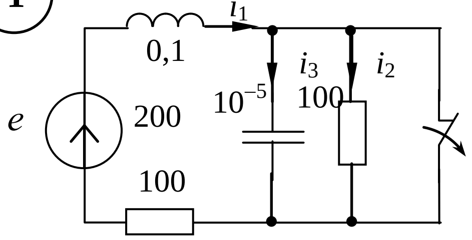
3. Расчет переходных процессов в электрических цепях

3.1. В цепи с двумя накопителями энергии (рис. 3.1) в переходном режиме классическим методом определить закон изменения напряжения на конденсаторе uC(t), указанном на схеме, если в цепи действует источник постоянного напряжения (тока). Построить график изменения $u_C\left(t\right)$, номер схемы – номер студента в списке группы.

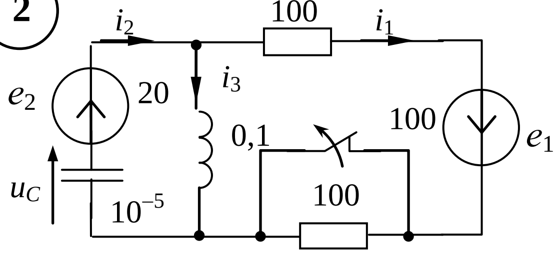
3.2. В той же цепи при питании ее от источника синусоидального напряжения (тока) определить зависимые начальные условия переходного процесса $u_L\left(0+\right)$ и $u_C\left(0+\right)$.

1



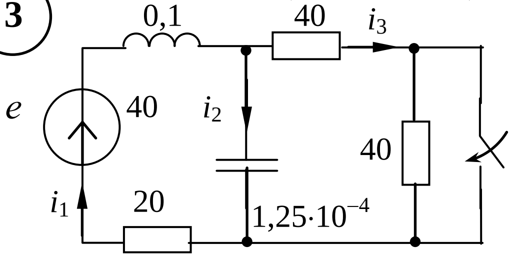
$$e(t) = 200\sin\left(1000t + 90^\circ\right)$$

2



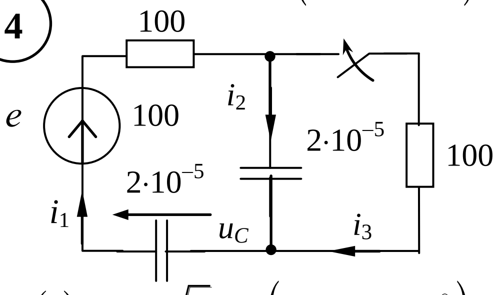
$$e_1(t) = 100\sin\left(1000t + 90^\circ\right)$$

3



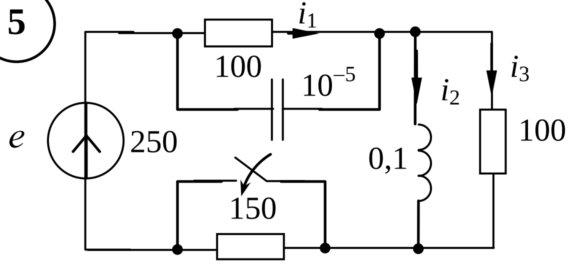
$$e(t) = 40\sqrt{2}\sin\left(100t + 75^\circ\right)$$

4



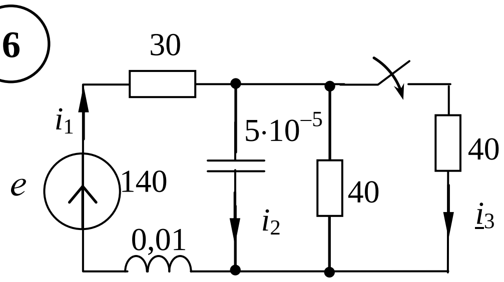
$$e(t) = 100\sqrt{2}\sin\left(1000t + 75^\circ\right)$$

5



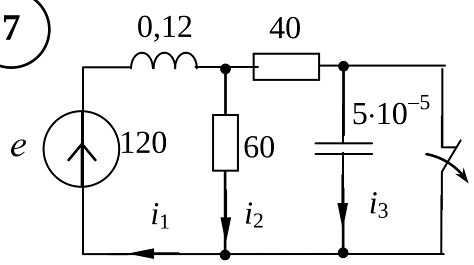
$$e(t) = 250\sin\left(10^3 t + 90^\circ\right)$$

6



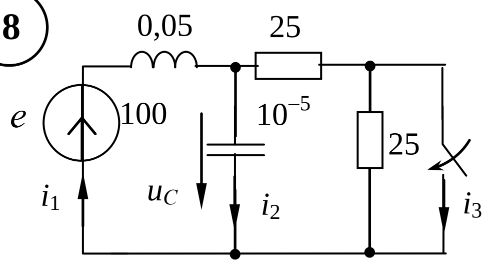
$$e(t) = 140\sin\left(10^3 t + 90^\circ\right)$$

