# 2014年秋季本科随机过程答案

# 一、简答题（25分）

1. 答：正交：两个随机过程X(t)和Y(t)，若对任意的函数等于零，即，则称两随机过程之间正交；

互不相关：两个随机过程X(t)和Y(t)，如果对任意的都有互协方差函数等于零，即，则称两随机过程之间互不相关；

独立：如果对任意的，有

则称两个随机过程之间是相互独立的。

相互关系：两个随机过程独立，则一定互不相关，互不相关则不一定相互独立；正交与不相关，独立没有必然联系。

（答出正交、互不相关、独立定义各一分，相互关系两分）

2. 答：随机过程的各个样本都同样经历了随机过程的各种可能状态，即从随机过程的任何一个样本函数就可以得出它的全部统计信息，这就叫做随机过程的各态历经性。

实际意义：若一个随机过程具有各态历经性，则可以用一个样本在时间上的平均来求出其均值和相关函数，大大简化了工作量。

（答出各态历经性内容3分，实际意义2分）

3. 答：X(t)为广义平稳随机过程，为其均方导数，则有

即同一时刻正交且互不相关。

（写出均方导数公式3分，正交互不相关2分）

4. 答：若高斯随机过程X(t)，Y(t)相互独立，则一定互不相关；

若高斯随机过程X(t)，Y(t)互不相关，则相关系数r=0，X(t)，Y(t)的联合概率密度为X(t)，Y(t)概率密度的乘积，X(t)，Y(t)相互独立；

（独立则互不相关2分，互不相关则独立3分）

5. 答：泊松过程N(t)的均值均值，自相关函数均和t相关，所以泊松随机过程不是平稳随机过程。

（答出泊松过程均值或自相关函数公式3分，两者均跟t相关2分）

# 二、（15分）

解：1.

均值为0，自相关函数与t无关，所以X(t)为平稳随机过程。

同理，Y(t)也为平稳随机过程。

（写出均值为零5分，写出自相关函数与t无关5分）

2.

与t相关，

（答出

# 三、（10分）





评分标准：第一问五分，第二问五分；第一问写出自相关函数的定义得两分，写出计算过程两分，结果一分。第二问写出自谱密度是自相关函数的傅里叶变换得三分，结果两分。

# 四、（20分）

说明：\*为卷积符号，为傅里叶变换符号

**解法一：**

第1问 （8分）：

由图示系统可得

由此可得系统冲激响应为：

(4分)

又因为：

(1分)

所以

(3分)

第2问 （7分）：

(3分)

所以：

(2分)

(2分)

第3问 （5分）：

(2分)

又有：

(2分)

所以：

(1分)

**解法二：**

第1问 （8分）：

由图示系统可得

由此可得系统冲激响应为：

(4分)

又因为：

(1分)

所以

(3分)

第2问 （7分）：

(4分)

(3分)

第3问 （5分）：

(2分)

其中

所以：

(2分)

所以：

(1分)

# 五、（20分）

解：（1） 



其中 ， 相互正交 (5分)

由希尔伯特的性质得：

 (5分)

（2）由题，X(t)是一个零均值的窄带实平稳随机过程





不难得到：





可以看出与均是从高斯过程线性运算后得到的，故与均是高斯过程，而且两者是联合高斯的。 (2分)

由于 的方差为，则 与的均值必为零即：

 (2分)

且方差为：

 (2分)

由于

 ，所以与是互不相关的，亦即统计独立。故其联合概率密度函数为：

 (4分)

# 六、（10分）

可直接写出一步转移概率矩阵为：

(1)

(2) 

从三号入口丢球时，落入1,2,3,4,5格子的概率分别为：

评分标准，第一问矩阵共25个元素，对一个给0.5分，全对给五分，第二问概率一个一分，全对给五分

# 答题情况分析

一、1.总体答题情况不错，主要问题在于一些同学在回答三者关系时，只回答了独立和不相关的关系，没有回答正交与其他两者没有必然联系，导致丢分。还有部分同学对独立、不相关、正交的概念理解不清。

2.总体答题情况不错，主要问题在于一些同学对各态历经性的实际意义理解有问题，没有答出可以利用时间平均来代表随机过程的数字特征。

3.总体答题情况不错，主要问题在于一些同学不知道如何计算X(t)和Y(t)的互相关函数而出错。

4.总体答题情况不错，主要问题在于一些同学对高斯过程互不相关推导独立的过程不熟悉，推导出错。

5.总体答题情况很好，基本没有出错的同学。

二、1.答题情况很好，少数同学在计算X(t)自相关函数时计算错误导致扣分。

2.答题情况很好，少数同学不知道广义联合平稳的定义没有回答。

三、第一问一般都能得5分，有少部分人计算结果错误扣掉两分，第二问错的比较多，不少人只能写出自谱密度是自相关函数的傅里叶变换这一步得两分，还有少部分结果看似正确，细节上会有错误，应该是计算错误，扣掉一分。

四、

一、好的方面：

1、学生对冲激响应函数的求解掌握的比较好，大部分同学能够将冲激响应函数写出来。

2、学生对随机过程线性变换的两种方法——冲激响应法和频谱法——掌握较好，大部分学生能够正确写出第一、二问中互相关函数和互功率谱密度的公式，且能够写出第三问中均方值的公式，并且解答思路比较清晰。

二、不足的方面：

1、一部分同学对互相关函数 和的公式记忆混淆，导致第一、二问解答错误。但实际上互相关函数的公式比较容易推导，因此也反映出一部分同学基础掌握不够牢固。

2、该题中需要用到多个傅里叶变换公式，有很大一部分错误来自于傅里叶变换时出错。也反映出一部分同学平时练习不够，对基本变换不熟悉。

五、第一问基本题，考察希尔伯特变换的性质，绝大部分都能答对拿到满分10分。少数同学答错，能写出性质的酌情会给3~4分。

第二问较难，大概有三分之一的同学能拿到满分。第二问主要考察对窄带平稳实高斯随机过程的掌握。大部分同学还是能判断出与均是高斯过程，并写出他们的均值方差，拿到4~6分。总体来说，该小题答的不好，对课本基础知识掌握不够。

六、该题比较简单，考察齐次马尔可夫链，基本都是满分，少部分人只能做出第二问