光强烈反射, 这镀层至少应为多厚。

解: $\delta_{ab} = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \Rightarrow e \geq \frac{(2k-1)\lambda}{4n} \Rightarrow k=1, e_{\min} = 70\text{nm}.$

Ex. 3-23 白光照射到 $n=1.33$ 的肥皂泡上, 若从 45° 角方向观察薄膜呈现绿色 (500nm), 试求薄膜的最小厚度。若从垂直方向观察, 肥皂泡正面呈现什么颜色?

解:

$$\delta_{ab} = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \Rightarrow e \geq \frac{1}{2.253} \left(k - \frac{1}{2} \right) \lambda \stackrel{k=1}{=} 111 \text{ nm}$$

$$\delta'_{ab} = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \Rightarrow 400 \leq \frac{4ne}{2k-1} \leq 700 \Rightarrow k=1, \lambda=590 \text{ nm} (\quad)$$

***光的衍射:

1. 惠根斯-菲涅尔原理: 在光的传播过程中, 从同一波面上各点发出的子波, 经传播而在空间某点相遇时, 产生相干叠加。

2. 单缝衍射:

a) 垂直入射时, $a \sin \theta = k\lambda$ 时, 出现暗条纹。

b) 垂直入射时, $a \sin \theta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 时, 出现明条纹。

c) 当 $\theta=0^\circ$ 时, 对应零级明纹中心, 也是几何像中心。90%的能量集中于此。

d) 应用: 光栅缺级出现在 $k\lambda$

Ex. 14-16 有一单缝, 宽 $a=0.10\text{mm}$, 在缝后放一焦距为 50cm 的会聚透镜, 用平行绿光 ($\lambda=546.0\text{nm}$) 垂直照射单缝, 求位于透镜焦面处的屏幕上的中央明纹及第二级明纹宽度。
解:

(1) 两个第一级暗纹中心间距即为中央明纹宽度, 利用 $a \sin \theta_1 = \lambda$ 得: $\sin \theta_1 \approx \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$ 。

$$\text{则: } \Delta x = 2D \tan \theta_1 \approx 2D\theta_1 = \frac{2\lambda D}{a} = \frac{2 \times 5.46 \times 5 \times 10^{-2}}{0.10} \text{ mm} = 5.46 \text{ mm}$$

(2) 第二级暗纹中心和第三级暗纹中心即为第二级明纹宽度, 为中央暗纹宽度一半

$$\text{则: } \Delta x = D \tan \theta_1 \approx D\theta_1 = \frac{\lambda D}{a} = \frac{5.46 \times 5 \times 10^{-2}}{0.10} \text{ mm} = 2.73 \text{ mm}$$

Ex. 4-1 在一单缝夫琅禾费衍射试验中, 缝宽 $a = 5\lambda$, 缝后透镜焦距 $f = 40\text{cm}$, 试求中央条纹和第一级亮纹的宽度。

解:

$$a \sin \theta_1 = \lambda \Rightarrow \theta_1 \approx \sin \theta_1 = 0.2$$

$$x_1 = f \tan \theta_1 \approx 0.2f = 8\text{cm}; x_2 = f \tan \theta_2 \approx 2 \times 0.2f = 16\text{cm}$$

$$\therefore \Delta x_0 = 2x_1 = 16\text{cm}; \Delta x_1 = x_2 - x_1 = 8\text{cm}$$

3. 圆孔衍射:

a) 第一级暗环内的爱利斑的占有 98%的光能

b) 爱利斑的圆心就是象点

c) *第一级暗环的衍射角 θ_1 满足: $\theta_1 \approx \sin \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

d) 光学仪器的最小分辨角 θ_R 满足: $\theta_R = \theta_1 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$

Ex. 14-24 在迎面驶来的汽车上, 两盏前灯相距 1.2m, 试问汽车离人多远的地方, 眼睛才能分辨这两盏前灯? 假设夜间人瞳孔直径为 5.0mm, 入射光波长 $\lambda = 550.0\text{nm}$

解: $\theta_R = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.342 \times 10^{-4} \text{rad}, \tan \theta_R = \frac{1.2}{x} = 1.342 \times 10^{-4} \Rightarrow x = 8.94\text{km}$

Ex. 14-25 已知天空中两颗星相对于一望远镜的角距离为 $4.84 \times 10^{-6} \text{rad}$, 由它们发出的光波波长为 $\lambda = 550.0\text{nm}$, 望远镜物镜的口径至少要多大, 才能分辨出这两颗星?

