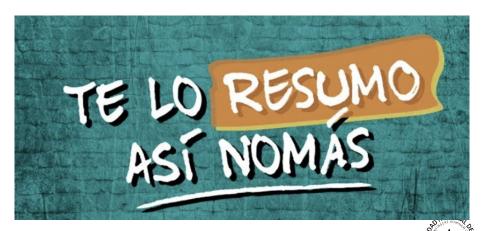
Programación II Estructuras de Datos y Abstracción de Datos

Universidad Nacional de Rosario. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura.





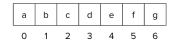
Te Lo Resumo así Nomás

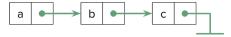




TAD Lista

Arreglo





Lista Enlazada

- Barato para buscar elementos por posición.
- Barato agregar o eliminar al final (casi siempre).
- Caro agregar o eliminar al principio o en medio.

- Caro para buscar elementos por posición.
- Baratisimo agregar al principio.
- Barato agregar o eliminar al principio o en medio - no hay q mover nada en memoria, solo actualizar las referencias.

memoria, solo § eferencias.

Comenzamos a analizar la complejidad de las soluciones que escribimos:



Comenzamos a analizar la **complejidad** de las soluciones que escribimos:

 Complejidad Temporal: es una medida de cuánto tiempo tarda su algoritmo en ejecutarse. Para no distraernos con detalles ¹ no utilizamos el tiempo medido con un reloj, si no que nos centramos en contar cuantas operaciones realiza el algoritmo (en función de una entrada dada).



¹Hardware, sistema operativo, lenguaje de programación elegido, etc. • • • • •

Comenzamos a analizar la **complejidad** de las soluciones que escribimos:

- Complejidad Temporal: es una medida de cuánto tiempo tarda su algoritmo en ejecutarse. Para no distraernos con detalles ¹ no utilizamos el tiempo medido con un reloj, si no que nos centramos en contar cuantas operaciones realiza el algoritmo (en función de una entrada dada).
- Complejidad Espacial: es una medida de cuánta memoria necesita su algoritmo para ejecutarse. De manera similar a la complejidad temporal, no la mediamos directamente si no que la expresamos como una función de una entrada dada.



¹Hardware, sistema operativo, lenguaje de programación elegido, etc. 🕟 🖎 🗦

Dijimos que expresamos la complejidad como una función de la entrada, pero en realidad rara vez nos interesa la función exacta que da la complejidad. Usualmente solo estamos interesados en el orden de crecimiento de la función²:

²A los matematicos les gusta expresar el orden de crecimiento utilizando la "notación big-O", pero esto es un detalle muy poco importante el propertico de la properticio del properticio della properticio dell

Dijimos que expresamos la complejidad como una función de la entrada, pero en realidad rara vez nos interesa la función exacta que da la complejidad. Usualmente solo estamos interesados en el orden de crecimiento de la función²:

O(1) Complejidad Constante

²A los matematicos les gusta expresar el orden de crecimiento utilizando la "notación big-O", pero esto es un detalle muy poco importante.

Dijimos que expresamos la complejidad como una función de la entrada, pero en realidad rara vez nos interesa la función exacta que da la complejidad. Usualmente solo estamos interesados en el orden de crecimiento de la función²:

$$O(1)$$
 | Complejidad Constante $O(log(n))$ | Complejidad Logarítmica

²A los matematicos les gusta expresar el orden de crecimiento utilizando la "notación big-O", pero esto es un detalle muy poco importante. → → ← ≥

Dijimos que expresamos la complejidad como una función de la entrada, pero en realidad rara vez nos interesa la función exacta que da la complejidad. Usualmente solo estamos interesados en el orden de crecimiento de la función²:

$$O(1)$$
 Complejidad Constante $O(log(n))$ Complejidad Logarítmica $O(n)$ Complejidad Lineal

²A los matematicos les gusta expresar el orden de crecimiento utilizando la "notación big-O", pero esto es un detalle muy poco importante.

