

# PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV)

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é um dos problemas mais conhecidos e desafiadores da área de otimização combinatória, com ampla aplicação prática e teórica. Ele consiste em determinar a menor rota que permita a um caixeiro viajar por diversas cidades, visitando cada uma exatamente uma vez e retornando ao ponto de partida. De acordo com o artigo de Ana Paula Picolo (2021), o PCV é amplamente aplicado em áreas como a criação de roteiros turísticos e na logística de entregas, ajudando a reduzir custos e tempo de deslocamento. Apesar de parecer simples, o problema se torna extremamente complexo à medida que o número de cidades aumenta, devido ao crescimento exponencial do número de possíveis soluções.

Historicamente, o estudo do PCV remonta ao século XIX, quando, segundo Piccolo (2021), William Rowan Hamilton e Thomas Penyngton Kerkman introduziram conceitos relacionados ao problema. De acordo com a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), na década de 1930, o problema ganhou relevância no meio acadêmico, com matemáticos de Harvard e Viena analisando sua formulação geral. Posteriormente, matemáticos como Hassler Whitney e Merrill Flood, em Princeton, contribuíram significativamente para sua formalização e disseminação, consolidando o PCV como um dos principais desafios de otimização a partir da década de 1950.

A resolução do PCV apresenta uma dificuldade considerável. Segundo a Universidade Federal do Paraná (UFPR), ele é classificado como um problema NP-difícil, o que significa que não há, até o momento, um algoritmo eficiente que resolva todas as instâncias do problema em tempo polinomial. Algoritmos exatos, como o método do corte de planos e a programação inteira, são capazes de encontrar a solução ótima, mas tornam-se inviáveis para problemas com um grande número de cidades devido ao alto custo computacional. De acordo com Picolo (2021), para superar essas limitações, técnicas heurísticas e meta-heurísticas, como algoritmos genéticos, busca tabu e otimização por colônias de formigas, são amplamente empregadas. Essas abordagens não garantem a solução ótima, mas oferecem boas aproximações em um tempo razoável.

O PCV possui aplicações práticas diversificadas. Segundo a Wikipédia, ele é utilizado em planejamento de rotas de transporte público, roteirização de drones, otimização de circuitos eletrônicos e bioinformática, como na análise de sequências genéticas. No contexto turístico, de acordo com Piccolo (2021), ele pode ser usado para planejar roteiros que minimizem o tempo de deslocamento entre atrações, proporcionando uma experiência mais eficiente para os viajantes.

Além disso, o problema serviu de inspiração para o desenvolvimento de várias técnicas de otimização e pesquisa operacional, tornando-se um campo de estudo central na ciência da computação e na matemática aplicada. Segundo o site da

UFRGS, a complexidade e relevância do PCV fazem dele um modelo valioso para estudar e testar novos algoritmos e técnicas computacionais.

## Computação evolutiva: algoritmos genéticos

A Computação Evolutiva (CE) é um campo emergente da Inteligência Artificial (IA) que utiliza os princípios da evolução biológica para resolver problemas complexos de otimização e aprendizado. Inspirada pela teoria da Seleção Natural proposta por Darwin (1859), a CE envolve a criação de algoritmos que simulam o processo evolutivo encontrado na natureza, onde as soluções de um problema se adaptam e evoluem ao longo do tempo, de forma semelhante aos organismos vivos. **De acordo com Banzhaf (1998)**, a CE emprega conceitos da evolução natural, como a sobrevivência dos mais aptos e a reprodução, para desenvolver métodos computacionais capazes de resolver problemas complexos. Entre suas principais técnicas estão os Algoritmos Genéticos (AG), Estratégias Evolucionárias e Programação Genética (PG), ferramentas amplamente utilizadas para criar modelos computacionais que simulam adaptação e evolução (UFPR, 2024).

Os Algoritmos Genéticos (AG) foram concebidos na década de 1960 por John Holland, cujo objetivo era estudar fenômenos de adaptação das espécies e incorporá-los à computação. Em seu livro seminal, *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (Holland, 1975), Holland apresentou os fundamentos dos AGs, propondo que soluções de problemas poderiam ser representadas como "indivíduos" em uma população que evolui por meio de processos de seleção natural, reprodução e mutação. Esses algoritmos simulam o comportamento das populações biológicas, onde os indivíduos mais adaptados têm maior chance de passar seus genes para a próxima geração. **Segundo Mitchell (1997)**, o sucesso do trabalho de Goldberg nos anos 1980, ao aplicar os AGs em otimizações industriais, demonstrou a viabilidade prática e econômica dessa abordagem. Desde então, os AGs têm sido usados para resolver uma ampla gama de problemas, como otimização de rotas, design de circuitos, modelagem econômica, e simulações biológicas, abrangendo áreas como biologia computacional e modelagem de sistemas complexos (UBIQUIDADE, 2024).

