MI3 Sección A Primer Semestre 2021

Profesora: Inga. Ericka Cano Aux: William Hernández

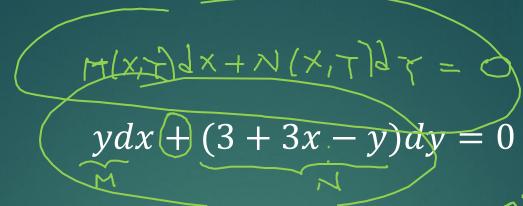
CLASE 08/02/2021

MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

ECUACIONES REDUCIBLES A EXACTAS

Ejemplo 2

Resolver



$$M(x,y)=y$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1$$

$$N(x,y) = 3 + 3x - y$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 3$$

XPX

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 3$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x} \text{ , por lo tanto es NO ES EXACTA}$$

Se buscará un factor de integración (F.I.) que lleve la ED a ser Exacta

$$\frac{\partial M}{\partial y} = M_y = 1$$

Recordar que:

$$My - Nx = f(x)$$

$$\frac{My - Nx}{N} = f(x)$$

$$\frac{1-3}{3+3x-y} = f(x)$$

$$f(x) = \frac{-2}{3 + 3x - y} \quad \times$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = N_x = 3$$

$$\frac{Nx - My}{M} \neq f(y)$$

$$\frac{Nx - My}{M} = f(y)$$

$$f(y) = \frac{3-1}{y}$$

$$f(y) = \frac{2}{y}$$

Se obtiene una funcion con respecto a una sola variable, en este caso una funcion con respecto a la variable y

$$f(y) = \frac{2}{y}$$

Por lo tanto

$$F.I. = e^{\int f(y)dy} = e^{2\int \frac{dy}{y}} = e^{2\ln y} = e^{\ln y^2} = y^2$$

$$F.I. = y^2$$

$$y^{2}(y)dx + y^{2}(3 + 3x - y)dy = 0$$

$$y^{2}(y)dx + y^{2}(3 + 3x - y)dy = 0$$

$$y^{3}dx + (3y^{2} + 3xy^{2} - y^{3})dy = 0$$

$$M(x,y) = y^3$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 3y^2$$

$$N(x,y) = 3y^{2} + 3xy^{2} - y^{3}$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 3y^{2}$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 3y^2$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 3y^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \text{ , por lo tanto es } EXACTA$$

Se toma la expresion M(x, y) dado a que la expresion es mas simple (mas sencilla)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = M(x, y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y^3$$

$$\partial f = y^3 \partial x$$

$$\int \partial f = \int (y^3) \partial x$$

$$f = xy^3 + g(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3xy^2 + g'(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3xy^2 + g'(y) = \lambda(\chi_1 \gamma)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x, y)$$

