

Н. В. ГОЛУБЕВА

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И
ПРОЦЕССОВ**

ЧАСТЬ 1

ОМСК 2021

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Омский государственный университет путей сообщения

Н. В. Голубева

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ

Часть 1

Утверждено методическим советом университета
в качестве учебно-методического пособия
к выполнению лабораторных работ и самостоятельной работы
по дисциплинам «Математическое моделирование систем и процессов»,
«Численные методы моделирования» и
«Вычислительная техника в инженерных задачах»

Омск 2021

УДК 519.65(075.8)
ББК 22.19я73
Г62

Математическое моделирование систем и процессов: Учебно-методическое пособие к выполнению лабораторных работ и самостоятельной работы. Часть 1. 2-е изд., стереотипное / Н. В. Голубева; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2021. 44 с.

Рассматриваются основные возможности и инструменты интегрированной среды РТС Mathcad Prime 3.1 для решения различных классов задач математического моделирования физических систем и процессов.

Предназначено для студентов 2-го и 3-го курсов, обучающихся по специальностям «Системы обеспечения движения поездов», «Электроэнергетика и электротехника», «Подвижной состав железных дорог», «Эксплуатация железных дорог»; по направлениям подготовки «Стандартизация и метрология», «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Теплоэнергетика и теплотехника», «Наземные транспортно-технологические комплексы»; для студентов заочной формы обучения и для обучения с использованием дистанционных образовательных технологий.

Библиогр.: 2 назв. Табл. 6. Рис. 7.

Рецензенты: доктор техн. наук, профессор В. Н. Горюнов;
доктор техн. наук, профессор В. А. Нехаев.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Лабораторная работа 1. Принципы создания документов Mathcad	6
1.1. Интерфейс РТС Mathcad Prime 3.1	6
1.2. Создание текстовых областей	9
1.3. Создание области формул	10
1.4. Редактирование математических выражений.....	13
1.5. Выбор, копирование, перемещение, удаление областей	17
1.6. Задания	18
Лабораторная работа 2. Функции. Вывод таблицы значений функции. Построение графиков. Символьные преобразования	23
2.1. Функции	23
2.2. Переменные - диапазоны	23
2.3. Вывод таблицы значений функции	24
2.4. Построение графиков	25
2.5. Форматирование графиков	27
2.6. Символьные преобразования	29
2.7. Задания	31
Лабораторная работа 3. Средства Mathcad для реализации матричных вычислений	34
3.1. Ввод матрицы в документ Mathcad	34
3.2. Редактирование массивов	35
3.3. Реализация матричных вычислений с помощью матричных операторов	36
3.4. Реализация матричных вычислений с помощью встроенных функций	38
3.5. Задания	40
Библиографический список.....	43

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшей частью программы подготовки современного специалиста – выпускника технического университета – является обучение его основам, приемам и инструментам математического моделирования – главного научного метода познания – и формирование у него соответствующих профессиональных компетенций. Решение научных и инженерно-технических задач, связанных с исследованием и проектированием технических систем, оптимизацией их параметров или структуры, оптимальным управлением объектом или прогнозированием его поведения, изучением механизма явлений осуществляется на основе математического моделирования.

Учебно-методическое пособие по дисциплинам «Математическое моделирование систем и процессов», «Численные методы моделирования» и «Вычислительная техника в инженерных задачах» состоит из пяти частей.

Настоящее учебно-методическое пособие включает в себя три лабораторные работы. Лабораторные работы позволят обучающемуся освоить основные инструменты и возможности интегрированной среды РТС Mathcad Prime 3.1 для решения различных категорий задач математического моделирования, приобрести навыки проведения инженерных вычислений, численных расчетов, символьных преобразований, аналитического решения задач, реализации скалярных и матричных операций и функций, графического отображения результатов, документирования проводимых исследований.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов 2-го и 3-го курсов очного и заочного обучения, а также для обучения с использованием дистанционных образовательных технологий.

ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ ДОКУМЕНТОВ MATHCAD

PTC Mathcad Prime 3.1 – это интегрированная среда для ведения инженерных вычислений, документирования решаемых задач исследования, проектирования в легко читаемом формате, удобном для совместного использования. PTC Mathcad Prime 3.1 является универсальным инструментом, который легко интегрируется с другими известными инженерными и офисными приложениями, что существенно облегчает совместную работу специалистов на всех этапах инженерной деятельности.

1.1. Интерфейс PTC Mathcad Prime 3.1

При запуске PTC Mathcad автоматически создается новый пустой документ «Безымянный». Фрагмент окна PTC Mathcad представлен на рис. 1.1.

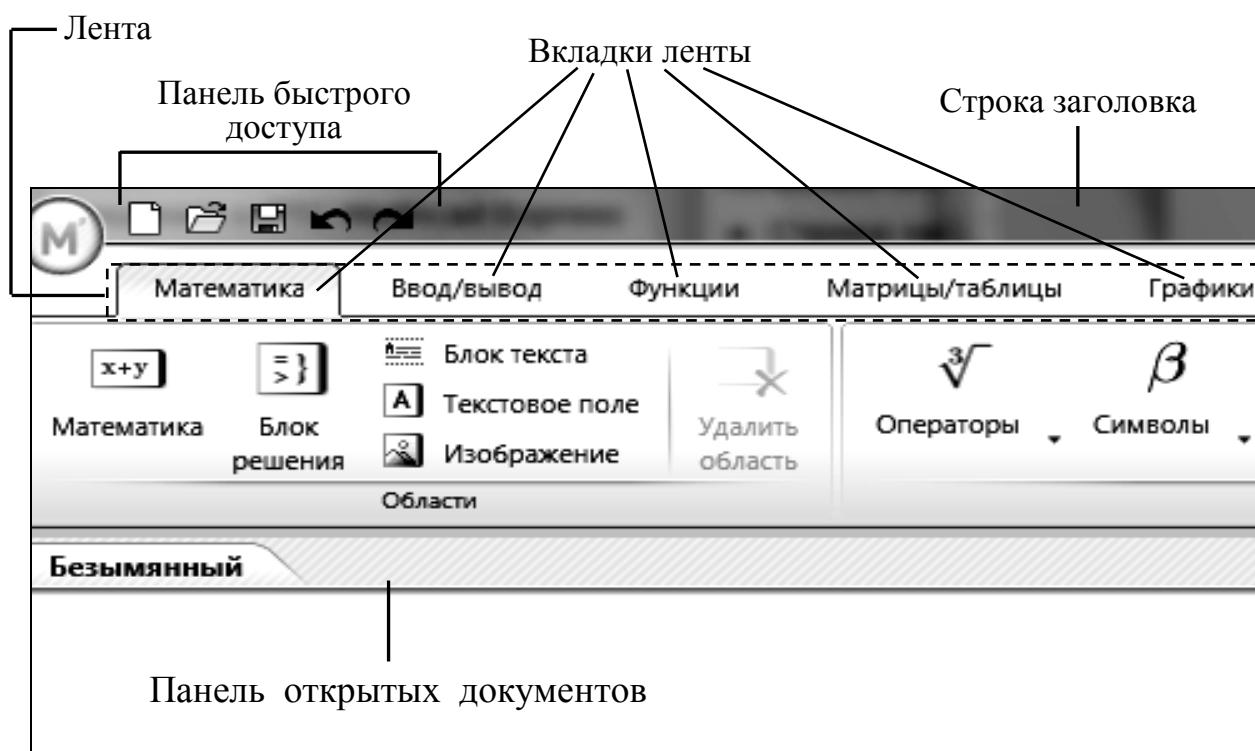


Рис. 1.1. Фрагмент окна PTC Mathcad Prime 3.1

Лента содержит набор вкладок (интерфейсных групп): «Математика», «Ввод/вывод», «Функции», «Матрицы/таблицы», «Графики», «Форматирование формул», «Форматирование текста», «Расчет», «Документ», «Ресурсы». На каждой вкладке представлена группа соответствующих команд.

Панель быстрого доступа содержит часто используемые команды. Команды можно добавлять на панель и удалять с нее. Для добавления кнопки нужной команды (например, команды «Текстовое поле») на панель быстрого доступа следует навести указатель мыши на данную кнопку, ПКМ вызвать контекстное меню кнопки и выбрать в нем команду «Добавить в панель быстрого доступа» (рис. 1.2).

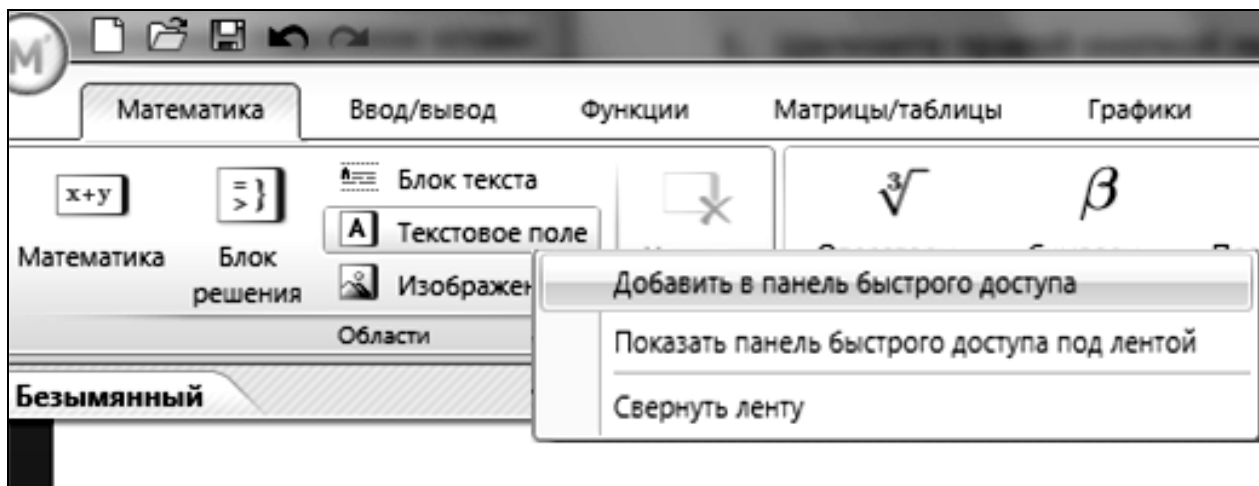





Рис. 1.2. Добавление кнопки в панель быстрого доступа

Под лентой расположена панель открытых документов. На ней отображаются вкладки открытых документов.

В строке состояния (нижняя часть окна приложения RICS Mathcad Prime 3.1) отображаются номера страниц документа; круглый цветной значок, показывающий состояние кнопки «Автоматический расчет» (зеленый цвет значка свидетельствует о включенном режиме «Автоматический расчет»), инструменты «Найти и заменить», «Регулятор масштабирования», переключатели режимов просмотра документа «Просмотр страницы» и «Режим черновика».

Кнопка  (в левой части строки заголовка) используется для вывода окна, изображенного на рис. 1.3. В нем представлены команды для работы с файлами «Создать», «Открыть», «Сохранить», «Сохранить как», «Печать», «Закреть». Кнопкой  Выход можно воспользоваться для выхода из приложения RICS Mathcad, если не требуется сохранения ни одного из открытых документов.

В правой части окна отображается список недавно использовавшихся документов. Если необходимо, чтобы какой-либо документ из представленного списка оставался в нем всегда, надо закрепить этот документ в списке (рис. 1.4). Для этого следует привести указатель мыши на область с именем нужного документа (1), щелкнуть кнопку закрепления  справа от имени документа (2), после чего эта кнопка поменяет свой цвет на голубой (3).

