

Пример разложения периодической несинусоидальной функции в ряд Фурье

В случае, когда периодическая несинусоидальная функция задана графически, например в виде осциллограммы, используется приближенный способ определения коэффициентов ряда.

Исходные данные к рассматриваемому примеру приведены в табл. 1.3. Вид симметрии кривой – симметрия относительно оси абсцисс.

Т а б л и ц а 1.3

Исходные данные к примеру

1		2		3	
ωt	e	ωt	e	ωt	e
градус	В	градус	В	градус	В
70	100	120	-20	150	15

Иллюстрация к примеру разложения периодической несинусоидальной функции в ряд Фурье приведена на рис. 1.3. Для графического построения половины периода исходной кривой несинусоидального напряжения использованы координаты из табл. 1.3. (отсчеты обозначены как 7, 12 и 15). Разобьем половину периода функции на 18 интервалов с шагом 10° (на рисунке отсчеты пронумерованы). Определим амплитуды отсчетов для дальнейшего использования в определении коэффициентов ряда Фурье – в качестве примера на рисунке явно обозначены первые пять амплитуд отсчетов $e_1 - e_5$.

При симметрии относительно **оси абсцисс** ряд Фурье не содержит постоянную составляющую и четные гармоники ($A_0 = B_2 = C_2 = B_4 = C_4 = \dots = 0$), т.е. содержит только нечетные синусные и косинусные составляющие:

$$f(\omega t) = B_1 \sin \omega t + C_1 \cos \omega t + B_3 \sin 3\omega t + C_3 \cos 3\omega t + \dots = \\ = A_{1m} \sin(\omega t + \Psi_1) + A_{3m} \sin(3\omega t + \Psi_3) + A_{5m} \sin(5\omega t + \Psi_5) + \dots \quad (1.1)$$

Данные к расчету синусных и косинусных коэффициентов ряда Фурье для первой гармоники приведены в табл. 1.4. Расчет коэффициентов для 3 и 5 гармоник ряда приведен в табл. 1.5 и 1.6 соответственно.

Для определения коэффициентов использовались ординаты отсчетов лишь половины периода несинусоидальной периодической функции, поэтому полученный результат для каждого из коэффициентов B_k и C_k будем удваивать.