$$3xy^2 + g'(y) = 3y^2 + 3xy^2 - y^3$$

$$g'(y) = 3y^2 - y^3$$

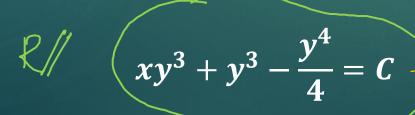
$$g'(y) = 3y^2 - y^3$$

$$g(y) = y^3 - \frac{y^4}{4}$$

$$f = xy^3 + g(y)$$

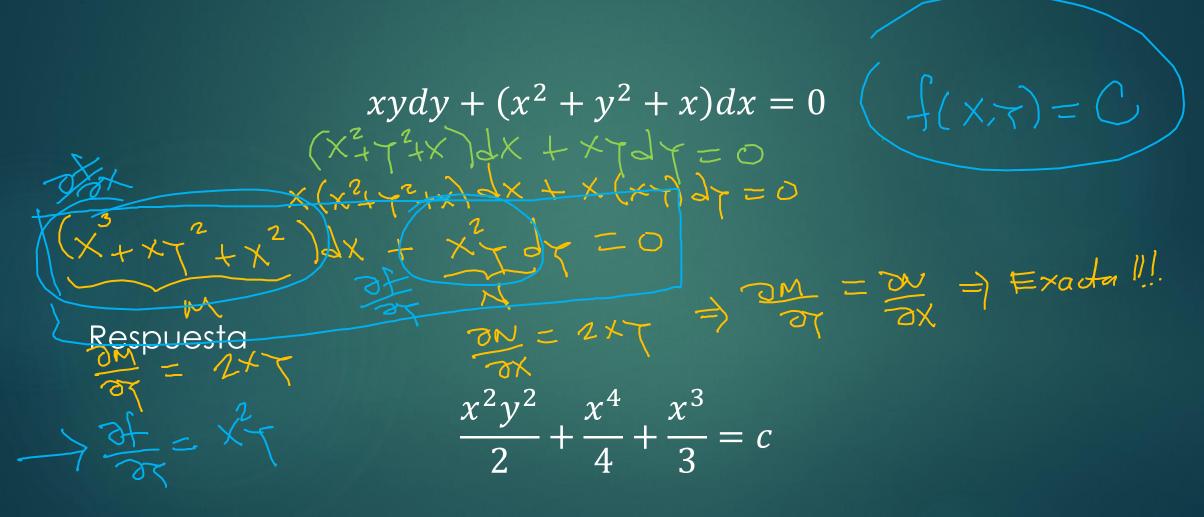
$$f(x_i \tau) = C$$

$$f = xy^3 + y^3 - \frac{y^4}{4}$$



Solución implícita

Resuelva la siguiente ecuación diferencial



ECUACIONES HOMOGÉNEAS

ECUACIONES HOMOGÉNEAS

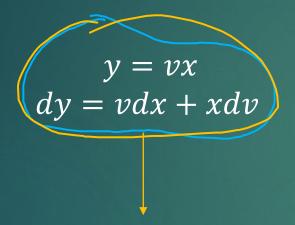
Si una función f(x,y) tiene la propiedad $f(tx,ty) = t^{\alpha}f(x,y)$ para un numero real α , se dice que es una función homogénea de grado α .

Una E.D. de primer orden

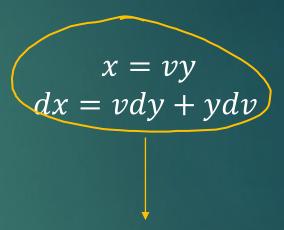
$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

Se dice que es **homogenea** si las funciones M(x,y) y N(x,y) son ambas funciones homogéneas de grado α

Si M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0 es una ED homogénea de grado α , entonces se puede realizar una sustitución



Se usa esta sustitucion si N(x,y)es mas simple



Se usa esta sustitucion si M(x,y)es mas simple

La sustitución anterior transforma la ED dada en una ED separable en las variables v y x ó v y y

PASOS A SEGUIR

1. Llevar la ED a la forma

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

2. Identificar M(x, y) y N(x, y)

3. Verificar si M(x,y)y(N(x,y))son funciones homogéneas del mismo grado

$$M(tx, ty) = t^{\alpha}M(x, y)$$

$$M(tx, ty) = t^{\alpha}M(x, y)$$

$$N(tx, ty) = t^{\alpha}N(x, y)$$

4. Si son homogéneas del mismo grado α, entonces la ecuacion es homogenea y se utiliza la sustitución

Si N(x, y) es más simple

$$y = vx$$

$$dy = vdx + xdv$$

5. Sustituir en la ED y simplificar

6. Separar variables y resolver para v

7. Regresar a variables originales

 $Si\ M(x,y)\ es\ más\ simple$

$$x = vy$$
$$dx = vdy + ydv$$

EJEMPLO

Para verificar si una funcion es homogenea

Recordar que:

$$f(tx, ty) = t^{0}f(x, y)$$

$$f(tx, ty) = t^{x} f(x,y)$$

1.
$$f(x,y) = x^3 + y^3$$

 $f(tx,ty) = (tx)^3 + (ty)^3 = t^3x^3 + t^3y^3 = t^3(x^3 + y^3)$

Por lo tanto se verifica que la funcion es homogenea de grado 3

(4) f(x,T)=X+7-1

2.
$$f(x,y) = x^3 + x^2 y$$

$$f(tx, ty) = (tx)^3 + (tx)^2(ty) = t^3x^3 + (t^2x^2)(ty)$$

$$f(tx, ty) = (t^3x^3 + (t^3x^2y) = t^3(x^3 + x^2y)$$

Por lo tanto se verifica que la foncion es homogenea de grado 3

3.
$$f(x,y) = \sqrt{x-y}$$

$$f(tx,ty) = \sqrt{tx - ty} = \sqrt{t(x - y)} = \sqrt{t}\sqrt{x - y} = \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{x - y}$$

Por lo tanto se verifica que la funcion es homogenea de grado 1/2