Nos Algoritmos Genéticos, uma população de possíveis soluções é criada inicialmente de forma aleatória, mas com uma diversidade suficiente para permitir a

exploração de várias combinações e a evolução das melhores soluções ao longo do tempo. **De acordo com Mitchell (1997)**, a população inicial precisa ter uma variedade de características para que o algoritmo possa explorar o espaço de soluções de maneira eficiente, evitando que o processo de evolução fique preso a soluções subótimas. O processo evolutivo nos AGs é baseado em ciclos iterativos, onde, a cada geração, os indivíduos mais adaptados são selecionados para reprodução e novos indivíduos são gerados por meio de operações genéticas (LIMA, 2024).

Os operadores genéticos utilizados nos AGs são fundamentais para a evolução das soluções e são inspirados nos mecanismos biológicos de reprodução e mutação. **Segundo Goldberg (1989)**, o cruzamento (ou "crossover") é o operador mais importante nos AGs. Nele, dois indivíduos (pais) são selecionados para gerar descendentes. O cruzamento consiste em combinar as características dos pais para criar um novo indivíduo, que possui características de ambos. Essa operação é análoga ao processo biológico de recombinação genética, onde a descendência herda os melhores traços dos pais, mas também pode apresentar novas combinações, o que pode resultar em uma solução ainda melhor (MENOTTI, 2024).

Além do cruzamento, a mutação é um processo de alteração aleatória nos genes de um indivíduo. Essa operação visa introduzir diversidade genética na população, evitando que todos os indivíduos se tornem idênticos ao longo das gerações, o que poderia resultar em uma convergência prematura para uma solução subótima. **De acordo com Mitchell (1997)**, a mutação é crucial para explorar áreas do espaço de soluções que poderiam ser negligenciadas apenas com o cruzamento. Embora a mutação ocorra com menor frequência, ela desempenha um papel fundamental na manutenção da diversidade genética e na prevenção de soluções limitadas. Esses operadores genéticos, juntamente com o critério de seleção dos indivíduos, garantem que a população evolua de forma eficaz (UFPR, 2024).

A função de aptidão (ou *fitness function*) desempenha um papel fundamental no funcionamento dos Algoritmos Genéticos (AGs). Ela é a medida que avalia a qualidade de cada solução gerada pela população de indivíduos. **Segundo Goldberg (1989)**, em termos simples, a função de aptidão atribui um valor que representa o "grau de sucesso" de um indivíduo na resolução do problema proposto. Esse valor é crucial, pois a função de aptidão permite que o algoritmo identifique quais indivíduos têm mais potencial para solucionar o problema de forma eficiente. Quanto mais alta for a aptidão de um indivíduo, maior será sua capacidade de ajudar a encontrar a solução ótima do problema.

A aptidão de um indivíduo é avaliada de acordo com o objetivo do problema em questão. Por exemplo, em um problema de otimização, a função de aptidão poderia calcular a "distância" entre a solução proposta e a solução ótima. **De acordo com Mitchell (1997)**, se o objetivo for minimizar uma função, a aptidão de um indivíduo seria inversamente proporcional ao valor da função a ser minimizada. Já em um

problema de maximização, a aptidão seria diretamente proporcional ao valor que se deseja maximizar. Essa avaliação é realizada ao longo de todo o processo evolutivo, com cada novo conjunto de indivíduos sendo analisado para determinar o quão bem ele atende aos critérios de solução do problema (UBIQUIDADE, 2024).

Após calcular a aptidão de todos os indivíduos da população, o próximo passo no processo evolutivo é a seleção dos pais, que é realizada com base nesses valores de aptidão. O processo de seleção nos Algoritmos Genéticos é análogo ao conceito biológico de seleção natural, onde os indivíduos mais fortes e adaptados são escolhidos para se reproduzirem e passar suas características para a próxima geração. **Segundo Goldberg (1989)**, de maneira semelhante, nos AGs, os indivíduos com maior aptidão têm uma probabilidade maior de serem selecionados para gerar a próxima geração.

Existem diferentes métodos de seleção, como a seleção por roleta, seleção por torneio e seleção por classificação, e cada um desses métodos implementa uma forma de "dar mais chances" aos indivíduos mais aptos, embora, em muitos casos, a seleção não seja puramente determinística. **De acordo com Mitchell (1997)**, isso significa que até os indivíduos menos aptos podem ser escolhidos ocasionalmente, o que é importante para manter a diversidade genética dentro da população e evitar a convergência prematura para uma solução subótima. No caso da seleção por roleta, por exemplo, os indivíduos são selecionados com base em uma probabilidade proporcional à sua aptidão, ou seja, um indivíduo com aptidão maior tem uma chance maior de ser escolhido, mas ainda há uma pequena probabilidade de indivíduos menos aptos serem selecionados (MENOTTI, 2024).

O objetivo desse processo é garantir que as melhores soluções — aquelas que têm maior capacidade de resolver o problema — sejam transmitidas para as gerações seguintes, enquanto soluções mais fracas ou irrelevantes para o problema são descartadas. Isso cria uma "pressão seletiva" que, ao longo de várias gerações, tende a melhorar a qualidade das soluções encontradas.