Dijimos que expresamos la complejidad como una función de la entrada, pero en realidad rara vez nos interesa la función exacta que da la complejidad. Usualmente solo estamos interesados en el orden de crecimiento de la función²:

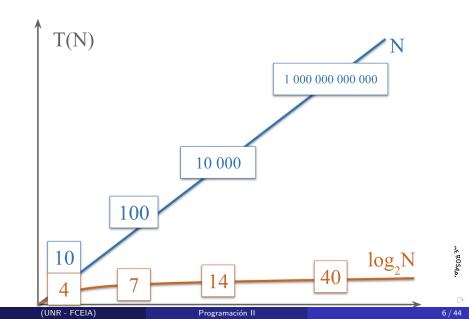
O(1)	Complejidad Constante
$O(\log(n))$	Complejidad Logarítmica
O(n)	Complejidad Lineal
$O(n^2)$	Complejidad cuadrática

²A los matematicos les gusta expresar el orden de crecimiento utilizando la "notación big-O", pero esto es un detalle muy poco importante.

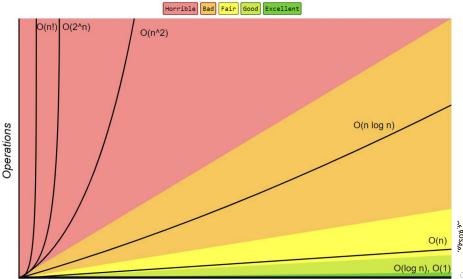
Dijimos que expresamos la complejidad como una función de la entrada, pero en realidad rara vez nos interesa la función exacta que da la complejidad. Usualmente solo estamos interesados en el orden de crecimiento de la función²:

O(1)	Complejidad Constante
$O(\log(n))$	Complejidad Logarítmica
O(n)	Complejidad Lineal
$O(n^2)$	Complejidad cuadrática

²A los matematicos les gusta expresar el orden de crecimiento utilizando la "notación big-O", pero esto es un detalle muy poco importante.



Big-O Complexity Chart



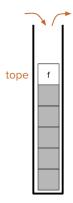
Tarea: Completar el cuadro:

Método | Lista (arreglo) | Lista (enlazada) insert remove

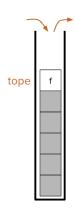
Cuadro: Caption





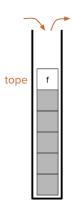






El comportamiento de una pila se puede describir mediante la frase "Lo último que se apiló es lo primero que se usa", que es exactamente lo que uno hace con una pila (de platos por ejemplo): en una pila de platos uno sólo puede ver la apariencia completa del plato de arriba, y sólo puede tomar el plato de arriba (si se intenta tomar un plato del medio de la pila lo más probable es que alguno de sus vecinos, o él mismo, se arruine).





El comportamiento de una pila se puede describir mediante la frase "Lo último que se apiló es lo primero que se usa", que es exactamente lo que uno hace con una pila (de platos por ejemplo): en una pila de platos uno sólo puede ver la apariencia completa del plato de arriba, y sólo puede tomar el plato de arriba (si se intenta tomar un plato del medio de la pila lo más probable es que alguno de sus vecinos, o él mismo, se arruine).

Es por eso que las pilas también se llaman estructuras **LIFO** (del inglés *Last In First Out*), debido a que el último elemento en entrar será el primero en salir.







Veamos primero la interfaz del TAD Pila:

```
__init__(): inicializa una pila vacía
```

push(x): también llamado apilar, agrega un nuevo elemento x a la pila

pop(): también llamado des-apilar, elimina y devuelve un elemento de la pila. El elemento devuelto es siempre el último agregado.

isEmpty(): chequea si la pila está vacía o no.

Al crear un tipo abstracto de datos, es importante decidir cuál será la representación a utilizar.

Por ahora, representaremos una pila mediante una lista de Python.

Atención: Al usar esa pila dentro de un programa, deberemos ignorar que se está trabajando sobre una lista: solamente podremos usar los métodos de la interfaz pila.



Las operaciones de **lista** que proporciona Python son similares a las operaciones que definen a una **pila**.



Las operaciones de **lista** que proporciona Python son similares a las operaciones que definen a una **pila**.

La interfaz no es exactamente la misma pero podemos escribir código para traducir del TAD **pila** a las operaciones integradas (built-in) de **listas** en Python.

Este código se denomina implementación del TAD pila.

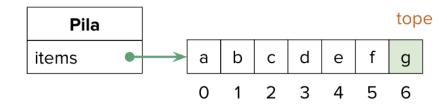
En general, una implementación es un conjunto de métodos que satisfacen los requisitos sintácticos y semánticos de una interfaz.



Definiremos una clase Pila con un atributo items, de tipo lista, que contendrá los elementos de la pila. El tope de la pila se encontrará en la última posición de la lista, y cada vez que se apile un nuevo elemento, se lo agregará al final.

