MI3 Sección A Primer Semestre 2021

Profesora: Inga. Ericka Cano Aux: William Hernandez

CLASE 27/01/2021

MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

Ecuaciones con variables separables

Prueba de conocimiento

Resuelva la siguiente ecuación diferencial

$$(x + \sqrt{x})\frac{dy}{dx} = (y + \sqrt{y})$$

$$(x + \sqrt{x})\frac{dy}{dx} = (y + \sqrt{y})$$

$$\frac{dy}{\left(y+\sqrt{y}\right)} = \frac{dx}{\left(x+\sqrt{x}\right)}$$

$$\int \frac{dy}{\left(y+y^{1/2}\right)} = \int \frac{dx}{\left(x+x^{1/2}\right)}$$

$$\int \frac{dy}{y^{1/2} \left(y^{1/2} + 1\right)} = \int \frac{dx}{x^{1/2} \left(x^{1/2} + 1\right)}$$

$$\int \frac{dy}{y^{1/2} \left(y^{1/2} + 1 \right)} = \int \frac{dx}{x^{1/2} \left(x^{1/2} + 1 \right)}$$

$$u = y^{1/2} + 1$$

$$du = \frac{1}{2}y^{-1/2}dy$$

$$2du = \frac{dy}{y^{1/2}}$$

$$w = x^{1/2} + 1$$

$$dw = \frac{1}{2}x^{-1/2}dx$$

$$2dw = \frac{dx}{x^{1/2}}$$

$$2\int \frac{du}{u} = 2\int \frac{dw}{w}$$

$$\int \frac{du}{u} = \int \frac{dw}{w}$$

$$\longrightarrow \int \frac{du}{u} = \int \frac{dw}{w}$$

$$ln|\underline{u}| = ln|\underline{w}| + c$$

$$|\ln|\sqrt{y} + 1| = \ln|\sqrt{x} + 1| + c$$

Solución implícita
Solución de forma general
Familia uniparametrica de soluciones

sol explicity !!!

Ecuaciones Lineales

ECUACIONES LINEALES

$$(a_n(x))\frac{d^n y}{dx^n} + (a_{n-1}(x))\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + (a_1(x))\frac{dy}{dx} + (a_0(x))y = g(x)$$

Una ED lineal de primer orden y primer grado tiene la forma

$$(x) : a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

Para llevarla a la forma estandar se debe dividir toda la ecuacion por el factor $a_1(x)$ para obtener como coeficiente de la primera derivada a la unidad. El coeficiente de y' debe ser 1.

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)} y = \underbrace{\frac{g(x)}{a_1(x)}}_{}^{}$$

$$\frac{d\hat{y}}{d\hat{x}} + P(x)y = Q(x)$$

$$y + P(x)y = Q(x)$$

> Inical en (T")

Y+P(X)Y = Q(X)

Forma estandar de una ED lineal de primer orden. Lineal en "y"

Donde P(x) y Q(x) son funciones en términos de la variable independiente "x" y/o constantes.

Este método consiste en encontrar el factor de integración que al multiplicarlo con la ED en forma estándar, genera la derivada de un producto

PROCEDIMIENTO

1. Lleve la Ecuacion Diferencial a la forma estandar

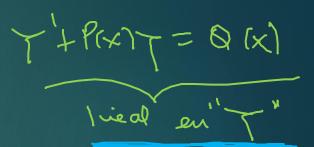
$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

El coeficiente que acompaña a y´debe ser 1.



$$F.I. = V(x) = e^{\int P(x)dx}$$

- 3. Multiplique la Ecuación en forma estandar por el F.I
- 4. Integre ambos lados de la ecuacion modificada y resuelva para la variable y



Si fuera

$$\frac{dx}{dy} + P(y)x = Q(y)$$

$$x' + P(y)x = Q(y)$$
Forma estandar de una ED Une al "X"
$$de \ primer \ orden. \ \textbf{Lineal en "x"}$$

