

## ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Построение графических зависимостей электрических величин от времени может быть выполнено как вручную, так и автоматически с помощью соответствующих компьютерных программ.

Построение графиков вручную позволяет лучше понять описываемые физические процессы, алгоритм и особенности построения графиков, а также анализировать автоматически построенные графики (понимать причины возникающих особенностей графиков и обнаруживать ошибки, возможные при программном построении графиков). По этим причинам в первое время рекомендуется выполнить ручное построение графиков в черновом варианте.

Автоматическое построение графиков является менее трудоемким и более точным, поэтому оно рекомендуется для итогового построения графиков в курсовой работе. Для этих целей часто используют Microsoft Excel, MathCad или другие программные средства. Основы построения графиков в этих программах примерно одинаковы, имеют общие особенности. В настоящем пособии описан процесс построения графиков на примере Microsoft Excel (версия 2007), как наиболее распространенного программного средства. Однако, ознакомившись с настоящими указаниями, вы без проблем сможете построить такие же графики в других программных средствах (при наличии опыта работы в них). В среде Microsoft Excel в зависимости от версии и настроек интерфейса могут иметься те или иные отличия, но в целом идея построения остается такой же.

При построении зависимостей  $u(t)$  или  $i(t)$  по оси абсцисс, как правило, откладывается время  $t$ , измеряемое в секундах. В случае периодических функций построение выполняют на интервале  $0 \leq t \leq T$ , где  $T$  – период функции. Однако часто оказывается удобнее строить графики с переменной  $\omega t$ , измеряемой в радианах или градусах. В этом случае график строят на интервале  $0 \leq \omega t \leq 2\pi$  или  $0 \leq t \leq 360^\circ$ . Рассмотрим особенности двух этих подходов на примере построения графика несинусоидальной периодической функции в градусах, а также переходного процесса в секундах.

### **Построение несинусоидальной периодической функции $u(\omega t)$**

Построим функцию

$$u(\omega t) = 25 + 50\sin(\omega t + 90^\circ) + 30\sin(2\omega t - 45^\circ) + 20\sin(3\omega t + 135^\circ). \quad (1)$$

Это периодическая несинусоидальная функция, заданная в виде ряда Фурье – сумма четырех гармоник. Построим зависимость напряжения от переменной  $\omega t$ , измеряемой в градусах. Для этого в колонку *A* вбиваем числа от 0 до 360 градусов (достаточно вбить первые два-три значения, а потом растянуть диапазон до 361-й ячейки):

$$A1: 0; A2: 1; A3: 2; \dots A361: 360.$$

При построении графиков важно правильно выбрать шаг построения  $\Delta\omega t$ . Слишком большой шаг построения приведет к искажению графика. Например, синусоида, если ее построить по трем – пяти точкам, становится ломаной линией (рис. 1, а). Поэтому ни в коем случае не стоит включать в настройках графика сглаживание (рис. 1, б)! Единственный вариант избавиться от ломаной линии и сделать ее плавной кривой – уменьшить шаг построения графика, увеличив количество точек (рис. 1, в).

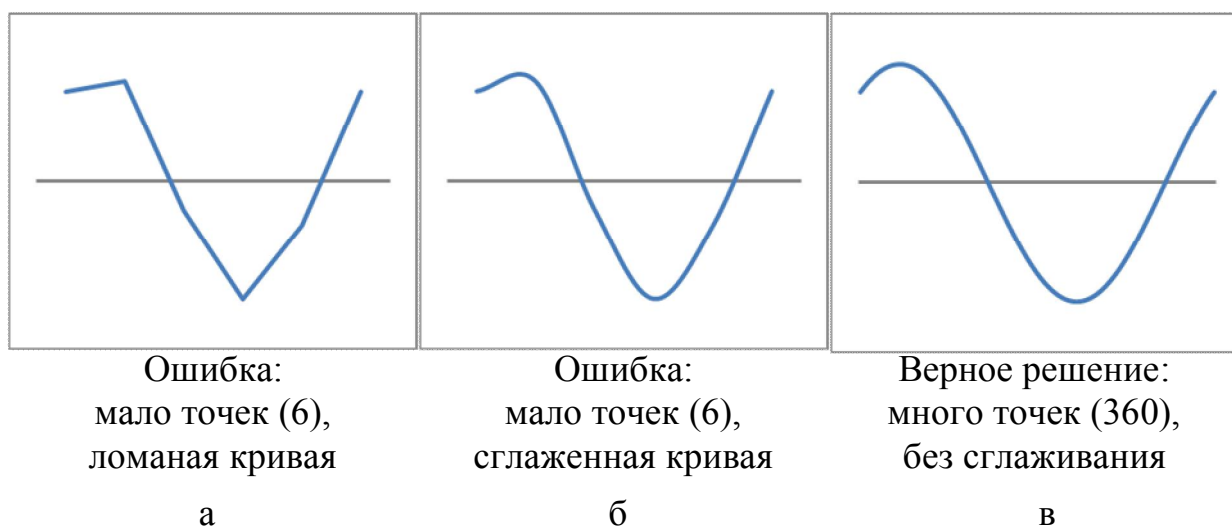


Рис. 1. Ошибка выбора шага по времени при построении синусоиды

В данном случае шаг будет равен одному градусу – этого более чем достаточно для построения хорошего графика. Можно взять и 100 точек.

