

Министерство транспорта Российской Федерации  
Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
Омский государственный университет путей сообщения

---

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО МЕХАНИКЕ,  
МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ И ТЕРМОДИНАМИКЕ

Утверждено редакционно-издательским  
советом университета в качестве методических указаний  
к выполнению лабораторных работ по физике

Омск 2013

УДК 53 (076.5)  
ББК 22.3  
А84

**Лабораторный практикум по механике, молекулярной физике и термодинамике:** Методические указания к выполнению лабораторных работ по физике / Т. А. Аронова, С. Н. Крохин, Л. А. Литневский, С. А. Минабудинова, Н. В. Покраса, О. И. Сердюк; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2013. 38 с.

Методические указания содержат семь лабораторных работ по механике, молекулярной физике и термодинамике, в которых сформулированы задания, представлен порядок выполнения лабораторных работ и оформления результатов. В приложениях приведены дополнительные практические задания, предназначенные для наиболее успевающих студентов, и правила вычисления погрешностей при прямых и косвенных измерениях, таблица простейших производных, справочные данные.

Предназначены для студентов первого курса очной формы обучения.

Библиогр.: 7 назв. Табл. 4. Рис. 10. Прил. 4.

Рецензенты: доктор техн. наук, профессор В. А. Нехаев;  
доктор физ.-мат. наук, доцент Г. И. Косенко.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
Лабораторная работа 1. Определение плотности твердого тела.....	7
Лабораторная работа 2. Определение коэффициента трения скольжения.....	8
Лабораторная работа 3. Определение момента инерции маятника Обербека.....	11
Лабораторная работа 4. Изучение законов столкновения тел при ударах.....	12
Лабораторная работа 5. Определение показателя адиабаты для воздуха.....	15
Лабораторная работа 6. Определение коэффициента вязкости воды.....	17
Лабораторная работа 7. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха.....	19
Библиографический список.....	21
Приложение 1. Дополнительные практические задания.....	22
Приложение 2. Правила вычисления погрешностей.....	30
Приложение 3. Правила дифференцирования и таблица производных.....	34
Приложение 4. Справочные данные.....	36



## ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что физика – это "экспериментальная" наука. Она сформировалась на основе наблюдений и анализа явлений природы, а в дальнейшем стала развиваться путем целенаправленного планирования и постановки экспериментов для обнаружения физических закономерностей и проверки открытых физических законов. Каждый, кто изучает физику, должен понимать, что все известные сегодня физические законы многократно проверены и подтверждены экспериментально.

За прошедшие несколько столетий вместе с развитием физики совершенствовалась и техника физического эксперимента. В течение длительного времени физические приборы были небольших размеров и, как правило, были "штучной", ручной работы. Сегодня иногда физическое оборудование не только занимает целые залы, а то и сооружения, но и располагается одновременно на территории нескольких государств (например, Большой адронный коллайдер). А первым человеком, кто, по образному выражению, "снял физику со стола", был наш соотечественник, русский советский физик, лауреат Нобелевской премии по физике П. Л. Капица.

Лабораторный практикум курса физики в вузе является необходимой составляющей изучения этой интереснейшей науки, без которого невозможно достичь глубокого понимания сути физических явлений и физических закономерностей. Выполнение лабораторных работ по физике является обязательным элементом учебного плана и помогает детально на практике ознакомиться с физическими явлениями, приборами, а также изучить основные методы физических измерений и оценки их результатов.

При подготовке к лабораторным занятиям необходимо заранее (в часы, отведенные для самостоятельной работы) повторить теоретический материал к лабораторной работе по учебнику и конспекту лекций, по методическим указаниям ознакомиться с порядком ее проведения.

При этом в рабочую тетрадь (дневник) необходимо вписать:

- 1) название работы, цель исследования и перечень приборов и принадлежностей, используемых в работе;
- 2) схему установки или ее рисунок;
- 3) рабочую формулу с расшифровкой входящих в нее величин и формулы расчета погрешностей;
- 4) таблицы для записей результатов измерений.

Получив допуск к выполнению лабораторной работы, необходимо ознакомиться с принципом действия приборов, собрать схему установки и после проверки схемы преподавателем приступить к проведению эксперимента. Полученные в ходе проведения эксперимента результаты заносятся в таблицы, которые проверяются и визируются преподавателем.

По результатам измерений необходимо выполнить указанные в задании к работе расчеты и записать в рабочую тетрадь

расчеты искомых величин и их погрешностей (в случае необходимости результаты эксперимента приводятся в виде графиков);

вывод (краткий анализ полученных результатов и погрешностей, сравнение их с табличными значениями).

Более подробно порядок выполнения лабораторной работы приведен в описании каждой работы.

Полное оформление результатов лабораторной работы должно быть выполнено не позднее чем к следующему лабораторному занятию. Результаты работы необходимо будет защитить на следующем или специально предназначенном для защиты работ занятии. При этом надо быть готовым к ответу на следующие контрольные вопросы и к выполнению заданий:

- 1) Как в лабораторной работе достигается поставленная цель?
- 2) Пояснить расчет погрешностей в лабораторной работе.
- 3) Проанализировать полученные результаты.
- 4) Сформулировать определения физических величин и физических законов, используемых в лабораторной работе.

Кроме описания обязательных для выполнения лабораторных работ в данных методических указаниях приведены дополнительные практические задания (прил. 1), предназначенные для наиболее успевающих студентов, а также правила вычисления погрешностей при прямых и косвенных измерениях (прил. 2), таблица простейших производных (прил. 3), справочные данные (прил. 4), которые будут полезны при подготовке отчетов по лабораторным работам.

Методические указания полностью соответствуют учебным планам "третьего поколения" и помогают реализовать компетентностный подход в обучении физике.

## Лабораторная работа 1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Ц е л ь р а б о т ы:** ознакомиться с методикой простейших измерений, обработки их результатов, включая расчет погрешностей измерений.

**П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и:** набор твердых тел, штангенциркуль, микрометр, весы.

#### 1.1. Задание

Измерить массу  $m$  твердого тела и его геометрические размеры (диаметр, высоту, длину, ширину) и вычислить плотность твердого тела  $\rho$  по формуле:

для цилиндра –

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}; \quad (1.1)$$

для прямоугольного параллелепипеда –

$$\rho = \frac{m}{abc}, \quad (1.2)$$

где  $d, h$  – диаметр и высота цилиндра, м;

$a, b, c$  – линейные размеры параллелепипеда, м.

#### 1.2. Порядок выполнения работы

1) Измерить массу  $m$  твердого тела на весах, геометрические размеры тела (диаметр, высоту, длину, ширину) штангенциркулем и микрометром. Измерения провести многократно. Результаты измерения  $x_i$  и значения их инструментальной погрешности  $\Delta x_{\text{ин}}$  для каждой измеряемой величины  $x$  занести в табл. 1.1.

Т а б л и ц а 1.1

Результаты измерений

$x$ , ед. изм.	$\Delta x_{\text{ин}}$	Результат измерения $x_i$
$m$ , г		
...		

2) Произвести оценочный (приблизительный) расчет плотности твердого тела по формуле (1.1) или (1.2) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

3) Выполнить математическую обработку результатов измерений (см. методические указания [1]).

4) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).

5) Сравнить полученный результат с табличным значением и сделать вывод.

### **1.3. Контрольные вопросы**

1) Прямые и косвенные измерения.

2) Абсолютная и относительная погрешность. Инструментальная погрешность. Правила округления.

3) Правила математической обработки результатов прямых и косвенных измерений.

4) Вывести расчетную формулу для вычисления абсолютной погрешности заданной преподавателем функции (см. разд. 5 методических указаний [1]).

### **1.4. Дополнительное задание**

Выполнить математическую обработку результатов косвенных измерений с помощью формул численного дифференцирования (см. п. 3.3 методических указаний [1]), сравнить полученные результаты и сделать вывод.

## *Лабораторная работа 2*

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** изучить особенности поступательного равноускоренного движения тел с учетом силы трения скольжения при соскальзывании тела с наклонной плоскости.

**П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и:** экспериментальная установка (узел «наклонная плоскость»), набор тел скольжения, набор грузов, которые могут быть связаны со скользящим телом нерастяжимыми невесомыми нитями, электронный секундомер.



## 2.1. Описание установки

Экспериментальная установка содержит узел «наклонная плоскость», в котором предусмотрена возможность изменять угол наклона плоскости к горизонту, и соскальзывающий брусок массой  $m$ . Схема узла «наклонная плоскость» приведена на рис. 2.1, где 1 – ролик опускающегося груза; 2 – кнопка «стоп» с ограничителем; 3 – плоскость с измерительной линейкой; 4 – отсчетное устройство; 5 – указатель; 6 – стопорный винт; 7 – электромагнит; 8 – ролик поднимающегося груза.