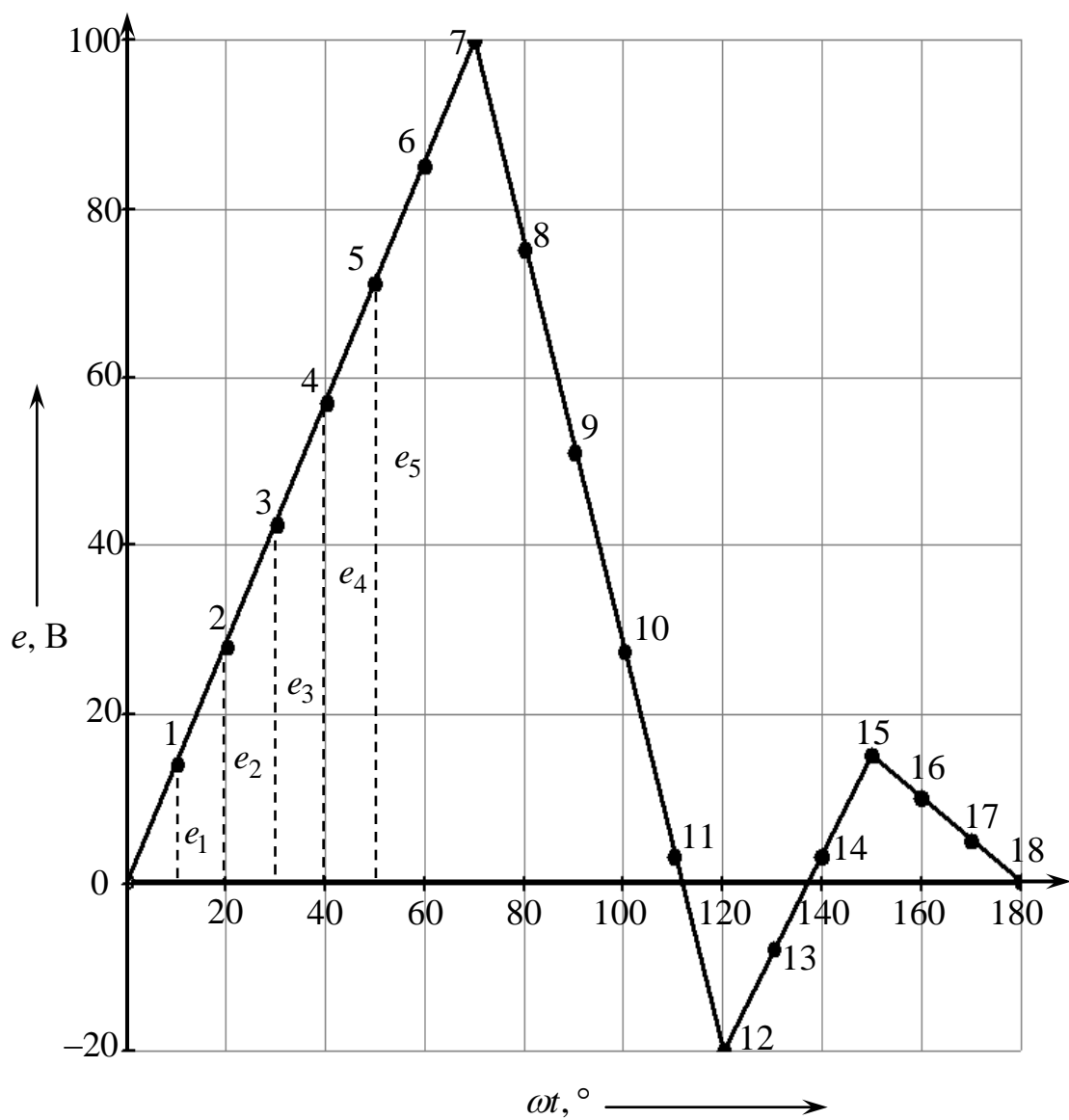


Рис. 1.3. Иллюстрация к примеру разложения периодической несинусоидальной функции в ряд Фурье

Т а б л и ц а 1.4

Расчет коэффициентов ряда Фурье для первой гармоники ($k = 1$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\sin(kn10^\circ)$	$\cos(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)$
1	13,00	10	0,174	0,985	2,26	12,80
2	28,00	20	0,342	0,940	9,58	26,31
3	42,50	30	0,500	0,866	21,25	36,81
4	57,00	40	0,643	0,766	36,64	43,66
5	70,50	50	0,766	0,643	54,01	45,32
6	85,00	60	0,866	0,500	73,61	42,50
7	100,00	70	0,940	0,342	93,97	34,20
8	75,00	80	0,985	0,174	73,86	13,02
9	51,00	90	1,000	0,000	51,00	0,00
10	27,50	100	0,985	-0,174	27,08	-4,78
11	2,50	110	0,940	-0,342	2,35	-0,86
12	-20,00	120	0,866	-0,500	-17,32	10,00
13	-8,00	130	0,766	-0,643	-6,13	5,14
14	2,50	140	0,643	-0,766	1,61	-1,92
15	15,00	150	0,500	-0,866	7,50	-12,99
16	10,00	160	0,342	-0,940	3,42	-9,40
17	5,00	170	0,174	-0,985	0,87	-4,92
18	0,00	180	0,000	-1,000	0,00	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу					435,55	234,91

Коэффициенты для первой гармоники:

$$B_1 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)) = \frac{435,55}{9} = 48,39;$$

$$C_1 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)) = \frac{234,91}{9} = 26,10.$$

Амплитуда и начальная фаза:

$$E_{1m} = A_{1m} = \sqrt{B_1^2 + C_1^2} = \sqrt{48,39^2 + 26,10^2} = 54,98 \text{ В};$$

$$\Psi_1 = \arctg \frac{C_1}{B_1} = \arctg \frac{26,10}{48,39} = 28,34^\circ.$$

Расчет коэффициентов ряда Фурье для третьей гармоники ($k = 3$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\sin(kn10^\circ)$	$\cos(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)$
1	13,00	30	0,500	0,866	6,50	11,26
2	28,00	60	0,866	0,500	24,25	14,00
3	42,50	90	1,000	0,000	42,50	0,00
4	57,00	120	0,866	-0,500	49,36	-28,50
5	70,50	150	0,500	-0,866	35,25	-61,05
6	85,00	180	0,000	-1,000	0,00	-85,00
7	100,00	210	-0,500	-0,866	-50,00	-86,60
8	75,00	240	-0,866	-0,500	-64,95	-37,50
9	51,00	270	-1,000	0,000	-51,00	0,00
10	27,50	300	-0,866	0,500	-23,82	13,75
11	2,50	330	-0,500	0,866	-1,25	2,17
12	-20,00	360	0,000	1,000	0,00	-20,00
13	-8,00	390	0,500	0,866	-4,00	-6,93
14	2,50	420	0,866	0,500	2,17	1,25
15	15,00	450	1,000	0,000	15,00	0,00
16	10,00	480	0,866	-0,500	8,66	-5,00
17	5,00	510	0,500	-0,866	2,50	-4,33
18	0,00	540	0,000	-1,000	0,00	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу					-8,83	-292,49