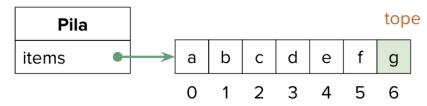


Definiremos una clase Pila con un atributo items, de tipo lista, que contendrá los elementos de la pila. El tope de la pila se encontrará en la última posición de la lista, y cada vez que se apile un nuevo elemento, se lo agregará al final.





Definiremos una clase Pila con un atributo items, de tipo lista, que contendrá los elementos de la pila. El tope de la pila se encontrará en la última posición de la lista, y cada vez que se apile un nuevo elemento, se lo agregará al final.



El método constructor no recibirá parámetros adicionales, ya que deberá crear una pila vacía (que representaremos por una lista vacía):





```
class Pila:
       Representa una pila con operaciones de
    apilar, desapilar y verificar si está
    vacía. """
    def __init__(self) -> None:
        """ Crea una pila vacia """
        self.items = []
    def push(self, item: Any) -> None:
        """ Apila un elemento a la pila"""
        self.items.append(item)
```



```
class Pila:
    """ Representa una pila con operaciones de
    apilar, desapilar y verificar si está
    vacía. """
    def __init__(self) -> None:
        """ Crea una pila vacia """
        self.items = []
    def push(self, item: Any) -> None:
        """ Apila un elemento a la pila"""
        self.items.append(item)
```

Para agregar un nuevo elemento a la pila, push lo agrega a items.

```
class Pila:
       Representa una pila con operaciones de
    apilar, desapilar y verificar si está
    vacía. """
    def __init__(self) -> None:
        """ Crea una pila vacia """
        self.items = []
    def push(self, item: Any) -> None:
        """ Apila un elemento a la pila"""
        self.items.append(item)
```

Para agregar un nuevo elemento a la pila, push lo agrega a items.

Para eliminar un elemento de la pila, pop utiliza el método homó- imo del tipo de dato lista para eliminar y devolver el último elemento.

```
class Pila:
    def pop(self) -> Any:
        """ Des-apila un elemento y lo devuelve.
        Si la pila esta vacía, imprime un mensaje
        de error y termina la ejecucion
        inmediatamente
        if self.isEmpty():
            print("La pila esta vacía")
            return
        return self.items.pop()
    def isEmpty(self) -> bool:
        """ Devuelve True si la pila esta vacía,
        y False si no
        return (self.items == [])
```

Utilizamos los métodos append y pop de las listas de Python, porque sabemos que estos métodos se ejecutan en tiempo constante.

Queremos que el tiempo de apilar o des-apilar de la pila no dependa de la cantidad de elementos contenidos.



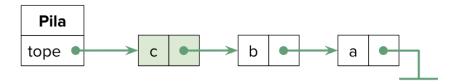
El uso básico de la pila se puede ejemplificar como sigue:

```
>>> p = Pila()
>>> p.isEmpty()
True
>>> p.push(1)
>>> p.isEmpty()
False
>>> p.push(5)
>>> p.push("+")
>>> p.push(22)
>>> p.pop()
22
>>> q = Pila()
>>> q.pop()
La pila esta vacía
```

4014914111111111

Implementación: Pilas con Listas en Enlazadas

Ejercicio Implementar pilas mediante listas enlazadas. Analizar el costo de los métodos a utilizar.





TAD - Colas (Queues)

El **TAD Cola** modela el comportamiento: "el primero que llega es el primero en ser atendido"; los demás elementos se van encolando hasta que les toque su turno.



TAD - Colas (Queues)

El **TAD Cola** modela el comportamiento: "el primero que llega es el primero en ser atendido"; los demás elementos se van encolando hasta que les toque su turno.

El TAD Cola se define mediante las siguientes operaciones:



El **TAD Cola** modela el comportamiento: "el primero que llega es el primero en ser atendido"; los demás elementos se van encolando hasta que les toque su turno.

El TAD Cola se define mediante las siguientes operaciones:

__init__(): inicializa una nueva cola vacía.



El TAD Cola modela el comportamiento: "el primero que llega es el primero en ser atendido"; los demás elementos se van encolando hasta que les toque su turno.

El TAD Cola se define mediante las siguientes operaciones:

```
__init__(): inicializa una nueva cola vacía.
```

insert(x): o encolar, agrega un nuevo elemento x a la cola.



El TAD Cola modela el comportamiento: "el primero que llega es el primero en ser atendido"; los demás elementos se van encolando hasta que les toque su turno.