В ячейку *B1* вбиваем формулу первой гармоники. Важно помнить, что **все программные средства по умолчанию берут аргументы периодических функций радианах!**

Поэтому при построении графиков необходимо:

– либо заранее использовать аргументы в радианах: записать начальную фазу в радианах (например, вместо  $90^\circ$  будет  $\pi/2$ ), а в колонке *A* вместо значе-

ний  $0..360$  использовать значения  $0..2\pi$  (в этом случае рекомендуется вбивать значения с шагом  $0,02\pi$  – сто значений);

– либо просчитать аргумент в градусах, а перевести результат в радианы непосредственно при вычислении синуса.

Следует помнить, что  $0,1$  рад – это существенная погрешность, которая приводит к искажению результатов! Поэтому градусы следует округлять до десятых, а радианы – до тысячных!

Воспользуемся вторым путем. Для перевода градусов ( $deg$ ) в радианы ( $rad$ ) можно использовать формулу

$$rad = deg \cdot \frac{\pi}{180} = deg \cdot \frac{3,1416}{180} \quad (2)$$

или использовать встроенные функции. Например, в Excel-е для этого можно использовать функцию РАДИАНЫ():

$$rad = \text{РАДИАНЫ}(deg) \quad (3)$$

Тогда в рассматриваемом примере в ячейку  $B1$  вбиваем формулу для первой гармоники  $u_1(\omega t) = 50 \sin(\omega t + 90^\circ)$ :

$$B1: \quad = 50 * \text{SIN}(\text{РАДИАНЫ}(A1+90)) \quad (4)$$

Обращаем особое внимание на скобки! В данном случае в ячейке  $A1$  хранятся значения  $\omega t$  в градусах (меняются от  $0$  до  $360$ ), которые складываются с начальной фазой, также заданной в градусах. Затем выполняется перевод результата сложения в радианы, берется синус и его значение умножается на амплитудное значение напряжения.

Аналогично в ячейки  $C1$  и  $D1$  вбиваются, соответственно, формулы для второй и третьей гармоник:

$$C1: \quad = 30 * \text{SIN}(\text{РАДИАНЫ}(2*A1 - 45)) \quad (5)$$

$$D1: \quad = 20 * \text{SIN}(\text{РАДИАНЫ}(3*A1 + 135)) \quad (6)$$

Обращаем внимание на то, что у второй гармоники частота в два раза больше, поэтому значения ячейки  $A1$  ( $\omega t$ ) надо умножать на два ( $2\omega t$ ). У третьей гармоники – соответственно, умножать на три и так далее.

Результирующий график функции (1) формируется суммированием трех описанных гармоник и нулевой гармоники  $U_0 = 25$  В. Для этого в ячейку  $E1$  вбиваем

$$E1: \quad = 25 + B1 + C1 + D1 \quad (7)$$

Теперь для того, чтобы просчитать значения всех гармоник и суммарного напряжения на всем диапазоне  $\omega t$ , необходимо растянуть диапазон ячеек « $B1 - E1$ » вниз до « $B361 - E361$ ». Получается таблица вида рис. 2.

	B1		fx =50*SIN(РАДИАНЫ(A1+90))				
	A	B	C	D	E	F	G
1	0	50,00	-21,21	14,14	67,93		
2	1	49,99	-20,46	13,38	67,92		
3	2	49,97	-19,68	12,59	67,87		
4	3	49,93	-18,88	11,76	67,81		
5	4	49,88	-18,05	10,89	67,72		
6	5	49,81	-17,21	10,00	67,60		
7	6	49,73	-16,34	9,08	67,47		
8	7	49,63	-15,45	8,13	67,31		
9	8	49,51	-14,54	7,17	67,14		
10	9	49,38	-13,62	6,18	66,95		
11	10	49,24	-12,68	5,18	66,74		
360	359	49,99	-21,94	14,86	67,91		
361	360	50,00	-21,21	14,14	67,93		
362							

Рис. 2. Таблица для построения графика  $u(\omega t)$

На рис. 2 скрыт диапазон строк с 12-й по 359-ю (показано горизонтальной линией) для удобства отображения. На самом деле скрывать ячейки не стоит.