Коэффициенты для третьей гармоники:

$$B_3 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ) \sin(kn10^\circ)) = \frac{-8,83}{9} = -0,98;$$

$$C_3 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ) \cos(kn10^\circ)) = \frac{-292,49}{9} = -32,50.$$

Амплитуда и начальная фаза:

$$E_{3m} = A_{3m} = \sqrt{B_3^2 + C_3^2} = \sqrt{0,98^2 + 32,50^2} = 32,51 \text{ В};$$

$$\Psi_3 = \arctg \frac{C_3}{B_3} = \arctg \frac{-32,50}{-0,98} = 88,27^\circ, \text{ но т.к. } B_3 < 0 \text{ то к полученному}$$

значению необходимо добавить или вычесть 180° , т.е. в итоге $\Psi_3 = 88,27^\circ + 180^\circ = 268,27^\circ$ или $\Psi_3 = 88,27^\circ - 180^\circ = -91,73^\circ$.

Расчет коэффициентов ряда Фурье для пятой гармоники ($k = 5$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\sin(kn10^\circ)$	$\cos(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)$
1	13,00	50	0,766	0,643	9,96	8,36
2	28,00	100	0,985	-0,174	27,57	-4,86
3	42,50	150	0,500	-0,866	21,25	-36,81
4	57,00	200	-0,342	-0,940	-19,50	-53,56
5	70,50	250	-0,940	-0,342	-66,25	-24,11
6	85,00	300	-0,866	0,500	-73,61	42,50
7	100,00	350	-0,174	0,985	-17,36	98,48
8	75,00	400	0,643	0,766	48,21	57,45
9	51,00	450	1,000	0,000	51,00	0,00
10	27,50	500	0,643	-0,766	17,68	-21,07
11	2,50	550	-0,174	-0,985	-0,43	-2,46
12	-20,00	600	-0,866	-0,500	17,32	10,00
13	-8,00	650	-0,940	0,342	7,52	-2,74
14	2,50	700	-0,342	0,940	-0,86	2,35
15	15,00	750	0,500	0,866	7,50	12,99
16	10,00	800	0,985	0,174	9,85	1,74
17	5,00	850	0,766	-0,643	3,83	-3,21
18	0,00	900	0,000	-1,000	0,00	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу					43,68	85,04

Коэффициенты для пятой гармоники:

$$B_5 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ) \sin(kn10^\circ)) = \frac{43,68}{9} = 4,85;$$

$$C_5 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ) \cos(kn10^\circ)) = \frac{85,04}{9} = 9,45.$$

Амплитуда и начальная фаза:

$$E_{5m} = A_{5m} = \sqrt{B_5^2 + C_5^2} = \sqrt{4,85^2 + 9,45^2} = 10,62 \text{ В};$$

$$\Psi_5 = \arctg \frac{C_5}{B_5} = \arctg \frac{9,45}{4,85} = 62,82^\circ.$$

В итоге функция описывается рядом:

$$e(\omega t) = E_{1m} \sin(\omega t + \Psi_1) + E_{3m} \sin(3\omega t + \Psi_3) + E_{5m} \sin(5\omega t + \Psi_5) = \\ = 54,98 \sin(\omega t + 28,34^\circ) + 32,51 \sin(3\omega t - 91,73^\circ) + 10,62 \sin(5\omega t + 62,82^\circ) \text{ В}.$$

График периодической несинусоидальной ЭДС (симметрия относительно оси абсцисс) и ее представление тремя гармониками приведено на рис. 1.4.



Рис. 1.4. График периодической несинусоидальной ЭДС и ее представление тремя гармониками

Сравнительный анализ графиков исходной и результирующей кривых показывает хорошее совпадение, что позволяет сделать вывод об удовлетворительном результате определения коэффициентов ряда Фурье для заданной периодической несинусоидальной функции.

При симметрии относительно *начала координат* ряд Фурье не содержит постоянную составляющую и косинусные гармоники ($A_0 = C_1 = C_2 = \dots = 0$), т.е. содержит только синусные составляющие:

$$\begin{aligned} f(\omega t) &= B_1 \sin \omega t + B_2 \cos 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots = \\ &= A_{1m} \sin(\omega t + 0^\circ) + A_{2m} \sin(2\omega t + 0^\circ) + A_{3m} \sin(3\omega t + 0^\circ) + \dots \end{aligned} \quad (1.2)$$

Данные к расчету коэффициентов ряда Фурье для гармоник с первой по пятую приведены в табл. 1.7 – 1.11.

Аналогично с предыдущим примером, для определения коэффициентов использовались ординаты отсчетов лишь половины периода несинусоидальной периодической функции, поэтому полученные результаты для каждого из коэффициентов будем удваивать.

