*Лабораторная работа 2*

# ФУНКЦИИ. ВЫВОД ТАБЛИЦЫ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ. СИМВОЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

## 2.1. Функции

Mathcad предоставляет пользователю возможность работать не только со встроенными функциями, но и создавать свои собственные функции.

Для того чтобы определить функцию в документе PTC Mathcad Prime 3.1, необходимо задать ее имя, аргумент (список аргументов) в круглых скобках и вычисляемое выражение.

*Пример 2.1.*

Корректное определение функции $f$ с двумя аргументами − $k$ и $d$.

$$w := 87.3$$

$$f(k,d) := w \cdot \left(k \cdot \cos(d)^4 - \ln(k \cdot d)\right)$$

$$f(3,11) = -305.245 \qquad f(4.18,6.5) = 43.647$$

Во второй строке определяется функция $f(k,d)$.

В третьей строке вычисляется значение функции $f(k,d)$ при конкретных значениях аргументов.

*Пример 2.2.*

Некорректное определение функции $f$.

$$f(x) := \sqrt{\boxed{u}+x} + \tan(2 \cdot x)^2$$

$$\boxed{f}(7) = ?$$

Переменная $u$, входящая в вычисляемое выражение для функции $f(x)$, не определена. Для исправления этой ошибки требуется задать значение переменной $u$ (т. е. определить ее) выше или левее области, в которой определяется функция $f(x)$.

## 2.2. Переменные-диапазоны

Для задания упорядоченного ряда значений в Mathcad Prime 3.1 используется п е р е м е н н а я - д и а п а з о н, которая последовательно принимает значения из заданного диапазона с заданным шагом изменения. Например, для создания переменной-диапазона x, принимающей значения от 2 до 6 с шагом 0,5, в документе MathCAD Prime 3.1 следует ввести

$$x := \underbrace{2}_{\text{Начальное значение переменной x}}, \underbrace{2+0.5}_{\text{Начальное значение x плюс шаг изменения}} .. \underbrace{6}_{\text{Конечное значение переменной x}}$$

*Порядок ввода переменной-диапазона*:

ввести имя переменной, затем знак оператора определения (присваивания) $:=$;

ввести начальное значение диапазона, затем символ «запятая» − «**,**», после чего появляется шаблон оператора диапазона

$$x := 2, \mid .. \blacksquare$$

в местозаполнитель, где мигает голубой курсор, ввести начальное значение диапазона 2, оператор «+», затем шаг изменения переменной-диапазона 0.5;

в последний местозаполнитель ввести конечное значение диапазона 6.

$$x := 2, 2+0.5 .. 6 \qquad x = \begin{bmatrix} 2 \\ 2.5 \\ 3 \\ 3.5 \\ 4 \\ 4.5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Если шаг изменения переменной-диапазона равен 1, то выражение упрощается (задаются только начальное и конечное ее значения). В этом случае знак «**..**» вводится с клавиатуры двойным нажатием клавиши «**.**».

$$k := 0 .. 5$$

### 2.3. Вывод таблицы значений функции

Для того чтобы представить функцию в виде таблицы значений, в качестве ее аргумента используют переменную-диапазон.

*П р и м е р  2.3.* Получить таблицу значений функции $y = \mathrm{arctg}^3 x + b$ для b = 1,75; $x \in [0{,}1; 2{,}2]$ с шагом Δx = 0,3.

*Р е ш е н и е:*

1) присвоить заданное значение переменной b:

$$b := 1.75$$

2) задать аргумент x как переменную-диапазон:

$$x := 0.1, 0.1 + 0.3 .. 2.2$$

3) ввести выражение для функции y:

$$y(x) := \mathrm{atan}(x)^3 + b$$

4) в следующей строке ввести с клавиатуры x=. При этом сразу появится таблица значений аргумента x. Затем в этой же строке ввести y(x) = , появится таблица значений функции y:

$$x = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.4 \\ 0.7 \\ 1 \\ 1.3 \\ 1.6 \\ 1.9 \\ 2.2 \end{bmatrix} \qquad y(x) = \begin{bmatrix} 1.751 \\ 1.805 \\ 1.978 \\ 2.234 \\ 2.516 \\ 2.787 \\ 3.032 \\ 3.248 \end{bmatrix}$$

## 2.4. Построение графиков

В PTC Mathcad Prime 3.1 доступны следующие категории графиков: декартовы (XY), полярные, контурные и 3D-графики.