Далее для построения графика выделяем диапазон наших значений функций, которые хотим построить. Результирующая функция – столбец  $E$ . Первая гармоника – столбец  $B$ , вторая –  $C$ , третья –  $D$ . Чтобы показать на одном графике все гармоники и результат их наложения выделяем все четыре столбца (их может быть и больше) как на рис. 3.

Далее на вкладке «Вставка» нажимаем кнопку «График». В выпадающем меню выбираем наиболее подходящий тип графика. Как правило, лучше всего использовать самый простой первый тип «График» (без маркеров и тем более без накопления!) – рис. 4.

Результат построения графика показан на рис. 5.

	A	B	C	D	E	F
1	0	50,00	-21,21	14,14	67,93	
2	1	49,99	-20,46	13,38	67,92	
3	2	49,97	-19,68	12,59	67,87	
4	3	49,93	-18,88	11,76	67,81	
5	4	49,88	-18,05	10,89	67,72	
6	5	49,81	-17,21	10,00	67,60	
7	6	49,73	-16,34	9,08	67,47	
8	7	49,63	-15,45	8,13	67,31	
9	8	49,51	-14,54	7,17	67,14	
10	9	49,38	-13,62	6,18	66,95	
11	10	49,24	-12,68	5,18	66,74	
360	359	49,99	-21,94	14,86	67,91	
361	360	50,00	-21,21	14,14	67,93	
362						