Т а б л и ц а 1.7

Расчет коэффициента B_1 ряда Фурье для первой гармоники ($k=1$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\sin(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)$
1	13,00	10	0,174	2,26
2	28,00	20	0,342	9,58
3	42,50	30	0,500	21,25
4	57,00	40	0,643	36,64
5	70,50	50	0,766	54,01
6	85,00	60	0,866	73,61
7	100,00	70	0,940	93,97
8	75,00	80	0,985	73,86
9	51,00	90	1,000	51,00
10	27,50	100	0,985	27,08
11	2,50	110	0,940	2,35
12	-20,00	120	0,866	-17,32
13	-8,00	130	0,766	-6,13
14	2,50	140	0,643	1,61
15	15,00	150	0,500	7,50
16	10,00	160	0,342	3,42
17	5,00	170	0,174	0,87
18	0,00	180	0,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				435,55

Коэффициент B_1 для первой гармоники:

$$B_1 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)) = \frac{435,55}{9} = 48,39;$$

Амплитуда и начальная фаза:

$$E_{1m} = A_{1m} = B_1 = 48,39 \text{ В};$$

$$\Psi_1 = 0^\circ.$$

Т а б л и ц а 1.8

Расчет коэффициента B_2 ряда Фурье для второй гармоники ($k = 2$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\sin(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)$
1	13,00	20	0,342	4,45
2	28,00	40	0,643	18,00
3	42,50	60	0,866	36,81
4	57,00	80	0,985	56,13
5	70,50	100	0,985	69,43
6	85,00	120	0,866	73,61
7	100,00	140	0,643	64,28
8	75,00	160	0,342	25,65
9	51,00	180	0,000	0,00
10	27,50	200	-0,342	-9,41
11	2,50	220	-0,643	-1,61
12	-20,00	240	-0,866	17,32
13	-8,00	260	-0,985	7,88
14	2,50	280	-0,985	-2,46
15	15,00	300	-0,866	-12,99
16	10,00	320	-0,643	-6,43
17	5,00	340	-0,342	-1,71
18	0,00	360	0,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				338,95

Коэффициент B_2 для второй гармоники:

$$B_2 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)) = \frac{338,95}{9} = 37,66;$$

Амплитуда и начальная фаза:

$$E_{2m} = A_{2m} = B_2 = 37,66 \text{ В};$$

$$\Psi_2 = 0^\circ.$$

Т а б л и ц а 1.9

Расчет коэффициента B_3 ряда Фурье для третьей гармоники ($k = 3$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\sin(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)$
1	13,00	30	0,500	6,50
2	28,00	60	0,866	24,25
3	42,50	90	1,000	42,50
4	57,00	120	0,866	49,36
5	70,50	150	0,500	35,25
6	85,00	180	0,000	0,00
7	100,00	210	-0,500	-50,00
8	75,00	240	-0,866	-64,95
9	51,00	270	-1,000	-51,00
10	27,50	300	-0,866	-23,82
11	2,50	330	-0,500	-1,25
12	-20,00	360	0,000	0,00
13	-8,00	390	0,500	-4,00
14	2,50	420	0,866	2,17
15	15,00	450	1,000	15,00
16	10,00	480	0,866	8,66
17	5,00	510	0,500	2,50
18	0,00	540	0,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				-8,83

Коэффициент B_3 для третьей гармоники:

$$B_3 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)) = \frac{-8,83}{9} = -0,98;$$

Амплитуда и начальная фаза:

$$E_{3m} = A_{3m} = B_3 = -0,98 \text{ В};$$

$$\Psi_3 = 0^\circ.$$

Т а б л и ц а 1.10

Расчет коэффициента B_4 ряда Фурье для четвертой гармоники ($k = 4$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\sin(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)$
1	13,00	40	0,643	8,36
2	28,00	80	0,985	27,57
3	42,50	120	0,866	36,81
4	57,00	160	0,342	19,50
5	70,50	200	-0,342	-24,11
6	85,00	240	-0,866	-73,61
7	100,00	280	-0,985	-98,48
8	75,00	320	-0,643	-48,21
9	51,00	360	0,000	0,00
10	27,50	400	0,643	17,68
11	2,50	440	0,985	2,46
12	-20,00	480	0,866	-17,32
13	-8,00	520	0,342	-2,74
14	2,50	560	-0,342	-0,86
15	15,00	600	-0,866	-12,99
16	10,00	640	-0,985	-9,85
17	5,00	680	-0,643	-3,21
18	0,00	720	0,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				-179,01

Коэффициент B_4 для четвертой гармоники:

$$B_4 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)) = \frac{-179,01}{9} = -19,89;$$