7



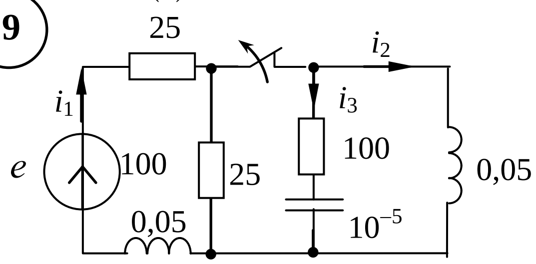
$$e(t) = 120\sin 200t$$

8



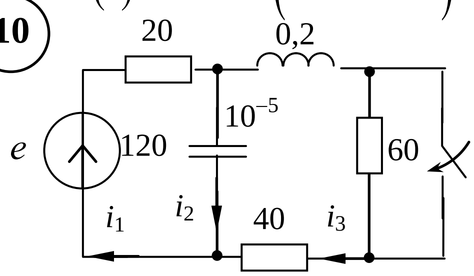
$$e(t) = 100\sin 10^3 t$$

9



$$e(t) = 141\sin\left(10^3 t + 90^\circ\right)$$

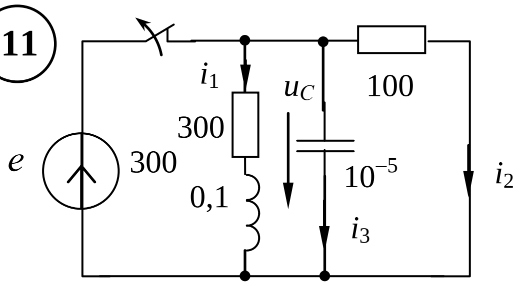
10



$$e(t) = 141\sin\left(10^3 t + 90^\circ\right)$$

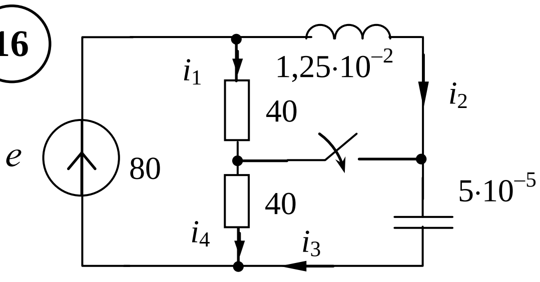
Рис. 3.1. Схемы для расчета переходного процесса

11



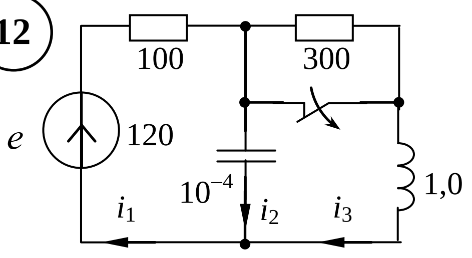
$$e(t)=300\sin 10^3 t$$

16



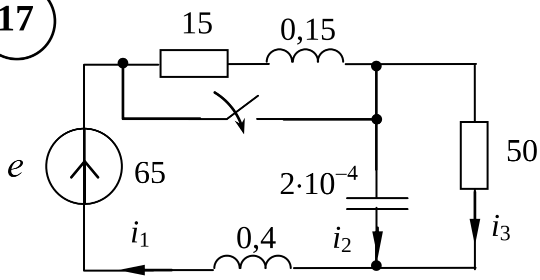
$$e(t)=75\sin 2\cdot 10^3 t$$

12



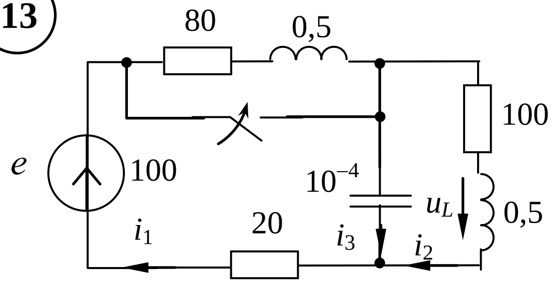
$$e(t)=120\sqrt{2}\sin\left(100t+45^\circ\right)$$

17



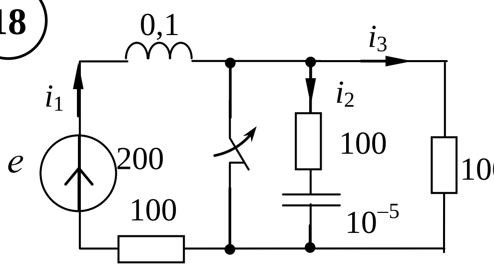
$$e(t)=50\sin 100t$$

13



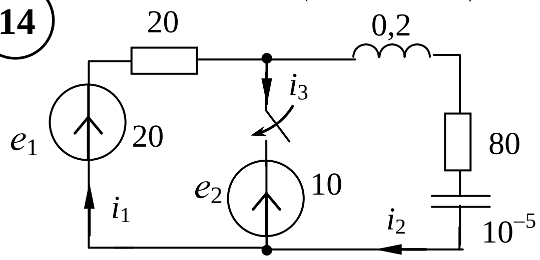
$$e(t)=100\sin\left(200t+90^\circ\right)$$