*П р и м е р  2.4.* Построить декартов график функции $f(x) = \sqrt{x}\, e^{ax} - 71$ при $a = 0{,}55$; $x \in [0{,}5; 8]$ с шагом Δx = 0,25.

*Р е ш е н и е:*

1) присвоить заданное значение переменной a:

$$a := 0.55$$

2) задать аргумент x как переменную-диапазон:

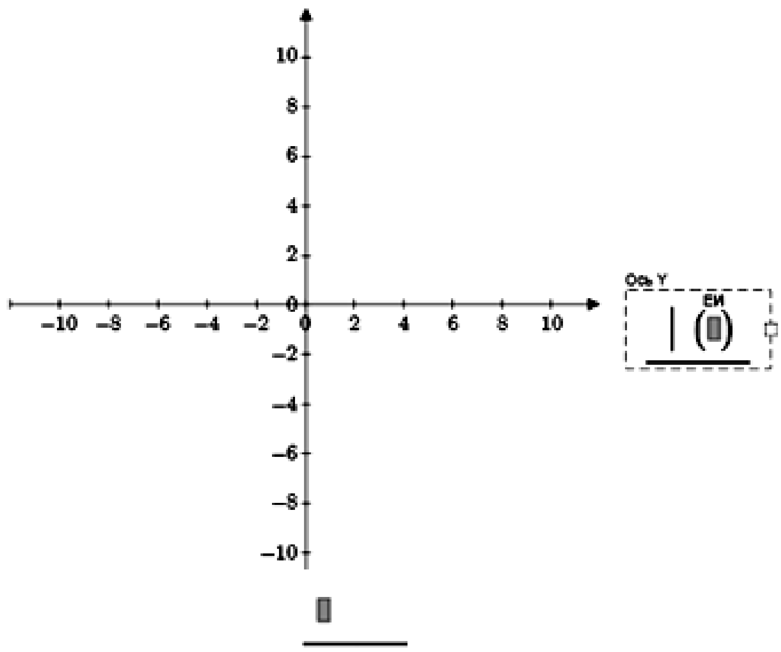
$$x := 0.5, 0.5 + 0.25 .. 8$$

3) ввести функцию f(x) (использовать встроенную функцию exp ( )):

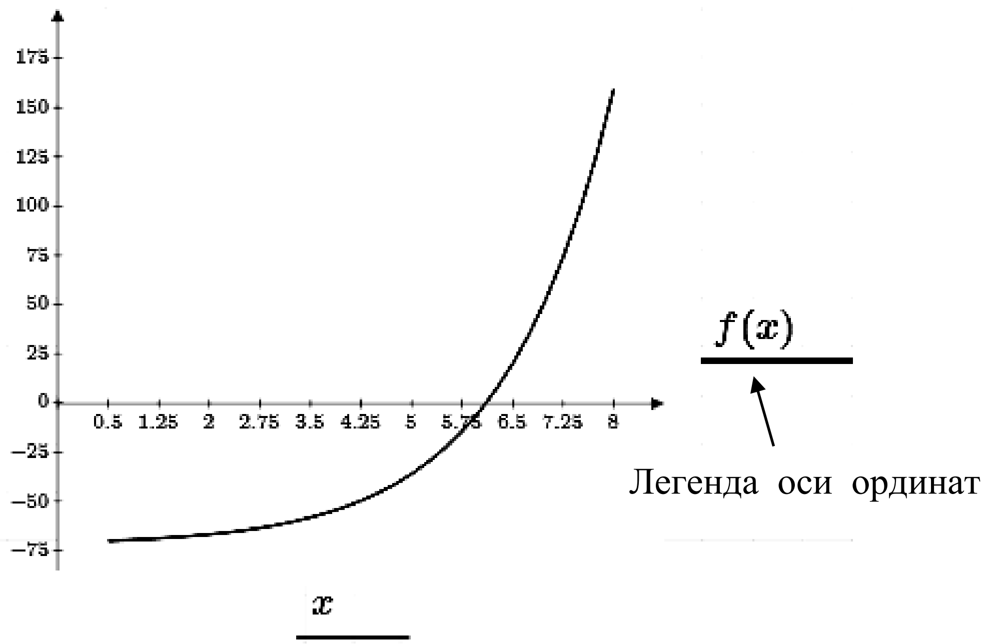
$$f(x) := \sqrt{x} \cdot \exp(a \cdot x) - 71$$

