# MI3 Sección A Primer Semestre 2021

Profesora: Inga. Ericka Cano Aux: William Hernández

# CLASE 19/01/2021

# ECUACIONES DIFERENCIALES

$$a_{n}(x) \frac{d^{n}y}{dx^{n}} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{1}(x) \frac{dy}{dx} + a_{0}(x)y = g(x)$$

Una ecuación diferencial es aquella que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes.

### En cálculo

Encontrar la primera derivada

$$y = e^{x^{2}}$$

$$y = dy$$

$$dx = 2xe^{x^{2}}$$

$$dy$$

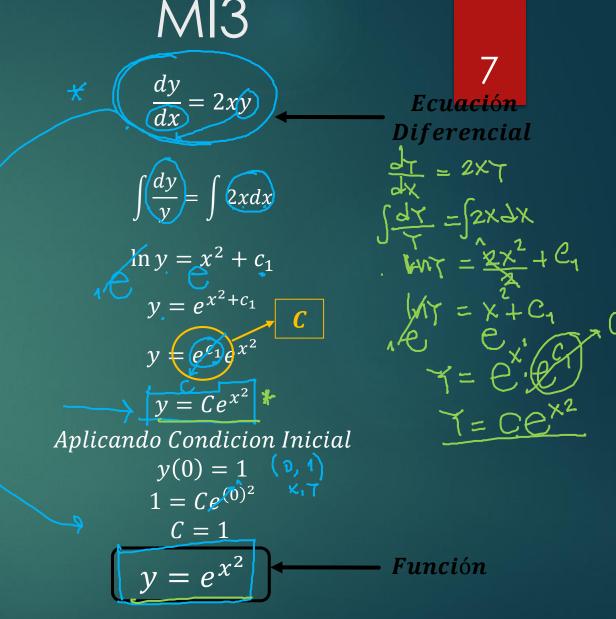
$$dx = 2xy$$

$$dy$$

$$Differencial$$

En cálculo dada la función  $y = \emptyset(x)$ 

Se determina la derivada



Dada la ED encontrar la función desconocida

$$y = \emptyset(x)$$

Existe un vinculo entre las ecuaciones diferenciales y el mundo real

- ¿ Qué tan rápido cambia la población?
- ¿ Qué tan rápido se propaga una enfermedad?
- ¿ Qué tan rápido se vacía un tanque?

Implican razones de cambio o derivadas. Así la descripción matemática o modelo matemático de experimentos, observaciones y teorías puede ser una ECUACION DIFERENCIAL

## DEFINICIÓN

ECUACIÓN DIFERENCIAL: Ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes.

#### CLASIFICACIÓN

Las ecuaciones diferenciales (ED) se clasifican por tipo, orden, grado y linealidad.

#### CLASIFICACIÓN POR TIPO

#### Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO)

Contiene derivadas ordinarias de una o más variables dependientes con respecto a una sola variable independiente.

$$\frac{d\widehat{y}}{d\widehat{x}} + 7y = x^3 e^{-x}, \quad 2y'' - 2y' + y = 0, \quad \frac{d\widehat{y}}{d\widehat{x}} + \frac{d\widehat{z}}{d\widehat{y}} = 0$$

#### Ecuación Diferencial Parcial (EDP)

Contiene derivadas parciales de una o más variables dependientes con respecto a dos o más variables independientes

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 , \quad \frac{\partial u}{\partial t} - 5 \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

## Ejemplos

Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales por tipo

Classing the last significant electronic v.D.

a) 
$$\frac{dy}{dx} + 9y = x^2 e^{5x}$$
 

EDG

v.D.

b)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  

EDG

c)  $y''' - 6y = 0$  

EDG

v.D.

v.D.

d)  $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = x + y$  

EDG

v.D.

#### Notación Leibniz

 $\overline{d\hat{x}^n}$ 

Tiene la ventaja de que muestra con claridad a las variables dependiente e independiente

#### Notación Primas

Se usa la notación de primas para indicar solo las 3 primeras derivadas y a partir de la cuarta derivada se escribe

$$\frac{d\hat{y}}{d\hat{x}}$$

$$\frac{d^2\hat{y}}{d\hat{x}^2}$$

$$\frac{d^3\hat{y}}{d\hat{x}^3}$$

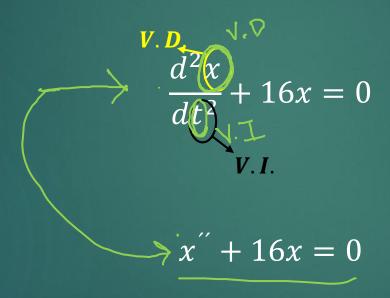
$$y'''$$

$$\frac{d^3\hat{y}}{d\hat{x}^3}$$

$$y'''$$

$$\frac{d^n\hat{y}}{d\hat{x}^3}$$

En general asi se representa la n – ésima derivada, La ventaja de la notación de Leibniz es que puede observarse claramente cual es la variable dependiente y la variable independiente



#### CLASIFICACIÓN POR ORDEN

El orden de una EDO o EDP es la máxima derivada que aparece en la Ecuación Diferencial

$$a)\frac{dy}{dx} + 9y = x^2 e^{5x} \xrightarrow{EDO, Orden 1}$$

$$b)\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \qquad \longrightarrow EDP, Orden 3$$

c) 
$$y^{(4)} - 6y = senx \xrightarrow{EDO, Orden 4}$$

 ∂ → simbolo que representa una derivada parcial

#### CLASIFICACIÓN POR GRADO

El grado es la potencia a la cuál está elevada la mayor derivada.

$$a) \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1} + 9y = x^{2}e^{5x} \qquad \longrightarrow EDO, Orden 1, grado 1$$

$$b) \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \qquad \longrightarrow EDP, Orden 3, grado 2$$

c) 
$$y''' - 6y^2 = 3e^{2x}$$
 \_\_\_\_\_\_\_\_ EDO, Orden 3, grado 1

$$d) \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^3 + \frac{dx}{dt} = 8 \qquad \longrightarrow EDO, Orden 2, grado 3$$

#### NOTA:

Una EDO de n-ésimo orden con una variable dependiente por la forma general  $F(\underline{x},\underline{y},\underline{y}',...,\underline{y}^{(n)})=0$  donde F es una función con valores reales de n+2 variables  $x,y,y',...,y^{(n)}$ 

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$$

$$\longrightarrow \frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

$$\longrightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = f(x, y, y')$$