18



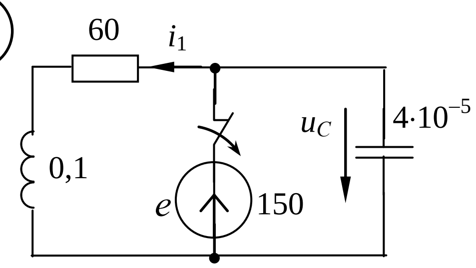
$$e(t)=200\sin 10^3 t$$

14



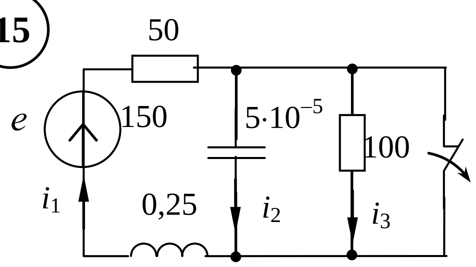
$$e_1(t)=20\sin 500t$$

19



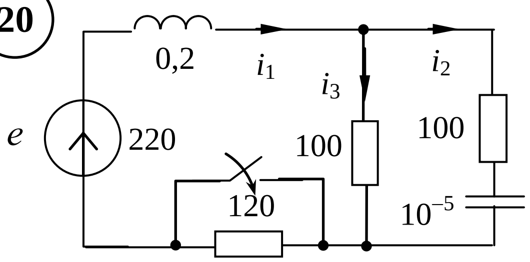
$$e(t)=150\sin\left(800\,t-36{,}9^\circ\right)$$

15



$$e(t)=100\sin\left(200\,t+90^\circ\right)$$

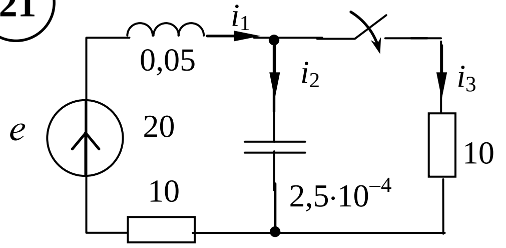
20



$$e(t)=180\sqrt{2}\sin\left(10^3 t-45^\circ\right)$$

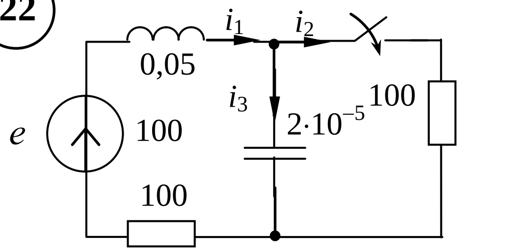
Рис. 3.1, лист 2

21



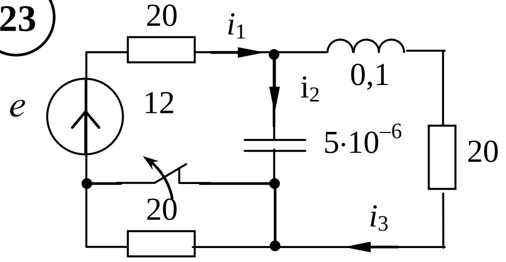
$$e(t)=60\sqrt{2}\sin\left(400t+45^\circ\right)$$