4) вставить шаблон декартова графика, используя следующий инструмент − вкладка График => кнопка Вставить график => команда График XY.

Появляется пустая область графика с двумя местозаполнителями;




5) в нижний местозаполнитель ввести имя аргумента x, в правый местозаполнитель ввести имя функции f(x), щелкнуть ЛКМ вне области графика.



## 2.5. Форматирование графика

Форматирование графика подразумевает изменение внешнего вида, оформления элементов графической области (осей, координатной сетки, кривой, отображающей зависимость y(x), шкалы, маркеров и т. д.). Для форматирования графика необходимо предварительно выделить его щелчком, при этом появляется синяя рамка.

Инструменты форматирования графика представлены на вкладке График (рис. 2.1).

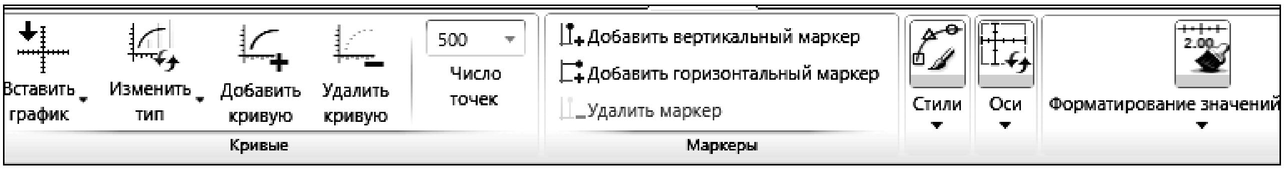
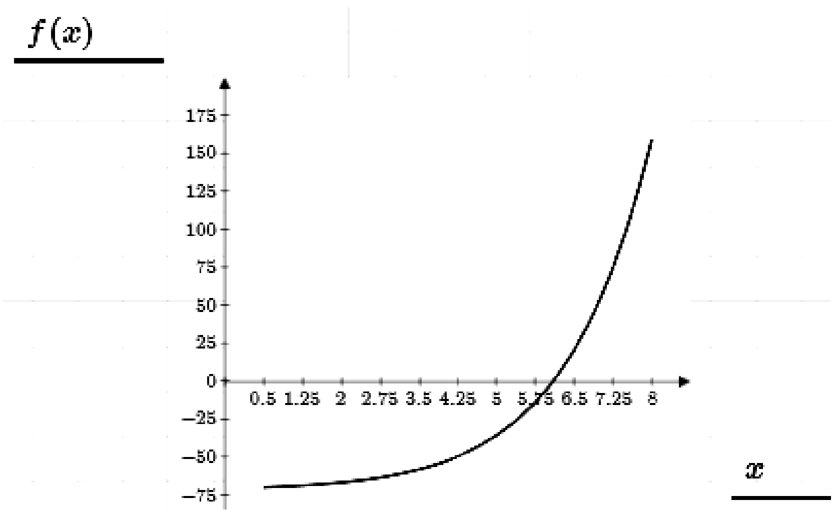



Рис. 2.1. Инструменты вкладки График

Можно переместить легенды осей в другие положения для придания графической области большей наглядности.

