MI3 Sección A Primer Semestre 2021

Profesora: Inga. Ericka Cano Aux: William Hernández

CLASE 06/04/2021

ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE ORDEN SUPERIOR

ECUACIONES DIFERENCIALES NO HOMOGENEAS

OPERADORES DIFERENCIALES

Encuentre el operador diferencial que anule la funcion que se proporciona.

4.
$$e^{-x} + 2xe^{x} - x^{2}e^{x} = e^{-x} + (2x - x^{2})e^{x}$$

$$e^{-x} + (2x - x^{2})e^{x}$$

$$= 1 \text{ mult.} 3$$

Operador Diferencial: $(D+1)(D-1)^3$

5.
$$9 + e^x \cos 2x$$

$$7(5^2 - 20+5)$$

$$7(5^2 - 20+5)$$
Operador Diferencial: $D(D^2 - 2D + 5)$

6. $x^4 - 1$

 $Operador\ Diferencial: D^5$

rain | Factor |
$$D-C$$
 | $D-C$ | $D-C$

Encuentre el operador diferencial que anule la funcion que se proporciona.

7.
$$x sen 2x$$
.

Operador Diferencial:
$$(D^2 + 4)^2$$

8.
$$5x + e^{-x} sen 3x$$

$$7 = 0 = 1 \pm 30$$

$$0$$

Operador Diferencial:
$$D^2(D^2 + 2D + 10)$$
 \bigvee

 $\sqrt{-\pm \alpha} = 2x^{-}\cos 4x$

Operador Diferencial:
$$(D^2 + 16)^3$$

$$(D-2i)(P+2i) = P+2^2$$

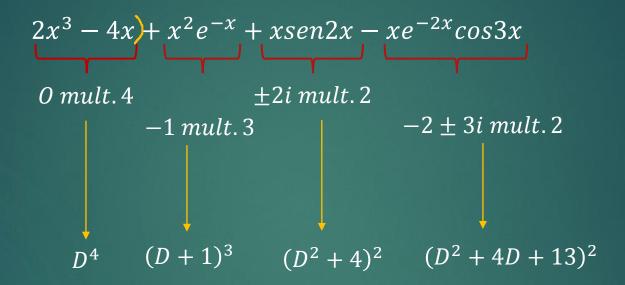
= P+4

rai
$$P-(-1+3i)=D+1-3i$$

 $-1+3i$ $P-(-1-3i)=D+1+3i$
 $-1-3i$ $P-(-1-3i)=D+1+3i$

$$\frac{(0+1)^2+3^2=0^2+20+1+9}{=0^2+20+10}$$

Determine el operador diferencial que anule la siguiente expresion



Operador Diferencial:
$$D^4(D+1)^3(D^2+4)^2(D^2+4D+13)^2$$



MÉTODO ANULADOR

MÉTODO ANULADOR

Recordando que la solución general de una ED No Homogénea es:

$$y(x) = y_c + y_p$$

una ED se puede representar en forma de Operador Diferencial

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = g(x)$$

Notación de Operador Diferencial

$$a_n D^n y + a_{n-1} D^{n-1} y + \dots + a_1 D y + a_0 y = g(x)$$

$$(a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots + a_1 D + a_0)y = g(x)$$

$$L(y) = g(x)$$

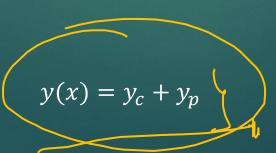
L denota el operador diferencial polinomial lineal de n — ésimo orden

$$(a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots + a_1 D + a_0)$$

Encontrar la E D Homogénea Asociada

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = 0$$

- 2. Resolver la ED Homogénea Asociada, para obtener la función complementaria y_c
- 3. Cambiar la ED original a notación de Operador Diferencial
- 4. Encontrar el Operador Anulador de la función g(x) y aplicar a la E D original en notación de Operador Diferencial (Al aplicar el Operador Anulador se genera una ecuación homogénea)
- 5. Establecer la ecuación auxiliar(m) y resolver la ecuación auxiliar
- 6. Plantear la solución general.
- 7. Identificar los términos de y_c de la solución general.
- 8. Los términos restantes serán los que corresponden a la (y_p)
- 9. Encontrar los valores de y_P
- 10. La solución general es:



Ejemplo

Determine las soluciones generales de las siguientes Ecuaciones Diferenciales utilizando el método anulador.

$$y'' + 3y' + 2y = 4x^2$$

Encontrar la E D Homogénea Asociada

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

Función complementaria y_c

Ecuacion Caracteristica

$$r^2 + 3r + 2 = 0$$

$$(r+1)(r+2) = 0$$

$$r_c = -1, -2$$

$$y_c = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x}$$



$$y'' + 3y' + 2y = 4x^2$$

ED original en términos de Operador Diferencial

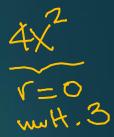
$$D^{2}y + 3Dy + 2y = 4x^{2}$$

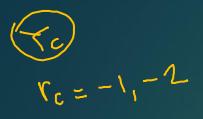
$$(D^{2} + 3D + 2)y = 4x^{2}$$

Identificar el Operador Anulador de g(x)

$$g(x) = 4x^2$$

Operador Diferencial = D^3





$$y'' + 3y' + 2y = 4x^{2}$$

$$(D^{2} + 3D + 2)y = 4x^{2}$$

$$D^{3}(D^{2} + 3D + 2)y = D^{3}(4x^{2})$$

$$(D^{5} + 3D^{4} + 2D^{3})y = 0$$

Ecuación auxiliar

$$m^{5} + 3m^{4} + 2m^{3} = 0$$
$$m^{3}(m^{2} + 3m + 2) = 0$$
$$m^{3}(m + 1)(m + 2) = 0$$

$$m^3 = 0$$
 $m + 1 = 0$ $m + 2 = 0$
 $m = 0$ multiplicidad 3 $m = -1$ $m = -2$

Asi la solucion general debe ser:

$$y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} + c_3 + c_4 x + c_5 x^2$$

Identificamos y_c y y_p

$$y_c = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x}$$
$$y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} + c_3 + c_4 x + c_5 x^2$$

Cambiamos las constantes de y_p

$$y_p = A + Bx + Cx^2$$

$$y'_p = B + 2Cx$$

$$y''_p = 2C$$

Sustituimos y_p y sus derivadas en la ED original

$$y'' + 3y' + 2y = 4x^{2}$$

$$2C + 3(B + 2Cx) + 2(A + Bx + Cx^{2}) = 4x^{2}$$

$$2C + 3B + 6Cx + 2A + 2Bx + 2Cx^{2} = 4x^{2}$$

$$(2A + 2C + 3B) + (2Bx + 6Cx) + 2Cx^{2} = 4x^{2}$$

$$(2A + 2C + 3B) + (2Bx + 6Cx) + 2Cx^2 = 4x^2$$

$$Para x^{2}$$

$$2C = 4$$

$$C = 2$$

$$Para x$$

$$2B + 6C = 0$$

$$B = -3C$$

$$B = -6$$

$$y_p = A + Bx + Cx^2$$

$$y_p = 7 - 6x + 2x^2$$

$$y(x) = y_c + y_p$$

$$2A + 3B + 2C = 0$$

$$A = \frac{-3B - 2C}{2}$$

$$A = \frac{18 - 4}{2}$$

$$A = 7$$

A Kindle Broto

$$y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} + 7 - 6x + 2x^2$$

$$y_c \qquad y_p$$