22



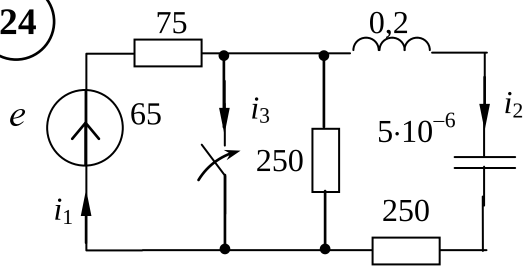
$$e(t)=100\sqrt{2}\sin(500t+75^\circ)$$

23



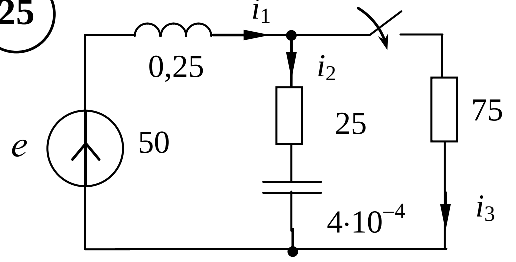
$$e(t)=12\sin(5\cdot10^3t+90^\circ)$$

24



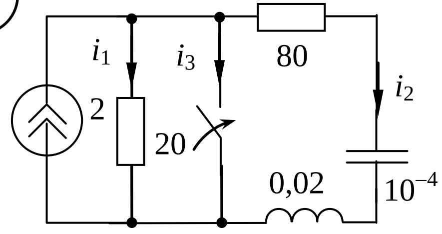
$$e(t)=120\sin(10^3t+90^\circ)$$

25



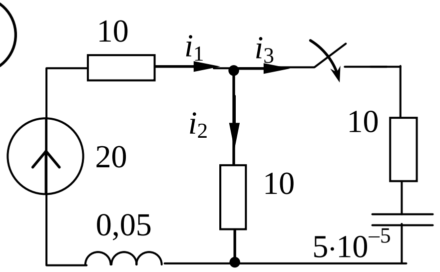
$$e(t)=50\sin(100t+90^\circ)$$

26



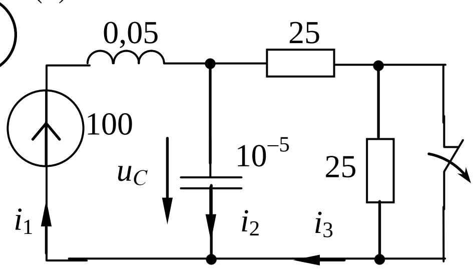
$$j(t)=8{,}2\sin(500t+90^\circ)$$

27



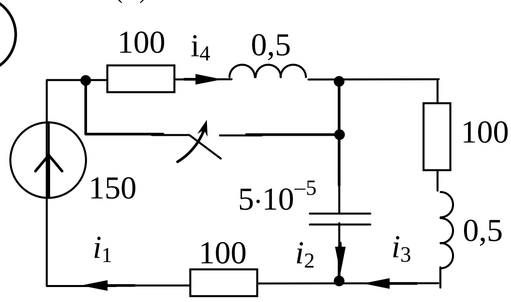
$$e(t)=20\sqrt{2}\sin(100t-45^\circ)$$

28



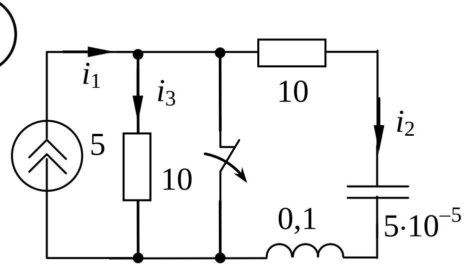
$$e(t)=100\sin10^3t$$

29



$$e(t)=150\sin(200t+90^\circ)$$

30



$$j(t)=5\sin(400t+30^\circ)$$

Рис. 3.1, лист 3

3.2. Пример расчета $u_C(t)$ в цепи с источником постоянного напряжения и зависимых начальных условий $u_L(0+)$ и $i_C(0+)$ при воздействии источника синусоидального напряжения

Расчетная схема для рассматриваемого примера приведена на рис. 3.2.

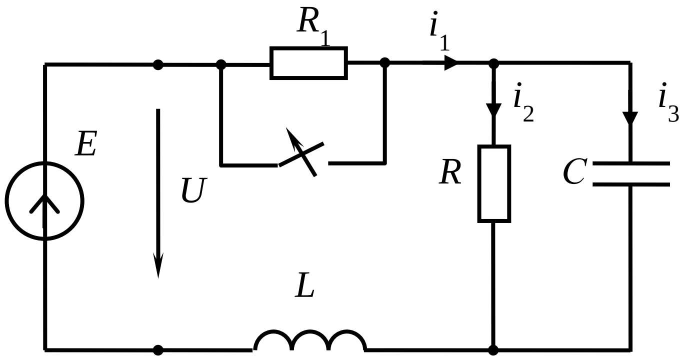


Рис. 3.2. Расчетная схема

Исходные параметры: источник постоянного напряжения E= 140 В; R_1 = 20 Ом; R = 25 Ом; L = 25 мГн; C = 25 мкФ.

Определить закон изменения напряжения на емкости $u_C(t)$.

Решение:

1. Установившийся режим до коммутации. Схема замещения для установившегося режима до коммутации приведена на рис. 3.3.

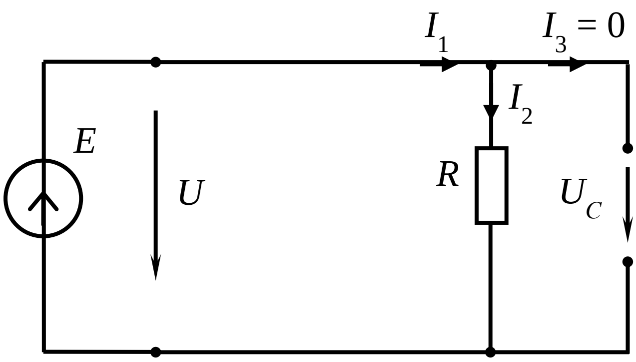


Рис. 3.3. Схема в установившемся режиме до коммутации

В данной схеме ключ замкнут и при постоянном приложенном напряжении $U = E$ сопротивление индуктивности равно нулю, а сопротивление емкости – бесконечно большое. Рассчитаем независимые начальные условия:

$$I_3 = 0;\quad I_1 = I_2 = \frac{E}{R};\quad I_1 = I_2 = \frac{140}{25} = 5{,}6\ \text{А};$$

$$U_C = RI_2 = E;\quad U_C = 140\ \text{В}.$$

При $t = 0–$

$$i_1(0-) = 5{,}6\ \text{А};\quad u_C(0-) = 140\ \text{В}.$$

Независимые начальные условия:

$$\begin{cases} i_1(0+) = i_1(0-) = 5{,}6\ A; \\ u_C(0+) = u_C(0-) = 140\ B. \end{cases}$$

2. Уравнения для мгновенных значений токов и напряжений в схеме после коммутации. Схема после коммутации приведена на рис. 3.4.

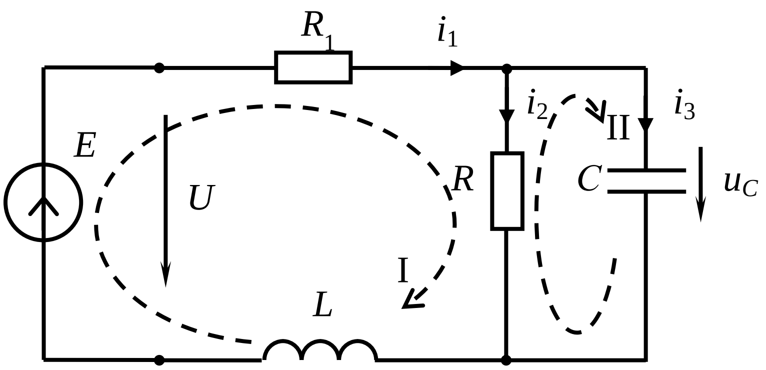


Рис. 3.4. Схема после коммутации

Составим дифференциальные уравнения по законам Кирхгофа для послекоммутационного состояния схемы при t=0+:

$$\begin{cases} i_1(0+) - i_2(0+) - i_3(0+) = 0; \\ L\dfrac{di_1}{dt}(0+) + R_1\, i_1(0+) + R\, i_2(0+) = E; \\ -R\, i_2(0+) + u_C(0+) = 0; \\ i_3(0+) = C\dfrac{du_C}{dt}(0+). \end{cases} \qquad (1)$$

3. Установившийся режим после коммутации. Определение принужденных составляющих. Схема в установившемся режиме после коммутации приведена на рис. 3.5.

В схеме ключ разомкнут и при постоянном приложенном напряжении сопротивление индуктивности равно нулю, а сопротивление емкости – бесконечно большое. Рассчитаем принужденные составляющие:

$$I_{3\,пр} = 0 \text{ А};\ I_{1\,пр} = I_{2\,пр} = \frac{E}{R + R_1};\quad I_{1\,пр} = I_{2\,пр} = \frac{140}{20+25} = 3{,}11 \text{ А};$$

$$U_{C\,пр} = RI_{2\,пр};\quad U_{C\,пр} = 3{,}11 \cdot 20 = 62{,}22 \text{ В}.$$

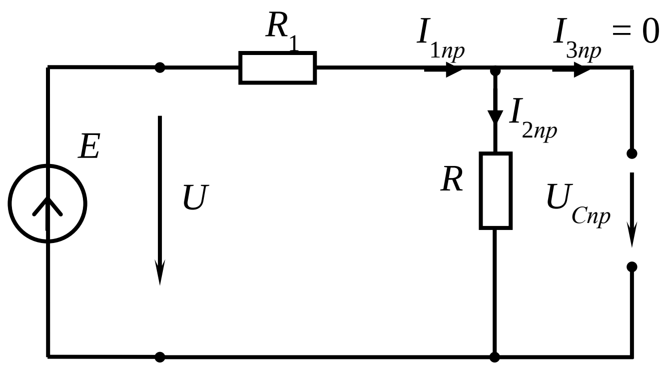


Рис. 3.5. Схема в установившемся режиме после коммутации

4. Составление характеристического уравнения и определение его корней. Для составления характеристического уравнения запишем входное комплексное сопротивление схемы (см. рис. 3.4):

$$Z(j\omega) = R_1 + \frac{R\left(\dfrac{-j}{\omega C}\right)}{R - \dfrac{j}{\omega C}} + j\omega L = R_1 + \frac{R\left(\dfrac{1}{j\omega C}\right)}{R + \dfrac{1}{j\omega C}} + j\omega L, \qquad (2)$$

заменим « $j\omega$» символом «р» и приравняем полученное выражение нулю

$$Z(p) = R_1 + \frac{R\left(\dfrac{1}{pC}\right)}{R + \dfrac{1}{pC}} + pL = 0. \qquad (3)$$

