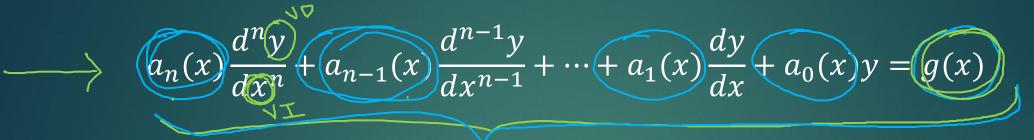
# MI3 Sección A Primer Semestre 2021

Profesora: Inga. Ericka Cano Aux: William Hernández

# CLASE 20/01/2021

#### CLASIFICACIÓN POR LINEALIDAD

Una EDO de orden n es lineal si se puede escribir de la siguiente forma



#### Propiedades Caracteristicas de una ED lineal

- La variable dependiente "y" y todas sus derivadas son de primer grado; esto es el exponente de todo termino donde aparece "y" debe ser uno.
- Cada coeficiente  $(a_n, a_{n-1}, ..., a_1, a_0)$  solo dependen de la variable independiente "x" o es una constante.

La función g (x) debe estar en términos de la variable independiente o bien puede ser una constante.

## Ejemplos

Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales por tipo, orden, grado y linealidad

a) 
$$\frac{dy}{dx} + 9y = x^2 e^{5x}$$
 EDO, Orden 1, grado 1, Lineal

b) 
$$\left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$
 EDP, Orden 3, grado 2, No Lineal

d) 
$$\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^3 + \frac{dx}{dt} = 8$$
 EDO, Orden 2, grado 3, No Lineal

#### NOTA IMPORTANTE:

Una EDO de primer orden y primer grado se puede representar como

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

## Ejemplo

Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales

1. 
$$(y - x)dx + 4xdy = 0 | \div dx$$

$$y - x + 4x \frac{dy}{dx} = 0$$

$$4x \frac{dy}{dx} + y = x$$

$$4xy' + y = x$$

Recordar como puede representarse tambiér una EDO de primer orden y primer grado M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0

→ EDO, orden 1, grado 1, lineal

Otra forma de reescriir la ecuacion

$$(y - x)dx + 4xdy = 0| \div dy$$
$$(y - x)\frac{dx}{dy} + 4x = 0$$
$$(y - x)x' + 4x = 0$$

→ ED0, orden 1, grado 1, No lineal

$$2\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right| = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 = y + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y = 0$$

EDO, orden 2, grado 4, no lineal

#### PRUEBA DE CONOCIMIENTO

Clasifique las siguientes Ecuaciones Diferenciales indicando: Tipo, orden, grado y linealidad. Si considera que alguna es no lineal encierre con un circulo que la hace no lineal.

$$1. \ \frac{dy}{dx} = 4x - 2xy$$

$$2. \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)^2 - 2\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^4 = 0$$

3. 
$$(y'')^3 + 3xy' = 5x^2$$

$$4. \left(\frac{d^4x}{dt^4}\right)^3 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^6 = 0$$

#### SOLUCION: PRUEBA DE CONOCIMIENTO

1. 
$$\frac{dy}{dx} = 4x - 2xy$$

→ EDO, orden 1, grado 1, lineal

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x$$



EDP, orden 3, grado 2, no lineal

3. 
$$(y'')^3 + 3xy' = 5x^2$$

→ EDO, orden 2, grado 3, no lineal

$$4. \left(\frac{d^4x}{dt^4}\right)^3 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^6 = 0$$

EDO, orden 4, grado 3, no lineal

5. 
$$yy' = 6x^4 + 4y$$

6. 
$$5x^2y^{(6)} + 3y = 8tanx$$

7. 
$$\frac{d^2y}{d\theta^2} - y\frac{dy}{d\theta} = sen\theta$$

8. 
$$6t \frac{d^2x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} = 3\cos 2t$$

9. 
$$y'' = 69x - 23y^2$$

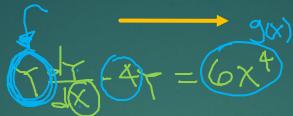
$$10. x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{x^2}$$

#### SOLUCION: PRUEBA DE CONOCIMIENTO

11

5. 
$$yy' = 6x^4 + 4y$$

$$y' - 4y = 6x^4$$



EDO, orden 1, grado 1, no lineal

6. 
$$5x^2y^{(6)} + 3y = 8tanx$$

EDO, orden 6, grado 1, lineal

7. 
$$\frac{d^2y}{d\theta^2} - y\frac{dy}{d\theta} = sen\theta$$

----

EDO, orden 2, grado 1, no lineal

$$8. \quad 6t\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} = 3\cos 2t$$

**----**

EDO, orden 2, grado 1, lineal

9. 
$$y'' = 69x - 23y^2$$

$$y'' + 23y^2 = 69x$$

EDO, orden 2, grado 1, no lineal

$$10. \ x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{x^2}$$

EDO, orden 1, grado 1, lineal

#### SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DIFERENCIAL

Cualquier función  $\emptyset$  definida en un intervalo I que posee al menos n derivadas continuas en I que al sustituirse en una EDO de orden n reduce la ecuación a una identidad, es una solución de la ecuación en el intervalo I

#### Resolver una ED es encontrar la(s) funcion(es)que verifiquen la ED

**Ecuaciones** 

$$12x - 24 = 0$$

$$x = 2$$

1 solución

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$
  $x = -2$ ,  $x = 3$ 

2 soluciones



$$y' = 6y$$

$$y = ce^{6x}$$

Familia uniparametrica de soluciones

$$y'' - 5y + 6y = 0$$

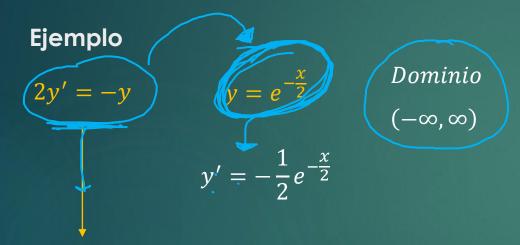
$$y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$$

Familia biparametrica de soluciones

Si la ED es de orden n, la solución será una familia n-paramétrica (o con n parámetros)

#### INTERVALO DE DEFINICIÓN

Se le conoce como intervalo de existencia, intervalo de validez ó dominio de la solución y puede ser un intervalo abierto (a,b), intervalo cerrado [a,b], intervalo infinito  $(a,\infty)$ , etc.



Sustituyendo la derivada y la función

$$2\left(-\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\right) = -e^{-\frac{x}{2}}$$
$$-e^{-\frac{x}{2}} = -e^{-\frac{x}{2}}$$

Por lo tanto:  $y = e^{-\frac{x}{2}}$   $\rightarrow$  se verifica que la funcion dada es solución de la ED