Амплитуда и начальная фаза:

$$E_{4m} = A_{4m} = B_4 = -19,89 \text{ В};$$

$$\Psi_4 = 0^\circ.$$

Т а б л и ц а 1.11

Расчет коэффициента B_5 ряда Фурье для пятой гармоники ($k = 5$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\sin(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)$
1	13,00	50	0,766	9,96
2	28,00	100	0,985	27,57
3	42,50	150	0,500	21,25
4	57,00	200	-0,342	-19,50
5	70,50	250	-0,940	-66,25
6	85,00	300	-0,866	-73,61
7	100,00	350	-0,174	-17,36
8	75,00	400	0,643	48,21
9	51,00	450	1,000	51,00
10	27,50	500	0,643	17,68
11	2,50	550	-0,174	-0,43
12	-20,00	600	-0,866	17,32
13	-8,00	650	-0,940	7,52
14	2,50	700	-0,342	-0,86
15	15,00	750	0,500	7,50
16	10,00	800	0,985	9,85
17	5,00	850	0,766	3,83
18	0,00	900	0,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				43,68

Коэффициент B_5 для пятой гармоники:

$$B_5 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\sin(kn10^\circ)) = \frac{43,68}{9} = 4,85;$$

Амплитуда и начальная фаза:

$$E_{5m} = A_{5m} = B_5 = 4,85 \text{ В};$$

$$\Psi_5 = 0^\circ.$$

В итоге функция описывается рядом:

$$e(\omega t) = E_{1m} \sin \omega t + E_{2m} \sin 2\omega t + E_{3m} \sin 3\omega t + E_{4m} \sin 4\omega t + E_{5m} \sin 5\omega t = \\ = 48,39 \sin \omega t + 37,66 \sin 2\omega t - 0,98 \sin 3\omega t - 19,89 \sin 4\omega t + 4,85 \sin 5\omega t \text{ В.}$$

График периодической несинусоидальной ЭДС (симметрия относительно начала координат) и ее представление пятью гармониками приведено на рис. 1.5.

