ЛЕКЦИЯ № 6

О фотонах, волнах и дуализме

Электромагнитная волна состоит из отдельных порций – квантов, названных **фотонами**

Свет как электромагнитная волна излучается и поглощается определенными порциями, причем энергия каждой такой порции определяется формулой $W = h\nu$

Фотон движется в вакууме со скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/с

Фотон имеет массу покоя равную 0

Фотон обладает импульсом $p = h/\lambda$

Учение о свете, совершив виток длительностью в два столетия, вновь возвратилось к представлениям о световых частицах – корпускулах.

В начале XX века стало ясно, что свет обладает двойственной природой.

При распространении света проявляются его волновые свойства (интерференция, дифракция, поляризация), а при взаимодействии с веществом – корпускулярные (фотоэффект).

Эта двойственная природа света получила название **корпускулярно-волнового дуализма.**

2. Корпускулярно-волновой дуализм вещества

В 1924 г. французский физик-теоретик Луи де Бройль выдвинул гипотезу:

всякая движущаяся частица подобно фотону обладает волновыми свойствами (сама является волной).

Значит, для нее можно вычислить длину волны по аналогии с формулой (5-2) для импульса фотона:

$$\boxed{\lambda_B = \frac{h}{p}}, \qquad (6\text{-}1)$$

где p – импульс частицы.

Гипотеза де Бройля


де Бройль

Де Бройль выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма

Не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также и волновыми свойствами

Импульс фотона
$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Каждой частице присущи свойства волны с длиной

Формула де Бройля
$$\lambda_B = \frac{h}{p}$$

В нерелятивистском случае

$$\upsilon << c \quad p = m\upsilon, \quad p = \sqrt{2mW_k} \quad p = \sqrt{2mq_eU}$$

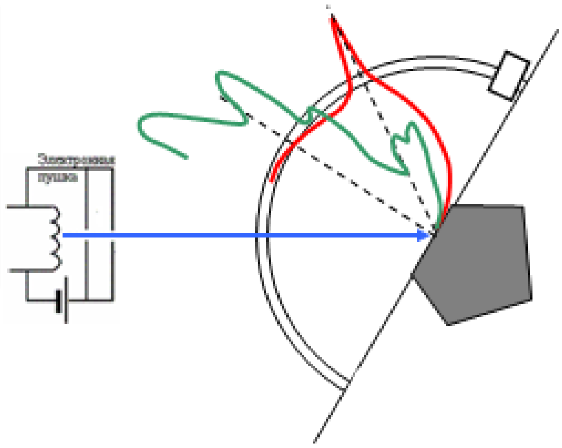
Для больших скоростей

$$\upsilon \bigcirc c \qquad p = \frac{1}{c}\sqrt{W^2 - W_0^2} = \frac{1}{c}\sqrt{W_k\left(W_k + 2W_0\right)}$$

Только спустя 3 года гипотеза де Бройля была экспериментально подтверждена

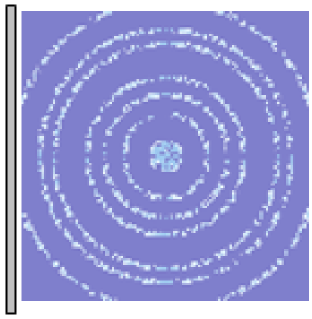
$$\left.\begin{array}{l} \text{1927 г. – Джермер и Девиссон} \\ \qquad\quad \text{– Томсон и Тартаковский} \\ \text{1949 г. – Биберман, Сушкин, Фабрикант} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{дифракция} \\ \text{электронов на} \\ \text{монокристаллах} \end{array}$$