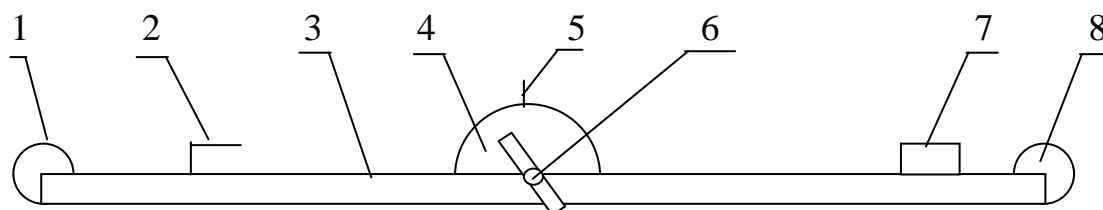


Рис. 2.1. Схема узла «наклонная плоскость»

Экспериментальная установка позволяет для небольшого тела, соскальзывающего по плоскости (рис. 2.2, а), наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту, измерить время соскальзывания  $t$  и пройденное расстояние  $s$  вдоль наклонной плоскости, а для тела, скользящего по плоскости, расположенной горизонтально (рис. 2.2, б) или наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту (рис. 2.2, в), и связанного невесомыми и нерастяжимыми нитями, перекинутыми через легкие ролики, с опускающимся и поднимающимся грузом, – время скольжения  $t$  и пройденное расстояние  $s$  вдоль плоскости.

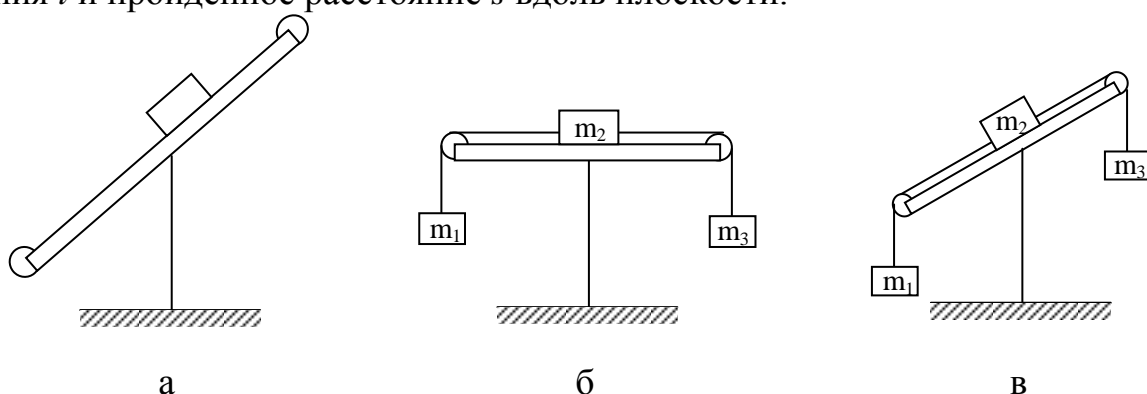


Рис. 2.2. Схемы экспериментальной установки

## 2.2. Задание

Измерить угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha$ , расстояние, пройденное телом по наклонной плоскости  $s$ , время соскальзывания  $t$  и вычислить коэффициент трения скольжения тела по плоскости по формуле:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2s}{gt^2 \cos \alpha}. \quad (2.1)$$

### 2.3. Порядок выполнения работы

1) Ослабить стопорный винт 6 на узле «наклонная плоскость» (см. рис. 2.1) и повернуть плоскость на требуемый угол. Контроль угла осуществить с помощью указателя 5 и отсчетного устройства 4. Зафиксировать положение плоскости стопорным винтом 6.

2) Электронный секундомер перевести в режим «1». Переключить тумблер, расположенный слева на основании установки, «на себя». Поместить соскальзывающее тело в верхний конец плоскости, где оно будет зафиксировано магнитным полем электромагнита 7.

3) Нажать кнопку «Пуск» секундомера и измерить время соскальзывания тела с наклонной плоскости. С помощью линейки 3 измерить пройденное расстояние. Результаты измерения угла наклона плоскости  $\alpha$ , времени соскальзывания  $t$ , пройденного расстояния  $s$  и значения их инструментальной погрешности занести в табл. 1 (см. лабораторную работу 1).

4) Провести многократные измерения.

5) Сделать оценочный (приблизительный) расчет коэффициента трения по формуле (2.1) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

6) Выполнить математическую обработку результатов измерений.

7) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).

8) Сравнить полученный результат с табличным значением и сделать вывод.

### 2.4. Дополнительное задание

Получить рабочую формулу для вычисления коэффициента трения скольжения тела по плоскости, расположенной горизонтально (см. рис. 2.2, б) или наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис. 2.2, в), и связанного невесомыми и нерастяжимыми нитями, перекинутыми через легкие ролики, с опускающимся и поднимающимся грузом, измерить угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha$ , время скольжения  $t$  и пройденное расстояние  $s$  вдоль плоскости.

Вычислить коэффициент трения скольжения тела по плоскости, сравнить полученный результат с табличным значением и сделать вывод.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

**Цель работы:** изучить особенности вращательного равноускоренного движения тела относительно неподвижной оси.

**Приборы и принадлежности:** экспериментальная установка (узел «маятник Обербека»), набор грузов, электронный секундомер, линейка.

### 3.1. Описание установки

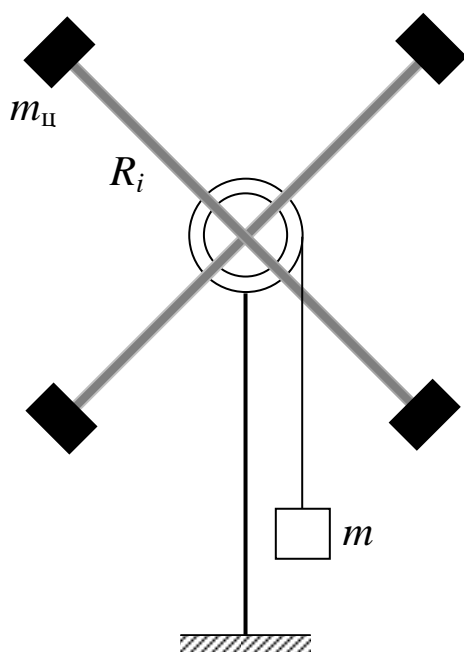


Рис. 3.1. Схема экспериментальной установки с маятником Обербека

Крестообразный маятник Обербека состоит из стержней, укрепленных на втулке под прямым углом друг к другу (рис. 3.1).

На эту же втулку насажены два шкива различных радиусов. Вся эта система может свободно вращаться вокруг закрепленной горизонтальной оси. На стержнях крестовины на одинаковых расстояниях от оси вращения  $Oz$  укреплены четыре цилиндра массой  $m_{ц}$  и диаметром  $d_{ц}$  каждый. Цилиндры можно закреплять на различных расстояниях  $R_i$  от оси вращения. На один из шкивов наматывается нить, к концу которой привязан груз массой  $m$ . Груз натягивает

нить и приводит маятник Обербека во вращательное движение.

### 3.2. Задание

Измерить диаметр шкива  $d$ , массу опускающегося груза  $m$ , высоту  $h$ , на которой находился груз в начальный момент времени, и время  $t$ , в течение которого груз опускается с высоты  $h$ , и вычислить момент инерции маятника Обербека по формуле:

$$I_{\text{з}} = \frac{md^2}{4} \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (3.1)$$

### 3.3. Порядок выполнения работы

1) Измерить диаметр шкива  $d$ , массу груза  $m$  и высоту  $h$ , на которой находился груз в начальный момент времени. Результаты измерений и их инструментальные погрешности занести в табл. 1 (см. лабораторную работу 1).

2) Электронный секундомер перевести в режим «2». Нажать кнопку «пуск» и измерить время  $t$ , в течение которого груз опускается с высоты  $h$ . Результаты измерений и значения их инструментальной погрешности занести в табл. 1.

3) Провести многократные измерения.

4) Сделать оценочный (приблизительный) расчет момента инерции маятника по формуле (3.1) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

5) Выполнить математическую обработку результатов измерений.

6) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).

7) Сделать вывод.

### 3.4. Дополнительное задание

Измерить массу  $m_c$  и длину  $\ell_c$  стержней, массу  $m_{\text{ц}}$  и диаметр  $d_{\text{ц}}$  цилиндра и расстояние  $R_1$  от центра цилиндра до оси вращения. Момент инерции шкивов указан на установке. Рассчитать момент инерции маятника Обербека с помощью теоремы Штейнера и сравнить полученное значение с экспериментальным результатом.

