MI3 Sección A Primer Semestre 2021

Profesora: Inga. Ericka Cano
Aux: William Hernández

CLASE 23/03/2021

ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE ORDEN SUPERIOR

ECUACIONES DIFERENCIALES NO HOMOGENEAS

MÉTODO
COEFICIENTES INDETERMINADOS

Ejemplo

* Para las siguientes ecuaciones diferenciales, sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

1. $y'' - 3y' + 2y = 5x^2 - 1$ g(x) } $Y(x) = Y_c + Y_p$

Funcion complementaria Y_c

Ecuacion homogenea asociada

$y'' - 3y' + 2y = 0$

Ecuacion caracteristica

$r^2 - 3r + 2 = 0$

$(r-2)(r-1) = 0$

$r_c = 2,1$

$\boldsymbol{y_c = c_1 e^{2x} + c_2 e^{x}}$ ó bien ✓

$Y_c = C_1 e^{x} + C_2 e^{2x}$

Solución particular Y_p

$g(x) = 5x^2 - 1$ $r_p = 0, 0, 0$ ó $r_p = 0$ mult. 3

$r_p = 0, 0, 0$ ó bien

$r_p = 0$ *multipliciad* 3

$Y_p = A\cancel{e^{0x}} + BX\cancel{e^{0x}} + CX^2\cancel{e^{0x}}$

$y_p = Ae^{0x} + Bxe^{0x} + Cx^2e^{0x}$ $Y_p = A + BX + CX^2$ Ok

$y_p = A + Bx + Cx^2$

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

2. $y'' - 3y' = 5x^2 - 1$ $g(x)$

Funcion complementaria

Ecuacion homogenea asociada

$y'' - 3y' = 0$

Ecuacion caracteristica

$r^2 - 3r = 0$

$r(r-3) = 0$

$r_c = 0, 3$

$\boldsymbol{y_c = c_1 e^{0x} + c_2 e^{3x}}$

$\boldsymbol{y_c = c_1 + c_2 e^{3x}}$ ∴ bien

$Y_c = C_1 e^{3x} + C_2$

Solución particular

$g(x) = 5x^2 - 1$

$r_p = 0, 0, 0$ ó $r_p = 0$ mult. 3

$r_p = 0, 0, 0$ ó *bien*

$r_p = 0$ *multipliciad* 3

$Y_p = Axe^{0x} + Bx^2e^{0x} + Cx^3e^{0x}$

$y_p = Axe^{0x} + Bx^2e^{0x} + Cx^3e^{0x}$

$Y_p = Ax + Bx^2 + Cx^3$

$y_p = Ax + Bx^2 + Cx^3$

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

3. $y'' + y = 2e^{-x}$ g(x)

Funcion complementaria Y_c

Ecuacion homogenea asociada

$y'' + y = 0$

Ecuacion caracteristica

$r^2 + 1 = 0$

$r^2 = -1$

$r_c = \pm i$ $\alpha = 0$ $\beta = 1$

$$\boldsymbol{y_c = e^{0x}(c_1 cosx + c_2 senx)}$$

$$\boldsymbol{y_c = c_1 cosx + c_2 senx}$$

Solución particular Y_p

$g(x) = \underbrace{2e^{-x}}_{r_p = -1}$

$r_p = -1$

$y_p = Ae^{-x}$

$Y_p = Ae^{-x}$

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

4. $y'' - y = 2e^{-x}$ g(x)

Funcion complementaria

Ecuacion homogenea asociada

$y'' - y = 0$

Ecuacion caracteristica

$r^2 - 1 = 0$

$r^2 = 1$

$r_c = 1, -1$

$\boldsymbol{y_c = c_1 e^x + c_2 e^{-x}}$ ó ...