Опыты Дэвиссона и Джермера



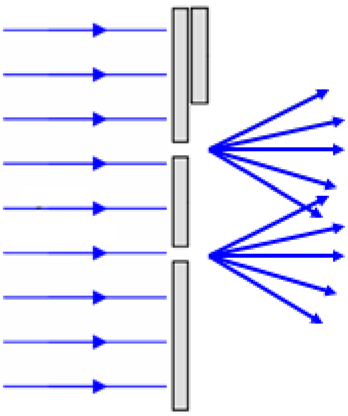
поли кристалл

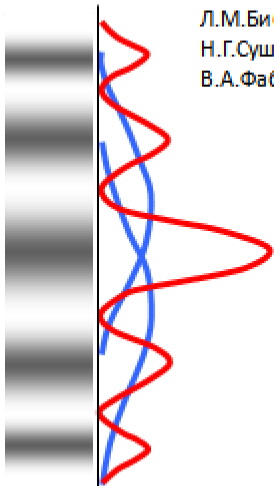
Опыты Дж. Томсона



Это открытие экспериментально подтвердило принцип корпускулярно-волнового дуализма, который был сформулирован Луи де Бройлем в *1924* г

Дифракция пучков малой интенсивности





Л.М.Биберман
Н.Г.Сушкин
В.А.Фабрикант

Волновые свойства присущи *каждому электрону в отдельности*, а не только системе из большого числа частиц

Таким образом, корпускулярно-волновой дуализм вещества предполагает, что у любого объекта есть потенциальная возможность проявить себя, в зависимости от внешних условий, либо как волна, либо как частица, либо промежуточным образом.

Так, например, для частицы массой 1 г, движущейся со скоростью 1 м/с $\boldsymbol{\lambda_B} = 6{,}63\cdot10^{-31}$ м $\ll$ доступной наблюдению области (таких структур просто не существует).

А вот, например, для электрона ($\boldsymbol{m} \sim 10^{-30}$ кг), движущегося в атоме со скоростью $\boldsymbol{\upsilon} \sim 10^{6}$ м/с получаем $\boldsymbol{\lambda} \sim 10^{-10}$ м, что соответствует как раз размеру атома, где и «живет» электрон.

Поэтому для того, чтобы определить существенны ли волновые свойства у частицы или нет, нужно вычислить дебройлевскую длину волны этой частицы и сравнить ее с каким-либо характерным размером в задаче L. Если $\boldsymbol{\lambda_B} << \boldsymbol{L}$, то такая частица практически не проявляет свои волновые свойства и для описания ее поведения можно использовать законы классической или релятивистской механики. А вот если $\boldsymbol{\lambda_B} \sim \boldsymbol{L}$, тогда для описания поведения такой частицы требуются уже другие законы (законы квантовой (волновой) механики).

Итак, для описания микрочастиц используются то корпускулярные, то волновые представления. Поэтому приписывать частицам все свойства волн или все свойства частиц нельзя. Необходимы ограничения в применении к микрочастицам законов классической механики.

Классическая механика считает, что если частица движется по определенной траектории, то в любой момент времени ее координаты и импульс достаточно точно известны:

$$\left(\Delta \boldsymbol{x} << \boldsymbol{x},\ \Delta \boldsymbol{p} << \boldsymbol{p}\right).$$

Для микрочастиц, из-за наличия у них волновых свойств, неправомерно говорить о точных значениях координаты и импульса (так, понятие «длина волны в данной точке» лишено физического смысла, а так как $\boldsymbol{p} = \dfrac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\lambda}}$, то и импульс частицы точно не определен).

Немецкий физик Гейзенберг в 1927 году сформулировал принцип (соотношение) неопределенностей:

микрочастица не может одновременно иметь и точную координату и точное значение импульса, при этом неопределенности (погрешности) этих величин должны удовлетворять условию:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h, \quad \Delta y \Delta p_y \geq h, \quad \Delta z \Delta \mathbf{p}_z \geq h. \qquad (6\text{-}2)$$

то есть произведение неопределенностей координаты на соответствующую ей проекцию неопределенности импульса не может быть меньше величины порядка ***h***.