### *Лабораторная работа 4*

#### ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СТОЛКНОВЕНИЯ ТЕЛ ПРИ УДАРАХ

**Цель работы:** проверить справедливость закона сохранения импульса при неупругом и упругом центральных ударах шаров.

**Приборы и принадлежности:** экспериментальная установка (узел «шары»), электронный секундомер.

#### 4.1. Описание установки

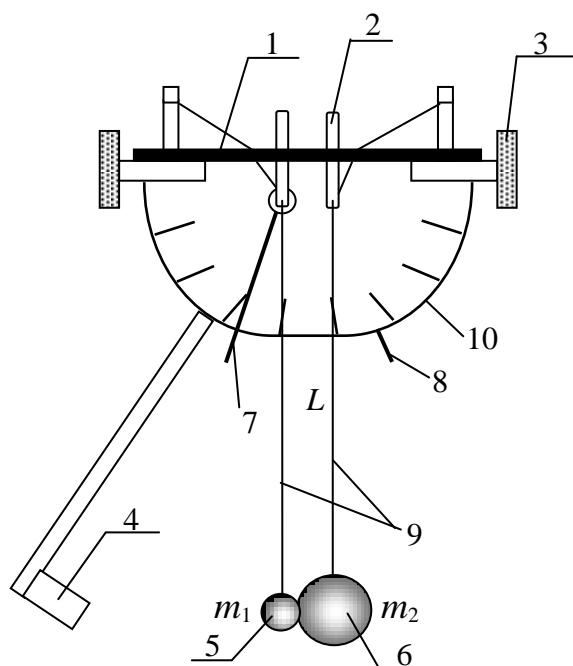


Рис. 4.1. Схема экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки, содержащей узел «шары», приведена на рис. 4.1, где 1 – основание; 2 – держатель нити; 3 – регулятор длины нити; 4 – электромагнит; 5, 6 – первый и второй шары; 7, 8 – указатели отклонения первого и второго шаров; 9 – нить; 10 – шкала.

Установка для изучения ударов представляет собой два шара массами  $m_1$  и  $m_2$ , подвешенных на нитях длиной  $L$  (под длиной нити будем понимать расстояние от точки подвеса до центра шара).

Шары удерживаются в отклоненном положении электромагнитом. Углы отклонения шаров от положения равновесия отсчитываются по шкале в градусах.

#### 4.2. Задание

1) Для изучения абсолютно неупругого удара (АНУ) шар массой  $m_1$  отклоняют на угол  $\alpha$ , а на второй шар массой  $m_2$  крепится небольшой кусочек пластилина. После неупругого столкновения шары слипаются и движутся вместе, отклоняясь на угол  $\beta$ .

Проверить справедливость закона сохранения импульса при неупругом ударе шаров, вычислив импульсы системы шаров до и после столкновения, можно по формулам:

$$p = 2m_1\sqrt{gL} \cdot \sin(\alpha / 2); \quad (4.1)$$

$$p' = 2(m_1 + m_2)\sqrt{gL} \cdot \sin(\beta / 2). \quad (4.2)$$

2) Для изучения абсолютно упругого удара (АУУ) шар массой  $m_1$  отклоняют на угол  $\alpha$ , а после упругого столкновения шары отклоняются на разные углы –  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

Проверить справедливость закона сохранения импульса при упругом ударе шаров, вычислив импульсы системы шаров до и после упругого столкновения, нужно по формулам:

$$p = 2m_1\sqrt{gL} \cdot \sin(\alpha/2); \quad (4.3)$$

$$p' = 2\sqrt{gL} [m_2 \sin(\beta_2/2) - m_1 \sin(\beta_1/2)]. \quad (4.4)$$

### 4.3. Порядок выполнения работы

1) Измерить расстояние  $L$  от точки подвеса до центра масс шара и массу шаров  $m_1$  и  $m_2$ . Результаты измерений и их инструментальные погрешности занести в табл.1 (см. лабораторную работу 1).

2) Электронный секундомер перевести в режим «1». Включить электромагнит в сеть с помощью кнопки «пуск» на электронном секундомере и подвести к нему шар, измерить при этом начальный угол отклонения шара  $\alpha$ . Результат измерения и инструментальную погрешность занести в табл. 1.

3) Выключить электромагнит с помощью кнопки «стоп/сброс» на электронном секундомере. Шар освобождается и движется к положению равновесия.

После неупругого соударения шары движутся вместе. Измерить угол  $\beta$ , на который отклоняются шары. Результаты измерения угла отклонения шаров  $\beta$  и инструментальную погрешность занести в табл. 1.

После упругого соударения шары движутся отдельно. Измерить углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , на которые отклоняются шары от положения равновесия. Измерять углы  $\beta$  можно поочередно: сначала для одного шара, задерживая рукой другой, затем для второго, задерживая первый. Результаты измерения углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$  и значения их инструментальной погрешности занести в табл. 1.

4) Провести многократные измерения.

5) Сделать оценочный (приблизительный) расчет импульсов системы шаров до и после неупругого и упругого ударов по формулам (4.1) – (4.4) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

6) Выполнить математическую обработку результатов измерений.

7) Записать окончательные результаты (с учетом правил округления).

8) Сравнить полученные значения импульсов системы шаров до и после неупругого и упругого ударов, сделать вывод.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ДЛЯ ВОЗДУХА

**Цель работы:** ознакомиться с одним из методов определения отношения теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме.

**Приборы и принадлежности:** закрытый стеклянный сосуд, манометр, насос.

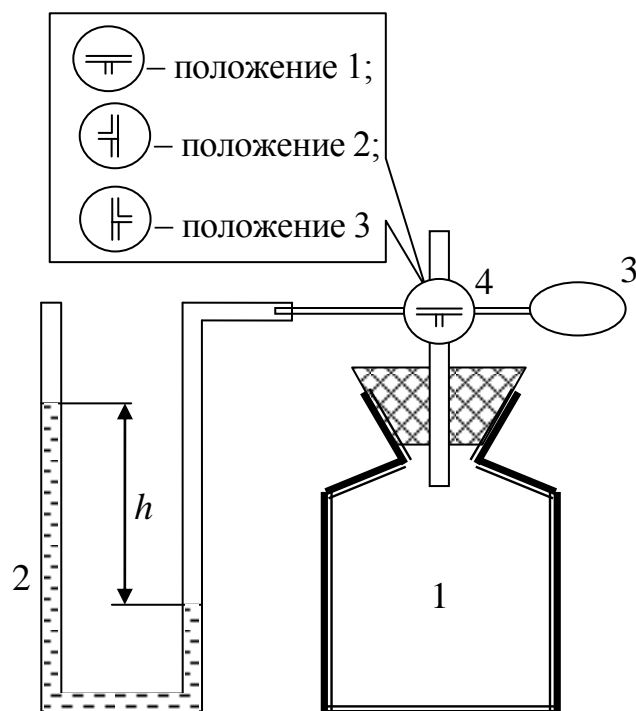


Рис. 5.1. Схема установки

### 5.1. Описание установки

Лабораторная установка (рис. 5.1) состоит из стеклянного сосуда 1, соединенного с водяным манометром 2 и ручным насосом 3 (резиновой «грушей»).

Стеклянный сосуд с помощью трехходового крана 4 может соединяться с ручным насосом (резиновой «грушей») и манометром (положение 1) либо с манометром и атмосферой (положение 2), либо с ручным насосом и атмосферой (нерабочее положение).

### 5.2. Задание

Измерить разность уровней  $h_1$  и  $h_2$  воды в манометре по показаниям манометра до и после быстрого выхода воздуха из сосуда и вычислить показатель адиабаты для воздуха по формуле:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (5.1)$$

### 5.3. Порядок выполнения работы

1) Установить трехходовой кран в положение 1 (см. рис. 5,1) и накачать воздух в сосуд до тех пор, пока разность уровней воды в манометре не будет максимальной. Пережать зажимом резиновый шланг от насоса и подождать 2 – 3 мин, пока температура воздуха в сосуде не станет равной температуре окру-

жающей среды (давление в сосуде перестанет меняться). После этого измерить разность уровней  $h_1$  воды в манометре, результат измерения записать в табл.1 (см. лабораторную работу 1).

2) Резко повернуть трехходовой кран по ходу часовой стрелки в положение 2. Характерный шипящий звук свидетельствует о том, что воздух очень быстро выходит из сосуда, а давление в сосуде понижается. В тот момент, когда уровни воды в коленях манометра сравняются, вернуть кран в положение 1. При этом давление в сосуде станет равным атмосферному, а температура в нем понизится. Через 2 – 3 мин воздух, охлажденный при адиабатическом расширении, нагреется до температуры окружающей среды. Давлению воздуха в этом состоянии будет соответствовать показание манометра  $h_2$ , записать его в табл. 1.

3) Провести многократные измерения.

4) Сделать оценочный (приблизительный) расчет показателя адиабаты по формуле (5.1) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

5) Выполнить математическую обработку результатов измерений. При этом следует учесть, что *если первоначальное показание манометра  $h_1$  на установке можно воспроизвести* (в пределах инструментальной погрешности манометра), то математическая обработка результатов измерений должна быть выполнена *по правилам обработки результатов косвенных измерений* ([1], подразд. 3.1). Если на лабораторной установке *первоначальный результат  $h_1$  не воспроизводится*, то следует провести многократные измерения различных показаний  $h_{1i}$  и  $h_{2i}$  манометра, *рассчитывая каждый раз значение  $\gamma_i$  по формуле (5.1)*. Затем необходимо выполнить математическую обработку результатов измерений *по правилам обработки результатов косвенных измерений, если условия эксперимента невоспроизводимы* ([1], подразд. 3.2). (Первый путь обработки результатов измерений логически более предпочтителен, однако второй проще.)

6) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).

7) Вычислить теоретическое значение  $\gamma$  для воздуха по формуле  $\gamma = (i + 2)/i$ , где  $i$  – число степеней свободы газа, полагая, что воздух является двухатомным газом.

8) Сравнить полученный экспериментальный и теоретический результаты с табличными данными и сделать вывод.



## Лабораторная работа 6

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ВОДЫ

Цель работы: изучить явление внутреннего трения (вязкость).

Приборы и принадлежности: сосуд с водой, водяной манометр, капилляр, секундомер, термометр.

#### 6.1. Описание лабораторной установки

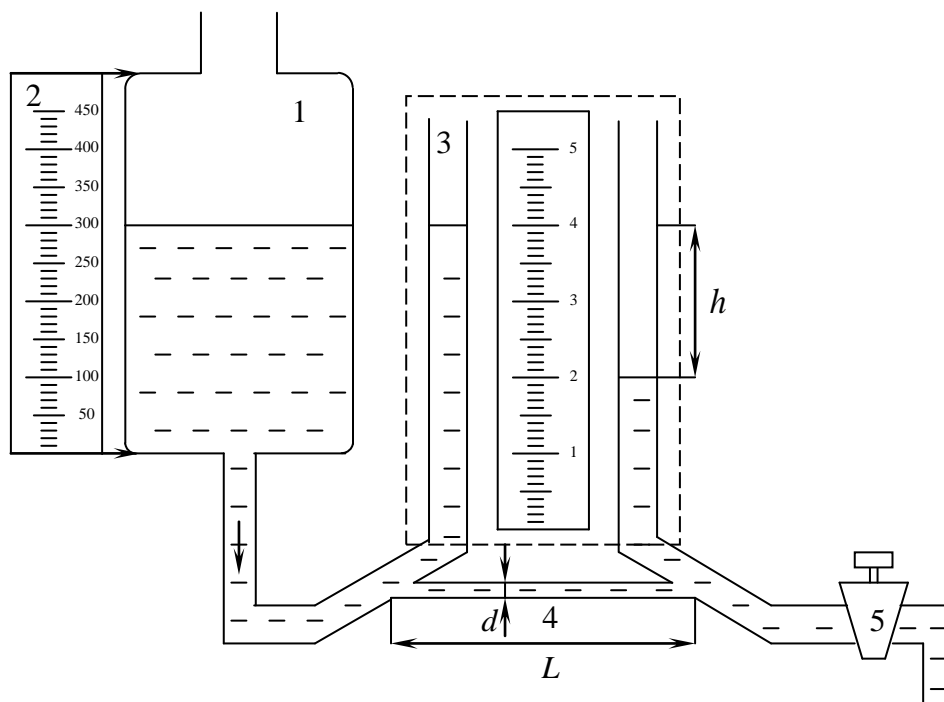


Рис. 6.1. Схема лабораторной установки

Лабораторная установка (рис. 6.1) включает в себя сосуд 1 с водой с нанесенной на его поверхность шкалой 2 для измерения объема вытекшей воды (в сантиметрах в кубе), водяной манометр 3, капилляр 4 и кран 5, с помощью которого можно регулировать скорость течения воды по капилляру.

#### 6.2. Задание

Измерить время  $t$ , за которое из сосуда вытекает вода объемом  $V$ , а также этот объем  $V$  и разность уровней  $h$  воды в водяном манометре и вычислить коэффициент вязкости воды по формуле:

$$\eta = \frac{\pi d^4 t \rho g h}{128 L V}, \quad (6.1)$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;

$g$  – ускорение свободного падения,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ;

$d$  и  $L$  – диаметр капилляра и его длина соответственно (указаны на лабораторной установке).

### 6.3. Порядок выполнения работы

1) Закрыть кран 5 и заполнить сосуд 1 (см. рис. 6.1) водой до отметки не менее  $500 \text{ см}^3$ . Под кран подставить пустую емкость (стакан).

2) Плавно открыть кран и добиться такой скорости вытекания воды, чтобы разность уровней  $h$  воды в водяном манометре 3 не превышала 20 мм. По заданию преподавателя установить требуемую разность уровней.

3) С помощью секундомера измерить время  $t$  вытекания из сосуда воды объемом  $V$  (рекомендуемый объем вытекающей жидкости –  $50 \text{ см}^3$ ). При этом, как только из сосуда вытечет половина заданного объема воды ( $25 \text{ см}^3$ ), измерить разность уровней  $h$  воды в водяном манометре. Результаты измерения объема  $V$  вытекшей воды, времени  $t$  вытекания воды и разности уровней  $h$  воды в водяном манометре, а также значения их инструментальной погрешности занести в табл.1 (см. лабораторную работу 1).

4) С помощью термометра измерить температуру  $T$  воды. Результат измерения, а также указанные на лабораторной установке диаметр  $d$  и длину  $L$  капилляра и значения их погрешности занести в табл. 1.

5) Провести многократные измерения (п. 1 – 3).

6) Провести оценочный (приблизительный) расчет коэффициента вязкости воды по формуле (6.1) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

7) Выполнить математическую обработку результатов измерений. При этом следует учесть, что *если первоначальное показание манометра  $h$  на установке можно воспроизвести* (в пределах инструментальной погрешности манометра), то математическая обработка результатов измерений должна быть выполнена *по правилам обработки результатов косвенных измерений*. ([1], подразд. 3.1). Если на лабораторной установке *первоначальный результат  $h$  не воспроизводится*, то следует провести многократные измерения различных показаний  $h_i$  манометра, *рассчитывая каждый раз значение  $\eta_i$  по формуле (6.1)*. Затем необходимо выполнить математическую обработку результатов по *правилам обработки результатов косвенных измерений, если условия эксперимента невоспроизводимы* ([1], подразд. 3.2).

8) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).

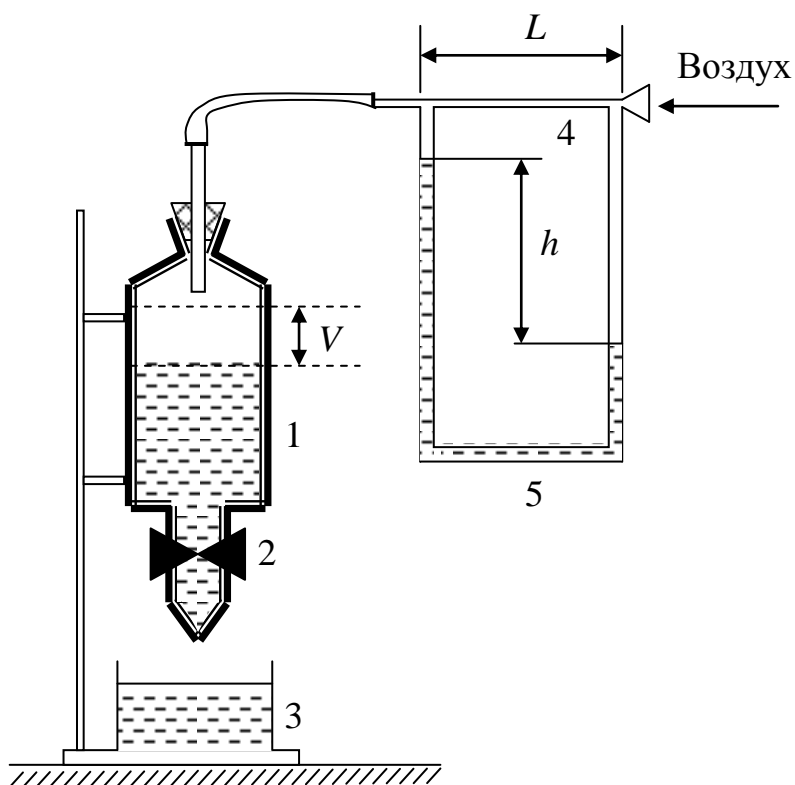
9) Сравнить полученный результат с табличным значением и сделать вывод.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Цель работы: изучить явления, связанные с хаотическим движением молекул газа.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка, секундомер, барометр.

### 7.1. Описание лабораторной установки



Лабораторная установка (рис. 7.1) состоит из сосуда 1, крана 2 для выпуска жидкости из сосуда в стакан 3, капилляра 4, соединенного с сосудом, и водяного манометра 5. После открывания крана жидкость начинает вытекать из сосуда в стакан, а воздух поступает в сосуд по капилляру. При этом давление на концах капилляра неодинаковое. Разность этих давлений измеряется водяным манометром.