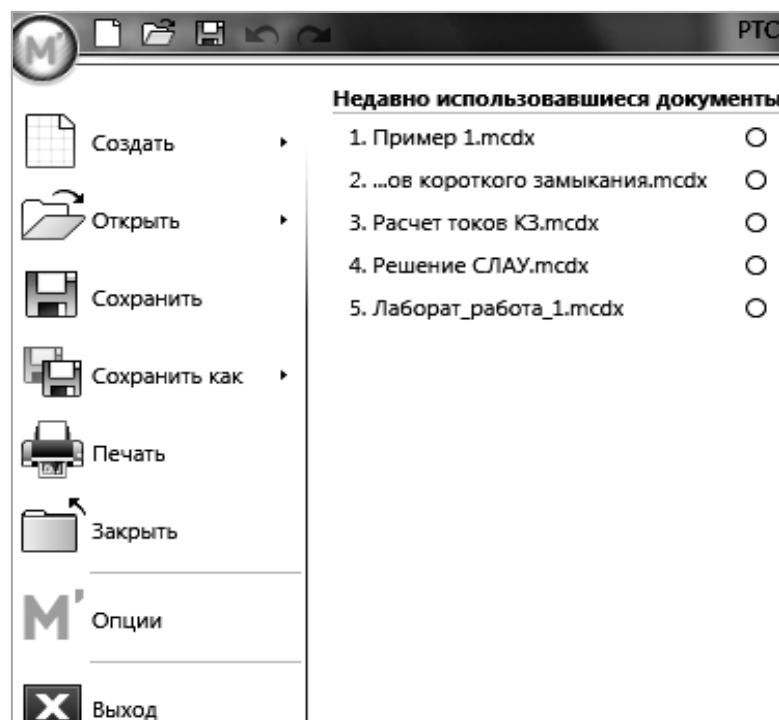



Рис. 1.3. Окно, отображаемое с помощью кнопки 

При наведении указателя мыши на область команды «Сохранить как» в правой части окна отобразятся три значка (рис.1.5). Это три варианта форматов файлов, в которых можно сохранять документы PTC Mathcad Prime 3.1. Формат MCDX – это собственный формат файлов PTC Mathcad. Именно этот формат следует выбирать для сохранения своих отчетов по лабораторным работам. Формат MCTX –

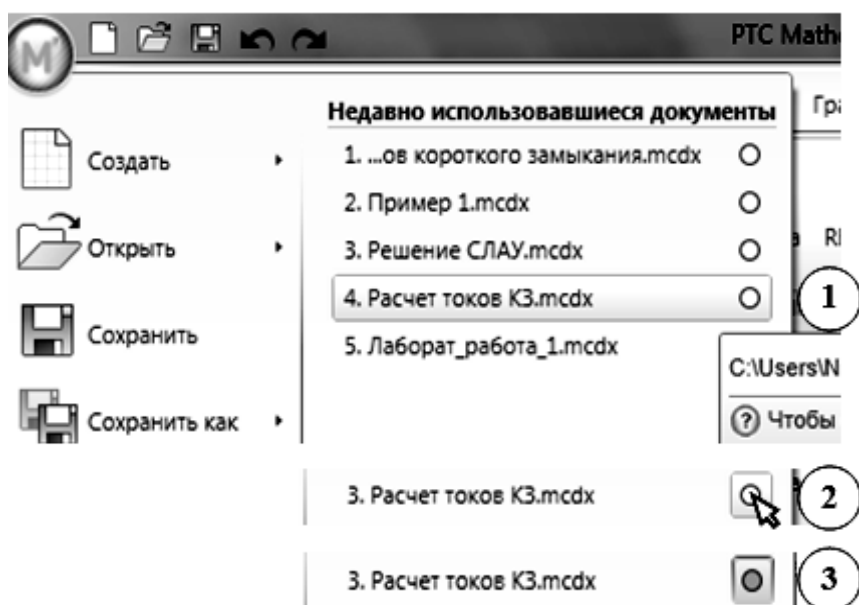


Рис. 1.4. Закрепление документа в списке

это формат шаблонов PTC Mathcad. Формат XPS – это формат электронных документов Microsoft, подобный PDF.

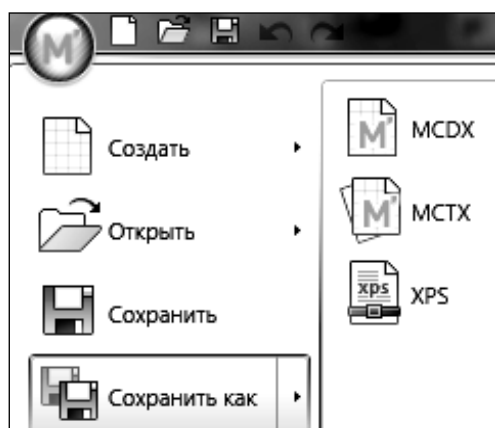


Рис. 1.5. Форматы файлов PTC Mathcad Prime 3.1

Можно приступить к созданию документа Mathcad.

Mathcad Prime позволяет объединить инженерно-ориентированные математические записи, форматированные тексты, графики и изображения в единый интерактивный документ.


Документ Mathcad Prime 3.1 может включать в себя следующие типы областей: область формул (Math), графическую область, таблицу, блок решения, текстовое поле и блок текста, изображение.

1.2. Создание текстовых областей

Заголовки, комментарии, *выводы* и другие текстовые элементы оформления документа вводятся в текстовую область.


Щелчком ЛКМ указывается место, где предполагается вставить текстовую область. При этом в данной точке появляется курсор в виде голубого крестика. Mathcad Prime предоставляет возможность включать в документ два типа текстовых областей: текстовое поле и блок текста.

Для вставки текстового поля предназначены инструменты:

- 1) вкладка Математика \Rightarrow группа Области \Rightarrow команда  Текстовое поле;
- 2) контекстное меню \Rightarrow команда Вставить текстовое поле;
- 3) сочетание клавиш Ctrl + T.

Текстовое поле можно перемещать по документу, оно может перекрываться другими областями. Ширину текстового поля можно изменять. Для этого надо привести указатель мыши на середину правой границы текстового поля и, когда он примет форму двунаправленной стрелки \longleftrightarrow , при нажатой ЛКМ перемещать указатель.

Для вставки блока текста применяют инструменты:

- 1) вкладка Математика \Rightarrow группа Области \Rightarrow команда  Блок текста ;
- 2) контекстное меню \Rightarrow команда Вставить блок текста;
- 3) сочетание клавиш Ctrl + Shift + T.

Блок текста занимает всю ширину страницы. Эта текстовая область предназначена для вставки в документ больших текстов, она не перекрывается с другими областями. При перемещении блока текста, добавлении или удалении строк в нем другие области документа смещаются соответственно вверх или вниз.

Mathcad Prime 3.1 предлагает достаточный набор средств для форматирования текста, представленных на вкладке «Форматирование текста» (рис. 1.6).



Рис. 1.6. Инструменты вкладки «Форматирование текста»

Для редактирования и форматирования текста колонтитулов можно использовать вкладку «Документ» \Rightarrow интерфейсная группа «Колонтитулы».

1.3. Создание области формул

В том месте, где предполагается начало формулы, следует щелкнуть ЛКМ. При этом автоматически появляется курсор в виде голубого крестика. При вводе первого символа формулы появляются область формулы, ограниченная серой штриховой рамкой, и голубой мигающий курсор в виде вертикальной черты. Продолжить ввод формулы.

Ввод простейших арифметических операторов (сложение (+), вычитание (–), деление (/), умножение (*), возведение в степень (^)) быстрее всего сделать с клавиатуры.

Для ввода остальных операторов (корень квадратный $\sqrt{\quad}$, абсолютное значение $|\quad|$, факториал ! и др.) следует использовать вкладку Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Операторы.

Константы (e – основание натурального логарифма, π , μ_0 – магнитная проницаемость вакуума и др.) вводятся с вкладки Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Константы.

После того как выражение введено полностью, требуется получить результат его вычисления. Для этого вводится оператор вычисления – символ « \Rightarrow ».

Примеры 1.1 и 1.2 демонстрируют создание двух вариантов областей формул.







Пример 1.1. Ввести и вычислить значение числового выражения.

$$|71.21 - e^{3.2}| \cdot 1.78^4 + \frac{\sqrt{217}}{15.4} = 469.54$$

Последовательность действий (шагов), реализующих решение поставленной задачи, представлена в табл. 1.1.

Т а б л и ц а 1.1

Последовательность выполнения действий в примере 1.1

Действие	Получаемый результат
1	2
С вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Операторы вставить оператор Абсолютное значение 	
В местозаполнитель, где мигает голубой вертикальный курсор, ввести с клавиатуры число 72.21, затем знак –	71.21 – 
С вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Константы ввести e	71.21 – e 
Ввести с клавиатуры знак ^ (возведение в степень) (при нажатой клавише Shift)	71.21 – e^1
В местозаполнитель, где мигает голубой вертикальный курсор, ввести с клавиатуры число 3.2	71.21 – $e^{3.2}$
С помощью клавиши → или щелчком ЛКМ установить голубой вертикальный курсор в положение после оператора 	
Ввести с клавиатуры оператор умножения *, число 1.78, знак ^ (возведение в степень) (при нажатой клавише Shift)	71.21 – $e^{3.2}$ · 1.78 

1	2
<p>В местозаполнитель, где мигает голубой вертикальный курсор, ввести с клавиатуры 4</p> <p>Нажатием клавиши → завершить ввод показателя степени</p> <p>Ввести с клавиатуры оператор +</p> <p>С вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Операторы вставить оператор $\sqrt{}$</p> <p>В местозаполнитель, где мигает голубой вертикальный курсор, ввести число 217</p> <p>Нажатием клавиши → завершить ввод подкоренного значения</p> <p>Ввести с клавиатуры оператор деления /</p> <p>В местозаполнитель, где мигает вертикальный курсор, ввести число 15.4</p> <p>Нажатием клавиши → завершить ввод знаменателя</p> <p>Для получения результата ввести с клавиатуры оператор вычисления «=»</p>	$ 71.21 - e^{3.2} \cdot 1.78^4 + $ $ 71.21 - e^{3.2} \cdot 1.78^4 + \sqrt[5]{217} $ $ 71.21 - e^{3.2} \cdot 1.78^4 + \frac{\sqrt[5]{217}}{15.4} $ $ 71.21 - e^{3.2} \cdot 1.78^4 + \frac{\sqrt[5]{217}}{15.4} = 469.54$


Пример 1.2. Ввести значения переменных, математическое выражение и вычислить значение переменной.

$c := 28$	$k := 0.357$	$l := -3.11$
$d := k^2 \cdot \cos(c + l) + \sqrt[5]{c}$		
$d = 2.071$		

Для присваивания значений переменным c, k, l (т. е. для определения переменных c, k, l) используется оператор определения (присваивания) $:=$. Он вводится либо с клавиатуры – нажатием клавиш Shift + «:», либо с вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Операторы.

Переменной d присваивается значение выражения, введенного после оператора определения (присваивания) $:=$.

Переменные, входящие в вычисляемое выражение, должны быть предварительно определены выше или левее области этого выражения. Интерпретация и выполнение математических выражений в РТС Mathcad производится строго поочередно: слева направо и сверху вниз.