Рис. 3. Диапазон выделения для построения графика  $u(\omega t)$

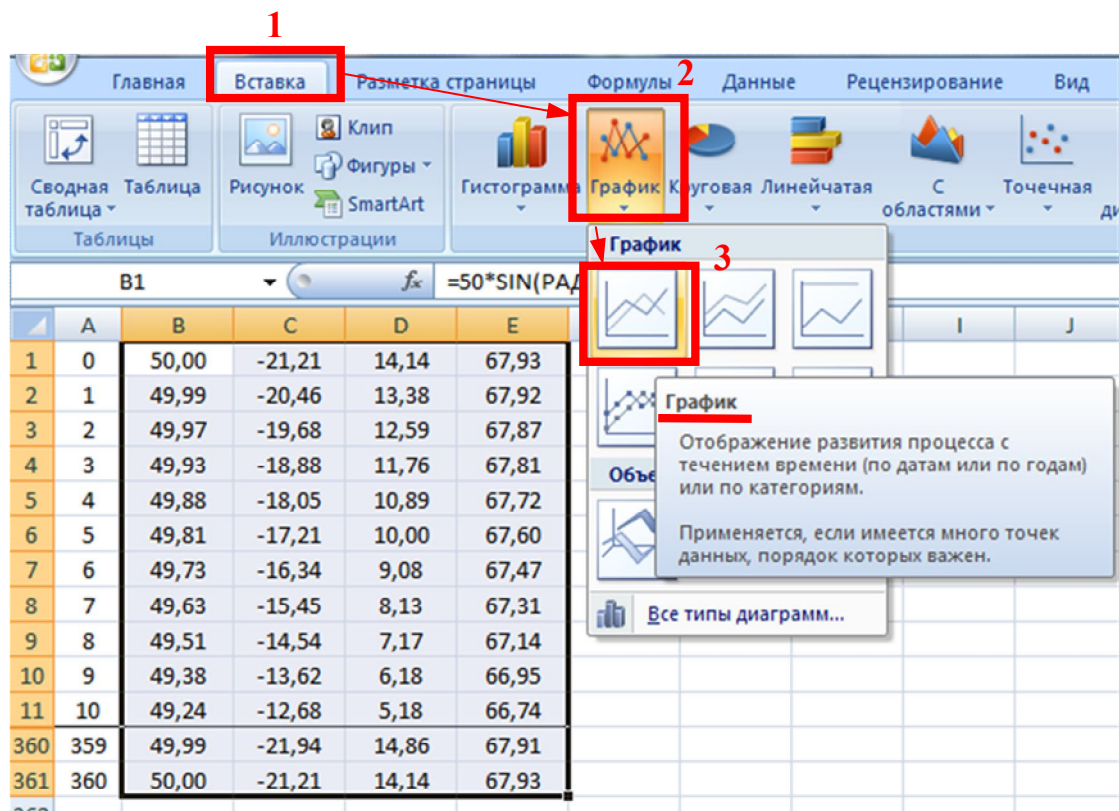


Рис. 4. Построение графика

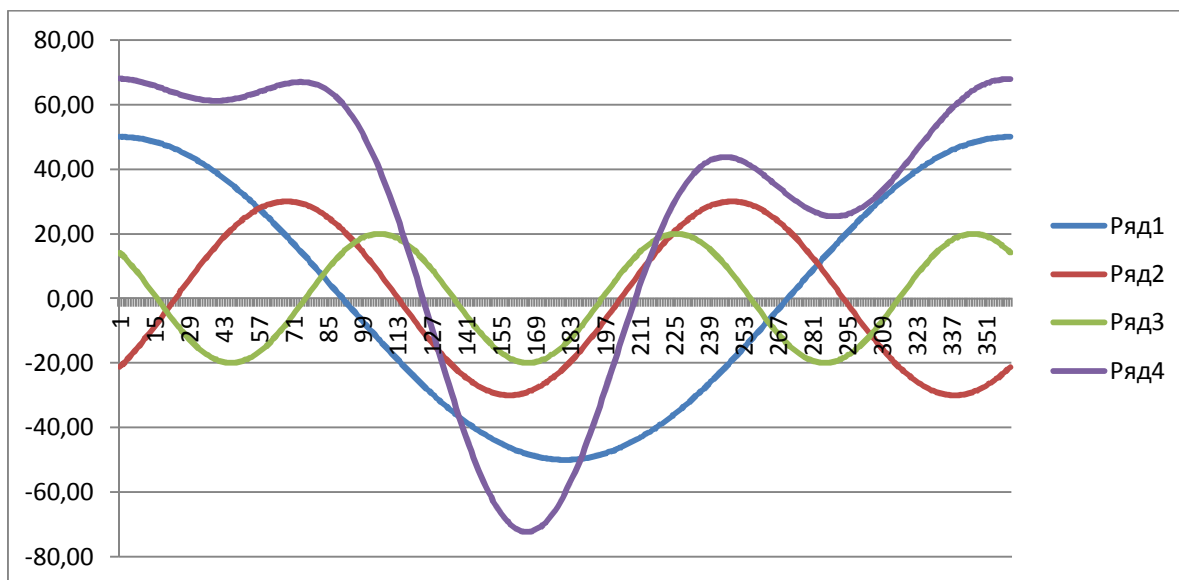


Рис. 5. Результат автоматического построения графика

Далее надо хотя бы минимально привести график к виду, пригодному для использования в отчете. Для этого можно выделить блок легенды с надписями «Ряд 1, Ряд 2, ...» и удалить его. Подписать графики желательно ручкой на уже распечатанном графике (нажимая по очереди на каждый из графиков на компьютере можно видеть, по какой колонке он построен).

Также надо изменить значения подписей по оси абсцисс, так как по умолчанию там представлен порядковый номер значений (в нашем случае 1..361), а необходимы значения  $\omega t$  (0..360°). Для этого кликаем правой кнопкой мыши на графике и в выпадающем меню выбираем пункт «Выбрать данные». В открывшемся окне «Выбор источника данных» (рис. 6) в блоке «Подписи горизонтальной оси» нажимаем кнопку «Изменить». Далее можно кликнуть на столбце с градусами (название столбца A) или ввести в поле «Диапазон подписей оси» значение «=Лист1!\$A:\$A». Далее два раза подряд «ОК».

Дальнейшая корректировка является необязательной и может включать в себя настройку отображения подписей осей (шаг подписи), линий сетки, линий самих графиков, их цвета, толщину. Рекомендуется результирующий график делать чуть жирнее, а вспомогательные графики гармоник – тоньше. Пример итогового графика отображен на рис. 7.

Вообще **все проблематичные построения можно выполнить ручкой** (подрисовать оси, подписать значения, графики и пр.)

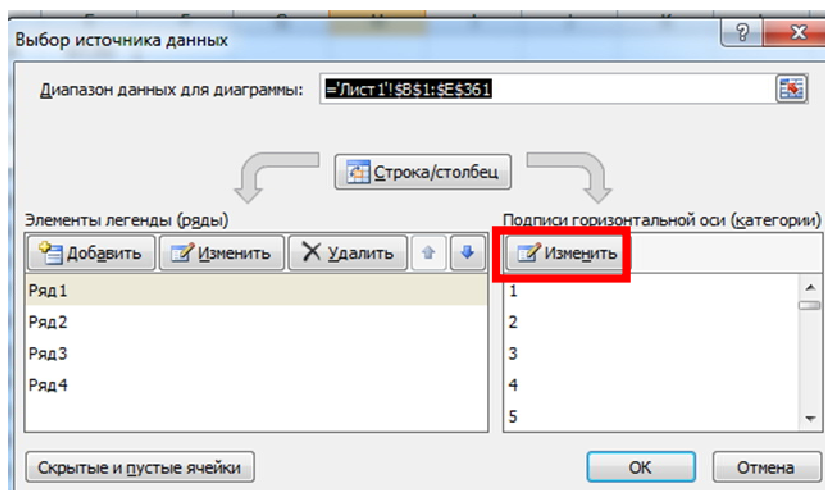


Рис. 6. Окно «Выбор источника данных»

