# MI3 Sección A
# Primer Semestre 2021

Profesora: Inga. Ericka Cano
Aux: William Hernández

# CLASE 19/01/2021

# ECUACIONES DIFERENCIALES

VBLE DEP

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

VBLE INDEP.

Una ecuación diferencial es aquella que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes.

# En cálculo

Encontrar la primera derivada de

$$y = e^{x^2}$$ ← *función*

$y$

$$y' = \frac{dy}{dx} = 2xe^{x^2}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = 2xy}$$ ← *Ecuación Diferencial*

En cálculo dada la función $y = \emptyset(x)$

Se determina la derivada

# MI3

$$\frac{dy}{dx} = 2xy$$ ← *Ecuación Diferencial*

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2xdx$$

$$\ln y = x^2 + c_1$$

$$y = e^{x^2 + c_1}$$

$$y = e^{c_1} e^{x^2}$$

$C$

$$\boxed{y = Ce^{x^2}}$$

*Aplicando Condicion Inicial*

$$y(0) = 1 \quad (0, 1) \quad x, y$$

$$1 = Ce^{(0)^2}$$

$$C = 1$$

$$\boxed{y = e^{x^2}}$$ ← *Función*

Dada la ED encontrar la función desconocida

$y = \emptyset(x)$

$$\frac{dy}{dx} = 2xy$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2xdx$$

$$\ln y = \frac{2x^2}{2} + C_1$$

$$\ln y = x^2 + C_1$$

$$y = e^{x^2} e^{C_1}$$

$$y = Ce^{x^2}$$

Existe un vinculo entre las ecuaciones diferenciales y el mundo real

¿ Qué tan rápido cambia la población ?

¿ Qué tan rápido se propaga una enfermedad ?

¿ Qué tan rápido se vacía un tanque ?

Implican razones de cambio o derivadas. Así la descripción matemática o modelo matemático de experimentos, observaciones y teorías puede ser una ECUACION DIFERENCIAL

# DEFINICIÓN



**ECUACIÓN DIFERENCIAL:** Ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes.

## CLASIFICACIÓN

Las ecuaciones diferenciales (ED) se clasifican por tipo, orden, grado y linealidad.

## CLASIFICACIÓN POR TIPO

**Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO)**
Contiene derivadas ordinarias de una o más variables dependientes con respecto a una sola variable independiente.

$$(1)\ \frac{dy}{dx} + 7y = x^3 e^{-x}, \quad (2)\ y'' - 2y' + y = 0, \quad (3)\ \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0$$

**Ecuación Diferencial Parcial (EDP)**

Contiene derivadas parciales de una o más variables dependientes con respecto a dos o más variables independientes

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0\,,$$
2. $$\frac{\partial u}{\partial t} - 5\frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$
3. $$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

# Ejemplos

Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales por tipo

$V.D.$

$$a)\ \frac{dy}{dx} + 9y = x^2e^{5x} \longrightarrow EDO$$

$V.I.$

$V.D.$

$$b)\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \longrightarrow EDP$$

$V.I.$ $V.I.$

$$c)\ y''' - 6y = 0 \longrightarrow EDO$$

$V.D.$ $V.D.$

$$d)\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = x + y \longrightarrow EDO$$

$V.I.$

**Notación Leibniz**

Tiene la ventaja de que muestra con claridad a las variables dependiente e independiente

**Notación Primas**

Se usa la notación de primas para indicar solo las 3 primeras derivadas y a partir de la cuarta derivada se escribe $y^{(4)}$

$y^{(4)} \longrightarrow \frac{d^4y}{dx^4} \Rightarrow y^{(4)}$

$\frac{dy}{dx}$ ← VD, ← V.I. $\longrightarrow y'$

$\frac{d^2y}{dx^2} \longrightarrow y''$

$\frac{d^3y}{dx^3} \longrightarrow y'''$

$\frac{d^ny}{dx^n} \longrightarrow y^{(n)}$

*En general asi se representa la* $n-$*ésima derivada,* *La ventaja de la notación de Leibniz es que puede observarse claramente cual es la variable dependiente y la variable independiente*

V.D

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 16x = 0$$

V.I

V.I.

$$x'' + 16x = 0$$

# CLASIFICACIÓN POR ORDEN

El orden de una EDO o EDP es la máxima derivada que aparece en la Ecuación Diferencial

$$a)\ \frac{dy}{dx} + 9y = x^2 e^{5x} \longrightarrow \textbf{EDO, Orden 1}$$

$$b)\ \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \longrightarrow \textbf{EDP, Orden 3}$$

$$c)\ y^{(4)} - 6y = senx \longrightarrow \textbf{EDO, Orden 4}$$

$$d)\ \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = 0 \longrightarrow \textbf{EDO, Orden 2}$$

$\partial \rightarrow$ simbolo que representa una derivada parcial

# CLASIFICACIÓN POR GRADO



El grado es la potencia a la cuál está elevada la mayor derivada.

$$a)\ \left(\frac{dy}{dx}\right)^1 + 9y = x^2e^{5x}$$ ⟶ $\boldsymbol{EDO, Orden\ 1, grado\ 1}$

$$b)\ \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$ ⟶ $\boldsymbol{EDP, Orden\ 3, grado\ 2}$

$$c)\ y''' - 6y^2 = 3e^{2x}$$ ⟶ $\boldsymbol{EDO, Orden\ 3, grado\ 1}$

$$d)\ \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^3 + \frac{dx}{dt} = 8$$ ⟶ $\boldsymbol{EDO, Orden\ 2, grado\ 3}$

## NOTA:

Una EDO de n-ésimo orden con una variable dependiente por la forma general $\mathrm{F}\left(x, y, y', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$ donde $F$ es una función con valores reales de $n + 2$ variables $x, y, y', \ldots, y^{(n)}$

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f\left(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}\right)$$

$$\rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

$$\rightarrow \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = f\left(x, y, y'\right)$$