Por lo tanto

$$F.I. = V(y) = e^{\int P(y)dy}$$

RECORDANDO CALCULO

* La derivada de un producto es

$$\frac{d(f(x) * g(x))}{dx} = g(x)f'(x) + f(x)g'(x)$$

El método de ecuaciones lineales se basa en encontrar el factor faltante en la ED para obtener el resultado de la derivada de un producto

Ejemplo 1

Resuelva

$$y'-2y=3e^{2x}$$

$$y' - 2y = 3e^{2x}$$

Reconocer P(x)

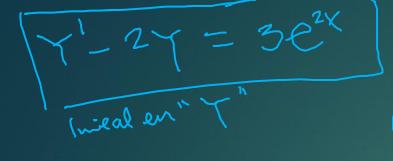
$$P(x) = -2$$

$$F.I. = V(x) = e^{\int P(x)dx}$$

$$F.I. = e^{\int -2dx} = e^{-2 \int dx} = e^{-2x}$$

$$y' + P(x)y = Q(x)$$

Lineal en "y"



$$F.I. = e^{-2x}$$

$$e^{-2x}y' - 2e^{-2x}y = 3e^{-2x}e^{2x}$$

$$e^{-2x}y' - 2e^{-2x}y = 3$$

$$\frac{d}{dx}(e^{-2x}y) = 3$$

$$d(e^{-2x}y) = 3dx$$

$$\int d(e^{-2x}y) = 3 \int dx$$

$$\int d(e^{-2x}y) = 3 \int dx$$

$$e^{-2x}y = 3x + c$$

$$y = \frac{3x + c}{e^{-2x}}$$

$$y = 3xe^{2x} + ce^{2x}$$

Solución explícita Solución de forma general

Familia uniparametrica de soluciones

$$y' + P(x)y = Q(x)$$
Lineal en "y"
$$F.I. = V(x) = e^{\int P(x)dx}$$

$$(F.I.)y = \int (F.I.)Q(x)dx$$

Regresando al ejemplo 1

$$y'(-2) = 3e^{2x}$$

$$P(x) = -2$$

$$F.I. = e^{-2x}$$

$$e^{-2x}y = \int e^{-2x}(3e^{2x}) dx$$

$$e^{-2x}y = 3\int dx$$

$$e^{-2x}y = 3x + c$$

$$y = 3xe^{2x} + ce^{2x}$$



$$x' + P(y)x = Q(y)$$

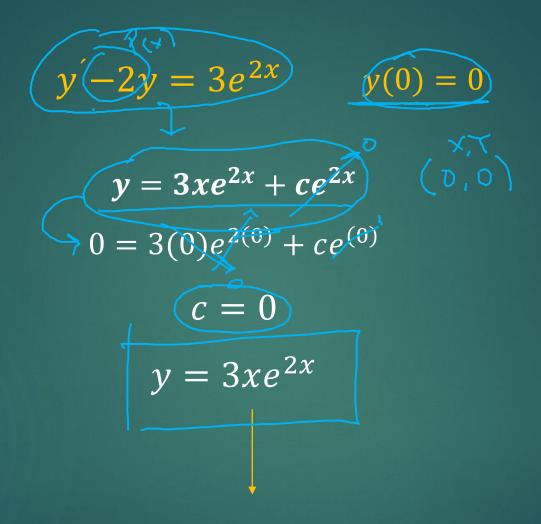
Lineal en "x"

$$(F.I.)x = \int (F.I.)Q(y)dy$$

$$F.I. = V(y) = e^{\int P(y)dy}$$

Ejemplo 2

Resuelva



Solución particular

Resuelva

$$(x^2)y' + 3xy = \frac{1}{x}\cos x$$

$$(x^2y' + 3xy = \frac{1}{x}\cos x + x^2$$

$$\frac{x^2y'}{x^2} + \frac{3xy}{x^2} = \frac{\cos x}{x(x^2)}$$

$$y' + \frac{3y}{x} = \frac{\cos x}{x^3}$$