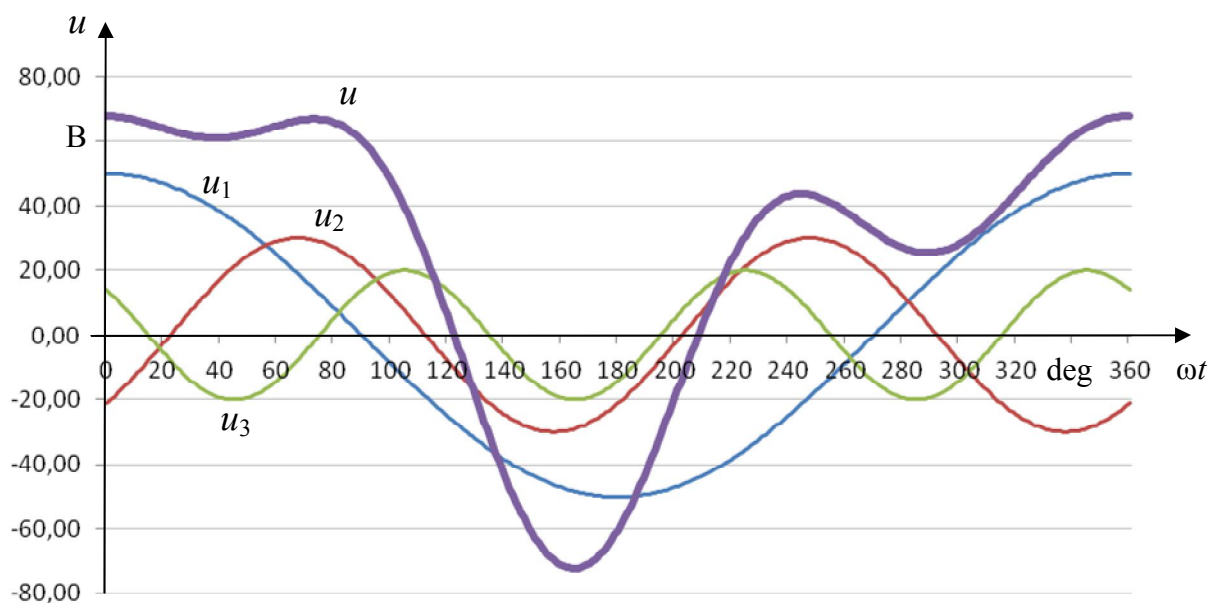


Рис. 7. График  $u(\omega t)$ , пригодный для вставки в отчет

### Построение функции $u(t)$

Функцию (1) можно построить и по переменной  $t$ , измеряемой в секундах. Рассмотрим особенности построения графических зависимостей физических величин от времени на примере переходного процесса. Построим график

$$u_C(t) = 40\sin(1000t + 30^\circ) + 20e^{-500t} \quad (8)$$

Это напряжение является суммой двух составляющих:

- принужденной  $u_{Cпр} = 40\sin(1000t + 30^\circ)$  с частотой  $\omega = 1000$  рад/с;
- свободной  $u_{Cсв} = e^{-500t}$ , у которой  $p = -500$  с<sup>-1</sup>.



При построении графика желательно показать обе составляющие и результат их суммирования. Как говорилось ранее, **при построении графика важно правильно выбрать диапазон построения и шаг по времени  $\Delta t$ .**

В данном случае на графике важно проиллюстрировать два момента:

- период принужденной составляющей  $T = 2\pi/\omega$ ;
- сам переходный процесс, протекающий на интервале  $0 \leq t \leq t_{п.п.}$ .

Поэтому график нужно строить в интервале  $0 \leq t \leq t_k$ , где  $t_k$  – большее из значений  $T$  или  $t_{п.п.}$ . В нашем примере

$$T = 2\pi/\omega; \quad T = 0,00628 \text{ с};$$

$$t_{п.п.} = 5\tau = 5/|p|; \quad t_{п.п.} = 5/|-500| = 0,01 \text{ с}.$$

Значит  $t_k = \max(0,00628; 0,01) = 0,01 \text{ с} = 10 \text{ мс}$  и график следует строить на диапазоне  $0 \leq t \leq 10 \text{ мс}$ .