Рис. 7.1. Схема лабораторной установки

### 7.2. Задание

Измерить время  $t$ , за которое из сосуда вытекает вода объемом  $V$ , а также этот объем  $V$  и разность уровней  $h$  воды в водяном манометре и вычислить среднюю длину свободного пробега и эффективный диаметр молекул по формулам:

$$\langle \ell \rangle = \frac{3\pi d^4 t \rho g h}{256 V L P} \sqrt{\frac{\pi R T}{2 M}}; \quad (7.1)$$

$$D = \sqrt{\frac{k_B T}{\sqrt{2} \pi \ell P}}, \quad (7.2)$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;

$g$  – ускорение свободного падения,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

$d$  и  $L$  – диаметр капилляра и его длина соответственно (указаны на лабораторной установке);

$P$  – давление воздуха;

$T$  – абсолютная температура воздуха;

$R$  – универсальная газовая постоянная,  $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ ;

$k_B$  – постоянная Больцмана,  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ ;

$M$  – молярная масса воздуха,  $M = 0,029 \text{ кг/моль}$ .

### 7.3. Порядок выполнения работы

1) При закрытом кране 2 заполнить сосуд 1 (см. рис. 7.1) водой до отметки не менее  $500 \text{ см}^3$  и *плотно закрыть* его пробкой. Под кран подставить стакан 3.

2) Плавно открыть кран и добиться такой скорости вытекания воды, чтобы разность уровней  $h$  воды в водяном манометре *не превышала*  $20 \text{ мм}$ . По заданию преподавателя установить требуемую разность уровней.

3) С помощью секундомера измерить время  $t$  вытекания из сосуда воды объемом  $V$  (рекомендуемый объем вытекающей воды –  $100 \text{ см}^3$ ). При этом, как только из сосуда вытечет половина заданного объема воды ( $50 \text{ см}^3$ ), измерить разность уровней  $h$  воды в водяном манометре. Результаты измерения объема  $V$  вытекшей воды, времени  $t$  вытекания воды и разности уровней  $h$  воды в водяном манометре, а также значения их инструментальной погрешности занести в табл. 1 (см. лабораторную работу 1).

4) Измерить температуру  $T$  и давление  $P$  воздуха с помощью термометра и барометра соответственно. Результаты измерения и значения их инструментальной погрешности занести в табл. 1. В эту же таблицу занести указанные на лабораторной установке диаметр  $d$ , длину  $L$  капилляра и значения их погрешности.

5) Провести многократные измерения (п. 1 – 3).

6) Провести оценочный (приблизительный) расчет средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул по формулам (7.1) и (7.2), результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

7) Выполнить математическую обработку результатов измерений. При этом следует учесть, что *если первоначальное показание манометра  $h$  на установке можно воспроизвести* (в пределах инструментальной погрешности манометра), то математическая обработка результатов измерений должна быть

выполнена *по правилам обработки результатов косвенных измерений*. ([1], подразд. 3.1). Если на лабораторной установке *первоначальный результат  $h$  не воспроизводится*, то следует провести многократные измерения различных показаний  $h_i$  манометра, *рассчитывая каждый раз значение  $\langle \ell_i \rangle$  по формуле (7.1)*. Затем необходимо выполнить математическую обработку результатов *по правилам обработки результатов косвенных измерений, если условия эксперимента невоспроизводимы* ([1], подразд. 3.2).

8) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).

9) Сравнить полученные результаты с табличными значениями и сделать вывод.

### Библиографический список

1. Крохин С. Н. Измерения и расчет погрешностей в лабораторном практикуме по физике / С. Н. Крохин, Л. А. Литневский, С. А. Минабудинова / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2011. 29 с.

2. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М.: Академия, 2006. 560 с.

3. Детлаф А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. М.: Академия, 2008. 720 с.

4. Оселедчик Ю. С. Физика. Модульный курс для технических вузов / Ю. С. Оселедчик, П. И. Самойленко, Т. Н. Точилина. М.: Юрайт, 2012. 525 с.

5. Яворский Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. М., 1990. 622 с.

6. Физика: Большой энциклопедический словарь / Под. ред. А. М. Прохорова. М.: Большая российская энциклопедия, 2003. 944 с.

7. Физические величины / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

## ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

**П.1.1. Движение тела, брошенного под углом к горизонту**

Ц е л ь р а б о т ы: изучить законы кинематики равноускоренного движения частицы.

П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и: экспериментальная установка, линейка, «пушка», «снаряды».

**П.1.1.1. Описание установки**

Схема экспериментальной установки, предназначенной для изучения законов движения тел в поле силы тяжести Земли, представлена на рис.П.1.1, где 1 – длинное горизонтальное основание, на котором закреплена «пушка» 2, стреляющая «снарядами» 3. Экспериментатор может изменять угол отклонения  $\beta$  «пушки» от вертикали и измерять его с помощью транспортира 4, закрепленного в вертикальной плоскости. В момент «выстрела» «снаряд» находится на высоте  $y_0$  от основания установки. Конструкцией установки не предусмотрено изменение этого параметра. После «выстрела» «снаряд», двигаясь по параболе в поле силы тяжести Земли, падает на горизонтальное основание и прилипает к его поверхности. Расстояние  $s_x$ , которое снаряд пролетел по горизонтали, измеряется линейкой 5, закрепленной на основании установки.

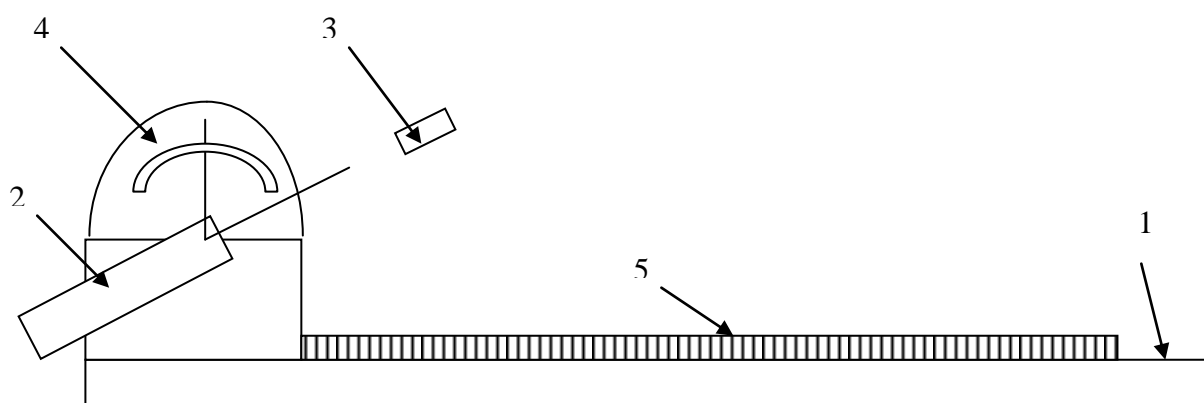


Рис. П.1.1. Схема экспериментальной установки  
для изучения законов движения тел

### П.1.1.2. Задание

Измерить угол  $\beta$ , под которым «пушка» расположена к вертикали, высоту  $y_0$ , на которой находится «снаряд» в заряженной «пушке», дальность полета «снаряда»  $s_x$  и вычислить модуль начальной скорости полета «снаряда»  $v_0$  по формуле:

$$v_0 = s_x \sqrt{\frac{g}{s_x \sin 2\beta + 2y_0 \sin^2 \beta}}. \quad (\text{П.1.1})$$

### П.1.1.3. Порядок выполнения работы

- 1) Установить «пушку», расположив ее под углом  $\beta$  к вертикали (угол задается преподавателем).
- 2) Зарядить «пушку» «снарядом».
- 3) Произвести «выстрел» (в момент выстрела следить за тем, чтобы не изменился угол наклона «пушки»).
- 4) Измерить дальность полета «снаряда», сняв показания по закрепленной линейке.
- 5) Опыт повторить многократно при неизменном угле отклонения «пушки» от вертикали.
- 6) Провести оценочный (приблизительный) расчет начальной скорости полета «снаряда» по формуле (П.1.1) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.
- 7) Выполнить математическую обработку результатов измерений.
- 8) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).
- 9) Сделать вывод.

### П.1.2. Определение скорости полета пули

**Ц е л ь р а б о т ы:** на основании законов сохранения импульса и энергии определить скорость полета пули.

**П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и:** баллистический маятник (цилиндр на нитях бифилярного подвеса), стреляющее устройство, набор пуль разной массы, миллиметровая линейка с самофиксатором.

#### П.1.2.1. Описание установки

Прямое измерение скорости полета пули является трудной экспериментальной задачей, так как эта скорость может быть значительной. Существуют

различные косвенные методы измерения скорости полета пули, в том числе и основанные на явлении неупругого удара, – методы баллистического и крутильного маятников.

Баллистический маятник (рис. П.1.2) представляет собой тяжелое тело массой  $M$ , подвешенное на нитях бифилярного подвеса длиной  $L$ .

Для данной работы маятник выполнен в виде массивного цилиндра, один из торцов которого имеет углубление, заполненное пластилином. Стреляющее устройство закреплено рядом с баллистическим маятником, подвешенным на нитях бифилярного подвеса. В комплект лабораторной установки входит набор из трех пуль разной массы. Отсчетное устройство для измерения отклонения баллистического маятника представляет собой миллиметровую линейку с самофиксатором.