Além disso, a seleção dos pais não se resume apenas à escolha dos indivíduos com a maior aptidão; ela é fundamental para garantir que a diversidade genética da população seja mantida. **De acordo com Mitchell (1997)**, se apenas os indivíduos mais aptos forem selecionados sem qualquer variabilidade, o algoritmo corre o risco de perder soluções inovadoras ou de se "congelar" em um ponto de solução subótimo, sem explorar adequadamente o espaço de busca. Portanto, a seleção não só favorece as melhores soluções, mas também assegura que haja uma quantidade suficiente de variação genética, permitindo ao algoritmo continuar explorando novas combinações e potenciais soluções.

O processo de evolução nos Algoritmos Genéticos segue uma sequência de etapas bem definidas. Inicialmente, uma população de soluções é criada aleatoriamente, composta por indivíduos com diversidade suficiente para que o algoritmo possa

explorar o espaço de soluções de maneira eficiente. A população é então avaliada por meio de uma função de aptidão, que mede a qualidade das soluções. **De acordo com Goldberg (1989)**, os indivíduos mais aptos são selecionados com base nessa avaliação e passam por operações genéticas, como o cruzamento e a mutação, para gerar uma nova geração. Essa nova geração substitui a população antiga, e o processo se repete até que uma solução satisfatória seja encontrada ou o número máximo de gerações seja atingido (UFPR, 2024).

Os AGs se destacam por sua flexibilidade e aplicabilidade a problemas diversos. **Segundo Mitchell (1997)**, eles têm sido usados para resolver problemas como roteirização de veículos, design de circuitos eletrônicos e até simulações biológicas. Sua abordagem evolutiva permite a exploração de grandes espaços de soluções de maneira eficiente, tornando-os ferramentas indispensáveis em várias áreas do conhecimento. Alguns exemplos de aplicação incluem a otimização de rotas no problema do Caixeiro Viajante, onde o objetivo é encontrar o caminho mais curto entre várias cidades, e a engenharia de circuitos, onde os AGs podem ser usados para otimizar o layout de circuitos eletrônicos (LIMA, 2024).

Em síntese, os Algoritmos Genéticos representam uma fusão entre biologia e computação, simulando os processos evolutivos naturais para resolver problemas práticos. Desde sua concepção por John Holland até as aplicações contemporâneas, os AGs continuam a ser uma abordagem inovadora e eficaz para otimização e aprendizado, consolidando seu lugar como uma das ferramentas mais poderosas da Computação Evolutiva (MENOTTI, 2024).

## Referências

BANZHAF, W. *Computational Intelligence: A logical approach*. Oxford University Press, 1998.

GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.

HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. MIT Press, 1975.

MITCHELL, M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, 1997.

PICOLO, A. P. *Algoritmos Genéticos: uma solução para problemas de otimização* [online]. Veranópolis: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, 2021. Disponível em: <https://ifrs.edu.br/veranopolis/wp-content/uploads/sites/10/2022/04/Artigo-TCC-Ana-Paula-Picolo-2021-Pub.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2024.

PORTO SILVA, J. *Problema do Caixeiro Viajante* [online]. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/caixeiro.html>. Acesso em: 23 nov. 2024.

SILVA, V. *Problema do Caixeiro Viajante - Soluções e Estratégias* [online]. Universidade Federal do Paraná. Disponível em: [https://docs.ufpr.br/~volmir/PO\\_II\\_12\\_TSP.pdf](https://docs.ufpr.br/~volmir/PO_II_12_TSP.pdf). Acesso em: 23 nov. 2024.

WIKIPEDIA. *Problema do caixeiro-viajante*. Wikipedia, 2024. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema\\_do\\_caixeiro-viajante](https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_do_caixeiro-viajante). Acesso em: 23 nov. 2024.

UFPR. *Computação Evolutiva - Apostila* [online]. Universidade Federal do Paraná. Disponível em: <https://www.inf.ufpr.br/aurora/tutoriais/Ceapostila.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2024.

UBIQUIDADE. *Algoritmos Genéticos: Conceitos e Aplicações* [online]. Ubiquidade. Disponível em: <http://www.portal.anchieta.br/revistas-e-livros/ubiquidade/pdf/artigo4.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2024.

MENOTTI, D. *Algoritmos Genéticos e Técnicas de Machine Learning* [online]. Universidade Federal do Paraná. Disponível em:

<https://www.inf.ufpr.br/menotti/am-18b/slides/ML-XXce.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2024.

LIMA, F. M. *Algoritmos Genéticos: Um resumo detalhado* [online]. Medium.

Disponível em:

<https://medium.com/@felipemunarolima/algoritmos-gen%C3%A9ticos-um-resumo-detalhado-66c2b3c50a25>. Acesso em: 23 nov. 2024.