El TAD Cola se define mediante las siguientes operaciones:

```
__init__(): inicializa una nueva cola vacía.
```

```
insert(x): o encolar, agrega un nuevo elemento x a la cola.
```

remove(): o des-encolar, eliminar y devolver un elemento de la cola. El artículo que se devuelve es el primero que se agregó.





El **TAD Cola** modela el comportamiento: "el primero que llega es el primero en ser atendido"; los demás elementos se van encolando hasta que les toque su turno.

El TAD Cola se define mediante las siguientes operaciones:

```
__init__(): inicializa una nueva cola vacía.
```

insert(x): o encolar, agrega un nuevo elemento x a la cola.

remove(): o des-encolar, eliminar y devolver un elemento de la cola. El artículo que se devuelve es el primero que se agregó.

isEmpty(): Comprueba si la cola está vacía.





(UNR - FCEIA) Programación II 20 / 44

Definiremos una clase Cola con un atributo, items, de tipo lista, que contendrá los elementos de la cola.



Definiremos una clase Cola con un atributo, items, de tipo lista, que contendrá los elementos de la cola.



El primero de la cola se encontrará en la primera posición de la lista, y cada vez que encole un nuevo elemento, se lo agregará al final.

El método constructor no recibirá parámetros adicionales, ya que descrear una cola vacía (que representaremos por una lista vacía):

```
class Cola:
    """Representa a una cola, con operaciones de
    encolar y desencolar. El primero en ser
    encolado es también el primero en ser
    desencolado."""
    def __init__(self) -> None:
        """Crea una cola vacía."""
        self.items = []
```



El método insert se implementará agregando el nuevo elemento al final de la lista:

```
def insert(self, x: Any) -> None:
    """Encola el elemento x."""
    self.items.append(x)
```



Para implementar remove, se eliminará el primer elemento de la lista y se devolverá el valor del elemento eliminado, utilizaremos nuevamente el método pop, pero en este caso le pasaremos la posición 0, para que elimine el primer elemento, no el último. Si la cola está vacía imprimimos un error y retornamos inmediatamente.

```
def remove(self) -> Any:
    """Elimina el primer elemento de la cola y
    devuelve su valor. Si la cola está vacía,
    imprime un error y termina la
    ejecucion inmediatamente."""
    if self.isEmpty():
        print("La cola está vacía")
        return
    return self.items.pop(0)
```

Por último, el método isEmpty, que indicará si la cola está o no vacía.

```
def isEmpty(self) -> bool:
    """Devuelve True si la cola esta vacía,
    False si no."""
    return len(self.items) == 0
```





Veamos una ejecución de este código:

```
>>> q = Cola()
>>> q.isEmpty()
True
>>> q.insert(1)
>>> q.insert(2)
>>> q.insert(5)
>>> q.isEmpty()
False
```





Veamos una ejecución de este código:

```
>>> q.remove()
>>> q.remove()
>>> q.insert(8)
>>> q.remove()
5
>>> q.remove()
8
>>> q.isEmpty()
True
>>> q.remove()
La cola está vacía
```

¿Cuánto cuesta esta implementación?

Usar listas comunes para borrar elementos al principio da muy malos resultados.

Como en este caso necesitamos agregar elementos por un extremo y quitar por el otro extremo, esta implementación será una buena alternativa sólo si nuestras listas son pequeñas, ya que e medida que la cola crece, el método para des-encolar tardará cada vez más.

Pero si queremos hacer que tanto el encolar como el desencolar se ejecuten en tiempo constante, debemos apelar a otra implementación.

Las colas enlazadas están formadas por nodos, donde cada nodo contiene un enlace al siguiente nodo de la cola. Además, cada nodo contiene una unidad de datos denominada carga.

Una cola enlazada es:

- la cola vacía, representada por ningún nodo (None), o
- un nodo que contiene un objeto de carga y una referencia a un enlace de la cola.





Aquí está la definición de clase:

(UNR - FCEIA)

```
class Queue:
    def __init__(self) -> None:
        self.length = 0
        self.head = None

def isEmpty(self) -> bool:
        return (self.length == 0)
...
```



```
class Queue:
    def insert(self, valor: Any) -> None:
        node = _Nodo(valor) # node.prox = None
        if self.head == None:
            self.head = node
        else:
            last = self.head
            while last.prox:
                last = last.prox
            last.prox = node
        self.length = self.length + 1
```

```
class Queue:
    ...
    def remove(self) -> Any:
        dato = self.head.dato
        self.head = self.head.prox
        self.length = self.length - 1
        return dato
```



Performance

Primero analicemos remove. Aquí no hay bucles ni llamadas a funciones, lo que sugiere que el tiempo de ejecución de este método es el mismo cada vez. Esta operación se ejecuta en un **tiempo constante**.