解: $\theta_R = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 4.84 \times 10^{-6} \text{rad} \Rightarrow D = 13.9\text{cm}$

Ex. 14-27 已知地球到月球的距离是 $3.84 \times 10^8 \text{m}$, 设来自月球的光的波长为 600nm, 若在地球上用物镜直径为 1m 的一天文望远镜观察时, 刚好月球正面一环形山上的两点分辨开, 则该两点的距离为多少?

解: $\tan \theta_R = \frac{x}{3.84 \times 10^8} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow x = 281\text{m}$

Ex. 14-28 一直径为 2mm 的氦氖激光束射向月球表面, 其波长为 632.8nm。已知月球和地面的距离为 $3.84 \times 10^8 \text{m}$, 试求 (1) 在月球航得到的光斑直径有多大? (2) 如果这激光束经扩束器扩展为直径为 2m, 则月球表面上得到的光斑直径为多大? 在激光测距仪中, 通常采用激光扩束器, 这是为什么?

解:

$$(1) \tan \theta_R = \frac{r}{3.84 \times 10^8} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow d = 2r = 2 \times 148\text{km} = 296\text{km}$$

$$(2) \tan \theta'_R = \frac{r'}{3.84 \times 10^8} = 1.22 \frac{\lambda}{D'} \Rightarrow d' = 2r' = 2 \times 148\text{m} = 296\text{m}$$

光斑变小, 易于测量。

Ex. 4-10 据说间谍卫星上的照相机能清楚识别地面上汽车的牌照号码。(1) 如果需要识别的拍照上的字划间距为 5cm, 在 160km 高空的卫星上的照相机角分辨率应多大。(2) 此照相机的孔径需要多大? 光的波长按 500nm 计。

解:

$$(1) \theta_R = \frac{5 \times 10^{-2}}{1.6 \times 10^5} = 3.125 \times 10^{-7} \text{rad}$$

$$(2) \tan \theta'_R = 3.125 \times 10^{-7} \text{rad} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow D = 1.952\text{m}$$

4. 光栅

a) *平行光垂直入射时光栅方程: $(a+b) \sin \theta = k\lambda, k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$

i. 上式决定各级亮谱线 (主极大) 的角位置。

ii. 在复色光入射时, 零级谱线无色散, 其余各级不同波长单色光出现在不同位置。

iii. 每一级都有一组谱线。

Ex. 14-19 一光栅, 宽为 2.0cm, 共有 6000 条缝, 如用钠光 (589.3nm) 垂直入射, 在哪些角度出现光强极大?

解:

$$a+b = \frac{2.0 \times 10^{-2}}{6000}, (a+b) \sin \theta = k\lambda, k=0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

$$\sin \theta = \frac{k\lambda}{a+b} = 0.1768k, k=0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

k	0	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5	± 6
$\sin \theta$	0	0.1768	2×0.1768	3×0.1768	4×0.1768	5×0.1768	> 1
θ	0	$\pm 18^\circ$	$\pm 20.71^\circ$	$\pm 32^\circ$	$\pm 45^\circ$	$\pm 62.12^\circ$	——

Ex. 14-20/14-7 已知一个每厘米刻有 4000 条缝的光栅, 利用这个光栅可以产生多少个完整的可见光谱? 那一级光谱中的哪个波长的光开始和其他谱线重叠? ($\lambda = 400 \sim 760\text{nm}$)

解: (1) $\frac{k\lambda_{760}}{a+b} < \frac{(k+1)\lambda_{400}}{a+b} \Rightarrow k=1$, 则只有一个完整的可见光谱。

(2) $(k+1)\lambda' = k\lambda_{400} \xrightarrow{k=2} \lambda' = \frac{3}{2}\lambda_{400} = 600\text{nm}$, 从第二级光谱中的 600nm 开始重叠。

b) 平行光以 θ' 斜射时光栅方程: $(a+b)(\sin \theta - \sin \theta') = k\lambda, k=0, \pm 1, \pm 2 \dots$

Ex. 14-8 用每毫米刻有 500 条纹的光栅, 观察钠光谱线 ($\lambda = 589.3\text{nm}$), 问平行光垂直入射时, 最多看到第几级条纹, 总共有多少条条纹。以 30° 角入射时呢?