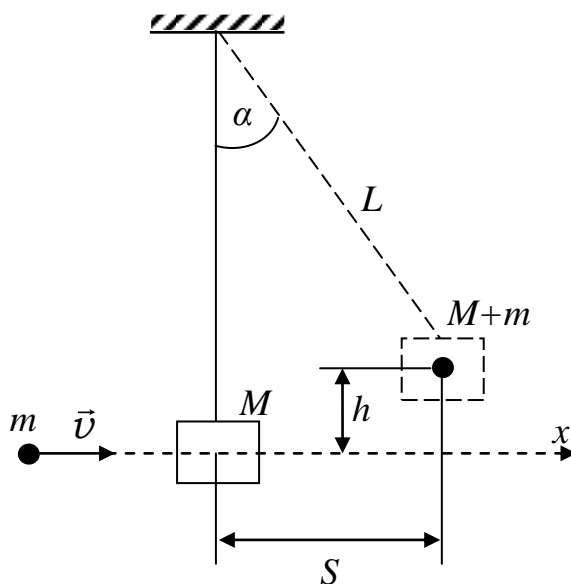


Рис. П.1.2. Схема экспериментальной установки с баллистическим маятником

После выстрела пуля массой  $m$  вылетает со скоростью  $v$ , попадает в маятник и застревает в нем.

Пуля передает маятнику свой импульс, вследствие чего маятник приходит в движение и поднимается на небольшую высоту.

### П.1.2.2. Задание

Измерить массу пули  $m$  и баллистического маятника  $M$ , длину нити подвеса  $L$ , горизонтальное перемещение маятника после выстрела  $s$  и вычислить скорость полета пули по формуле:

$$v = \frac{(m + M)s\sqrt{g/L}}{m}. \quad (\text{П.1.2})$$

### П.1.2.3. Порядок выполнения задания

1) Измерить массу пули  $m$ , баллистического маятника  $M$ , длину нити подвеса  $L$ .



2) Отметить на отсчетном устройстве (линейке) начальное положение  $s_0$  баллистического маятника перед выстрелом и записать его. Вставить пулю в стреляющее устройство и произвести выстрел, нажав на спусковую пластину стреляющего устройства. Отметить конечное положение  $s_1$  маятника с застрявшей в нем пулей и вычислить отклонение маятника  $(s_1 - s_0)$ . Результаты измерения и значения их инструментальной погрешности занести в табл. 1 (см. лабораторную работу 1).

3) Провести многократные измерения.

4) Сделать оценочный (приблизительный) расчет скорости полета пули по формуле (П.1.2) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

5) Выполнить математическую обработку результатов измерений.

6) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).

7) Сделать вывод.

### **П.1.3. Изучение процессов диссипации энергии**

**Ц е л ь р а б о т ы:** определить тормозящий момент сил на основе закона сохранения энергии.

**П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и:** маятник Обербека, набор грузов, электронный секундомер.

#### **П.1.3.1. Описание установки**

Экспериментальная установка представляет собой крестообразный маятник Обербека (см. рис. 3.1), состоящий из цилиндрической втулки со шкивом, которая вращается с небольшим трением вокруг горизонтальной оси. К втулке прикреплены четыре стержня с делениями и цилиндрическими грузами на них. На шкив втулки намотана нить с грузом  $m$ . Положение груза может быть определено с помощью вертикально закрепленной измерительной линейки.

#### **П.1.3.2. Задание**

Измерить массу груза  $m$ , диаметр шкива втулки  $d$ , начальную  $h$  и конечную  $h_1$  высоту груза и вычислить тормозящий момент, действующий на ось маятника, по формуле:

$$M_{\text{тр}} = \frac{mg(h - h_1)d}{2(h + h_1)} . \quad (\text{П.1.3})$$

### П.1.3.3. Порядок выполнения работы

1) Измерить массу груза и диаметр шкива втулки.

2) Включить электронный секундомер кнопкой «Сеть». При этом загораются индикатор времени «00.00» и сигнальная лампочка первого режима работы секундомера. Кнопкой «Режим» выбрать второй режим, при этом загорается сигнальная лампочка этого режима. Во втором режиме маятник не будет тормозиться при нижнем положении груза.

3) Вращая маятник рукой, намотать нить на шкив втулки и поднять груз  $m$  на начальную высоту  $h$ , которую измерить с помощью измерительной линейки.

4) Нажать на кнопку «Пуск» и включить электромагнит, который притянет к себе металлическую пластинку. Втулка маятника освободится от тормозящего действия пластинки и под действием груза  $m$  придет во вращение, одновременно начнется отсчет времени секундомером.

5) В нижнем крайнем положении движущегося груза сработает фотодатчик, и отсчет времени прекратится. Однако маятник Обербека будет продолжать вращаться равнозамедленно в том же направлении, и груз начнет подниматься вверх.

6) Достигнув максимальной высоты  $h_1$ , груз остановится. В этот момент нужно нажать на кнопку «Стоп/Сброс» секундомера. Электромагнит установки выключится, и втулка маятника зафиксируется тормозящей пластинкой. Повторное нажатие на кнопку «Стоп/Сброс» приведет к сбросу показаний секундомера.

7) Повторить опыт по опусканию груза  $m$  с высоты  $h$  многократно и записать результаты измерений для высоты  $h_1$  в табл. 1.

8) Сделать оценочный (приблизительный) расчет тормозящего момента по формуле (П.1.3) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.

9) Выполнить математическую обработку результатов измерений.

10) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).

11) Сделать вывод.

### П.1.4. Законы сохранения при вращательном движении

Ц е л ь р а б о т ы: изучить применение законов сохранения энергии и момента импульса к вращательному движению твердых тел.

П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и: экспериментальная установка, «пушка», «снаряды».

### П.1.4.1. Описание установки

Схема установки приведена на рис. П.1.3. «Снаряд» 1, выпущенный из «пушки» 2, попадает в кусочек пластилина 3, закрепленный в нижней части пластины 4, и прилипает к ней. От удара «снаряда» пластина отклоняется от вертикального положения, вращаясь относительно оси, проходящей через верхний край пластины. Угол отклонения измеряется транспортиром 5 при помощи флажка 6.

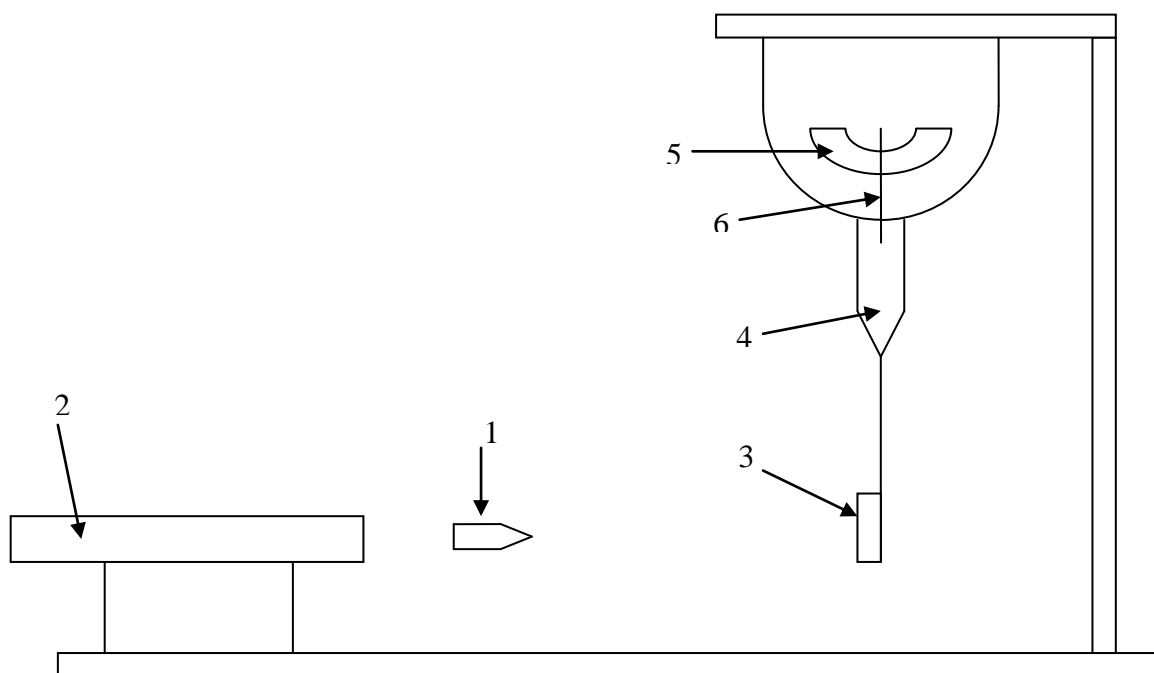


Рис. П.1.3. Схема установки

### П.1.4.2. Задание

Измерить угол  $\alpha$ , на который пластина отклонится от вертикали после попадания в ее край «снаряда», выпущенного из «пушки»; расстояние от оси вращения до точки прилипания «снаряда» (прицельный параметр)  $b$ ; массу «снаряда»  $m$  и пластины  $M$ ; длину  $\ell$  пластины; расстояние  $a$  от оси вращения до центра масс пластины и вычислить модуль скорости полета «снаряда»  $v$  по формуле:

$$v = \frac{\sqrt{2g \left( mb^2 + \frac{1}{3} M \ell^2 \right) (Ma + mb) (1 - \cos \alpha)}}{mb}. \quad (\text{П.1.4})$$

### **П.1.4.3. Порядок выполнения работы**

- 1) Установить флажок, предназначенный для измерения угла отклонения пластины, вблизи нулевой отметки.
- 2) Зарядить «пушку» «снарядом».
- 3) Произвести выстрел («снаряд» должен попасть в пластилин и прилипнуть к нему).
- 4) По отклонению измерительного флажка определить угол отклонения пластины после попадания в нее «снаряда».
- 5) Опыт повторить многократно.
- 6) Измерить и записать в табл. 1 параметры установки (массу «снаряда»  $m$  и пластины  $M$ , прицельный параметр  $b$ , расстояние  $a$  от оси вращения до центра масс пластины, длину пластины  $\ell$ ) и значения их инструментальной погрешности.
- 7) Провести оценочный (приблизительный) расчет скорости полета «снаряда» по формуле (П.1.4) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.
- 8) Выполнить математическую обработку результатов измерений.
- 9) Записать окончательный результат (с учетом правил округления).
- 10) Сделать вывод.