На графике, полученном в примере 2.4, легенда оси ординат по умолчанию расположена справа от области построения графика. Переместим ее в более привычное положение – слева от оси ординат (в верхний левый угол области графика). Для этого надо выделить область графика, подвести указатель мыши к границе легенды, когда он примет вид, нажать ЛКМ и перемещать его вместе с легендой в нужном направлении. При этом возможные позиции − места для расположения легенды − будут выделяться черными рамками. Аналогичным способом переместим легенду оси абсцисс в положение ниже и правее соответствующей оси.



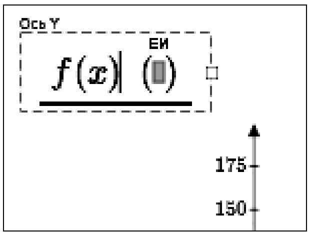
*Пример 2.5.* Построить в той же графической области, созданной в примере 2.4, график второй функции $g(x) = x^3\cos 3x$.

*Решение.*

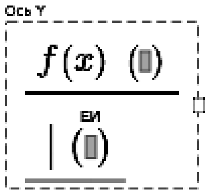
1) Ввести в документ функцию g(x) выше области графика, построенного в примере 2.4.

$$g(x) := x^3 \cdot \cos(3 \cdot x)$$

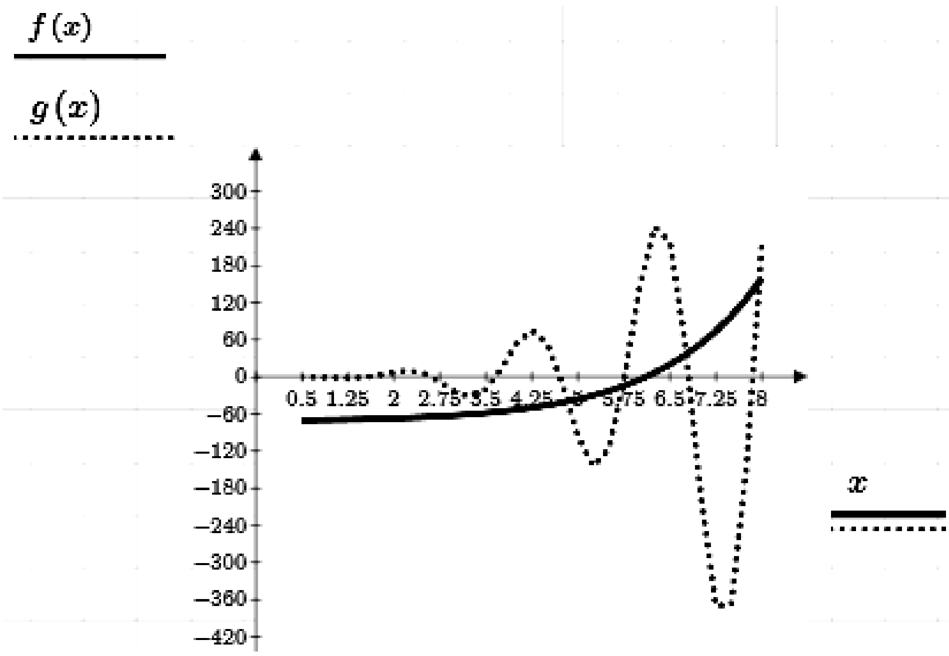
2) Поместить курсор в область легенды оси ординат после обозначения функции f(x).




3) На вкладке График => группа Кривые => кнопка Добавить кривую.




4) В точку, где мигает курсор, ввести g(x) и щелкнуть ЛКМ вне области графика.



