# Actividad 10

#### Portillo Vazquez Manuel Roberto

May 27, 2019

### Introducción

La ecuación de Duffing, es una ecuación diferencial no lineal que describe el movimiento de un oscilador con amortiguamiento, con coeficiente de elasticidad no lineal y al cual se le aplica un forzamiento periódico, donde  $\alpha$ (rigidez),  $\beta$ (no linearidad),  $\gamma$ (amplitud de forzamiento),  $\delta$ (amortiguamiento) y  $\omega$ (frecuencia de forzamiento) son constantes. Un arreglo físico para esta ecuación se muestra en la siguiente figura.

- -Numpy
- -Scipy

## Objetivo

En esta actividad se pide resolver numéricamente la ecuación de Duffing utilizando la función ode de SciPy para reproducir la figura que aparece al inicio de esta actividad en el caso de que  $\alpha = \gamma = 1.0$  y amortiguamiento  $\delta = 0.1$ .

Nos interesa ahora usar un método de integración de Runge-Kutta de cuarto orden.

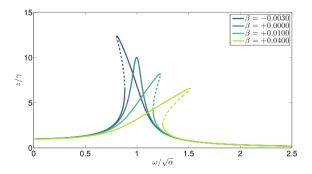


Figure 1: Figura de la Actividad

#### Desarrollo

Durante la actividad nosotros utilizamos una parte de un código el cual maneja la función ode de SciPy. Para resolver ecuación de Duffing que es de la siguiente forma:  $x'' + \delta x' + \alpha x + \beta x^3 = \gamma \cos(\omega t)$ 

Esta es una ecuación no lineal de segundo orden la cual osciladores amortiguados e impulsados, esta ecuación es un ejemplo de sistemas caóticos, también el sistema de Duffing presenta unas características que lo relacionan con un fenómeno llamado 'histeresis'. Esta última es la dependencia en la memoria de un estado del sistema.

## References

- [1] Duffing equation, https://en.wikipedia.org/wiki/Duffing\_equation
- [2] Hysteresis, https://en.wikipedia.org/wiki/Hysteresis
- [3] Ejemplo resuelto con SciPy, https://stackoverflow.com/questions/16239678/how-to-use-dorpi5-or-dop853-in-python#16240484