解: 垂直入射时:

$$(a+b) \sin \theta = k\lambda \xrightarrow{k_{\max} \Leftrightarrow \sin \theta_{\max}=1} k = \frac{a+b}{\lambda} \sin \theta \Rightarrow k=3.4 \text{ 能看到第三级条纹, 7 条}$$

以 30° 入射时, 设从上方看到的最大级数为 $k_1, \theta = 90^\circ$, 从下方为 $k_2, \theta = -90^\circ$

$$k_1 = \frac{(a+b)(\sin 90^\circ - \sin 30^\circ)}{\lambda} = 1.70, k_2 = \frac{(a+b)(\sin -90^\circ - \sin 30^\circ)}{\lambda} = 5.09$$

所以能看到 $k_1 + k_2 + 1 = 7$ 条明纹, 最多从下方看到第五级明条纹。

c) 谱线光强受单缝衍射的调制, 缺级条件: $k = \frac{(a+b)}{a}k', k'=1, 2, 3 \dots$

Ex. 14-21 波长 600nm 的单色光垂直入射在一光栅上, 第二级明条纹分别出现在 $\sin \theta = 0.2$ 处, 第四级缺级。(1) 光栅上相邻两缝的间距有多大? (2) 光栅上狭缝可能的最小宽度 a 有多大? (3) 按上述选定的 a, b 值, 光屏上可能观察到的全部级数是多少?

解:

$$(1). (a+b) \sin \theta = k\lambda \Rightarrow a+b = \frac{k\lambda}{\sin \theta} = 6$$

$$(2). \frac{a+b}{a} \mu\text{m} 4 \Rightarrow a = 1.5$$

$$(3). k_{\max} = \frac{(a+b) \sin 90^\circ}{\lambda} = \pm 10$$

逢 4 缺级, $\pm 4, \pm 8$ 观察不到, $\theta = 90^\circ, \pm 10$ 级观察不到共 $20 + 1 - 2 - 4 = 15$ 级

$$d) \text{ 光栅的分辨本领: } R = kN = \frac{\bar{\lambda}}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta \lambda}$$

Ex. 4-5 用每毫米内有 500 条缝的光栅, 观察钠光谱线。(1) 光线以 30° 角入射光栅时, 谱线的最高级次是多少? 并与垂直入射时比较。(2) 若在第三级谱线处恰能分辨出钠双线, 光栅必须有多少条缝? (钠双线 $\lambda_1 = 589.0\text{nm}, \lambda_2 = 589.6\text{nm}$)

解 (1) 斜入射比垂直入射相比, 可以看到更高级次的谱线:

$$k = \frac{(a+b)(\sin \theta - \sin i)}{\lambda} \Rightarrow \theta = -90^\circ, k_{\max} = 5.1; i = 0, \theta = 90^\circ, k = 3.4$$

$$(2) R = kN = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta \lambda} \Rightarrow N = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta \lambda} \frac{1}{k} = \frac{589.3}{0.6} \times \frac{1}{3} = 327$$

5. X 射线衍射时亮点的布拉格公式: $2d \sin \varphi = k\lambda, k = 1, 2, 3 \dots$

Ex. 4-26 若 $\varphi = 45^\circ$, 入射 X 射线包含有从 0.095nm 到 0.130nm 这一波带中的各种波长。已知晶格常数 $d = 0.275\text{nm}$, 问是否会有干涉加强的衍射 X 射线产生? 如果有, 这种 X 射线波长如何?

$$\text{解: } 2d \sin \varphi = k\lambda \Rightarrow 0.095\text{nm} \leq \frac{2d \sin \varphi}{k}, 0.130\text{nm} \Rightarrow k = 3, 4 \quad \lambda = 0.130\text{nm} \sim 0.097\text{nm}$$