## 2.6. Символьные преобразования

Система PTC Mathcad Prime 3.1 включает в свой состав несколько интегрированных между собой компонентов. В их числе – мощный вычислительный процессор, предназначенный для выполнения численных расчетов по введенным формулам на основе встроенных численных методов, а также символьный процессор, являющийся по своей сути системой искусственного интеллекта. Символьный процессор предоставляет широкие возможности для символьных вычислений, позволяющих решать многие задачи аналитически.

Если результатом численного расчета является число или набор чисел, то в результате символьных вычислений получаются выражения.

Инструменты символьных преобразований представлены на вкладке Математика => группа Операторы и символы => список Символьные операции.

Рассмотрим примеры реализации некоторых символьных операций.

*Пример 2.6.* Упростить выражение $\dfrac{t^2-3t-4}{t-4}+2t-5$.

*Решение.*

1) С вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Символьные операции ввести оператор аналитического преобразования «→».


2) В местозаполнитель над оператором «→» с вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Символьные операции вставить ключевое слово *simplify*, определяющее символьную операцию «упрощение».


3) В местозаполнитель слева от оператора «→» ввести заданное выражение и щелкнуть вне области формулы.

$$\frac{t^2-3\cdot t-4}{t-4}+2\cdot t-5 \xrightarrow{simplify} 3\cdot t-4$$

*П р и м е р  2.7.*

Разложить рациональное выражение $\frac{r^2-4}{15r^2-8r+1}$ на сумму дробей с линейными или квадратичными знаменателями.

Последовательность действий аналогична примеру 2.6, только в местозаполнитель над оператором «⟶» с вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Символьные операции вставить ключевое слово *parfrac*.

$$\frac{r^2-4}{15\cdot r^2-8\cdot r+1} \xrightarrow{parfrac} \frac{99}{10\cdot(5\cdot r-1)}-\frac{35}{6\cdot(3\cdot r-1)}+\frac{1}{3\cdot 5}$$

*П р и м е р  2.8.* Разложить в ряд функцию cos(d).

Последовательность действий аналогична примеру 2.6, только в местозаполнитель над оператором «⟶» с вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Символьные операции вставить ключевое слово *series*.

$$\cos(d) \xrightarrow{series} 1-\frac{d^2}{2}+\frac{d^4}{24}$$

*П р и м е р  2.9.* Интегрировать функцию $\frac{v^3+5}{v}$ по переменной v.

*Р е ш е н и е.*

1) С вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Операторы ввести оператор интегрирования.

$$\int \blacksquare \, d\blacksquare$$

2) В местозаполнитель справа от знака интеграла ввести подынтегральную функцию, в местозаполнитель после d ввести переменную интегрирования v.

3) Ввести оператор аналитического преобразования «⟶».

4) Щелкнуть вне области формулы.

$$\int \frac{v^3+5}{v}\,dv \rightarrow 5\cdot\ln(v)+\frac{v^3}{3}$$

*П р и м е р  2.10.* Дифференцировать функцию $\cos^3(bx^2)$ по переменной x.

*П р и м е ч а н и е.* В заданную функцию входит переменная x, которой ранее (выше) в вашем документе Mathcad было присвоено числовое значение. Поэтому прежде чем применять символьную (аналитическую) операцию, надо предварительно отменить присваивание – очистить предыдущее численное определение переменной x с помощью встроенной функции clear(x).

*Р е ш е н и е.*

1) Очистить переменную x от назначенного ей ранее числового значения.

$$\mathrm{clear}(x)$$

2) С вкладки Математика => группа Операторы и символы => список Операторы ввести оператор производной.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\blacksquare}\blacksquare}$$

3) В нижний местозаполнитель ввести переменную дифференцирования x.

4) В местозаполнитель справа ввести заданную функцию.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}cos\left(b\cdot x^2\right)^3$$

5) Ввести оператор аналитического преобразования «→».

6) Щелкнуть вне области формулы.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cos\left(b\cdot x^2\right)^3 \rightarrow -6\cdot b\cdot x\cdot\cos\left(b\cdot x^2\right)^2\cdot\sin\left(b\cdot x^2\right)$$

## 2.7. Задания

1) Создать текстовую область, в которую ввести следующие данные: ФИО, номер группы, номер и название лабораторной работы.