Выражение для переменной d содержит встроенную функцию $\cos()$. Для вставки шаблона встроенной функции $\cos()$ используется вкладка Функции \Rightarrow кнопка «Все функции» . В раскрывающемся слева диалоговом окне «Функции», в котором представлены все категории встроенных функций Mathcad, выбрать «Тригонометрические» $\Rightarrow \cos$.

Следует помнить о том, что тригонометрические функции в Mathcad принимают в качестве аргумента угол в радианах. Для перевода аргумента в градусы надо воспользоваться вкладкой Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Символы.

Имена (идентификаторы) переменных и функций могут состоять из прописных и строчных латинских и греческих букв, арабских цифр, включать подстрочные индексы. Допустимо использовать следующие символы: штрих, точка, процент, подчеркивание, бесконечность, любые символы, представленные на вкладке Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Символы.

1.4. Редактирование математических выражений

Ввод и редактирование математических выражений требуют от пользователя владения приемами выделения (выбора) части выражения, вставки, замены, удаления оператора, фрагмента выражения, копирования части формулы и т. д. Рассмотрим эти приемы на примерах.

Пример 1.3. Для выделения (выбора) части выражения надо щелкнуть ЛКМ в начале выделяемого фрагмента, при нажатой ЛКМ протянуть указатель вправо до конца выделяемого фрагмента. При этом выделяемая часть выражения окажется помеченной серой заливкой (серым фоном). Серая заливка играет роль своеобразных логических скобок при вводе и редактировании выражения. Пример демонстрирует, что вводимая операция (в данном случае – деление (/)) будет применена к выделенному в данный момент фрагменту выражения.

$h^3 + 257 \cdot a - 4.3 \cdot \sin(g)$	$h^3 + 257 \cdot a - 4.3 \cdot \frac{\sin(g)}{1}$
$h^3 + 257 \cdot a - 4.3 \cdot \sin(g)$	$h^3 + 257 \cdot \frac{a - 4.3 \cdot \sin(g)}{1}$
$h^3 + 257 \cdot a - 4.3 \cdot \sin(g)$	$\frac{h^3 + 257 \cdot a - 4.3 \cdot \sin(g)}{1}$

Для выделения (выбора) части выражения можно использовать клавишу Пробел.

Пример 1.4. Ввод математического выражения $\operatorname{tg}^2 x^5 + e^u$.

Вставить шаблон встроенной функции $\tan()$ с помощью вкладки Функции \Rightarrow кнопки «Все функции» \boxed{fx} .

$$\tan()$$

В скобки, где мигает голубой курсор, ввести с клавиатуры аргумент x , затем оператор возведения в степень и показатель степени 5.

$$\tan(x^5)$$

Выделить серой заливкой весь введенный фрагмент слева направо, так чтобы мигающий голубой курсор был справа.

$$\tan(x^5)$$

Вставить оператор возведения в степень и показатель степени 2.

$$\tan(x^5)^2$$

Нажатие клавиши \rightarrow обеспечит завершение ввода показателя степени.

$$\tan(x^5)^2$$

Ввести оператор «+», вставить шаблон встроенной функции $\exp()$ с помощью вкладки Функции \Rightarrow кнопки «Все функции» \boxed{fx} и в скобки шаблона ввести аргумент u .

$$\tan(x^5)^2 + \exp(u)$$

Пример 1.5. При выделении (выборе) фрагмента выражения следует обращать внимание на положение вертикального курсора. Если он расположен справа, то очередной символ (оператор) будет введен справа от выделенного фрагмента. Расположение курсора слева обеспечит ввод (вставку) символа (оператора) слева от выделенного фрагмента.

Пример 1.6. Произвести редактирование выражения.

$$\frac{\cos(b \cdot x)}{a - t} + x^{a+b}$$

Заменить оператор деления на оператор умножения. Для этого надо щелкнуть по символу деления (горизонтальной черте), он замигает голубым цветом, а числитель и знаменатель (операнды для выделенного оператора) пометятся серой заливкой.

Ввести оператор умножения и щелкнуть вне области формулы.

$$\cos(b \cdot x) \cdot (a - t) + x^{a+b}$$

Перед переменной a (внутри скобок) вставить коэффициент (множитель) 3,5.

Щелчком установить голубой мигающий курсор перед a .

Вставить оператор умножения.

Ввести с клавиатуры коэффициент 3.5 и щелкнуть вне области формулы.

$$\cos(b \cdot x) \cdot (3.5 \cdot a - t) + x^{a+b}$$

Пример 1.7.

Ввод математического выражения
$$\sum_{k=1}^7 \frac{5 \sin(ku + v^2) + z}{\sqrt{ku + v^2 - \operatorname{tg}(ku + v^2)}} + 7v$$

Последовательность действий (шагов), реализующих решение поставленной задачи.

1. Вставить шаблон оператора суммы \sum с вкладки Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Операторы.

2. Ввести данные в нижний и верхний местозаполнители, щелчком установить курсор в правый местозаполнитель и вставить оператор деления.

$$\sum_{k=1}^7 \frac{\square}{\square}$$

3. Ввести числитель заданного выражения в верхний местозаполнитель.

$$\sum_{k=1}^7 \frac{5 \cdot \sin(k \cdot u + v^2) + z}{\square}$$

4. Вставить шаблон оператора $\sqrt{\square}$ в нижний местозаполнитель.

5. В заданном выражении трижды повторяется фрагмент $k \cdot u + v^2$. Поэтому целесообразно ускорить решение задачи путем копирования уже введенного фрагмента. Для этого надо выделить серой заливкой указанный фрагмент.

$$\sum_{k=1}^7 \frac{5 \cdot \sin(k \cdot u + v^2) + z}{\sqrt{\square}}$$

Применить один из инструментов копирования:

- 1) вкладка Математика \Rightarrow кнопка Буфер обмена \Rightarrow команда Копировать;
- 2) сочетание клавиш: Ctrl + C.

Щелчком установить курсор в местозаполнитель под корнем. Применить один из инструментов вставки:

- 1) вкладка Математика \Rightarrow кнопка Буфер обмена \Rightarrow команда Вставить;
- 2) сочетание клавиш: Ctrl + V.

$$\sum_{k=1}^7 \frac{5 \cdot \sin(k \cdot u + v^2) + z}{\sqrt{k \cdot u + v^2}}$$

6. Нажатием клавиши \rightarrow завершить ввод подкоренного выражения.

$$\sum_{k=1}^7 \frac{5 \cdot \sin(k \cdot u + v^2) + z}{\sqrt{k \cdot u + v^2}}$$

7. Ввести оператор «-», вставить шаблон встроенной функции $\tan()$, в местозаполнитель шаблона вставить фрагмент из буфера обмена, применив один из инструментов вставки.

$$\sum_{k=1}^7 \frac{5 \cdot \sin(k \cdot u + v^2) + z}{\sqrt{k \cdot u + v^2} - \tan(k \cdot u + v^2)}$$

8. Выделить серой заливкой всю введенную часть заданного выражения слева направо, чтобы мигающий курсор оказался справа. Это действие указывает процессору, что ввод выражения, подчиненного оператору суммы, завершен.

$$\sum_{k=1}^7 \frac{5 \cdot \sin(k \cdot u + v^2) + z}{\sqrt{k \cdot u + v^2} - \tan(k \cdot u + v^2)}$$

9. Ввести оператор «+», затем оставшуюся часть заданного выражения.

$$\sum_{k=1}^7 \frac{5 \cdot \sin(k \cdot u + v^2) + z}{\sqrt{k \cdot u + v^2} - \tan(k \cdot u + v^2)} + 7 \cdot v$$

1.5. Выбор, копирование, перемещение, удаление областей

Документ Mathcad состоит из отдельных областей, логически согласованных между собой. Чтобы произвести с областью какое-либо действие, ее предварительно надо выбрать (выделить).

В ы б о р области можно сделать одним из следующих способов:

1) щелкнуть ЛКМ вне области и при нажатой ЛКМ навести указатель на область;

2) при нажатой клавише Ctrl щелчком ЛКМ.


Выбранная область выделяется голубой заливкой.

Для выбора нескольких областей:

1) щелкнуть ЛКМ и протянуть указатель через все выделяемые области;

2) поочередно щелкать по этим областям при нажатой клавише Ctrl;

3) щелкнуть по первой области, нажать клавишу Shift и щелкнуть по последней области.

Для перемещения области следует подвести указатель мыши к границе выделенной области. Когда указатель мыши примет вид , нажать ЛКМ и перемещать его вместе с областью в нужном направлении.

Для копирования выделенной области используют инструменты:

1) контекстное меню области \Rightarrow команда Копировать;

2) вкладка Математика \Rightarrow кнопка Буфер обмена \Rightarrow команда Копировать;

3) сочетание клавиш: Ctrl+ C.

Для вставки области можно воспользоваться инструментами:

1) контекстное меню области \Rightarrow команда Вставить;

2) вкладка Математика \Rightarrow кнопка Буфер обмена \Rightarrow команда Вставить;

3) сочетание клавиш: Ctrl+ V.

Удаление области выполняется клавишами Backspace или Delete.

1.6. Задания

1) Создать текстовую область, в которую ввести ФИО, номер группы, номер и название лабораторной работы.

2) Выполнить примеры 1.1 – 1.7.

3) Вычислить значения выражений (табл. 1.2).

4) Вычислить значение выражения (табл. 1.3).

5) Освоить приемы перемещения, копирования, удаления областей.

Таблица исходных данных к заданию 3

Вариант	Функция	Исходные данные	Результат
1	2	3	4
1	$y = \sqrt[3]{at} \frac{b \sin^2 \left(\sqrt{(a+2,7)} e^{-1,2t} \right)}{ b - \operatorname{tg}(ta) }$ $y = \prod_{k=1}^4 (s\sqrt{d} + \operatorname{tgs}^2) + \sum_{m=1}^3 \sqrt[3]{d}$	$b = 0,272$ $a = 7,013$ $t = 2,73$ $s = 0,13$ $d = 0,43$	$y = 7,173$ $y = 2,264$
2	$y = \frac{\tan^2 \sqrt[3]{p} - d^{\cos(p+3,7)}}{\ln^2 14,7c - \sqrt{dp} } - 0,03c^3$ $y = \ln r^2 \sum_{i=0}^5 \prod_{j=8}^{14} \frac{\operatorname{tg} j - \sin^2 2i}{\cos^{-3} r}$	$c = -6,94$ $d = 3,88$ $p = 13,07$ $r = \pi/4$	$y = 10,05$ $y = -2,647$
3	$y = 4,7 \sin^3(g^v) \frac{\sqrt{d + \ln(g)}}{e^{2,85+v} + \sqrt[3]{d+g}}$ $y = \prod_{c=-5}^{-1} \frac{\operatorname{tgh}}{c \lg a} \sum_{f=2}^7 \cos^3 f$	$d = 233$ $v = 1,156$ $g = 15,94$ $h = \pi/10$ $a = 1,16$	$y = -0,195$ $y = -0,404$
4	$y = \frac{w e^{\cos k^2} - \lg^{-3k}(a - w)}{\sin^2(\sqrt[5]{a}) + k}$ $y = \prod_{n=1}^5 (e^g + \sqrt[5]{\ln n}) + \sum_{m=1}^6 \sin^{-2} \frac{mt}{7}$	$a = 45$ $w = -6,43$ $k = 1,97$ $t = -3,07$ $g = -3,11$	$y = -1,171$ $y = 15,106$
5	$y = \frac{\operatorname{tg}(\sqrt[4]{m} + \cos^{3,2}(c-u))}{ \sin 5,2u } - \ln^3 e^{-\sqrt{c}}$ $y = k \sum_{a=5}^{12} \frac{\operatorname{tga} \sqrt[3]{k}}{a} + \prod_{r=-7}^{-1} \frac{e^{ r }}{k}$	$c = 31,5$ $u = -7,5$ $m = 123$ $k = 73$	$y = 177,007$ $y = -38,253$
6	$y = \frac{\ln^2(b + z) e^{z \lg b} - 4b!}{\cos^5(b^3 - z) + \sqrt[3]{w+9,7}}$ $y = \left \prod_{z=-9}^{-2} \frac{5 \sin a}{z} \sum_{h=-10}^{-4} \frac{h \cos^3(ha)}{\sqrt[3]{h}} \right $	$z = -15,6$ $w = 84,2$ $b = 4$ $a = \pi/3$	$y = -21,251$ $y = 0,544$

