

MA3402-1 Estadística**Profesor:** Felipe Tobar**Auxiliares:** Nelson Moreno, Francisco Vásquez y Arie Wortsman**Auxiliar 3: Suficiencia Minimal y Familia Exponencial**

P1. Un objeto con masa θ es pesado en distintas pesas con diferentes precisiones. Los datos X_1, \dots, X_n son independientes, con $X_i \sim \mathcal{N}(\theta, \sigma_i^2)$, $i = 1, \dots, n$, con σ_i conocidas. Use suficiencia para sugerir un promedio ponderado de las masas para estimar θ . De el modelo paramétrico y diga si la distribución pertenece o no a la familia exponencial.

P2. Muestre que el estadístico $T(X) = \sum_{i=1}^n X_i$ es minimal suficiente para la familia paramétrica exponencial:

$$\mathcal{P} := \left\{ \mathbb{P}_\theta | f_{X_i}(x) = \theta e^{-\theta x} \right\}$$

P3. Sea una MAS $X = (X_1, \dots, X_n)$ con n observaciones independientes del modelo gaussiano $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ y otra MAS $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$ con n observaciones independientes del modelo gaussiano $\mathcal{N}(\nu, \sigma^2)$. Se supone que X e Y son vectores independientes y que los parámetros μ , ν y σ son desconocidos y no están sujetos a ninguna restricción.

a. Plantee el modelo paramétrico relacionado a la situación planteada. Compruebe \mathcal{P} pertenece a la clase exponencial.

b. Muestre que $S = \left(\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n Y_i, \sum_{i=1}^n X_i^2 + Y_i^2 \right)$ es un estadístico suficiente completo para \mathcal{P} . ¿Es minimal?