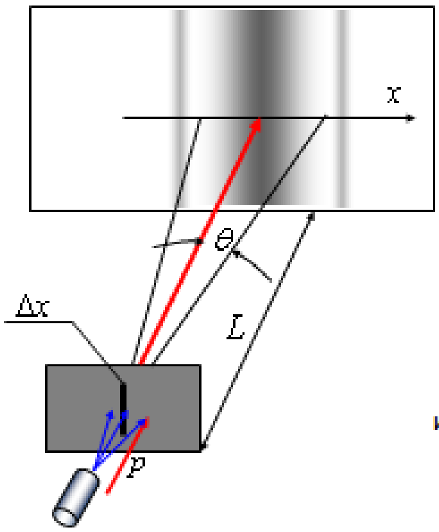
Об измерениях

Вернер Карл Гейзенберг
нем. Werner Karl Heisenberg

Двойственная корпускулярно-волновая природа микрочастиц накладывает ограничения на точность определения физических величин, характеризующих состояние частицы.

Причем эти ограничения никак не связаны с точностью измерений, достижимой в конкретном эксперименте, а имеют принципиальное значение.

Дифракция электронов



Электроны описываются плоской волной с волновым вектором

$$\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$$

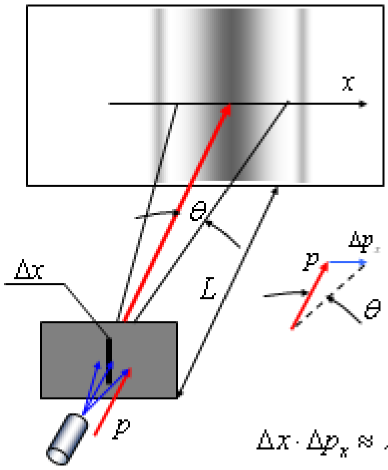
Поскольку волна распределена по всему пространству, то каждый электрон до прохождения через щель имеет точно определенный импульс

$$\vec{p}\left(p_x = 0, p_y = p, p_z = 0\right)$$

и совершенно неопределенную координату x

При прохождении электрона через щель ситуация существенным образом изменяется

Дифракция электронов



Неопределенность координаты становится равной ширине щели Δx, но при этом появляется неопределенность импульса Δp_x, обусловленная дифракцией электронов на щели.

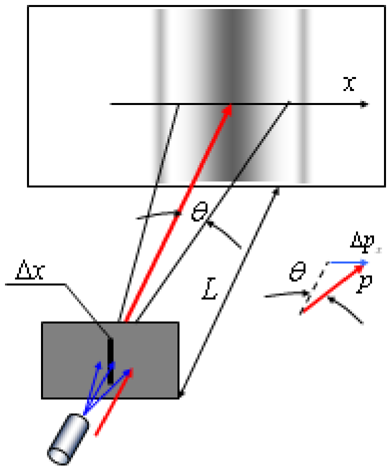
Электроны, прошедшие через щель, в подавляющем большинстве случаев будут попадать в центральный дифракционный максимум

$$\Delta x \sin\theta = \lambda_Б$$

$$\frac{\lambda_Б}{\Delta x} = \sin\theta \approx tg\theta \qquad tg\theta = \frac{\Delta p_x}{p}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \lambda_Б p \qquad \lambda_Б = \frac{h}{p} \qquad \Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$$

Принцип неопределенностей



$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx 2\pi\hbar$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq 2\pi\hbar$$
$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq 2\pi\hbar$$
$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq 2\pi\hbar$$

Частица не может одновременно иметь определённые значения проекций импульса и координаты на одно направление

Так как погрешности измерения скорости любой частицы $\boldsymbol{\Delta\upsilon << \upsilon}$ **(предельная $\boldsymbol{\Delta\upsilon << c = 3\cdot10^8}$ м/с),** тогда, например, для электрона ($\boldsymbol{m} \sim 10^{-30}$ кг) имеем:

$$\boldsymbol{\Delta x} \geq \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{m\Delta\upsilon}} \sim \frac{6,63\cdot10^{-34}}{10^{-30}\cdot3\cdot10^{8}} \sim 2\cdot10^{-12} \text{ м.}$$

Т. е., например, в ядре атома, размер которого $\sim 10^{-15}$ м, электрон не может находиться, а вот внутри атома, размер которого $\sim 10^{-10}$ м, такое возможно (электрон, как раз, и «живет» в атоме!)