Продолжение табл. 1.2

1	2	3	4
7	$y = \frac{3,2x^{3+\sqrt{ h }} + \frac{\cos^3(h+x^2)}{a-4,7}}{he^{0,3a-x} - 2,9}$ $y = \frac{1}{j} \sum_{c=0}^8 \frac{e^{c\sqrt[5]{j}}}{j} + \prod_{d=2}^5 \lg^2 \frac{d}{ j }$	$a = 5,88$ $x = 4,27$ $h = -1,8$ $j = -101$	$y = -573,191$ $y = 22,672$
8	$y = \frac{e^{\sqrt{g-2,8}} + \lg\left(\frac{ h-g }{\sqrt[5]{g}}\right)}{n \sin^4(n-gh) + 21}$ $y = \sum_{v=1}^6 \frac{\cos vf}{v!} \prod_{a=1}^4 \ln^4(a+f)$	$n = -52$ $g = 41,7$ $h = -0,83$ $f = 0,77$	$y = -17,232$ $y = 1,213$
9	$y = \sqrt[4]{b} + \frac{\operatorname{tg}^2(ae^{-3,3} - b)}{\ln\left(m + \sqrt{\frac{b}{(m+a)^4} - 3,6}\right)}$ $y = \prod_{s=2}^7 \left(\frac{s \cos x}{e^{\sqrt{s}}} + \sum_{p=-11}^{-4} \frac{\sin^2 3x}{p} \right)$	$m = -2,91$ $a = 1,75$ $b = 39,7$ $x = \pi/8$	$y = 5,97$ $y = 0,023$
10	$y = \frac{(\ln^{3c}(v-k^2) - 2e^{\operatorname{tg}(c)})c}{\frac{3,7- k \sqrt[3]{v}}{5} - 7k}$ $y = \sum_{a=1}^9 \left(\frac{\operatorname{tg}^3 w}{a!} \prod_{i=-5}^{-2} e^{i \cos 7w} \right)$	$k = -3,9$ $c = 2,55$ $v = 19,8$ $w = 5,6$	$y = 2,367$ $y = -0,348$
11	$y = be^{2,1h-f} \frac{\ln(f + \sqrt[5]{h})}{\cos^3(f + \sin(h-b))}$ $y = \cos^2 t \sum_{j=1}^8 \frac{\sin jt}{-j} + \prod_{i=1}^5 e^{-\cos ti}$	$b = 12,3$ $f = 0,54$ $h = 3$ $t = \pi/6$	$y = 4639$ $y = -0,052$
12	$y = \frac{0,37 \sin^2(3a\sqrt[3]{v}) + \lg(h^{-3})}{\ln^2(e^{1,45h} - \sqrt{[\cos(v-h)]})}$ $y = \sum_{n=1}^5 \ln^5 \sqrt{nu} \prod_{m=-4}^{-1} \frac{ m ! - u}{u \sin m}$	$a = 12,3$ $v = 0,4$ $h = 5,71$ $u = 6,5$	$y = -0,029$ $y = 57,699$

Окончание табл. 1.2

1	2	3	4
13	$y = \frac{\sqrt[3]{c+2,74} \operatorname{tg}^2(m-7,36)}{0,13e^{5,2} + \cos^5(c^{3m-0,6})} - \sqrt{m} \sin j$ $y = \prod_{k=-6}^{-1} \frac{\operatorname{tg}^2 k}{\sqrt[3]{k}} \sum_{t=1}^8 \lg^4(a t)$	$j = 9,5$ $c = 7,11$ $m = 3,21$ $a = -0,9$	$y = 0,373$ $y = 0,053$
14	$y = \frac{\ln^2 \cos n^3 + \sqrt[5]{e^{-3h \sin(5h)} + t}}{ t(15,3 \sin n - \sqrt{t} h^2) ^3}$ $y = \sum_{b=3}^8 \frac{\ln^4(\sqrt{x} + b)}{b!} + \prod_{a=-6}^{-1} \sqrt[5]{x} e^a$	$t = 0,07$ $h = 13,6$ $n = -8,7$ $x = 215$	$y = 21,521$ $y = 15,18$
15	$y = -2,9 \left \frac{\sin e^{\sqrt[5]{x}+u}}{\cos 2,6k} \right \frac{\lg^k x^{3u}}{\sqrt[3]{7,45 - u^2}}$ $y = \prod_{x=1}^5 \frac{\cos^x d}{\lg(d+x)} \sum_{i=1}^7 \sin \frac{d^3}{\sqrt{i}}$	$u = 3,73$ $k = -0,51$ $x = 41,7$ $d = \pi/6$	$y = 1,166$ $y = 3,402$

Таблица 1.3

Таблица исходных данных к заданию 4

Вариант	Выражение	Результат	Вариант	Выражение	Результат
1	2	3	4	5	6
1	$\int_{1,4}^{3,7} \frac{x}{\ln x^2} dx$	3,338	8	$\int_{-6}^{-2} \frac{ x \cos 3x }{\ln^3 x } dx$	5,132
	$\int_{3,38}^{3,9} \frac{x^4 - e^{-2,5x}}{\operatorname{tg}^2 2,1x} dx$	14,215		$\int_{0,7}^{7,9} \cos^2 \ln^4 x^{-3} dx$	3,843
2	$\int_{0,1}^4 \frac{\sin(\operatorname{tg} x)}{e^x} dx$	0,27	9	$\int_{0,1}^{0,9} \sin^{-3} \operatorname{tg} \sqrt{x} dx$	3,759
	$\int_{11,6}^{12} \frac{\sqrt{x}}{\cos^5 x - \ln x^3} dx$	-0,191		$\int_{0,5}^{1,45} \frac{\sqrt{ x \ln x^3 }}{0,27x} dx$	3,097

Окончание табл. 1.3

1	2	3	4	5	6
3	$\int_{0,5}^3 \frac{\cos \sqrt{x}}{5x} dx$	0,142	10	$\int_{-5}^{10} \lg^4 \sin \sqrt[3]{x} dx$	0,022
	$\int_{4,1}^{4,37} \frac{\lg \sqrt{x} - e^{0,7x}}{\sin 0,43x} dx$	-5,943		$\int_{7,3}^{7,98} \frac{e^{-0,17x} - x^2}{\lg^2 \sqrt{x}} dx$	-261,36
4	$\int_1^6 (\ln^2 \sqrt{x} \cdot \cos 3x) dx$	-0,18	11	$\int_{0,2}^{0,7} \frac{\sin e^{7x}}{\lg x } dx$	0,03
	$\int_{2,12}^6 \frac{\lg^3 x^2 + 11,3}{x e^{-0,7x}} dx$	264,379		$\int_{6,9}^{7,25} \ln^3 \sqrt{\cos (x - 2,15)} dx$	-0,302
5	$\int_3^9 \sqrt{x} \lg \cos x^3 dx$	-0,08	12	$\int_{-3,6}^{-1,78} \lg^2 \sqrt[3]{\sin 0,8x} dx$	3,185
	$\int_{3,8}^{4,7} \frac{x \sin^2 0,7x}{\sqrt[3]{\ln(x^4 + 3,8)}} dx$	0,118		$\int_{15}^{16,21} \frac{7,8 e^{-0,25x} - x}{\lg x^3} dx$	5,221
6	$\int_2^8 -\frac{\sqrt{x}}{8,2e^{\cos x}} dx$	-1,83	13	$\int_{4,9}^{5,77} \sqrt[3]{\cos \ln x^4} dx$	0,84
	$\int_3^6 \sin \lg^{-3} e^{-x} dx$	0,503		$\int_{12}^{12,72} \sqrt{\frac{\lg \sin^2 0,59x}{\lg x^5}} dx$	0,287
7	$\int_{0,7}^7 \frac{\sqrt[5]{x^2}}{\lg^2 0,3x} dx$	12,58	14	$\int_{1,3}^{3,7} e^{-x} \lg^3 5\sqrt{x} dx$	0,153
	$\int_4^{14} \sqrt[5]{\ln \cos (0,1x)} dx$	-8,615		$\int_{15}^{21} \frac{\sqrt[3]{x^2} \sin x}{ \ln x - x^2 } dx$	-0,01

Лабораторная работа 2

ФУНКЦИИ. ВЫВОД ТАБЛИЦЫ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ. СИМВОЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

2.1. Функции

Mathcad предоставляет пользователю возможность работать не только со встроенными функциями, но и создавать свои собственные функции.

Для того чтобы определить функцию в документе РТС Mathcad Prime 3.1, необходимо задать ее имя, аргумент (список аргументов) в круглых скобках и вычисляемое выражение.

Пример 2.1.

Корректное определение функции f с двумя аргументами – k и d .

$$w := 87.3$$

$$f(k, d) := w \cdot (k \cdot \cos(d))^4 - \ln(k \cdot d)$$

$$f(3, 11) = -305.245$$

$$f(4.18, 6.5) = 43.647$$

Во второй строке определяется функция $f(k, d)$.

В третьей строке вычисляется значение функции $f(k, d)$ при конкретных значениях аргументов.

Пример 2.2.

Некорректное определение функции f .

$$f(x) := \sqrt{u + x} + \tan(2 \cdot x)^2$$

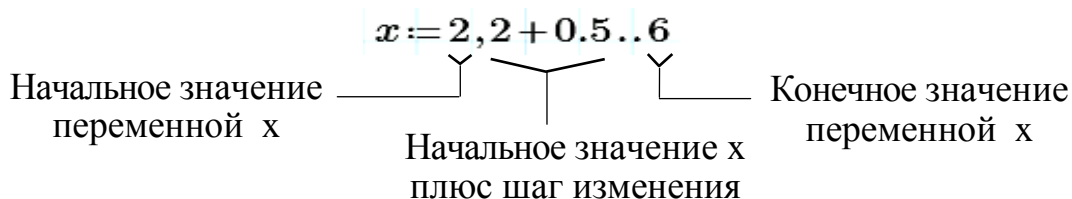
$$f(7) = ?$$

Переменная u , входящая в вычисляемое выражение для функции $f(x)$, не определена. Для исправления этой ошибки требуется задать значение переменной u (т. е. определить ее) выше или левее области, в которой определяется функция $f(x)$.