Шаг по времени  $\Delta t$  желательно выбирать ориентируясь на минимальное значение из  $T$  и  $t_{п.п.}$ , чтобы обе составляющие были корректно прорисованы. Минимальное количество точек, на которые следует разбить период синусоиды или экспоненту свободной составляющей равно десяти. Однако если график строится на компьютере, а не вручную, то лучше разбить интервал (минимальное значение из  $T$  или  $t_{п.п.}$ ) на сто точек – этого вполне достаточно для прорисовки корректного графика.

Таким образом, в нашем примере возьмем шаг по времени

$$\Delta t = \frac{\min(T, t_{п.п.})}{100}; \quad \Delta t = \frac{\min(0,00628; 0,01)}{100} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

Как правило, график удобнее строить в миллисекундах, поэтому запишем  $\Delta t = 0,0628 \text{ мс}$ .

С учетом выполненных расчетов вбиваем требуемые значения  $t$  в столбец  $A$  следующим образом.

1. В ячейку  $A0$  записываем начальное значение: «0».
2. В ячейку  $A1$  записываем шаг  $\Delta t$ : «0,0628».

3. Выделяем обе ячейки ( $A0 - A1$ ) и растягиваем эту область, взявшись мышкой за правый нижний угол, вниз до тех пор, пока не получим значение, превышающее  $t_k = 10 \text{ мс}$ . Убеждаемся в том, что значения действительно меняются с шагом  $\Delta t$ .



В рассматриваемом примере пришлось растянуть значения до ячейки *A161*, в которой оказалось значение «10,048» (рис. 8).

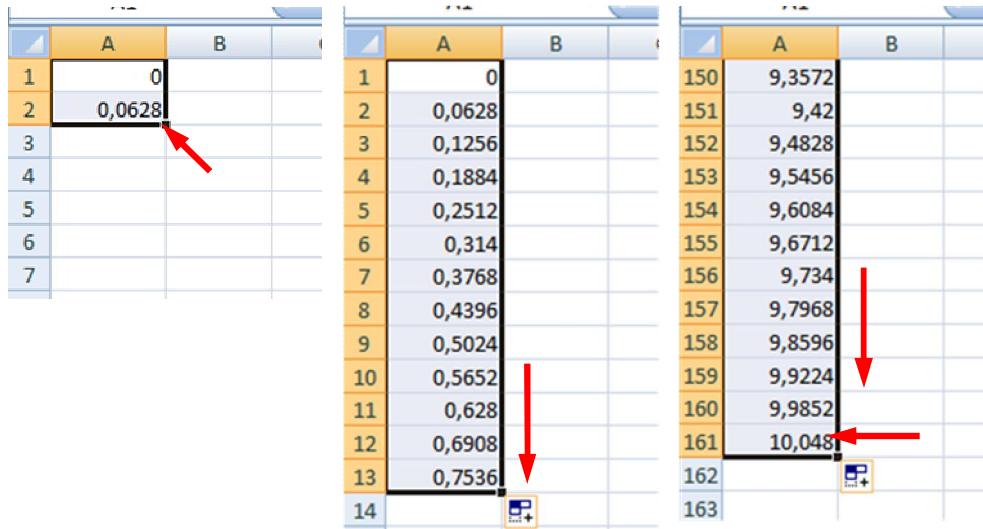


Рис. 8. Формирование диапазона значений времени

Далее аналогично предыдущему примеру в столбцы *B*, *C* и *D* вбиваем значения тех величин, которые будем строить на графике, не забывая, что в ячейках *A1 – A161* записаны значения *t*, указанные в мс.

С учетом моментов, описанных в предыдущем пункте (перевод значений, записанных в градусах, в радианы), в ячейку *B1* вносим принужденную составляющую  $u_{\text{Cпр}} = 40\sin(1000t + 30^\circ)$ :

$$B1: \quad = 40 * \text{SIN}(1000 * A1 / 1000 + \text{РАДИАНЫ}(30)) \quad (9)$$

Обратим особое внимание на скобки (в радианы переводится только начальная фаза  $30^\circ$ , в то время как произведение  $\omega t$  и так получается в радианах), а также на деление значения ячейки *A1* на тысячу (перевод миллисекунд в секунды).

В ячейку *C1* вносим свободную составляющую  $u_{\text{Cсв}} = 20e^{-500t}$ :

$$C1: \quad = 20 * \text{EXP}(-500 * A1 / 1000) \quad (10)$$

В ячейку *D1* вносим результирующее значение  $u_C = u_{\text{Cпр}} + u_{\text{Cсв}}$ :

$$D1: \quad = B1 + C1 \quad (11)$$

Теперь для того, чтобы просчитать значения  $u_C$ ,  $u_{\text{Cпр}}$ ,  $u_{\text{Cсв}}$  на всем диапазоне времени, необходимо растянуть диапазон ячеек «*B1 – D1*» вниз до «*B161 – D161*». Получается таблица вида рис. 9.