Преобразуем полученное уравнение:

$$R_1+\frac{R\left(\frac{1}{pC}\right)}{R+\frac{1}{pC}}+pL=\frac{R_1\left(R+\frac{1}{pC}\right)+R\left(\frac{1}{pC}\right)+pL\left(R+\frac{1}{pC}\right)}{R+\frac{1}{pC}}=$$

$$=\frac{R_1R+\frac{R_1}{pC}+\frac{R}{pC}+pLR+\frac{pL}{pC}}{R+\frac{1}{pC}}=\frac{p^2LRC+pL+R_1RpC+R_1+R}{R+\frac{1}{pC}},$$

приравняв числитель к нулю и разделив его на LRC получим $p^2+p\left(\frac{L+R_1RC}{LRC}\right)+\frac{R_1+R}{LRC}=0.$

Характеристическое уравнение при заданных значениях параметров элементов

$$p^2+2{,}4\cdot 10^3p+2{,}88\cdot 10^6=0$$

имеет корни

$$p_{1,2}=-1200\pm j1200=-\delta\pm j\omega_{\text{св}},$$

следовательно, переходный режим колебательный, а свободная составляющая имеет вид $u_{C\,\text{св}}=B\,e^{-\delta t}\sin\left(\omega_{\text{св}}t+\gamma\right)$.

5. Определение постоянных, входящих в состав $u_{C\,\text{св}}$.

$u_C=U_{C\,\text{пр}}+u_{C\,\text{св}}=62{,}22+B\,e^{-\delta t}\sin\left(\omega_{\text{св}}t+\gamma\right)=62{,}22+B\,e^{-1200\,t}\sin\left(1200t+\gamma\right).$
Определим неизвестные постоянные B и γ.

Для определения неизвестных постоянных понадобятся зависимые начальные условия. Чтобы их определить, подставим в систему дифференциальных уравнений (1) параметры цепи и независимые начальные условия:

$$\begin{cases}5{,}6-i_2(0+)-i_3(0+)=0;\\ 0{,}025\frac{di_1}{dt}(0+)+20\cdot 5{,}6+25\,i_2(0+)=140;\\ -25\,i_2(0+)+140=0;\\ i_3(0+)=0{,}000025\frac{du_C}{dt}(0+),\end{cases}\qquad(4)$$

из третьего уравнения получаем $i_2(0+) = 5,6\ A;$ затем из первого уравнения определяем $i_3(0+) = 0\ A;$ из четвертого $\dfrac{du_C}{dt}(0+) = 0\ \dfrac{B}{c}.$

Запишем при t=0+ уравнения для u_C и u'_C

$$\begin{cases} u_C(0+) = U_{C\,пр}(0+) + u_{C\,св}(0+) = U_{C\,пр}(0+) + B\sin\gamma; \\ u'_C(0+) = U'_{C\,пр}(0+) + u'_{C\,св}(0+) = U'_{C\,пр}(0+) - \delta\,B\sin\gamma + \omega_{св}\,B\cos\gamma. \end{cases} \quad (5)$$

После подстановки определенных ранее принужденных составляющих, независимых и зависимых начальных условий система (5) приобретает вид

$$\begin{cases} 140 = 62,22 + B\sin\gamma; \\ 0 = 0 - 1200\,B\sin\gamma + 1200\,B\cos\gamma. \end{cases} \quad (6)$$

Откуда

$$B\sin\gamma = 140 - 62,22 = 77,78;$$

$$B\cos\gamma = \frac{1200\cdot 77,78}{1200} = 77,78;$$

$$tg\,\gamma = \frac{B\sin\gamma}{B\cos\gamma} = \frac{77,78}{77,78} = 1;$$

$$\gamma = arctg(tg\,\gamma) = arctg(1) = 45°;$$

$$140 = 62,22 + B\sin 45°;$$

$$B = \frac{140 - 62,22}{\sin 45°} = \frac{140 - 62,22}{0,707} = 110;$$

$$u_C = U_{C\,\text{пр}} + u_{C\,\text{св}} = 62,22 + 110\,e^{-1200\,t}\,\sin(1200t + 45°).$$

Построенная в соответствии с расчетом зависимость $u_C(t)$ приведена на рис.3.6. Длительность переходного режима $t_{пп}$ можно принять равной $4\tau = \dfrac{4}{\delta};\ t_{пп} = \dfrac{4}{1200} = 3,33$ мс.