2.2. Переменные-диапазоны

Для задания упорядоченного ряда значений в Mathcad Prime 3.1 используется переменная-диапазон, которая последовательно принимает значения из заданного диапазона с заданным шагом изменения. Напри-

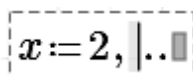
мер, для создания переменной-диапазона x , принимающей значения от 2 до 6 с шагом 0,5, в документе MathCAD Prime 3.1 следует ввести



Порядок ввода переменной-диапазона:

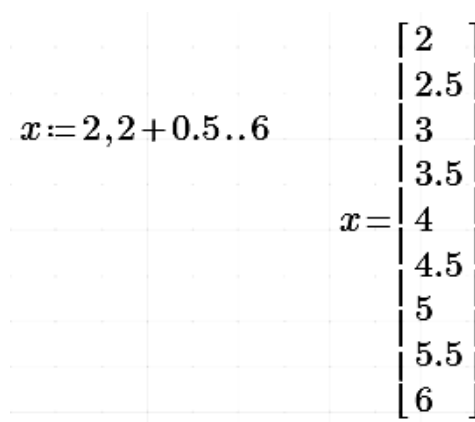
ввести имя переменной, затем знак оператора определения (присваивания) $:=$;

ввести начальное значение диапазона, затем символ «запятая» – « $,$ », после чего появляется шаблон оператора диапазона



в местозаполнитель, где мигает голубой курсор, ввести начальное значение диапазона 2, оператор « $+$ », затем шаг изменения переменной-диапазона 0.5;

в последний местозаполнитель ввести конечное значение диапазона 6.



Если шаг изменения переменной-диапазона равен 1, то выражение упрощается (задаются только начальное и конечное ее значения). В этом случае знак « $..$ » вводится с клавиатуры двойным нажатием клавиши « $..$ ».

$$k := 0 .. 5$$

2.3. Вывод таблицы значений функции

Для того чтобы представить функцию в виде таблицы значений, в качестве ее аргумента используют переменную-диапазон.

Пример 2.3. Получить таблицу значений функции $y = \arctg^3 x + b$ для $b = 1,75$; $x \in [0,1; 2,2]$ с шагом $\Delta x = 0,3$.

Решение:

- 1) присвоить заданное значение переменной b :

$$b := 1.75$$

- 2) задать аргумент x как переменную-диапазон:

$$x := 0.1, 0.1 + 0.3 \dots 2.2$$

- 3) ввести выражение для функции y :

$$y(x) := \text{atan}(x)^3 + b$$

4) в следующей строке ввести с клавиатуры $x =$. При этом сразу появится таблица значений аргумента x . Затем в этой же строке ввести $y(x) =$, появится таблица значений функции y :

$x =$	$\begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.4 \\ 0.7 \\ 1 \\ 1.3 \\ 1.6 \\ 1.9 \\ 2.2 \end{bmatrix}$	$y(x) =$	$\begin{bmatrix} 1.751 \\ 1.805 \\ 1.978 \\ 2.234 \\ 2.516 \\ 2.787 \\ 3.032 \\ 3.248 \end{bmatrix}$
-------	--	----------	--

2.4. Построение графиков

В PTC Mathcad Prime 3.1 доступны следующие категории графиков: декартовы (XY), полярные, контурные и 3D-графики.

Пример 2.4. Построить декартов график функции $f(x) = \sqrt{x} e^{ax} - 71$ при $a = 0,55$; $x \in [0,5; 8]$ с шагом $\Delta x = 0,25$.

Решение:

- 1) присвоить заданное значение переменной a :

$$a := 0.55$$

- 2) задать аргумент x как переменную-диапазон:

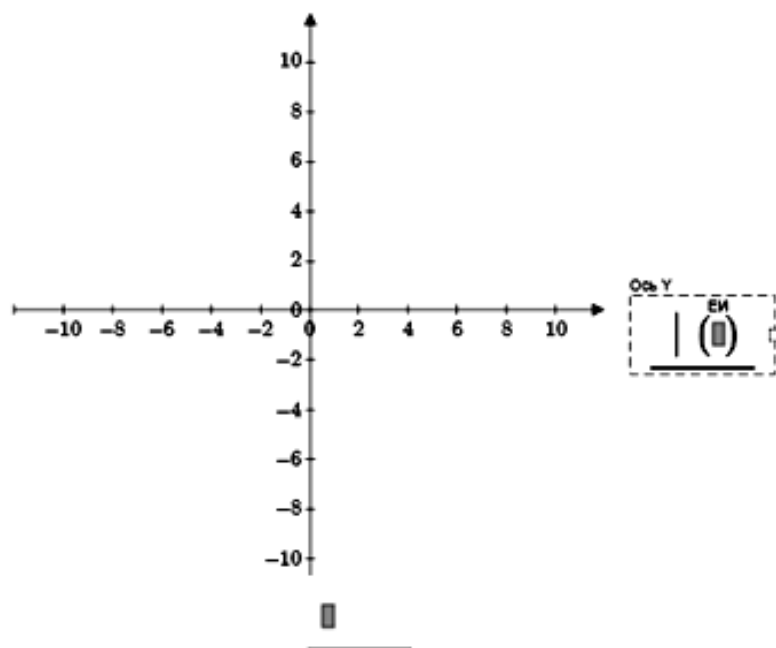
$$x := 0.5, 0.5 + 0.25 \dots 8$$

3) ввести функцию $f(x)$ (использовать встроенную функцию $\exp()$):

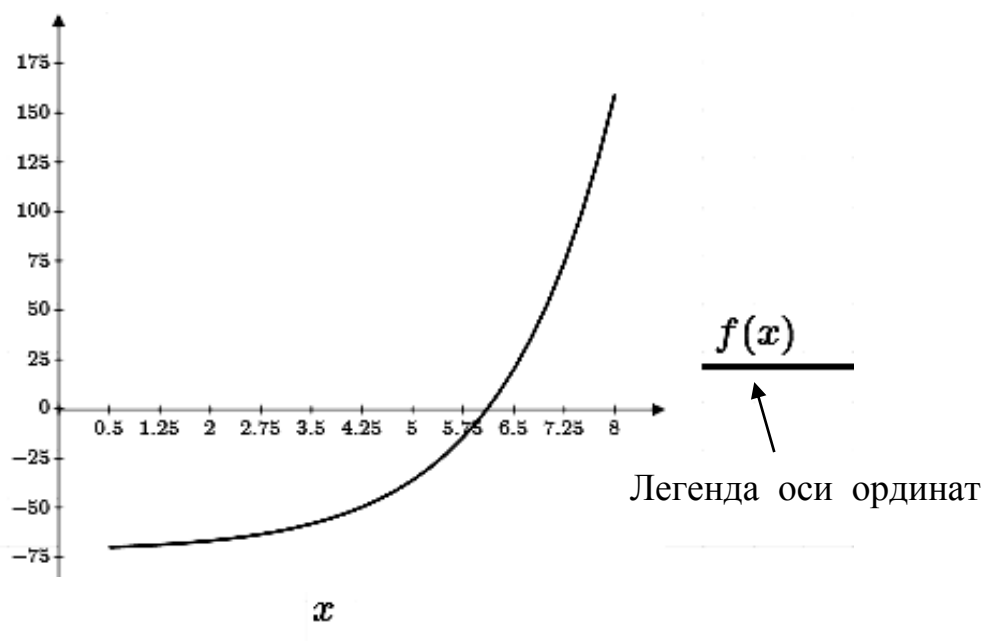
$$f(x) := \sqrt{x} \cdot \exp(a \cdot x) - 71$$

4) вставить шаблон декартова графика, используя следующий инструмент – вкладка График \Rightarrow кнопка Вставить график \Rightarrow команда График XY.

Появляется пустая область графика с двумя местозаполнителями;



5) в нижний местозаполнитель ввести имя аргумента x , в правый местозаполнитель ввести имя функции $f(x)$, щелкнуть ЛКМ вне области графика.



2.5. Форматирование графика

Форматирование графика подразумевает изменение внешнего вида, оформления элементов графической области (осей, координатной сетки, кривой, отображающей зависимость $y(x)$, шкалы, маркеров и т. д.). Для форматирования графика необходимо предварительно выделить его щелчком, при этом появляется синяя рамка.

Инструменты форматирования графика представлены на вкладке График (рис. 2.1).

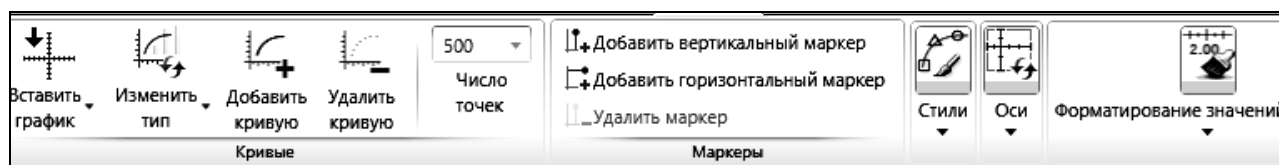
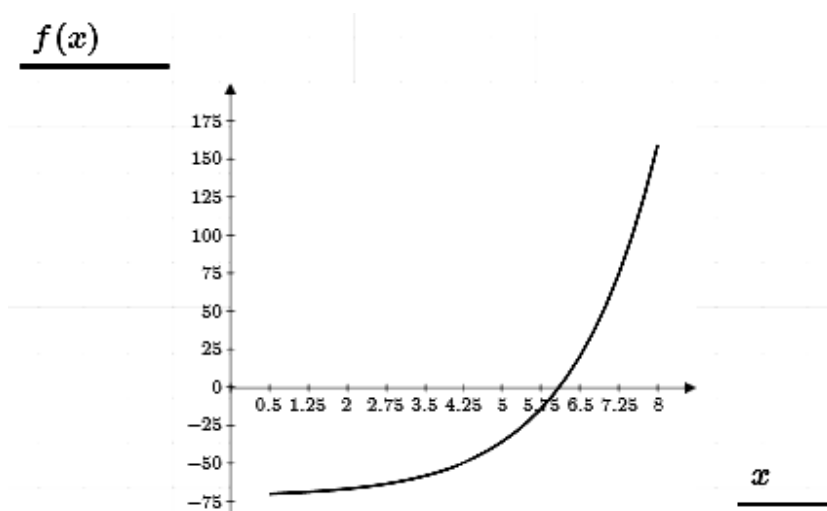


Рис. 2.1. Инструменты вкладки График

Можно переместить легенды осей в другие положения для придания графической области большей наглядности.

На графике, полученном в примере 2.4, легенда оси ординат по умолчанию расположена справа от области построения графика. Переместим ее в более привычное положение – слева от оси ординат (в верхний левый угол области графика). Для этого надо выделить область графика, подвести указатель мыши к границе легенды, когда он примет вид \leftrightarrow , нажать ЛКМ и перемещать его вместе с легендой в нужном направлении. При этом возможные позиции – места для расположения легенды – будут выделяться черными рамками. Аналогичным способом переместим легенду оси абсцисс в положение ниже и правее соответствующей оси.



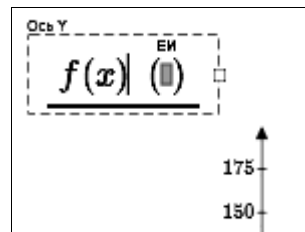
Пример 2.5. Построить в той же графической области, созданной в примере 2.4, график второй функции $g(x) = x^3 \cos 3x$.

Решение.