	A	B	C	D
1	0	20,000	20,000	40,000
2	0,0628	22,135	19,382	41,516
3	0,1256	24,182	18,783	42,965
4	0,1884	26,134	18,202	44,336
5	0,2512	27,983	17,639	45,622
6	0,314	29,722	17,094	46,816
160	9,9852	-35,354	0,136	-35,218
161	10,048	-36,458	0,132	-36,327
162				

Рис. 9. Таблица для построения графика  $u(t)$

На рис. 9 скрыт диапазон строк с 7-й по 159-ю (показано горизонтальной линией) для удобства отображения. На самом деле скрывать ячейки не стоит.

Далее для построения графика выделяем диапазон наших значений функций, которые хотим построить: результирующая функция – столбец  $D$ , принужденная составляющая – столбец  $B$ , свободная составляющая – столбец  $C$ . Чтобы показать на одном графике принужденную и свободную составляющие и результат их сложения, выделяем все четыре столбца (их может быть и больше) как на рис. 9.

Далее на вкладке «Вставка» нажимаем кнопку «График». В выпадающем меню выбираем наиболее подходящий тип графика. Как правило, лучше всего использовать самый простой первый тип «График» (без маркеров и тем более без накопления!) – рис. 4.

Далее приводим график к виду, пригодному для использования в отчете в соответствии с теми же требованиями, что озвучены выше:

- убираем легенду;
- подписываем графики ручкой или поверх графика средствами MS Excel или MS Word;
- обязательно изменяем значения подписей по оси абсцисс на значения столбца  $A$  (в данном случае порядковый номер абсолютно не имеет смысла);
- настраиваем отображение подписей осей, линии сетки, линии самих графиков, их цвета, толщину.

Рекомендуется результирующий график делать чуть жирнее, а вспомогательные графики гармоник – тоньше. Пример итогового графика отображен на рис. 10.

Как и в предыдущем примере, все проблематичные построения можно выполнить ручкой (подрисовать оси, подписать значения, графики и пр.)

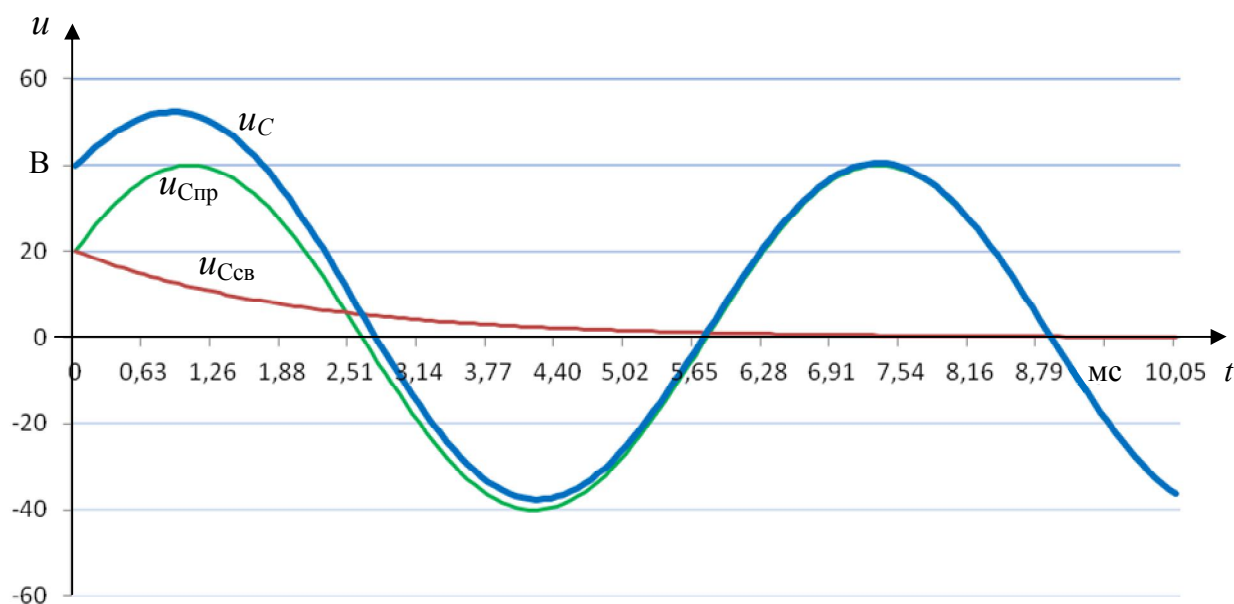


Рис. 10. График  $u_C(t)$ , пригодный для вставки в отчет

### Построение составного графика

Если в какой-то момент времени закон изменения физической величины меняется, то для построения можно использовать тот же подход что и в предыдущем примере, но в нужный момент времени изменить функцию.