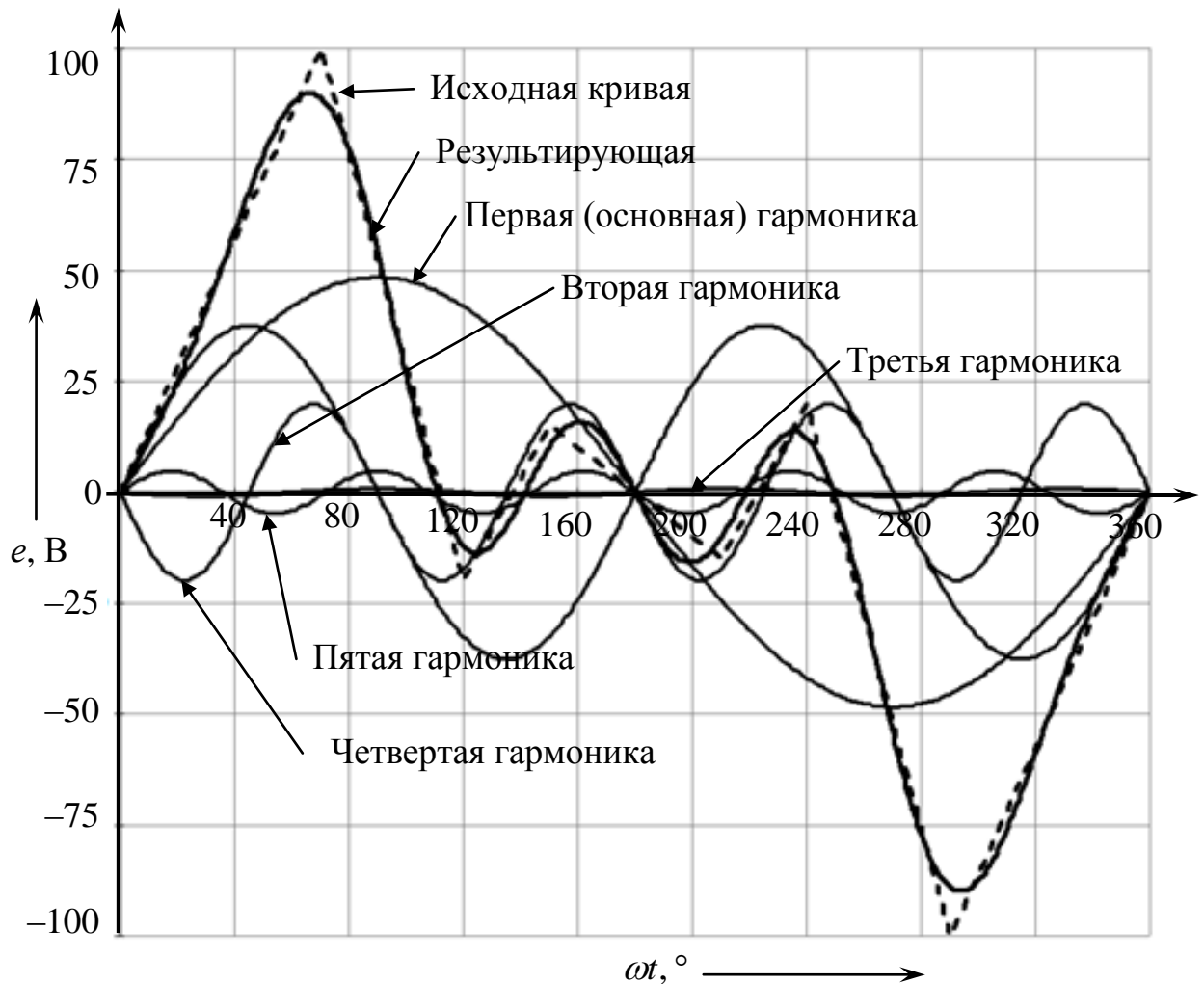


Рис. 1.5. График периодической несинусоидальной ЭДС и ее представление пятью гармониками

Сравнительный анализ графиков исходной и результирующей кривых показывает хорошее совпадение, что позволяет сделать вывод об удовлетворительном результате определения коэффициентов ряда Фурье для заданной периодической несинусоидальной функции.

При симметрии относительно *оси ординат* ряд Фурье не содержит синусные составляющие ($B_1 = B_2 = B_3 \dots = 0$), т.е. содержит постоянную и косинусные составляющие:

$$\begin{aligned} f(\omega t) &= A_0 + C_1 \cos \omega t + C_2 \cos 2\omega t + C_3 \cos 3\omega t + \dots = \\ &= A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + 90^\circ) + A_{2m} \sin(2\omega t + 90^\circ) + A_{3m} \sin(3\omega t + 90^\circ) + \dots \end{aligned} \quad (1.3)$$

Данные к расчету коэффициентов ряда Фурье для постоянной составляющей и гармоник с первой по пятую приведены в табл. 1.12 – 1.16.

Аналогично с предыдущим примером, для определения коэффициентов использовались ординаты отсчетов лишь половины периода несинусоидальной периодической функции, поэтому полученные результаты для каждого из косинусных коэффициентов будем удваивать.

Т а б л и ц а 1.12

Расчет коэффициентов A_0 и C_1 ряда Фурье для первой гармоники ($k=1$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\cos(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)$
1	13,00	10	0,985	12,80
2	28,00	20	0,940	26,31
3	42,50	30	0,866	36,81
4	57,00	40	0,766	43,66
5	70,50	50	0,643	45,32
6	85,00	60	0,500	42,50
7	100,00	70	0,342	34,20
8	75,00	80	0,174	13,02
9	51,00	90	0,000	0,00
10	27,50	100	-0,174	-4,78
11	2,50	110	-0,342	-0,86
12	-20,00	120	-0,500	10,00
13	-8,00	130	-0,643	5,14
14	2,50	140	-0,766	-1,92
15	15,00	150	-0,866	-12,99
16	10,00	160	-0,940	-9,40
17	5,00	170	-0,985	-4,92
18	0,00	180	-1,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				234,91

Коэффициенты:

$$A_0 = \frac{1}{18} \sum (e(n10^\circ)) = \frac{1}{18} 556,5 = 30,92;$$

$$C_1 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)) = \frac{234,91}{9} = 26,10.$$

Постоянная составляющая, амплитуда и начальная фаза первой гармоники:

$$E_0 = A_0 = 30,92 \text{ В};$$

$$E_{1m} = C_1 = 26,10 \text{ В}; \quad \Psi_1 = 90^\circ.$$

Т а б л и ц а 1.13

Расчет коэффициента C_2 ряда Фурье для второй гармоники ($k = 2$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\cos(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)$
1	13,00	20	0,940	12,22
2	28,00	40	0,766	21,45
3	42,50	60	0,500	21,25
4	57,00	80	0,174	9,90
5	70,50	100	-0,174	-12,24
6	85,00	120	-0,500	-42,50
7	100,00	140	-0,766	-76,60
8	75,00	160	-0,940	-70,48
9	51,00	180	-1,000	-51,00
10	27,50	200	-0,940	-25,84
11	2,50	220	-0,766	-1,92
12	-20,00	240	-0,500	10,00
13	-8,00	260	-0,174	1,39
14	2,50	280	0,174	0,43
15	15,00	300	0,500	7,50
16	10,00	320	0,766	7,66
17	5,00	340	0,940	4,70
18	0,00	360	1,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				-184,08