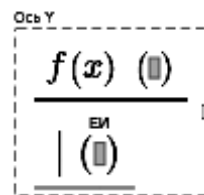
1) Ввести в документ функцию $g(x)$ выше области графика, построенного в примере 2.4.

$$g(x) := x^3 \cdot \cos(3 \cdot x)$$

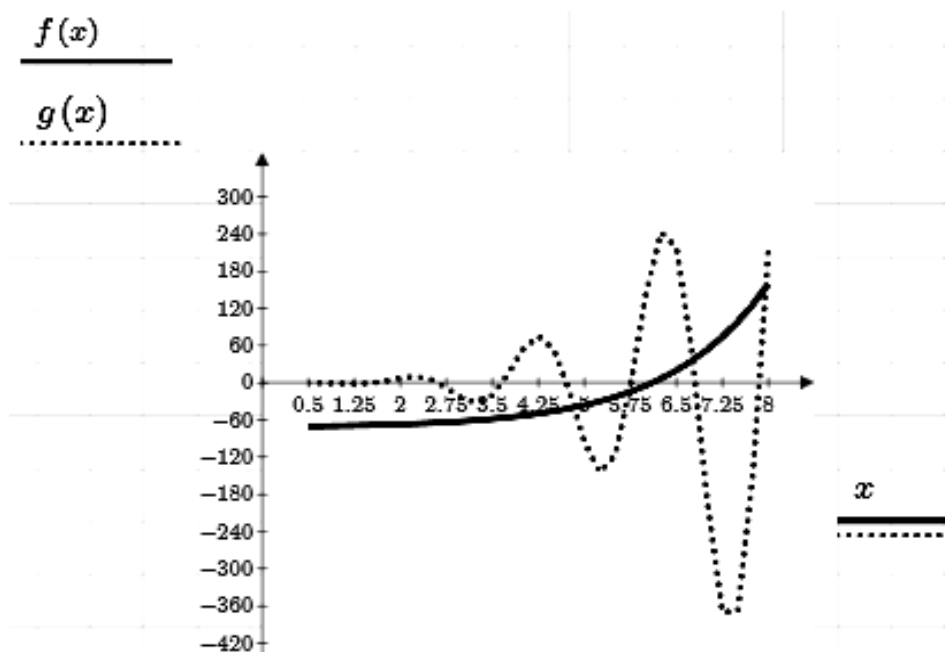
2) Поместить курсор в область легенды оси ординат после обозначения функции $f(x)$.



3) На вкладке График \Rightarrow группа Кривые \Rightarrow кнопка Добавить кривую.



4) В точку, где мигает курсор, ввести $g(x)$ и щелкнуть ЛКМ вне области графика.



2.6. Символьные преобразования

Система PTC Mathcad Prime 3.1 включает в свой состав несколько интегрированных между собой компонентов. В их числе – мощный вычислительный процессор, предназначенный для выполнения численных расчетов по введенным формулам на основе встроенных численных методов, а также символьный процессор, являющийся по своей сути системой искусственного интеллекта. Символьный процессор предоставляет широкие возможности для символьных вычислений, позволяющих решать многие задачи аналитически.

Если результатом численного расчета является число или набор чисел, то в результате символьных вычислений получаются выражения.

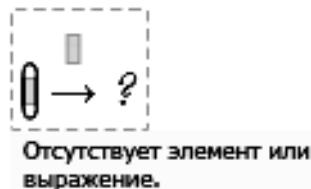
Инструменты символьных преобразований представлены на вкладке Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Символьные операции.

Рассмотрим примеры реализации некоторых символьных операций.

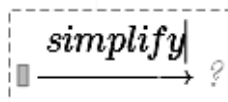
Пример 2.6. Упростить выражение $\frac{t^2 - 3t - 4}{t - 4} + 2t - 5$.

Решение.

1) С вкладки Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Символьные операции ввести оператор аналитического преобразования « \rightarrow ».



2) В местозаполнитель над оператором « \rightarrow » с вкладки Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Символьные операции вставить ключевое слово *simplify*, определяющее символьную операцию «упрощение».



3) В местозаполнитель слева от оператора « \rightarrow » ввести заданное выражение и щелкнуть вне области формулы.

$$\frac{t^2 - 3 \cdot t - 4}{t - 4} + 2 \cdot t - 5 \xrightarrow{\text{simplify}} 3 \cdot t - 4$$

Пример 2.7.

Разложить рациональное выражение $\frac{r^2-4}{15r^2-8r+1}$ на сумму дробей с линейными или квадратичными знаменателями.

Последовательность действий аналогична примеру 2.6, только в место-заполнитель над оператором «→» с вкладки Математика ⇒ группа Операторы и символы ⇒ список Символьные операции вставить ключевое слово *parfrac*.

$$\frac{r^2-4}{15 \cdot r^2-8 \cdot r+1} \xrightarrow{\text{parfrac}} \frac{99}{10 \cdot (5 \cdot r-1)} - \frac{35}{6 \cdot (3 \cdot r-1)} + \frac{1}{3 \cdot 5}$$

Пример 2.8. Разложить в ряд функцию $\cos(d)$.

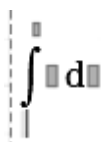
Последовательность действий аналогична примеру 2.6, только в место-заполнитель над оператором «→» с вкладки Математика ⇒ группа Операторы и символы ⇒ список Символьные операции вставить ключевое слово *series*.

$$\cos(d) \xrightarrow{\text{series}} 1 - \frac{d^2}{2} + \frac{d^4}{24}$$

Пример 2.9. Интегрировать функцию $\frac{v^3+5}{v}$ по переменной v .

Решение.

1) С вкладки Математика ⇒ группа Операторы и символы ⇒ список Операторы ввести оператор интегрирования.



2) В местозаполнитель справа от знака интеграла ввести подынтегральную функцию, в местозаполнитель после d ввести переменную интегрирования v .

3) Ввести оператор аналитического преобразования «→».

4) Щелкнуть вне области формулы.

$$\int \frac{v^3+5}{v} dv \rightarrow 5 \cdot \ln(v) + \frac{v^3}{3}$$

Пример 2.10. Дифференцировать функцию $\cos^3(bx^2)$ по переменной x .

Примечание. В заданную функцию входит переменная x , которой ранее (выше) в вашем документе Mathcad было присвоено числовое значе-

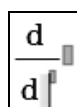
ние. Поэтому прежде чем применять символьную (аналитическую) операцию, надо предварительно отменить присваивание – очистить предыдущее численное определение переменной x с помощью встроенной функции `clear(x)`.

Решение.

- 1) Очистить переменную x от назначенного ей ранее числового значения.

`clear(x)`

- 2) С вкладки Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow список Операторы ввести оператор производной.



- 3) В нижний местозаполнитель ввести переменную дифференцирования x .
- 4) В местозаполнитель справа ввести заданную функцию.

$$\left. \frac{d}{dx} \cos(b \cdot x^2)^3 \right|$$

- 5) Ввести оператор аналитического преобразования « \rightarrow ».
- 6) Щелкнуть вне области формулы.

$\frac{d}{dx}$	$\cos(b \cdot x^2)^3$	\rightarrow	$-6 \cdot b \cdot x \cdot \cos(b \cdot x^2)^2 \cdot \sin(b \cdot x^2)$
----------------	-----------------------	---------------	--

2.7. Задания

- 1) Создать текстовую область, в которую ввести следующие данные: ФИО, номер группы, номер и название лабораторной работы.
- 2) Выполнить примеры 2.1 – 2.10.
- 3) Построить графики заданных функций сначала в отдельных графических областях, затем в одной графической области (табл. 2.1).
- 4) Произвести форматирование графиков.
- 5) Упростить выражение (табл. 2.2, колонка 2).
- 6) Применив инструменты символьных преобразований, найти аналитически интеграл и производную для заданной функции (см. табл. 2.2, колонка 3).

Таблица исходных данных к заданиям 3, 4

Вариант	Функции	Исходные данные
1	2	3
1	$u = \sqrt{ \operatorname{tg} \ln vt }; \quad r = v \sin e^{-\cos t}$	$v = 3,9; \Delta t = 0,4$ $t \in [0,2; 5,8]$
2	$f = \frac{\sin x + 5,3}{c\sqrt{x}}; \quad d = \ln^3 x + \frac{1}{c} \cos x $	$c = 0,07; \Delta x = 0,5$ $x \in [1; 17]$
3	$g = a \sqrt[3]{e^x + x^2}; \quad y = a^3 \cos x \operatorname{tg} x^3 $	$a = -3,2; \Delta x = 1$ $x \in [-4; 10]$
4	$r = \ln kx^2 \sin^4 x; \quad y = \sqrt{k} \operatorname{tge}^{k \cos x}$	$k = 15; \Delta x = 0,2$ $x \in [0,2; 3]$
5	$f = a \lg^2 t \cos t; \quad u = a t^2 e^{-t}$	$a = -11; \Delta t = 0,2$ $t \in [0,5; 4,3]$
6	$y = \sin \sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 v}; \quad w = \sqrt{ d \cos^3 v + v }$	$d = -2,9; \Delta v = 0,25$ $v \in [-5; 5]$
7	$h = \cos(b^2 v) e^{\sqrt[3]{v}}; \quad z = b \tan \ln^3 v $	$b = -2,8; \Delta v = 0,2$ $v \in [-3; 3]$
8	$y = x^2 - \operatorname{tg}^7 \cos x; \quad w = \sqrt{ \sin x a e^{x \lg x}}$	$a = 15,7; \Delta x = 0,3$ $x \in [0,1; 4,6]$
9	$y = e^{\sin^2 1,7 x}; \quad f = \frac{\operatorname{tg}(\sqrt{x}) \cos x}{x + \sqrt[3]{c}}$	$c = 1,7; \Delta x = 0,2$ $x \in [0,4; 6,8]$
10	$g = k \sin \ln^2 t; \quad z = e^{4 \cos t} \sqrt[3]{\operatorname{tg} t}$	$k = 23,5; \Delta t = 0,5$ $t \in [0,5; 14]$
11	$y = \arcsin^2 x \cos \frac{5x + 7,3}{\sqrt{v}}; \quad h = \frac{e^{-2x}}{v + \sin^3 v x^2}$	$v = 8,6; \Delta x = 0,2$ $x \in [-1,2; 2]$
12	$g = k \arccos(e^{- t }); \quad f = \operatorname{arctg}^2\left(\sqrt{ t^3 - \sin t }\right)$	$k = -2,75; \Delta t = 0,1$ $t \in [-4; 12]$
13	$p = \ln^{-2} \sqrt[4]{t + u \operatorname{tg} t}; \quad w = e^{5,2 \cos^4(t+u)}$	$u = 0,35; \Delta t = 0,5$ $t \in [1; 12]$
14	$g = \lg^{-30a} \sqrt[3]{x^2 - a}; \quad s = \operatorname{tg}\left(0,3 a^{\sqrt[5]{x}} - x\right)$	$a = 0,05; \Delta x = 0,5$ $x \in [2,5; 10]$
15	$d = -0,6 e^{\sqrt[3]{x}} \sin \ln^2 x; \quad y = c^2 \cos^c x e^{\sin x}$	$c = 11; \Delta x = 5$ $x \in [5; 85]$