### **П.1.5. Скатывание твердого тела с наклонной плоскости**

**Ц е л ь р а б о т ы:** проверить закон сохранения механической энергии при скатывании твердого тела с наклонной плоскости.

**П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и:** экспериментальная установка (узел «наклонная плоскость»), набор тел вращения, электронный секундомер.

#### **П.1.5.1. Описание установки**

Экспериментальная установка позволяет для твердого тела вращения (шар, диск, цилиндр) массой  $m$ , скатывающегося с плоскости, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту, измерить время скатывания  $t$  и пройденное расстояние  $s$  вдоль наклонной плоскости.

Узел экспериментальной установки «наклонная плоскость» (см. рис. 2.1) описан в лабораторной работе 2.

#### **П.1.5.2. Задание**

Установить угол  $\alpha$  наклона плоскости к горизонту менее  $20^\circ$  и измерить угол  $\alpha$ , массу  $m$  тела, время скатывания  $t$  тела с наклонной плоскости, пройденное рас-

стояние  $s$  вдоль наклонной плоскости, затем вычислить механическую энергию тела в начальный момент времени  $W_1$ , когда тело покоится на вершине наклонной плоскости, и в конце скатывания  $W_2$  по формулам:

$$W_1 = mgs \sin \alpha \quad (\text{П.1.5})$$

и

$$W_2 = (1 + k) \frac{2ms^2}{t^2}, \quad (\text{П.1.6})$$

сравнить эти энергии.

### П.1.5.3. Порядок выполнения работы

- 1) Измерить массу  $m$  твердого тела. Результат измерения массы и значение его инструментальной погрешности занести в табл. 1.
- 2) Определить значение коэффициента  $k$ , учитывающего форму скатывающегося тела (для обруча, полого цилиндра  $k = 1$ , для сплошного диска, цилиндра  $k = 0,5$ , для шара  $k = 0,8$ ).
- 3) Ослабить стопорный винт 6 на узле «наклонная плоскость» (см. рис. 2.1) и повернуть плоскость на требуемый угол (угол  $\alpha$  должен быть меньше  $20^\circ$ ). Контроль угла осуществить с помощью указателя 5 и отсчетного устройства 4. Зафиксировать положение стопорным винтом 6.
- 4) Электронный секундомер перевести в режим «1». Переключить тумблер, расположенный слева на основании установки, «на себя». Поместить скатываемое тело в верхний конец плоскости, где оно будет зафиксировано магнитным полем электромагнита 7.
- 5) Нажать на кнопку «Пуск» секундомера и измерить время скатывания тела с наклонной плоскости. С помощью линейки 3 измерить пройденное расстояние. Результаты измерения угла наклона плоскости  $\alpha$ , времени скатывания  $t$  и пройденного расстояния  $s$  и значения их инструментальной погрешности занести в табл. 1. Опыт повторить многократно.
- 6) Провести оценочный (приблизительный) расчет механической энергии тела в начальный момент  $W_1$  (наверху наклонной плоскости) и после скатывания  $W_2$  (в конце наклонной плоскости) по формулам (П.1.5) и (П.1.6) и результаты измерений и расчетов подписать у преподавателя.
- 7) Выполнить математическую обработку результатов измерений.
- 8) Записать окончательные результаты (с учетом правил округления).
- 9) Сравнить полученные результаты и сделать вывод.

## ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Подробное изложение методики измерения и расчета погрешности представлено в методических указаниях [1]. В данной работе приведены лишь основные правила вычисления погрешности при прямых и косвенных измерениях.

В основном измерения являются косвенными, а они включают в себя два различных этапа: прямые измерения и последующие расчеты. Следовательно, и оценка погрешности таких измерений также должна состоять из двух этапов. Сначала необходимо оценить погрешность значений тех величин, которые определяются непосредственно при прямых измерениях, а затем выяснить, как эта погрешность при расчетах приведет к погрешности в конечном результате.

Основной порядок математической обработки результатов многократных прямых измерений:

1) вычислить среднеарифметическое (действительное) значение измеряемой величины:

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}; \quad (\text{П.2.1})$$

2) рассчитать абсолютную погрешность прямых многократных измерений:

$$\Delta x = \Delta x_{\text{ин}} + \frac{|\langle x \rangle - x_1| + |\langle x \rangle - x_2| + \dots + |\langle x \rangle - x_n|}{n}; \quad (\text{П.2.2})$$

3) вычислить относительную погрешность результата измерений:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle} \cdot 100 \% ; \quad (\text{П.2.3})$$

4) записать окончательный результат (с учетом правила округления) в виде:

$$x = (\langle x \rangle \pm \Delta x) \text{ ед. изм. с } \varepsilon_x = \dots \%. \quad (\text{П.2.4})$$

При записи окончательного результата измерений (и оценки погрешности) необходимо всегда придерживаться следующего правила: значение абсолютной погрешности результата измерений округляют до двух значащих цифр слева, а среднее значение – до того разряда, в котором находится вторая значащая цифра абсолютной погрешности.

**П р и м е р.** Пусть в результате измерений и расчетов было получено:  $\langle x \rangle = 17,968$  см и  $\Delta x = 0,237$  см. Тогда окончательный результат (с учетом правил округления) следует записать в виде:  $x = (17,97 \pm 0,24)$  см.

Основные этапы математической обработки результатов косвенных измерений:

1) провести прямые измерения всех величин ( $x, y, z, \dots$ ), входящих в рабочую формулу  $f = f(x, y, z, \dots)$ , и математическую обработку полученных результатов;

2) вычислить действительное (среднеарифметическое) значение измеряемой величины  $\langle f \rangle$ , подставив в рабочую формулу среднеарифметические значения переменных  $\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle, \dots$ :

$$\langle f \rangle = f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle, \dots); \quad (\text{П.2.5})$$

3) рассчитать абсолютную погрешность результата:

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\langle x \rangle} \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{y=\langle y \rangle} \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=\langle z \rangle} \Delta z + \dots, \quad (\text{П.2.6})$$

где  $\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\langle x \rangle}, \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{y=\langle y \rangle}, \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=\langle z \rangle}, \dots$  – модули частных производных функции по переменным  $x, y, z, \dots$ , вычисленные по среднеарифметическим значениям  $\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle, \dots$ ;

4) вычислить относительную погрешность результата:

$$\varepsilon_f = \frac{\Delta f}{\langle f \rangle} \cdot 100 \%; \quad (\text{П.2.7})$$

5) записать окончательный результат (с учетом правила округления) в виде:

$$f = (\langle f \rangle \pm \Delta f) \text{ ед. изм. с } \varepsilon_f = \dots \%. \quad (\text{П.2.8})$$

Если искомая величина представляет собой выражение вида

$$f = f(x, y, z) = x^a y^b z^c, \quad (\text{П.2.9})$$

т. е. не содержит операций сложения и вычитания, причем постоянные  $a, b, c$  могут принимать как положительные, так и отрицательные значения, проще сначала найти относительную погрешность  $\varepsilon_f$ :

$$\varepsilon_f = \left| \frac{a}{\langle x \rangle} \right| \Delta x + \left| \frac{b}{\langle y \rangle} \right| \Delta y + \left| \frac{c}{\langle z \rangle} \right| \Delta z = a\varepsilon_x + b\varepsilon_y + c\varepsilon_z. \quad (\text{П.2.10})$$

После этого рассчитывают абсолютную погрешность  $\Delta f$  по формуле  $\Delta f = \varepsilon_f \langle f \rangle$  и записывают окончательный результат в стандартном виде (П.2.8).