Коэффициент C_2 для второй гармоники:

$$C_2 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)) = \frac{-184,08}{9} = -20,45.$$

Амплитуда и начальная фаза второй гармоники:

$$E_{2m} = C_2 = -20,45 \text{ В}; \quad \Psi_2 = 90^\circ.$$

Расчет коэффициента C_3 ряда Фурье для третьей гармоники ($k = 3$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\cos(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)$
1	13,00	30	0,866	11,26
2	28,00	60	0,500	14,00
3	42,50	90	0,000	0,00
4	57,00	120	-0,500	-28,50
5	70,50	150	-0,866	-61,05
6	85,00	180	-1,000	-85,00
7	100,00	210	-0,866	-86,60
8	75,00	240	-0,500	-37,50
9	51,00	270	0,000	0,00
10	27,50	300	0,500	13,75
11	2,50	330	0,866	2,17
12	-20,00	360	1,000	-20,00
13	-8,00	390	0,866	-6,93
14	2,50	420	0,500	1,25
15	15,00	450	0,000	0,00
16	10,00	480	-0,500	-5,00
17	5,00	510	-0,866	-4,33
18	0,00	540	-1,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				-292,49

Коэффициент C_3 для третьей гармоники:

$$C_3 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)) = \frac{-292,49}{9} = -32,50.$$

Амплитуда и начальная фаза третьей гармоники:

$$E_{3m} = C_3 = -32,50 \text{ В}; \quad \Psi_3 = 90^\circ.$$

Т а б л и ц а 1.15

Расчет коэффициента C_4 ряда Фурье для четвертой гармоники ($k = 4$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\cos(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)$
1	13,00	40	0,766	9,96
2	28,00	80	0,174	4,86
3	42,50	120	-0,500	-21,25
4	57,00	160	-0,940	-53,56
5	70,50	200	-0,940	-66,25
6	85,00	240	-0,500	-42,50
7	100,00	280	0,174	17,36
8	75,00	320	0,766	57,45
9	51,00	360	1,000	51,00
10	27,50	400	0,766	21,07
11	2,50	440	0,174	0,43
12	-20,00	480	-0,500	10,00
13	-8,00	520	-0,940	7,52
14	2,50	560	-0,940	-2,35
15	15,00	600	-0,500	-7,50
16	10,00	640	0,174	1,74
17	5,00	680	0,766	3,83
18	0,00	720	1,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				-8,19

Коэффициент C_4 для четвертой гармоники:

$$C_4 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)) = \frac{-8,19}{9} = -0,91.$$

Амплитуда и начальная фаза четвертой гармоники:

$$E_{4m} = C_4 = -0,91 \text{ В}; \quad \Psi_4 = 90^\circ.$$

Т а б л и ц а 1.16

Расчет коэффициента C_5 ряда Фурье для пятой гармоники ($k = 5$)

n	$e(n10^\circ)$	$kn10^\circ$	$\cos(kn10^\circ)$	$e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)$
1	13,00	50	0,643	8,36
2	28,00	100	-0,174	-4,86
3	42,50	150	-0,866	-36,81
4	57,00	200	-0,940	-53,56
5	70,50	250	-0,342	-24,11
6	85,00	300	0,500	42,50
7	100,00	350	0,985	98,48
8	75,00	400	0,766	57,45
9	51,00	450	0,000	0,00
10	27,50	500	-0,766	-21,07
11	2,50	550	-0,985	-2,46
12	-20,00	600	-0,500	10,00
13	-8,00	650	0,342	-2,74
14	2,50	700	0,940	2,35
15	15,00	750	0,866	12,99
16	10,00	800	0,174	1,74
17	5,00	850	-0,643	-3,21
18	0,00	900	-1,000	0,00
Алгебраическая сумма по столбцу				85,04

Коэффициент C_5 для пятой гармоники:

$$C_5 = \frac{2}{18} \sum (e(n10^\circ)\cos(kn10^\circ)) = \frac{85,04}{9} = 9,45.$$

Амплитуда и начальная фаза четвертой гармоники:

$$E_{5m} = C_5 = 9,45 \text{ В}; \quad \Psi_5 = 90^\circ.$$

В итоге функция описывается рядом:

$$\begin{aligned} e(\omega t) &= E_0 + E_{1m} \sin(\omega t + 90^\circ) + E_{2m} \sin(2\omega t + 90^\circ) + \\ &+ E_{3m} \sin(3\omega t + 90^\circ) + E_{4m} \sin(4\omega t + 90^\circ) + E_{5m} \sin(5\omega t + 90^\circ) = \\ &= 30,92 + 26,10 \sin(\omega t + 90^\circ) - 20,45 \sin(2\omega t + 90^\circ) - \\ &- 32,50 \sin(3\omega t + 90^\circ) - 0,91 \sin(4\omega t + 90^\circ) + 9,45 \sin(5\omega t + 90^\circ) \text{ В.} \end{aligned}$$

График периодической несинусоидальной ЭДС (симметрия относительно оси ординат) и ее представление пятью гармониками приведено на рис. 1.6.