Таблица исходных данных к заданиям 5,6

Ва- ри- ант	Выражение для упрощения	Функция для нахождения интеграла и производной
1	$\frac{(\cos \gamma + \sin 2\gamma \cos 2\gamma)(\cos^2 \gamma - 1)}{\sin \gamma \sin 2\gamma}$	$\ln(x^2 - 5) - 3x^3$
2	$\frac{(\sin^2 \varphi - \sin \varphi \cos \varphi)(5 \cos^2 \varphi - 1)}{\sin^2 \varphi - \sin 2\varphi}$	$\cos^5 3x - \frac{x}{\sqrt{x-2}}$
3	$\frac{[1 - \sin \gamma - \cos \gamma - \sin 2\gamma] \cos^2 \gamma}{\sin^2 \gamma + \cos 2\gamma}$	$x e^{7x} + \sqrt{x}$
4	$\frac{(\sin 2\varphi - \cos^2 \varphi)(1 - \cos 2\varphi)}{2 \sin \varphi - \cos \varphi}$	$\frac{\lg^2 x + 3}{\sqrt{x}}$
5	$\frac{\sin 4\gamma - \sin^2 4\gamma - 2 \sin 2\gamma \cos 2\gamma}{4 \cos^2 2\gamma}$	$\sin 2x \cos^2(x + d)$
6	$\cos 4\beta + \sin^2 4\beta + 4 \sin^2 2\beta \cos^4 2\beta + 4 \cos^6 2\beta$	$\sqrt{x} \lg^3 x$
7	$\frac{\sin 2a \cos 2a + 2 \cos a - \sin 2a}{2 \sin a \cos^2 a - 2 \sin a + 1}$	$x^2 e^{-4x} + \sqrt{x}$
8	$\frac{(\cos \varphi - \cos 2\varphi - 1)(\cos^2 \varphi - 1)}{\sin 2\varphi \sin \varphi}$	$\cos \sqrt{x} - x e^{7x}$
9	$\sin^2 2\beta + 2 \sin 2\beta \cos^2 \beta + 2 \cos 2\beta - 4 \sin \beta \cos^3 \beta + 2$	$\sin(\sqrt{3x}) + 5 \cos 6x$
10	$(\tan 2\beta + \tan \beta) \cos 2\beta \cos \beta + \sin \beta$	$\ln^3(4 + 7x)$
11	$\sin^2 \beta + \sin \beta \cos 2\beta + 4 \cos^2 \beta - 2 \sin \beta \cos^2 \beta$	$\sin(\lg x)$
12	$4 \cos^3 x - 2 \cos^2 x - 4 \cos x + \cos 2x - \cos 3x$	$\cos \sqrt{x} - 5 \lg 2x$
13	$2 \sin 2\alpha - 2 \sin^2 2\alpha - \sin^2 \alpha - 8 \cos^4 \alpha + 7 \cos^2 \alpha$	$\cos^2 \ln x$
14	$-2 \cos 2x + \cos 4x - \sin^2 x - \cos^2 2x - 4 \cos^4 x$	$5x \sin^2 3x$
15	$-\sin 2\alpha \cos \alpha + 2 \sin \alpha \cos 2\alpha - 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha$	$\cos^3 \sqrt{6x}$

СРЕДСТВА MATHCAD ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ МАТРИЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Математическое моделирование широкого круга технических систем приводит к соотношениям в векторно-матричной форме. На разных этапах моделирования часто возникает необходимость выполнения векторно-матричных вычислений. PTC Mathcad Prime 3.1 имеет мощный набор средств для работы с векторами и матрицами.

Система Mathcad рассматривает вектор как одномерный массив, матрицу как двумерный массив, тензор как многомерный массив данных. Местоположение элемента в массиве задается одним индексом для вектора, двумя индексами для матрицы. Нижняя граница индекса (0 или 1) определяется системной переменной ORIGIN. По умолчанию значение переменной ORIGIN равно 0. Чтобы задать начальное значение индекса 1, следует ввести с клавиатуры $ORIGIN := 1$.

Элементами матрицы могут быть константы, переменные, выражения, функции, текстовые данные (строки), вложенные матрицы.

3.1. Ввод матрицы в документ Mathcad

Ввод матрицы (вектора) можно реализовать следующими способами.

С п о с о б 1.

- 1) С вкладки Матрицы /таблицы \Rightarrow кнопка Вставить матрицу.
- 2) В появившемся шаблоне ЛКМ выделить структуру будущей матрицы (вектора) с нужным количеством строк и столбцов.



- 3) В местозаполнители вставленного в документ шаблона последовательно ввести значения элементов матрицы.

С п о с о б 2. Поэлементное присваивание значений элементам массива.

Пример 3.1. Задать матрицу $A = \begin{bmatrix} 25 & -3,77 \\ 100 & 0,16 \end{bmatrix}$ поэлементным присваиванием значений.

Для ввода нижнего индекса элемента массива можно применить один из двух способов:

- 1) ввести с клавиатуры знак [;
- 2) воспользоваться вкладкой Матрицы /таблицы => группа Операторы с векторами /матрицами => кнопка Индекс матрицы M_{\square} .

$$\begin{array}{c} \text{ORIGIN} := 1 \\ A_{1,1} := 25 \quad A_{1,2} := -3.77 \quad A_{2,1} := 100 \quad A_{2,2} := 0.16 \\ A = \begin{bmatrix} 25 & -3.77 \\ 100 & 0.16 \end{bmatrix} \end{array}$$

3.2. Редактирование массивов

Для добавления (вставки) столбца или строки в массив можно воспользоваться одним из следующих инструментов:

- 1) вкладка Матрицы /таблицы => группа Строки и столбцы;
- 2) сочетание клавиш: Shift + Enter – для вставки строки, Shift + «Пробел» – для добавления столбца.

Пример 3.2. Задать матрицу $D = \begin{bmatrix} 3 & 12 & 1 & 8 & 21 \\ 1 & 4 & -5 & 14 & 6 \\ -8 & 1 & 7 & -5 & 27 \end{bmatrix}$.

Вставить пустую строку под первой строкой, затем добавить пустой столбец перед третьим столбцом. Вставить пустую строку над третьей строкой, затем добавить пустой столбец после четвертого столбца.

Ввести исходную матрицу

$$\begin{array}{c} \text{ORIGIN} := 1 \\ D := \begin{bmatrix} 3 & 12 & 1 & 8 & 21 \\ 1 & 4 & -5 & 14 & 6 \\ -8 & 1 & 7 & -5 & 27 \end{bmatrix} \end{array}$$

Для вставки пустой строки под первой строкой установить курсор на любой элемент первой строки матрицы и воспользоваться инструментом: вкладка Матрицы /таблицы => группа Строки и столбцы => кнопка Вставить ниже.

$$D := \begin{bmatrix} 3 & 12 & 1 & 8 & 21 \\ \blacksquare & | & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ 1 & 4 & -5 & 14 & 6 \\ -8 & 1 & 7 & -5 & 27 \end{bmatrix}$$

Для добавления пустого столбца перед третьим столбцом установить курсор на любой элемент третьего столбца, затем с вкладки Матрицы /таблицы \Rightarrow группа Строки и столбцы \Rightarrow кнопка Вставить слева.

$$D := \begin{bmatrix} 3 & 12 & \blacksquare & 1 & 8 & 21 \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ 1 & 4 & \blacksquare & -5 & 14 & 6 \\ -8 & 1 & | & 7 & -5 & 27 \end{bmatrix}$$

Для вставки пустой строки над третьей строкой установить курсор перед первым элементом третьей строки и применить сочетание клавиш Shift + Enter.

$$D := \begin{bmatrix} 3 & 12 & \blacksquare & 1 & 8 & 21 \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ | & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ 1 & 4 & \blacksquare & -5 & 14 & 6 \\ -8 & 1 & \blacksquare & 7 & -5 & 27 \end{bmatrix}$$

Для добавления пустого столбца после четвертого столбца установить курсор на любой элемент четвертого столбца и применить сочетание клавиш Shift + «Пробел».

$$D := \begin{bmatrix} 3 & 12 & \blacksquare & 1 & \blacksquare & 8 & 21 \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ 1 & 4 & \blacksquare & -5 & | & 14 & 6 \\ -8 & 1 & \blacksquare & 7 & \blacksquare & -5 & 27 \end{bmatrix}$$

Для удаления столбца или строки использовать вкладку Матрицы /таблицы \Rightarrow группа Строки и столбцы \Rightarrow кнопки Удалить столбец или Удалить строку.

3.3. Реализация матричных вычислений с помощью матричных операторов

РТС Mathcad Prime 3.1 реализует матричные вычисления с помощью матричных операторов и встроенных функций.

Для ввода матричных операторов применяют инструменты:

- 1) вкладка Матрицы /таблицы \Rightarrow группа Операторы с векторами /матрицами;
- 2) вкладка Математика \Rightarrow группа Операторы и символы \Rightarrow Операторы;
- 3) клавиатура.

Пример 3.3. Реализация матричных вычислений с помощью матричных операторов, вводимых с вкладок Матрицы /таблицы и Математика.

Извлечение из матрицы вектор-столбца и строки:

ORIGIN:=1

$$H := \begin{bmatrix} 2.2 & 1 & -5 & 0 \\ 5 & 13 & 77 & -11 \\ 3 & -1 & 4 & 16 \end{bmatrix}$$

$$H^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 13 \\ -1 \end{bmatrix} \quad H^{\widehat{3}} = [3 \ -1 \ 4 \ 16]$$

Транспонирование матрицы:

$$H^T = \begin{bmatrix} 2.2 & 5 & 3 \\ 1 & 13 & -1 \\ -5 & 77 & 4 \\ 0 & -11 & 16 \end{bmatrix}$$

Векторное произведение:

$$A := \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 23 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} -2 \\ 21 \\ 3 \end{bmatrix} \quad A \times B = \begin{bmatrix} -462 \\ -61 \\ 119 \end{bmatrix}$$

Сумма элементов вектора:

$$V := [35 \ -215 \ 10 \ 22 \ 127 \ 15 \ 107] \quad \sum V = 101$$

Определитель матрицы:

$$U := \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 5 \\ 7 & -1 & 8 & 12 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 7 & 14 & 4 & -5 \end{bmatrix} \quad |U| = 232$$

Пример 3.4. Реализация матричных вычислений с помощью матричных операторов, вводимых с клавиатуры.

ORIGIN:=1

$$X := \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -10 & 7 \\ 100 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z := \begin{bmatrix} 8 & -7 & 35 & 1 \\ 17 & 1 & 20 & 12 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$C := \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}$$

$$F := \begin{bmatrix} 9 & 1.3 & 77 \\ 3 & -5.1 & 1 \\ 0.7 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$k := 0.01$$

Сложение, вычитание матриц, умножение матрицы на скаляр:

$$B + C = \begin{bmatrix} 11 \\ 22 \\ 33 \end{bmatrix}$$

$$C - B = \begin{bmatrix} 9 \\ 18 \\ 27 \end{bmatrix}$$

$$Y := B \cdot k \quad Y = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.02 \\ 0.03 \end{bmatrix}$$

Скалярное произведение матриц, нахождение обратной матрицы:

$$P := X \cdot Z$$

$$P = \begin{bmatrix} 101 & -9 & 170 & 62 \\ 39 & 77 & -210 & 74 \\ 817 & -699 & 3.52 \cdot 10^3 & 112 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} 0.002 & 0.234 & 0.397 \\ 0.004 & -0.063 & 0.224 \\ 0.013 & -0.026 & -0.05 \end{bmatrix}$$

3.4. Реализация матричных вычислений с помощью встроенных функций

Встроенные функции для матричных вычислений можно условно разделить на несколько групп:

функции для создания матриц (единичных, диагональных, функциональных);

функции для слияния матриц или выделения фрагмента матрицы;

функции для определения числовых характеристик матриц (следа, ранга, норм, количества элементов, минимальных, максимальных элементов и т. д.);

функции, реализующие численные методы решения задач линейной алгебры.