$Y_c = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}$ ✓

Solución particular Y_p

$g(x) = \underbrace{2e^{-x}}$

$r_p = -1$

$y_p = Axe^{-x}$

$r_p = -1$

$Y_p = Axe^{-x}$ ✓

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

5. $y'' - 2y' + y = 7xe^x$ $g(x)$

Funcion complementaria Y_c

Ecuacion homogenea asociada

$y'' - 2y' + y = 0$

Ecuacion caracteristica

$r^2 - 2r + 1 = 0$

$(r-1)^2 = 0$

$(r-1)(r-1) = 0$

$r_c = 1, 1$ ó bien

$r_c = 1$ *multiplicidad* 2

$\boldsymbol{y_c = c_1 e^x + c_2 x e^x}$ ✓

Solución particular

$g(x) = 7xe^x \leftarrow$ $r_p = 1$ mult. 2 ó bien

$r_p = 1\ 1$

$r_p = 1$ *multiplicidad* 2

$Y_p = Ax^2e^x + Bx^3e^x$

$y_p = Ax^2e^x + Bx^3e^x$ ✓

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

6. $y''' - 6y'' + 12y' - 8y = xe^{2x}$ g(x)

Funcion complementaria Y_c

Ecuacion homogenea asociada

$y''' - 6y'' + 12y' - 8y = 0$

Ecuacion caracteristica

$r^3 - 6r^2 + 12r - 8 = 0$

$(r - 2)^3 = 0$

$(r - 2)(r - 2)(r - 2) = 0$

$r_c = 2,2,2$ ó bien

$r_c = 2$ *multiplicidad* 3

$$\boldsymbol{y_c = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x} + c_3 x^2 e^{2x}}$$

Solución particular Y_p

$g(x) = xe^{2x}$

$r_p = 2,2$ ó bien $r_p = 2$ mult. 2

$r_p = 2$ *multiplicidad* 2

$Y_p = Ax^3e^{2x} + Bx^4e^{2x}$

$y_p = Ax^3e^{2x} + Bx^4e^{2x}$

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

7. $y'' + 2y' + 2y = 3e^{-x} + 4cosx$

$Funcion\ complementaria$

$Ecuacion\ homogenea\ asociada$

$y'' + 2y' + 2y = 0$

$Ecuacion\ caracteristica$

$r^2 + 2r + 2 = 0$

$r^2 + 2r + 1 + 1 = 0$

$(r+1)^2 + 1 = 0$

$(r+1)^2 = -1$

$r_c = -1 \pm i$

$$\boldsymbol{y_c = e^{-x}(c_1 \cos x + c_2 \sin x)}$$

$$\boldsymbol{y_c = c_1 e^{-x} \cos x + c_2\, e^{-x} \sin x}$$

$Solución\ particular$

$g(x) = 3e^{-x} + 4cosx$

$r_p = -1, \qquad \pm i$

$$\boldsymbol{y_p = Ae^{-x} + B \cos x + C \sin x}$$

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

8. $y'' + 4y = sen2x$ g(x)

Funcion complementaria Y_c

Ecuacion homogenea asociada

$y'' + 4y = 0$

Ecuacion caracteristica

$r^2 + 4 = 0$

$r^2 = -4$

$r_c = \pm 2i$

$\boldsymbol{y_c = e^{-0x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)}$

$\boldsymbol{y_c = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x}$

Solución particular

$g(x) = sen2x$

$r_p = \pm 2i$

$r_p = \pm 2i$

$\boldsymbol{y_p = x(A \cos 2x + B \sin 2x)}$

$\rightarrow Y_p = x(A\cos 2x + B\,sen\,2x)$

$\rightarrow Y_p = Ax\cos 2x + Bx\,sen\,2x$

$\boldsymbol{y_p = A\,x\cos 2x + Bx \sin 2x}$ ✓

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

9. $y^{(4)} + y''' = 1 - x^2e^{-x}$ g(x)

Funcion complementaria Yc

Ecuacion homogenea asociada

$y^{(4)} + y''' = 0$

Ecuacion caracteristica

$r^4 + r^3 = 0$

$r^3(r+1) = 0$

$r_c = 0\ multiplicidad\ 3, -1$

$\boldsymbol{y_c = c_1 + c_2x + c_3x^2 + c_4e^{-x}}$

Solución particular Yp

$g(x) = 1 - x^2e^{-x}$

$r_p = 0, -1\ multiplicidad\ 3$

$\boldsymbol{y_p = A\,x^3 + \left(Bx + Cx^2 + Ex^3\right)e^{-x}}$

$\boldsymbol{y_p = A\,x^3 + Bxe^{-x} + Cx^2e^{-x} + Ex^3e^{-x}}$

Sin resolver completamente, encuentre y_c y plantee y_p

10. $y^{(4)} + y''' = (1 - x^2)e^{-x}$

Tarea !!!