В квантовой физике рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии $\boldsymbol{W}$ и времени $\boldsymbol{t}$, то есть неопределенности этих величин определяются условием:

$$\Delta W \Delta t \geq h. \qquad (6\text{-}3)$$

где ΔW – неопределенность энергии некоторого состояния системы;

Δt – промежуток времени, в течение которого это состояние существует.

3. Волновая функция и ее статистический смысл

Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме, ограниченность применения законов классической механики к микрообъектам, диктуемая соотношением неопределенностей, а также невозможность в рамках классической электродинамики объяснить ряд экспериментальных фактов (фотоэффект, эффект Комптона и др.) привело к созданию **квантовой механики**, описывающей законы движения микрочастиц с учетом их волновых свойств.

Поведение фотона (электромагнитной волны) описывается уравнением:

$$E(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx),$$

так как

$$W = \hbar\omega; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{p}{\hbar},$$

тогда

$$E(x,t) = E_0 \cos\left[\frac{1}{\hbar}(Wt - px)\right] = E_0 e^{-i\frac{1}{\hbar}(Wt - px)} \qquad (6\text{-}4)$$

где $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Поведение микрочастицы можно описать аналогично:

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 e^{-i\frac{1}{\hbar}(Wt - px)} \qquad (6\text{-}5)$$

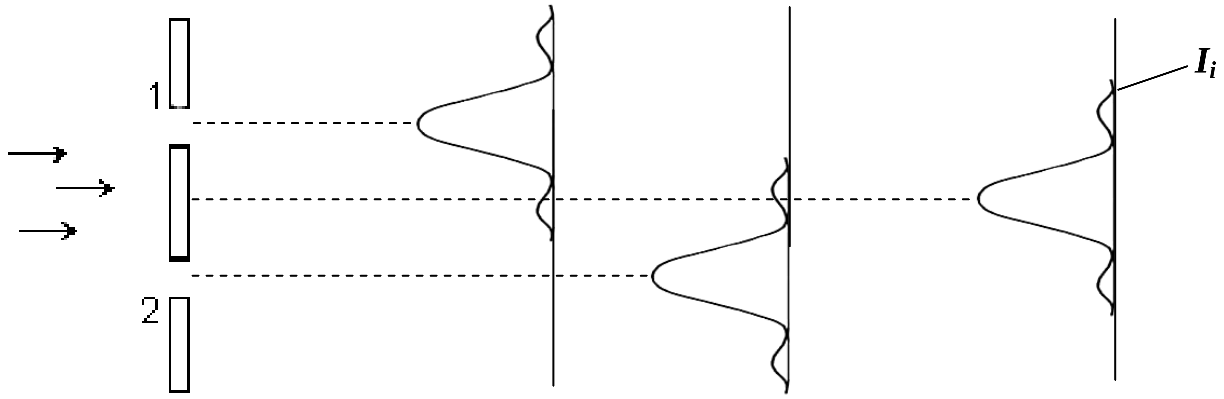
где $\Psi(x,t)$ – Пси-функция (или волновая функция) – математическое выражение, описывающее поведение микрочастицы;

Ψ_0 – амплитуда волновой функции;

W и p – энергия и импульс микрочастицы.

Установим физический смысл волновой функции.

Рассмотрим аналогию между дифракцией света и дифракцией электронов на двух щелях.