Встроенные функции для матричных вычислений представлены на вкладке Матрицы /таблицы \Rightarrow группа Функции с векторами /матрицами;

на вкладке Функции \Rightarrow группа Все функции.

Рассмотрим примеры применения некоторых встроенных функций РТС Mathcad Prime 3.1.

Пример 3.5. Применение встроенных функций Mathcad.

$$F := \begin{bmatrix} 11 \\ 33 \\ 77 \\ 55 \end{bmatrix} \quad A := \begin{bmatrix} 21 & 8 & 1 \\ -17 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad R := \begin{bmatrix} 3 & -1 & 51 & 12 \\ 7 & 30 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 11 & -7 \\ 3 & 9 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$U := \begin{bmatrix} -5 & 10 & 34 \\ 111 & 7 & 33 \end{bmatrix}$$

Создание диагональной матрицы, на главной диагонали которой размещаются элементы вектора F:

$$G := \text{diag}(F) \quad G = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 77 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 55 \end{bmatrix}$$

Объединение двух матриц в одну путем подсоединения второй матрицы снизу (матрицы должны иметь одинаковое количество столбцов):

$$Q := \text{stack}(A, U) \quad Q = \begin{bmatrix} 21 & 8 & 1 \\ -17 & 1 & 6 \\ -5 & 10 & 34 \\ 111 & 7 & 33 \end{bmatrix}$$

Определение максимального и минимального элементов матрицы (вектора):

$$H := \max(Q) \quad H = 111 \quad W := \min(Q) \quad W = -17$$

Вычисление следа квадратной матрицы (след матрицы равен сумме ее диагональных элементов):

$$T := \text{tr}(R) \quad T = 51$$

Сортировка элементов вектора в порядке возрастания:

$$V1 := \begin{bmatrix} 377 \\ 5 \\ -11 \\ 101 \end{bmatrix} \quad S := \text{sort}(V1) \quad S = \begin{bmatrix} -11 \\ 5 \\ 101 \\ 377 \end{bmatrix}$$

Перестановка строк матрицы таким образом, чтобы элементы указанного столбца оказались упорядоченными по возрастанию:

$$\text{csort}(Q, 1) = \begin{bmatrix} -17 & 1 & 6 \\ -5 & 10 & 34 \\ 21 & 8 & 1 \\ 111 & 7 & 33 \end{bmatrix}$$

Вычисление среднего арифметического значения элементов матрицы (вектора):

$$\text{mean}(Q) = 17.5$$

$$\text{mean}(S) = 118$$

3.5. Задания

- 1) Создать текстовую область, в которую ввести следующие данные: ФИО, номер группы, номер и название лабораторной работы.
- 2) Ознакомиться с инструментами ввода матриц в документ Mathcad.
- 3) Выполнить примеры 3.1 – 3.5.
- 4) Определить скалярное произведение матриц A и B (матрицу A взять из табл. 3.1, матрицу B задать произвольно).
- 5) Определить A^T , B^T , матрицу B умножить на скаляр $k = 0,001$.
- 6) Ввести две произвольные матрицы – Q и R – одинакового размера. Произвести сложение $Q + R$ и вычитание $Q - R$.
- 7) Ввести две произвольные матрицы – Z и W. Объединить матрицы Z и W в одну путем подсоединения второй матрицы снизу.
- 8) Ввести матрицу H (из табл. 3.1). Вычислить определитель (двумя способами) и обратную матрицу для матрицы H.
- 9) Ввести вектор V (из табл. 3.1). Определить сумму элементов вектора, максимальный и минимальный элементы в нем, транспонировать вектор. Упорядочить элементы вектора по возрастанию. Создать на основе вектора V диагональную матрицу.

10) Произвести перестановку строк матрицы N таким образом, чтобы элементы 3-го столбца оказались упорядоченными по возрастанию; определить среднее арифметическое значение элементов матрицы N .

11) Расположить строки матрицы N в обратной последовательности.

12) Создать единичную матрицу размером 6×6 (с помощью встроенной функции).

Т а б л и ц а 3.1

Таблица исходных данных к заданиям 4, 5, 8 – 11

Вариант	Исходные матрицы и вектор		
	N	A	V
1	2	3	4
1	$\begin{pmatrix} 2 & -8 & 3 & -11 \\ 7 & 1 & 3 & 1 \\ 10 & 0.7 & -1 & 5 \\ -2 & 1 & 0 & 2.3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1.8 & 0.6 & 2 & 10 & -6 & 1.4 & 4 \\ 5.6 & 1 & -0.8 & -0.5 & 3 & 4.6 & 2 \\ 9 & 1.2 & 4 & 7.1 & -7 & 1 & 3.4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 36 \\ 2 \\ -7 \\ 12 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 7 & 1.8 \\ 5 & -6 & 12 & -3 \\ 1 & 0.2 & -1 & 4 \\ 0.3 & 10 & 0 & 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5.3 & 1 & -8 & 1.9 & 2 \\ 2.5 & -5 & -9.2 & 3 & 7.7 \\ -0.4 & 3 & 4.8 & -7 & 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 24 \\ 165 \\ -14 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} -1 & 10 & -2 & 1 \\ 5.4 & -6 & 2 & -3 \\ 1 & 0.1 & -1 & 5 \\ -8 & 15 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -6 & 5.9 & 3.9 & -4 & 0.3 & 8 \\ 9.7 & 1 & 2.6 & -8 & 2 & 2.6 & 6.9 \\ 5 & -6 & 1.8 & 12 & 2 & -6 & 2.6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 26.5 \\ -123 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 7 & 1 & 3 & 10 \\ 4 & 1 & -1 & 7.4 \\ 2 & 0.5 & -8 & 5 \\ 3 & 10 & -3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -3,6 \\ 7,1 & 4 \\ 2 & 8,4 \\ 1,9 & 7 \\ 6 & 12,3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -712 \\ 41 \\ 18.5 \\ -13 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 22.7 & 01 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 4 & -3 \\ 0 & 0.1 & -1 & 5 \\ -2 & 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 11 & 2 & -1 & 4,2 & 2 & 1,5 & -8 & 1 \\ 5 & -3,7 & 7 & 11 & 3 & 9,2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.7 \\ 5 \\ 15 \\ -37 \end{pmatrix}$

Продолжение табл. 3.1

1	2	3	4
6	$\begin{pmatrix} 1.7 & 9 & 1 & -9 \\ -6 & 0 & 4 & 0 \\ 7 & 0.1 & 7.7 & 4 \\ 1 & 1.6 & -3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -9.7 & 0.6 & 2 & 12 & -7.5 \\ 1.2 & 4 & 4.8 & 6.9 & -7 \\ -0.8 & 4.3 & -0.5 & 4 & 2.6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 33 \\ 3.5 \\ -1.4 \\ -712 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} -27 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1.8 & -7 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 9 & 6 & 1.7 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1.3 & -3 & 9 & 0.3 & -2.4 & 1 & 0.5 & 1.7 \\ 6 & -3.9 & 1.3 & -8 & 1.8 & 0.3 & -7.2 & 1.8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 21 \\ 307 \\ 1 \\ -55 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 0.2 & 3 & 1 & 6 \\ 1 & 15 & 4 & -3.8 \\ 0.7 & 0.1 & 1 & 5 \\ -10 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 21 & 7,2 & 1 \\ 5 & 1 & 2,6 \\ 11 & 4 & 8,1 \\ 6 & 3,1 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,31 \\ 55 \\ 1.8 \\ -7 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 & 5 \\ 0 & 9.5 & 8.2 & 0 \\ 14 & 0 & -5 & 5 \\ 11 & 5 & 1 & 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1.5 & -4.5 & -4.2 & 0.2 & 8 \\ 0.1 & 0.5 & -3 & 2.1 & -3.1 & -2.3 \\ -0.6 & 3 & 0.7 & 1.7 & 2.9 & -2.4 \\ 3 & -4.2 & 3.6 & 6.2 & -2.1 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 19 \\ -6 \\ 100 \\ 21 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 3 & 12 & 4.8 & 0 \\ -1.3 & 7 & 1 & 4.1 \\ 3 & 1.5 & -9 & 1 \\ 6 & 1.4 & 1.8 & -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8.4 & -5 & 1 & 0.5 & 2 & 1 & 0.6 & 2 & 1.2 \\ 3.1 & -3 & 1 & 1.7 & 0.1 & 2 & 2.8 & 2 & -0.7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 903 \\ 2.6 \\ 15 \\ 0.5 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 11 & 7 & 10 & 1.5 \\ 7 & -1 & 3 & 0 \\ 4.7 & 0 & -7 & 1.3 \\ 1 & 5.8 & 1 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4,8 & 6,1 \\ 2,4 & -5 \\ 1 & 5,2 \\ 7 & -2,3 \\ 6 & 2,8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 92 \\ 0 \\ -6 \\ -49 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 8 & -9.6 & 2 & 6 \\ -7 & 3.5 & 1 & 8.9 \\ 1 & -3 & 11 & 2 \\ -7 & 2 & 2.7 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 13 & 6,7 & 5 \\ 2,5 & 10 & 0,9 \\ 1 & 3 & 7,1 \\ 7 & 4,5 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4.9 \\ 711 \\ -1 \\ 3.5 \end{pmatrix}$

Окончание табл. 3.1

1	2	3	4
13	$\begin{pmatrix} 2.3 & -3 & 8.9 & 1 \\ -1 & 5 & 1.6 & 8 \\ 5 & 0.3 & 11 & 2 \\ -2 & 7 & 0.7 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 34 & 2 & -6 \\ 4,6 & 7 & 2 \\ 5,7 & 3 & 1 \\ -2 & 6,9 & 3 \\ 7 & 5 & 15 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 903 \\ 2.6 \\ 15 \\ 0.5 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} 4 & -1.9 & 9 & 10 \\ -10 & 9 & 6.2 & 1 \\ -4.2 & 3 & 1 & 20 \\ -2 & 0.3 & 0.2 & -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 2 & 0.3 & 0.7 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & -5 & 2 \\ 0.6 & 1.3 & 1 & 4.2 & -3 \\ -1 & 3 & 2.1 & 0.2 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 32 \\ 607 \\ -8 \\ -123 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} -9 & -1.5 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 7 & 3 & 7.8 \\ -0.2 & 9 & 10 & 0 \\ 5.9 & 3 & 4.5 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0.2 & 0.5 & -2 & 1.5 & 2 \\ -3 & 1.4 & 6 & 3 & 0.6 & -9 & -5.2 \\ 2.2 & 4 & 1 & 2.9 & 6 & -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9.8 \\ -67 \\ 9 \\ 900 \end{pmatrix}$

Библиографический список

1. Голубева, Н. В. Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие / Н. В. Голубева. – Санкт-Петербург : Лань, 2016. – 192 с. : ил. – Текст : непосредственный.

2. Воскобойников, Ю. Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME : учебное пособие. 2-е изд., стереотипное / Ю. Е. Воскобойников, А. Ф. Задорожный. – Санкт-Петербург : Лань, 2018. – 224 с. : ил. – Текст : непосредственный.

Учебное издание

ГОЛУБЕВА Нина Викторовна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ

Часть 1

Учебно-методическое пособие

Редактор Н. А. Майорова

* * *

Подписано в печать 21.06.2021. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$.
Офсетная печать. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 2,8. Уч.- изд. л. 3,0.
Тираж 50 экз. Заказ .

* *

Редакционно-издательский отдел ОмГУПС
Типография ОмГУПС

*

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35