La "performance" del insert es muy diferente. En el caso general, tenemos que recorrer la lista para encontrar el último elemento. Este recorrido lleva un tiempo proporcional a la longitud de la cola. Dado que el tiempo de ejecución resulta una función lineal de la longitud, este método se dice que se ejecuta en un **tiempo lineal**. Comparado a un tiempo constante, esto no es muy bueno.

Nos gustaría una implementación del TAD Cola que pueda realizar todas las operaciones en tiempo constante. Una forma de hacerlo es modificar la clase Queue para que mantenga una referencia tanto al primer como al último nodo, como se muestra en la figura:



La implementación de Cola Enlazada Mejorada (ImprovedQueue) se ve así:

```
class ImprovedQueue:
    def __init__(self) -> None:
        self.length = 0
        self.head = None
        self.last = None

def isEmpty(self) -> bool:
    return (self.length == 0)
```

Hasta ahora, el único cambio es el atributo last. Se utiliza en los métodos insert y remove.



```
class ImprovedQueue:
    def insert(self, valor: Any) -> Nonee:
        node = _Node(valor) #node.prox = None
        if self.length == 0:
            self.head = self.last = node
        else:
            last = self.last
            last.prox = node
            self.last = node
        self.length = self.length + 1
```

Dado que last apunta siempre al último nodo, no tenemos que buscarlo. Como resultado, este método es **tiempo constante**.



(UNR - FCEIA) Programación II 36 / 44

Hay un precio a pagar por esa velocidad. Tenemos que agregar un caso especial en remove para setear a last en None cuando se elimine el último nodo:

```
class ImprovedQueue:
    ...
    def remove(self) -> Any:
        dato = self.head.dato
        self.head = self.head.next
        self.length = self.length - 1
        if self.length == 0:
            self.last = None
    return dato
```



El TAD **Cola de Prioridad** (**Priority Queue**) tiene la misma interfaz que el TAD **Cola** (**Queue**), pero diferente semántica.

De nuevo, la interfaz es:

```
__init__(): inicializa una nueva cola vacía.
```

```
insert(x): agrega un nuevo elemento x a la cola.
```

remove(): eliminar y devolver un elemento de la cola. El artículo que se devuelve es el que tiene mayor prioridad.

isEmpty(): Comprueba si la cola está vacía.

La diferencia semántica es que el elemento que se elimina de la cola no es necesariamente el primero que se agregó. Más bien, es el elemento en la cola que tiene la máxima prioridad el cual se elimina.

La famosa calculadora portátil HP-35 (de 1972) popularizó la notación polaca inversa (o notación prefijo) para hacer cálculos sin necesidad de usar paréntesis. Esa notación se basa en el principio de que un operador siempre se escribe a continuación de sus operandos. La operación (53)+8 se escribirá como $5\ 3-8+$, que se interpretará como: «restar $3\ de\ 5$, y al resultado sumarle 8».



El algoritmo para la calculadora es muy sencillo:

• Mientras se lean números, agregarlos a una pila.



³Es decir, una operación que utiliza dos argumentos

El algoritmo para la calculadora es muy sencillo:

- Mientras se lean números, agregarlos a una pila.
- En el momento en que se detecta una operación binaria³, se desapilan los dos últimos elementos apilados, se ejecuta la operación y el resultado se apila.

Programación II



³Es decir, una operación que utiliza dos argumentos

40 / 44

El algoritmo para la calculadora es muy sencillo:

- Mientras se lean números, agregarlos a una pila.
- En el momento en que se detecta una operación binaria³, se desapilan los dos últimos elementos apilados, se ejecuta la operación y el resultado se apila.
- Si la expresión es válida, al finalizar el bucle la pila debe contener un sólo elemento (el resultado).