Например, построим график заряда и разряда емкости. На интервале  $0 \leq t \leq T/2$  емкость колебательно заряжается, а затем на интервале  $T/2 \leq t \leq T$  аperiodически разряжается по законам:

$$\begin{aligned} 0 \leq t \leq T/2: \quad u_C(t) &= 50 + 50e^{-650t} \sin(2500t - 90^\circ); \\ T/2 \leq t \leq T: \quad u_C(t) &= 60e^{-500\left(t - \frac{T}{2}\right)} - 10e^{-1750\left(t - \frac{T}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Во второй функции вместо времени  $t$  стоит разность  $t - T/2$ , так как коммутация, приводящая к разряду емкости, происходит не в момент времени  $t = 0$ , а при  $t = T/2$ . Поэтому график необходимо сдвинуть вправо так, чтобы он начинался в  $t = T/2$ .

Построим только результирующий график, без разделения на составляющие. Детали, описанные в предыдущих пунктах, опустим. Пусть  $T = 20$  мс (тогда  $T/2 = 10$  мс). Для построения графика выполняем следующее:

– вбиваем в столбец *A* значения времени в миллисекундах:

$$\begin{aligned} A1: & 0 \\ A2: & 0,1 \\ A3: & 0,2 \\ & \dots \\ A201: & 20 \end{aligned} \quad (13)$$

– вбиваем в ячейку *B1* первую формулу:

$$= 50 + 50 * \text{EXP}(-650 * A1 / 1000) * \text{SIN}(2500 * A1 / 1000 - \text{РАДИАНЫ}(90)); \quad (14)$$

– растягиваем *B1* до *B101* (при  $t = T/2 = 10$  мс имеем напряжение 49,9 В).

– в ячейку *B102* вбиваем вторую формулу:

$$= 60 * \text{EXP}(-500 * (A102 - 10) / 1000) - 10 * \text{EXP}(-1750 * (A102 - 10) / 1000) \quad (15)$$

– растягиваем *B102* до *B101* (при  $t = 10$  мс получаем напряжение 49,9 В).

– строим график по столбцу *B*, а подписи оси абсцисс в столбце *A*.

В итоге получаем график рис. 11.

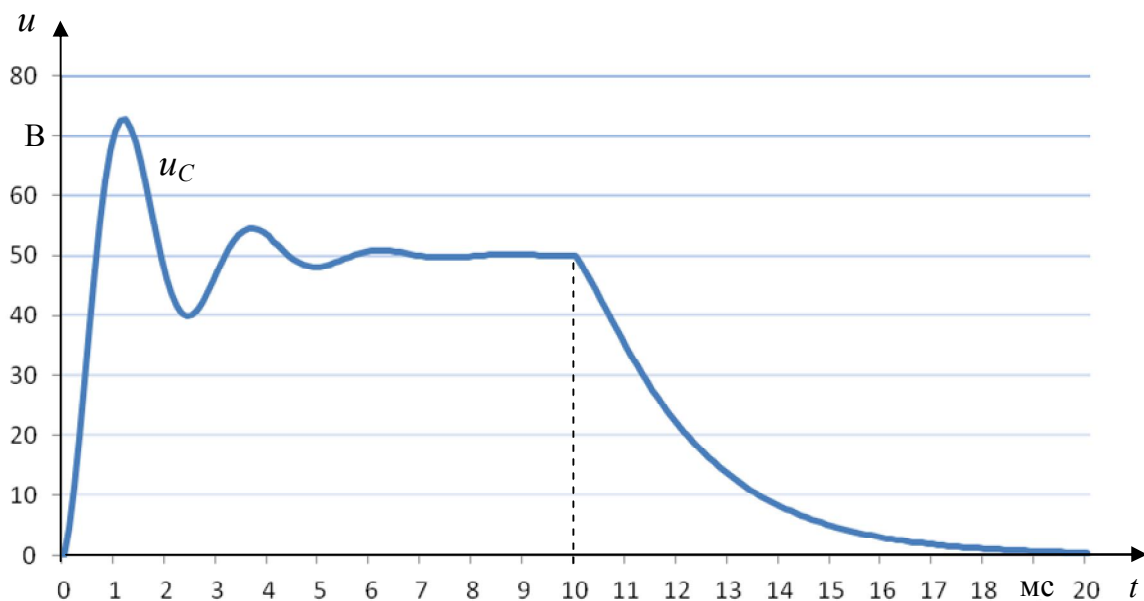


Рис. 11. График заряда и разряда емкости