2) Выполнить примеры 2.1 – 2.10.

3) Построить графики заданных функций сначала в отдельных графических областях, затем в одной графической области (табл. 2.1).

4) Произвести форматирование графиков.

5) Упростить выражение (табл. 2.2, колонка 2).

6) Применив инструменты символьных преобразований, найти аналитически интеграл и производную для заданной функции (см. табл. 2.2, колонка 3).

Т а б л и ц а 2.1

Таблица исходных данных к заданиям 3, 4

| Вари-ант | Функции | Исходные данные |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | $u=\sqrt{\lvert \mathrm{tg}\ln vt \rvert}$; $r = v\sin e^{-\cos t}$ | v = 3,9; Δt = 0,4<br>$t \in [0{,}2;\ 5.8]$ |
| 2 | $f=\dfrac{\sin x+5.3}{c\sqrt{x}}$; $d=\ln^3 x+\dfrac{1}{c}\lvert\cos x\rvert$ | c = 0,07; Δx = 0,5<br>$x \in [1;\ 17]$ |
| 3 | $g=a\sqrt[3]{e^x+x^2}$; $y=a^3\cos x\ \mathrm{tg}\lvert x^3\rvert$ | a = – 3,2; Δx = 1<br>$x \in [-4;10]$ |
| 4 | $r=\ln kx^2\sin^4 x$; $y=\sqrt{k}\ \mathrm{tg}\, e^{k\cos x}$ | k = 15; Δx = 0,2<br>$x \in [0{,}2;\ 3]$ |
| 5 | $f=a\lg^2 t\cos t$; $u=a t^2 e^{-t}$ | a = –11; Δt = 0,2<br>$t \in [0{,}5;\ 4{,}3]$ |
| 6 | $y=\sin\sqrt[3]{\mathrm{tg}^2 v}$; $w=\sqrt{\lvert d\cos^3 v+v\rvert}$ | d = –2,9; Δv = 0,25<br>$v \in [-5;\ 5]$ |
| 7 | $h=\cos(b^2 v)e^{\sqrt[3]{v}}$; $z=b\tan\ln^3\lvert v\rvert$ | b = –2,8; Δv = 0,2<br>$v \in [-3;\ 3]$ |
| 8 | $y=x^2-\mathrm{tg}^7\cos x$; $w=\sqrt{\lvert\sin x\rvert a e^{x\lg x}}$ | a = 15,7; Δx = 0,3<br>$x \in [0{,}1;\ 4{,}6]$ |
| 9 | $y=e^{\sin^2 1{,}7x}$; $f=\dfrac{\mathrm{tg}\left(\sqrt{x}\right)\cos x}{x+\sqrt[3]{c}}$ | c = 1,7; Δx = 0,2<br>$x \in [0{,}4;\ 6{,}8]$ |
| 10 | $g=k\sin\ln^2 t$; $z=e^{4\cos t}\sqrt[3]{\mathrm{tg}t}$ | k = 23,5; Δt = 0,5<br>$t \in [0{,}5;\ 14]$ |
| 11 | $y=\arcsin^2 x\cos\dfrac{5x+7.3}{\sqrt{v}}$; $h=\dfrac{e^{-2x}}{v+\sin^3 vx^2}$ | v = 8,6; Δx = 0,2<br>$x \in [-1{,}2;\ 2]$ |
| 12 | $g=k\arccos\left(e^{-\lvert t\rvert}\right)$; $f=\mathrm{arctg}^2\left(\sqrt{\lvert t^3-\sin t\rvert}\right)$ | k = -2,75; Δt = 0,1<br>$t \in [-4;\ 12]$ |
| 13 | $p=\ln^{-2}\sqrt[4]{t+u\,\mathrm{tg}t}$; $w=e^{5{,}2\cos^4(t+u)}$ | u = 0,35; Δt = 0,5<br>$t \in [1;\ 12]$ |
| 14 | $g=\lg^{-30a}\sqrt[3]{x^2-a}$; $s=\mathrm{tg}\left(0{,}3a^{5\sqrt{x}}-x\right)$ | a = 0,05; Δx = 0,5<br>$x \in [2.5;\ 10]$ |
| 15 | $d=-0.6e^{\sqrt[3]{x}}\sin\ln^2 x$; $y=c^2\cos^c x\, e^{\sin x}$ | c = 11; Δx = 5<br>$x \in [5;\ 85]$ |