³Es decir, una operación que utiliza dos argumentos

40 / 44

El algoritmo para la calculadora es muy sencillo:

- Mientras se lean números, agregarlos a una pila.
- En el momento en que se detecta una operación binaria³, se desapilan los dos últimos elementos apilados, se ejecuta la operación y el resultado se apila.
- Si la expresión es válida, al finalizar el bucle la pila debe contener un sólo elemento (el resultado).
- Posibles errores:



³Es decir, una operación que utiliza dos argumentos

Programación II 40 / 44

El algoritmo para la calculadora es muy sencillo:

- Mientras se lean números, agregarlos a una pila.
- En el momento en que se detecta una operación binaria³, se desapilan los dos últimos elementos apilados, se ejecuta la operación y el resultado se apila.
- Si la expresión es válida, al finalizar el bucle la pila debe contener un sólo elemento (el resultado).
- Posibles errores:
 - \blacksquare Al finalizar el bucle queda más de un valor en la pila, por ejemplo, si queremos ejecutar: "3 5 2 +"

Programación II



³Es decir, una operación que utiliza dos argumentos

El algoritmo para la calculadora es muy sencillo:

- Mientras se lean números, agregarlos a una pila.
- En el momento en que se detecta una operación binaria³, se desapilan los dos últimos elementos apilados, se ejecuta la operación y el resultado se apila.
- Si la expresión es válida, al finalizar el bucle la pila debe contener un sólo elemento (el resultado).
- Posibles errores:
 - lacktriangle Al finalizar el bucle queda más de un valor en la pila, por ejemplo, si queremos ejecutar: "3 5 2 +"
 - 4 Hay algún carácter que no se puede interpretar ni como número ni como operación, por ejemplo, si queremos ejecutar: "3 5 &".



³Es decir, una operación que utiliza dos argumentos (UNR - FCEIA) Programación II

El algoritmo para la calculadora es muy sencillo:

- Mientras se lean números, agregarlos a una pila.
- En el momento en que se detecta una operación binaria³, se desapilan los dos últimos elementos apilados, se ejecuta la operación y el resultado se apila.
- Si la expresión es válida, al finalizar el bucle la pila debe contener un sólo elemento (el resultado).
- Posibles errores:
 - ① Al finalizar el bucle queda más de un valor en la pila, por ejemplo, si queremos ejecutar: "3 5 2 +"
 - 4 Hay algún carácter que no se puede interpretar ni como número ni como operación, por ejemplo, si queremos ejecutar: "3 5 &".
 - No hay suficientes elementos para ejecutar una operación, por ejemplo si quisiéramos ejecutar "3 + 5".

(UNR - FCEIA) Programación II 40 / 44



- Un Tipo de datos abstracto o TAD es un tipo de datos que está definido por las operaciones que contiene y cómo se comportan (su interfaz), no por la forma en la que esas operaciones están implementadas.
- Una **estructura de datos** es un formato para organizar un conjunto de datos en la memoria de la computadora, de forma tal de que la información pueda ser accedida y manipulada en forma eficiente.





- Las listas de Python son una implementación del **TAD Lista**, utilizando una estructura de datos llamada arreglo. En un arreglo, es barato (tiempo constante) acceder a cualquier elemento dada su posición, y es caro (tiempo lineal) insertar o eliminar elementos.
- Una **lista enlazada** es otra implementación del TAD Lista. Se trata de una secuencia compuesta por nodos, en la que cada nodo contiene un dato y una referencia al nodo que le sigue.
- En las listas enlazadas, es barato (tiempo constante) insertar o eliminar elementos, ya que simplemente se deben alterar un par de referencias; pero es caro (tiempo lineal) acceder a un elemento en particular, ya que es necesario pasar por todos los anteriores para llegar a él.

Programación II

Resumen

- Una pila es un tipo abstracto de datos que permite agregar elementos y sacarlos en el orden inverso al que se los colocó, de la misma forma que una pila (de platos, libros, cartas, etc) en la vida real.
- Una cola es un tipo abstracto de datos que permite agregar elementos y sacarlos en el mismo orden en que se los colocó, como una cola de atención en la vida real.
- Las colas son útiles en las situaciones en las que se desea operar con los elementos en el orden en el que se los fue agregando, como es el caso de un cola de atención de clientes.

¿PREGUNTAS?

Referencias

- Apunte de Cátedra Elaborados por el staff docente. Será subido al campus virtual de la materia.
 - Apunte de la Facultad de Ingeniería de la UBA, 2da Edición, 2016. Algoritmos y Programación I: Aprendiendo a programar usando Python como herramienta.
 - Unidades 15 y 16

(UNR - FCEIA)

- A. Downey et al, 2002. How to Think Like a Computer Scientist. Learning with Python. Capítulos 12 a 16
- Alfred V. Aho, John E. Hopcroft, Jefrey D. Ullman con la colaboración de Guillermo Levine Gutiérrez; versión en español de Américo Vargas y Jorge Lozano Estructura de datos y algoritmos