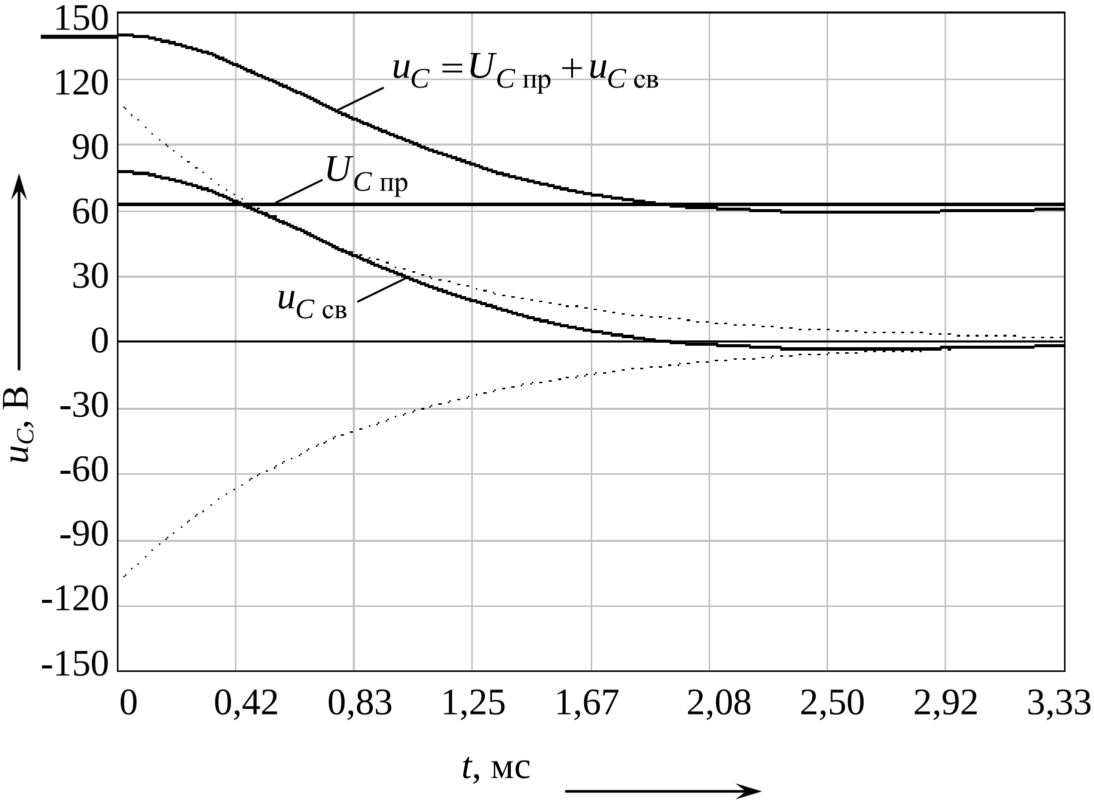


Рис. 3.6. Законы изменения принужденной, свободной составляющих и результирующей кривой напряжения на емкости

Определение зависимых начальных условий $u_L(0+)$ и $i_C(0+)$

Расчетная схема для рассматриваемого примера приведена на рис. 3.7.

Исходные параметры: к схеме подключен источник синусоидального напряжения $e(t) = 100\sin\left(1000t - 45°\right)$ В; R_1 = 20 Ом; R = 25 Ом; L = 25 мГн; C = 25 мкФ.

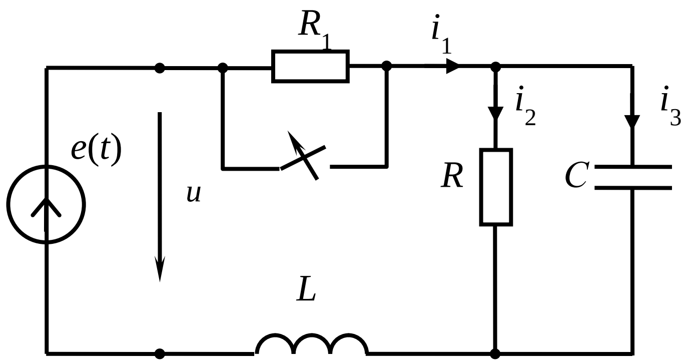


Рис. 3.7. Расчетная схема

1. Установившийся режим до коммутации. Схема замещения для установившегося режима до коммутации приведена на рис. 3.8.

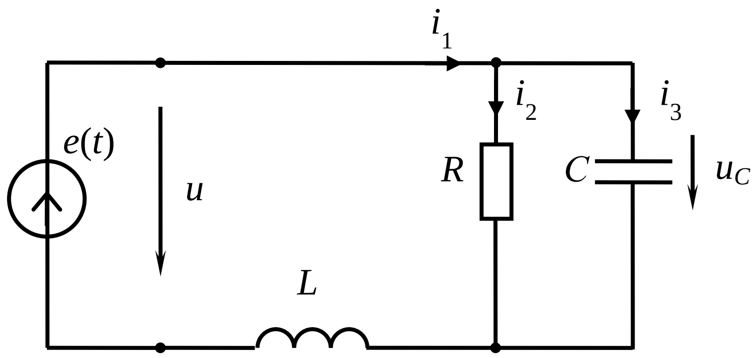


Рис. 3.8. Схема в установившемся режиме до коммутации

В данной схеме ключ замкнут, приложено синусоидальное напряжение. Для расчета токов и напряжений в данной схеме удобно использовать метод комплексных амплитуд. Рассчитаем независимые начальные условия:

$$Z = \frac{R\left(\dfrac{-j}{\omega C}\right)}{R - \dfrac{j}{\omega C}} + j\omega L;$$

$$Z=\frac{25\dfrac{-j}{1000\cdot 25\cdot 10^{-6}}}{25-j\dfrac{1}{1000\cdot 25\cdot 10^{-6}}}+j1000\cdot 25\cdot 10^{-3}=\frac{25\cdot 40e^{-j90^\circ}}{25-j40}+j25=$$

$$=\frac{1000e^{-j90^\circ}}{47{,}17e^{-j58^\circ}}+j25=21{,}2e^{-32^\circ}+j25=17{,}98-j11{,}23+j25=$$

$$=17{,}98+j13{,}76=22{,}64e^{j37{,}4^\circ}\text{ Ом.}$$

$$\dot I_{1m}=\frac{\dot E_m}{Z};\ \dot I_{1m}=\frac{100e^{-j45^\circ}}{22{,}64e^{37{,}4^\circ}}=4{,}417e^{-j82{,}4^\circ}\text{ А;}$$

$$i_1(t)=4{,}417\sin\left(1000t-82{,}4^\circ\right)\text{ А;}$$

$$\dot U_{Cm}=\dot I_{1m}\left(\frac{R\left(\dfrac{-j}{\omega C}\right)}{R-\dfrac{j}{\omega C}}\right);\dot U_{Cm}=4{,}417e^{-j82{,}4^\circ}21{,}2e^{-j32{,}0^\circ}=93{,}63e^{-j114{,}4^\circ}\text{ В.}$$

$$u_C(t)=93{,}63\sin\left(1000t-114{,}4^\circ\right)\text{ В.}$$

При $t = 0-$

$$i_1(0-)=4{,}417\sin\left(-82{,}4^\circ\right)=-4{,}378\text{ А;}$$

$$u_C(0-)=93{,}63\sin\left(-114{,}4^\circ\right)=-85{,}27\text{ В.}$$

Независимые начальные условия:

$$\begin{cases}i_1(0+)=i_1(0-)=-4{,}378\text{ А;}\\ u_C(0+)=u_C(0-)=-85{,}27\text{ В.}\end{cases}$$

2. Схема после коммутации приведена на рис. 3.9.

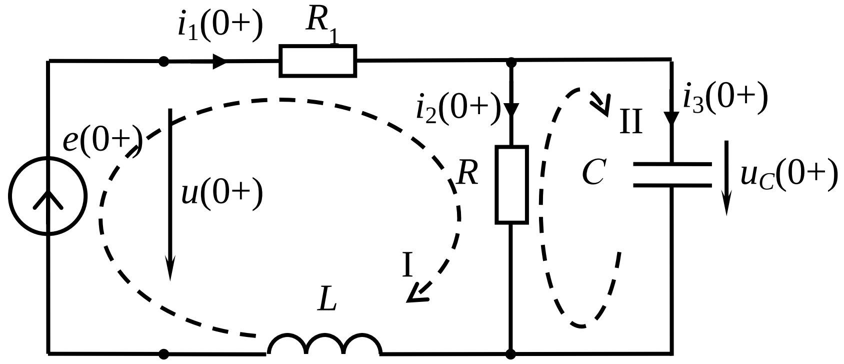


Рис. 3.9. Схема после коммутации

Составим дифференциальные уравнения по законам Кирхгофа для послекоммутационного состояния схемы при t=0+:

$$\begin{cases} i_1(0+) - i_2(0+) - i_3(0+) = 0; \\ u_L(0+) + R_1\, i_1(0+) + R\, i_2(0+) = e(0+); \\ -R\, i_2(0+) + u_C(0+) = 0; \\ i_3(0+) = C\dfrac{du_C}{dt}(0+). \end{cases} \tag{7}$$

Для определения зависимых начальных условий u_L(0+) и i_C(0+) воспользуемся системой дифференциальных уравнений (7). Подставим в нее известные параметры цепи и определенные независимые начальные условия:

$$\begin{cases} -4,378 - i_2(0+) - i_3(0+) = 0; \\ u_L(0+) + 20\cdot\left(-4,378\right) + 25\, i_2(0+) = -70,711; \\ -25\, i_2(0+) - 85,27 = 0; \\ i_3(0+) = 0,000025\dfrac{du_C}{dt}(0+), \end{cases} \tag{8}$$

из третьего уравнения рассчитываем $i_2(0+) = -3,41\,A;$ затем из первого уравнения получаем $i_3(0+) = -0,967\,A;$ далее из второго $u_L(0+) = 102,1\,\text{В}.$