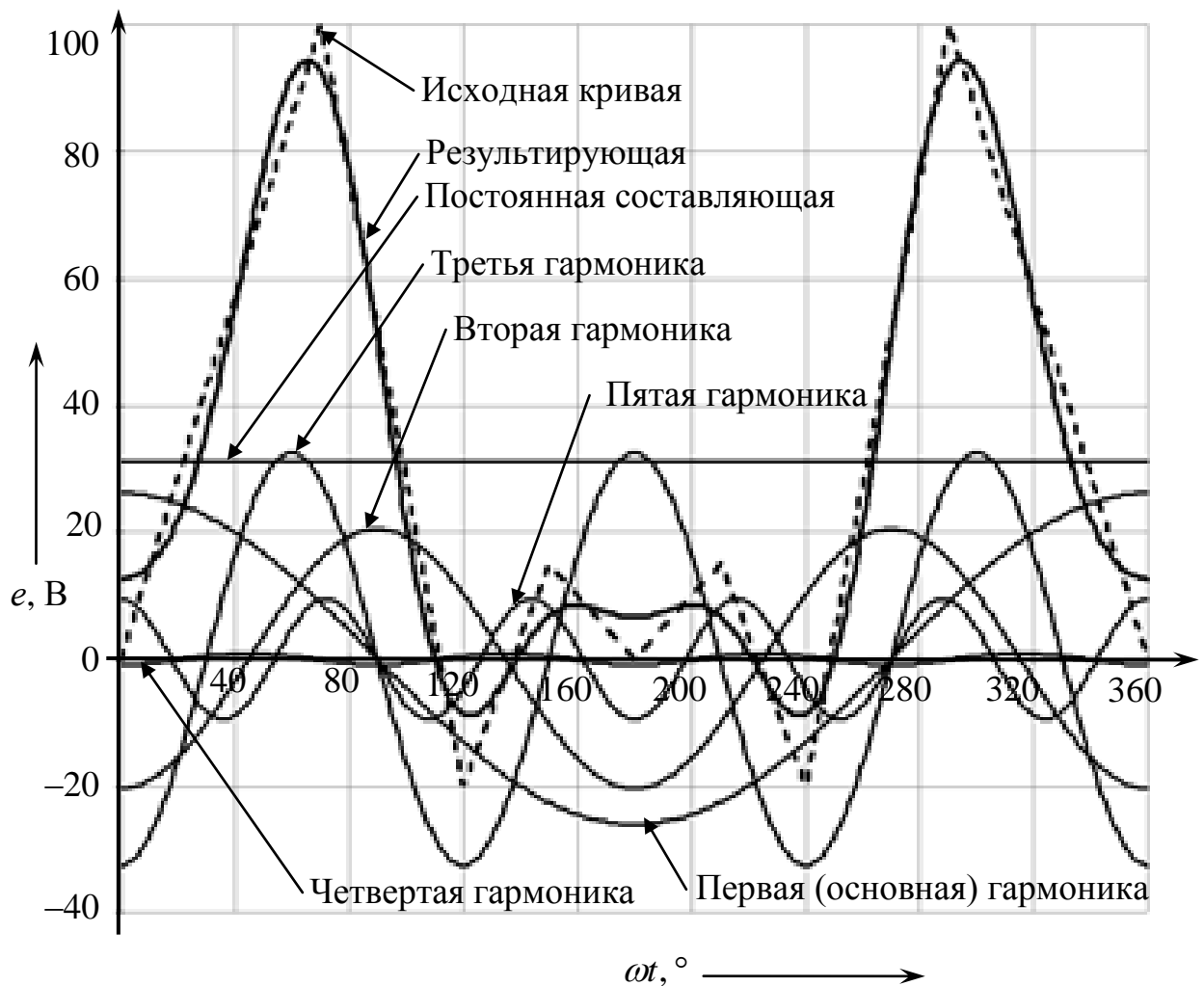


Рис. 1.6. График периодической несинусоидальной ЭДС и ее представление пятью гармониками

Сравнительный анализ графиков исходной и результирующей кривых показывает хорошее совпадение, что позволяет сделать вывод об удовлетворительном результате определения коэффициентов ряда Фурье для заданной периодической несинусоидальной функции.