Для фотонов (электромагнитной волны):

$$I_i \sim E^2 \sim \frac{N_i}{N_{об}} = \Pi_i \quad \rightarrow \quad \Pi_i \sim E^2$$

Для электронов:

$$\Pi \sim |\Psi|^2,$$

так как Ψ может быть комплексной, а вероятность Π всегда действительная величина.

$\Pi \sim \Delta V$, ΔV – объем области на экране, куда попадают частицы.

Тогда $$d\Pi = |\Psi|^2 dV$$

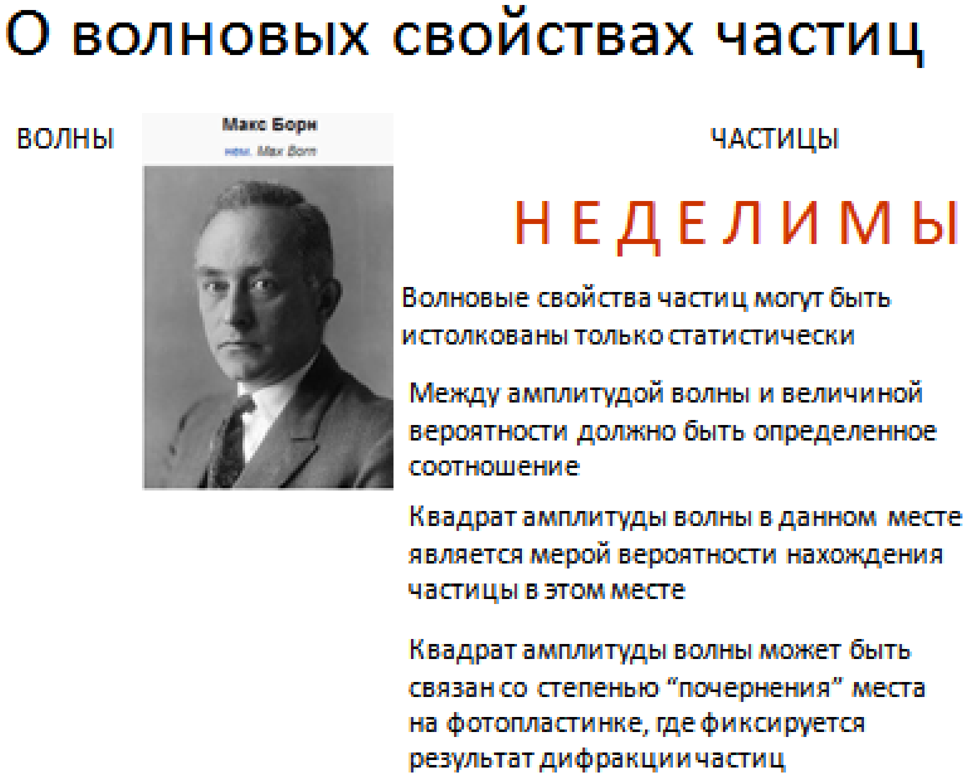
$$\boxed{|\Psi|^2 = \frac{d\Pi}{dV}} \qquad (6\text{-}6)$$

Квадрат модуля волновой функции определяется плотностью вероятности пребывания микрочастицы в элементе объема dV, то есть в объеме с координатами $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$.

Таким образом, физическим смыслом обладает не сама волновая функция, а квадрат ее модуля.

И так как $|\Psi|^2$ носит вероятностный характер, то волновую функцию Ψ иногда называют **амплитудой вероятности**.

(Так как теория вероятностей используется в статистической физике, то формула (6-6) определяет физический или статистический смысл $\boldsymbol{\Psi}$-функции).



Из этого определения волновой функции следуют ее свойства:

1) однозначность (вероятность имеет одно значение);
2) конечность (вероятность – конечная величина ≤ 100%);
3) непрерывность (вероятность не должна иметь точек разрыва);
4) условие нормировки $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 \boldsymbol{dV} = 1. \;\; \rightarrow \;\; \boldsymbol{\Psi_0 - !}$