Если при косвенных измерениях практически невозможно воспроизвести прежние условия проведения эксперимента, то в этом случае после проведения многократных прямых измерений величин  $x, y, z, \dots$  для получения окончательного результата, т. е.  $\langle f \rangle, \Delta f, \varepsilon_f$ , необходимо выполнить действия в следующем порядке:

1) для каждого из значений  $x_i, y_i, z_i, \dots$  вычислить значение  $f_i$  косвенно определяемой величины:

$$f_i = f(x_i, y_i, z_i, \dots); \quad (\text{П.2.11})$$

2) определить среднее значение измеряемой величины:

$$\langle f \rangle = \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i; \quad (\text{П.2.12})$$

3) вычислить погрешность каждого измерения:

$$\Delta f_i = \langle f \rangle - f_i, \quad i = 1, \dots, n; \quad (\text{П.2.13})$$

4) рассчитать случайную погрешность измерений:

$$\Delta f_{\text{сл}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta f_i|; \quad (\text{П.2.14})$$

5) вычислить погрешность, вносимую различными инструментами в абсолютную погрешность косвенно измеряемой величины (назовем формально эту погрешность инструментальной  $\Delta f_{\text{ин}}$ ):

$$\Delta f_{\text{ин}} = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x_{\text{ин}} + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y_{\text{ин}} + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z_{\text{ин}} + \dots \quad (\text{П.2.15})$$

При этом после нахождения частных производных в выражение (П.2.15) следует подставить наименьшие из измеренных значений  $x, y, z, \dots$ , приводящие к наибольшей погрешности  $\Delta f_{\text{ин}}$ :

6) определить абсолютную погрешность:



$$\Delta f = \Delta f_{\text{сл}} + \Delta f_{\text{ин}}; \quad (\text{П.2.16})$$

7) рассчитать относительную погрешность:

$$\varepsilon_f = \frac{\Delta f}{\langle f \rangle} \cdot 100 \%; \quad (\text{П.2.17})$$

8) произведя округление результатов расчета, записать окончательный результат измерения в стандартном виде (П.2.8).

Абсолютную погрешность  $\Delta f$  косвенно измеряемой величины  $f$  можно определить без непосредственного вычисления частных производных, используя формулы численного дифференцирования (прил. 3). Полученная на основе выражения (П.2.6) формула для расчета  $\Delta f$  примет вид:

$$\begin{aligned} \Delta f &= \Delta f_x + \Delta f_y + \Delta f_z + \dots = \\ &= |f(\langle x \rangle + \Delta x, \langle y \rangle, \langle z \rangle, \dots) - f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle, \dots)| + \\ &+ |f(\langle x \rangle, \langle y \rangle + \Delta y, \langle z \rangle, \dots) - f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle, \dots)| + \\ &+ |f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle + \Delta z, \dots) - f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle, \dots)| + \dots, \end{aligned} \quad (\text{П.2.18})$$

где  $f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle, \dots) = \langle f \rangle$  – среднее значение величины  $f$ .

## ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ И ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

Из определения *производной* вытекают несколько *правил дифференцирования*, использование которых позволяет свести дифференцирование функций к вычислению производных элементарных функций:

*производная постоянной величины* (константы) равна нулю:

$$C' = 0; \quad (\text{П.3.1})$$

*постоянная величина* (константа), являющаяся *сомножителем* функции, при дифференцировании выносится за знак производной:

$$(c f(x))' = c f'(x); \quad (\text{П.3.2})$$

*производная суммы (разности)* функций равна сумме (разности) производных функций:

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x); \quad (\text{П.3.3})$$

*производная произведения* двух функций равна производной первой функции, умноженной на вторую, плюс произведение первой функции на производную второй:

$$(f(x) \times g(x))' = f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x); \quad (\text{П.3.4})$$

*производная частного* при делении двух функций преобразовывается по формуле:

$$\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \times g(x) - f(x) \times g'(x)}{g^2(x)}; \quad (\text{П.3.5})$$

*производная сложной функции* (т. е. функции от функции) равна произведению производной внешней функции по всему ее аргументу (т. е. по вложенной функции  $g$ ) и производной вложенной функции по ее аргументу:

$$f'_x(g(x)) = f'_g(g) g'_x(x) \quad (\text{П.3.6})$$

или

$$\frac{df(g(x))}{dx} = \frac{df(g)}{dg} \frac{dg(x)}{dx}. \quad (\text{П.3.7})$$

(Производная сложной функции – наиболее сложное для практического применения правило дифференцирования, поэтому приведены две формы записи этого правила.)

Расчет погрешности косвенных измерений при выполнении лабораторных работ требует умения вычислять *частные производные функции многих переменных*. Чтобы вычислить такую производную по одному из аргументов, необходимо все остальные переменные объявить константами и руководствоваться далее обычными правилами дифференцирования:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, y, z, \dots)}{\partial x} &= \left. \frac{df(x, y, z, \dots)}{dx} \right|_{y, z, \dots = \text{const}}; \\ \frac{\partial f(x, y, z, \dots)}{\partial y} &= \left. \frac{df(x, y, z, \dots)}{dy} \right|_{x, z, \dots = \text{const}}; \dots \end{aligned} \quad (\text{П.3.8})$$

Производные некоторых наиболее часто встречающихся элементарных функций:

гармонических функций синуса и косинуса:

$$\frac{d \sin x}{dx} = \cos x; \quad (\text{П.3.9 а}) \quad \frac{d \cos x}{dx} = -\sin x; \quad (\text{П.3.9 б})$$

экспоненциальной и логарифмической функций:

$$\frac{de^x}{dx} = e^x; \quad (\text{П.3.10 а}) \quad \frac{d \ln x}{dx} = \frac{1}{x}; \quad (\text{П.3.10 б})$$

степенной функции и два ее частных случая для  $n = -1$  и  $n = 1/2$  соответственно:

$$\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}; \quad (\text{П.3.11 а}) \quad \frac{d \frac{1}{x}}{dx} = -\frac{1}{x^2}; \quad (\text{П.3.11 б}) \quad \frac{d \sqrt{x}}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}. \quad (\text{П.3.11 в})$$

(Более полную таблицу производных можно найти в учебниках по высшей математике либо в специальных справочниках.)

## СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Т а б л и ц а П.4.1

## Десятичные приставки

Наименование	Обозначение	Отношение	Наименование	Обозначение	Отношение
деци	д	$10^{-1}$	дека	да	$10^1$
санти	с	$10^{-2}$	гекто	г	$10^2$
милли	м	$10^{-3}$	кило	к	$10^3$
микро	мк	$10^{-6}$	мега	М	$10^6$
нано	н	$10^{-9}$	гига	Г	$10^9$
пико	п	$10^{-12}$	тера	Т	$10^{12}$

Т а б л и ц а П.4.2

## Плотность вещества

Вещество	Плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Вещество	Плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>
Алюминий	2,7	Бетон	1,8 – 2,8
Бронза	8,7 – 8,9	Картон	0,69
Вольфрам	19,3	Стекло (окон)	2,4 – 2,7
Латунь	8,3 – 8,7	Фарфор	2,2 – 2,5
Лед	0,9	Фторопласт	1,3 – 1,4
Магний	1,7	Гетинакс	1,3 – 1,4
Медь	8,9	Текстолит	1,3 – 1,6
Никель	8,9	Эбонит	1,2 – 1,4
Нихром	8,1 – 8,4	Береза	0,65
Олово	7,3	Дуб	0,76
Свинец	11,3	Ель	0,45
Сталь (железо)	7,8	Сосна	0,52
Титан	4,5	Кедр	0,5 – 0,6
Цинк	7,1	Клен	0,75
Чугун	7,0 – 7,8	Тополь	0,48

## Значения физических величин

Коэффициент трения скольжения $\mu$ : металл по металлу дерево по металлу	0,15 – 0,30 0,20 – 0,60
Коэффициент вязкости воды $\eta$ при температуре: 20°C 25°C 30°C	1,002 мПа·с 0,894 мПа·с 0,7978 мПа·с
Коэффициент вязкости воздуха $\eta$ при температуре: 0°C 27°C	17,4 мкПа·с 18,6 мкПа·с
Средняя длина свободного пробега молекул воздуха < $l$ > при давлении 101,3 кПа и температуре 27° С	0,10 мкм
Эффективный диаметр молекул воздуха	0,30 нм
Постоянная адиабаты для воздуха	1,40

*Учебное издание*

АРОНОВА Тамара Алексеевна, КРОХИН Сергей Николаевич,  
ЛИТНЕВСКИЙ Леонид Аркадьевич, МИНАБУДИНОВА Саня Анасовна,  
ПОКРАСА Николай Владимирович, СЕРДЮК Ольга Ивановна

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО МЕХАНИКЕ,  
МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ И ТЕРМОДИНАМИКЕ

---

Редактор Н. А. Майорова  
Корректор И. А. Сенеджук

\*\*\*

Подписано в печать 10.02.2014. Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ .  
Офсетная печать. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 2,4. Уч.-изд. л. 2,7.  
Тираж 1000 экз. Заказ .

\*\*

Редакционно-издательский отдел ОмГУПСа  
Типография ОмГУПСа

\*

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО МЕХАНИКЕ,  
МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ И ТЕРМОДИНАМИКЕ**

**ОМСК 2013**