Таблица 2.2

Таблица исходных данных к заданиям 5,6

| Вариант | Выражение для упрощения | Функция для нахождения интеграла и производной |
|---|---|---|
| 1 | $\frac{(\cos\gamma+\sin 2\gamma\cos 2\gamma)(\cos^2\gamma-1)}{\sin\gamma\sin 2\gamma}$ | $\ln(x^2-5)-3x^3$ |
| 2 | $\frac{(\sin^2\varphi-\sin\varphi\cos\varphi)(5\cos^2\varphi-1)}{\sin^2\varphi-\sin 2\varphi}$ | $\cos^5 3x-\frac{x}{\sqrt{x-2}}$ |
| 3 | $\frac{[1-\sin\gamma-\cos\gamma-\sin 2\gamma]\cos^2\gamma}{\sin^2\gamma+\cos 2\gamma}$ | $xe^{7x}+\sqrt{x}$ |
| 4 | $\frac{(\sin 2\varphi-\cos^2\varphi)(1-\cos 2\varphi)}{2\sin\varphi-\cos\varphi}$ | $\frac{\lg^2 x+3}{\sqrt{x}}$ |
| 5 | $\frac{\sin 4\gamma-\sin^2 4\gamma-2\sin 2\gamma\cos 2\gamma}{4\cos^2 2\gamma}$ | $\sin 2x\cos^2(x+d)$ |
| 6 | $\cos 4\beta+\sin^2 4\beta+4\sin^2 2\beta\cos^4 2\beta+4\cos^6 2\beta$ | $\sqrt{x}\lg^3 x$ |
| 7 | $\frac{\sin 2a\cos 2a+2\cos a-\sin 2a}{2\sin a\cos^2 a-2\sin a+1}$ | $x^2e^{-4x}+\sqrt{x}$ |
| 8 | $\frac{(\cos\varphi-\cos 2\varphi-1)(\cos^2\varphi-1)}{\sin 2\varphi\sin\varphi}$ | $\cos\sqrt{x}-xe^{7x}$ |
| 9 | $\sin^2 2\beta+2\sin 2\beta\cos^2\beta+2\cos 2\beta-4\sin\beta\cos^3\beta+2$ | $\sin(\sqrt{3x})+5\cos 6x$ |
| 10 | $(\tan 2\beta+\tan\beta)\cos 2\beta\cos\beta+\sin\beta$ | $\ln^3(4+7x)$ |
| 11 | $\sin^2\beta+\sin\beta\cos 2\beta+4\cos^2\beta-2\sin\beta\cos^2\beta$ | $\sin(\lg x)$ |
| 12 | $4\cos^3 x-2\cos^2 x-4\cos x+\cos 2x-\cos 3x$ | $\cos\sqrt{x}-5\lg 2x$ |
| 13 | $2\sin 2\alpha-2\sin^2 2\alpha-\sin^2\alpha-8\cos^4\alpha+7\cos^2\alpha$ | $\cos^2\ln x$ |
| 14 | $-2\cos 2x+\cos 4x-\sin^2 x-\cos^2 2x-4\cos^4 x$ | $5x\sin^2 3x$ |
| 15 | $-\sin 2\alpha\cos\alpha+2\sin\alpha\cos 2\alpha-2\sin\alpha\cos^2\alpha$ | $\cos^3\sqrt{6x}$ |