ЛЕКЦИЯ № 6

Гл. 3. Магнитное поле

1. Магнитная индукция. Закон Био-Савара-Лапласа

Движущийся электрический заряд изменяет свойства окружающего его пространства – создает не только электрическое поле, но и магнитное, поэтому вокруг любого проводника с током существует магнитное поле. Это экспериментально обнаружил датский физик Эрстед в 1820 г.

Основной силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции $\vec{B}$.

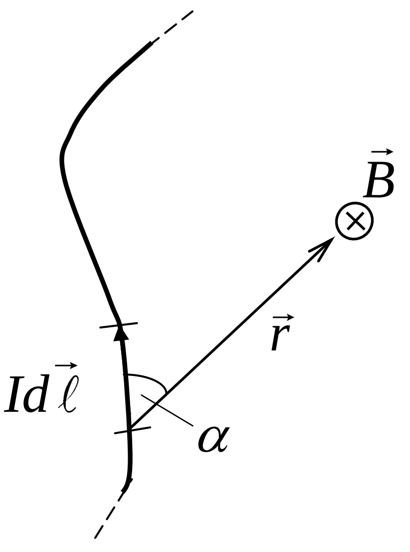
В этом же 1820 г. французские физики Био и Савар провели серию экспериментов по определению магнитной индукции поля, создаваемого проводниками с током разной формы, и установили:

1) $B = f$ (сила тока в проводнике)

2) $B = f$ (форма проводника)

3) $B = f$ (расстояние от проводника)

Лаплас ввел понятие ***<u>элемента тока</u>*** – произведение силы тока в проводнике на бесконечно малый отрезок длины проводника $Id\vec{\ell}$. Это псевдовектор, он направлен по направлению тока в проводнике $\left[Id\ell\right] = \text{А}\cdot\text{м}$.



Лаплас обобщил эксперименты Био и Савара и получил формулу для расчета магнитной индукции поля, созданного элементом тока

$$d\vec{B} = k_m \frac{\left[I\, d\vec{\ell}\vec{r}\right]}{r^3}, \quad (6\text{-}1)$$

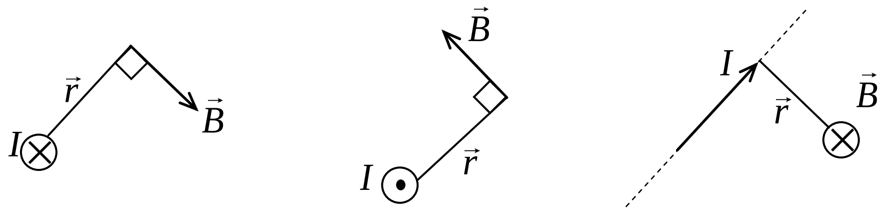
где $k_m = \dfrac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\ \dfrac{\text{Тл}\cdot\text{м}}{\text{А}}$ – магнитная постоянная

($\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м– магнитная постоянная);

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из элемента тока в точку магнитного поля, где вычисляется магнитная индукция.

Формулу (6-1) называют ***<u>законом Био-Савара-Лапласа</u>***.

Магнитная индукция $\vec{B}$ – это вектор, направление которого определяется правилом векторного произведения $\left[I\, d\vec{\ell}\vec{r}\right]$ или «правилом буравчика» (правилом «правого винта»): если ввинчивать буравчик с правой резьбой по направлению протекания тока в элементе проводника, то направление движения рукояти буравчика в каждой точке будет совпадать с направлением $d\vec{B}$ в этой точке (рис.).



В скалярной форме закон Био-Савара-Лапласа (6-1) имеет вид:

$$dB = k_m \frac{Id\ell}{r^2} \sin\alpha, \tag{6-1а}$$

где $\alpha = I\, d\vec{\ell} \stackrel{\wedge}{\cdot} \vec{r}$.

Так как

$$Id\ell = \frac{dq}{dt} d\ell = q_0 dN \frac{d\ell}{dt} = q_0 dN \cdot \upsilon,$$

тогда

$$B = \frac{dB}{dN} = k_m \frac{q\upsilon}{r^2} \sin\alpha, \text{ где } \alpha = \vec{\upsilon} \cdot \vec{r} \tag{6-2}$$

$$\vec{B} = k_m \frac{\left[q\vec{\upsilon} \cdot \vec{r}\right]}{r^3} \tag{6-2а}$$

Формулы (6-2) и (6-2а) – это тоже закон Био-Савара-Лапласа, позволяющий вычислить магнитную индукцию поля, созданного одной движущейся заряженной частицей.

В системе СИ магнитная индукция измеряется в теслах (Тл).

2. Принцип суперпозиции магнитных полей

Если магнитное поле создается не одним, а несколькими источниками (несколько движущихся зарядов, длинный проводник с током, несколько проводников с током и т. п.), то для слабых полей справедлив принцип суперпозиции: магнитные поля от разных источников накладываются одно на другое, не искажая друг друга, а магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций полей отдельных источников:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots + \vec{B}_n. \tag{6-3}$$

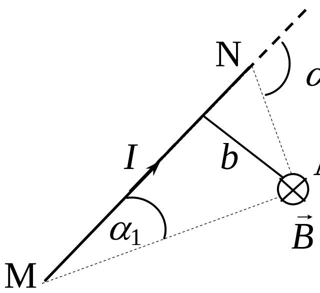
Для записи векторного уравнения (6-3) в скалярной форме выбирают удобную ИСО и находят проекции всех векторов на координатные оси:

$$\begin{cases} B_x = B_{1x} + B_{2x} + \ldots + B_{nx}; \\ B_y = B_{1y} + B_{2y} + \ldots + B_{ny}; \\ B_z = B_{1z} + B_{2z} + \ldots + B_{nz}. \end{cases} \qquad \text{(6-3а)}$$

$$B = \sqrt{B_x{}^2 + B_y{}^2 + B_z{}^2}\,.$$

Принцип суперпозиции магнитных полей позволяет получить формулы для расчета магнитной индукции поля, создаваемого разными источниками.

Так, например, величина магнитной индукции поля, созданного отрезком MN прямолинейного проводника с током I в произвольной точке A поля (рис.), вычисляется по формуле:



Магнитное поле отрезка MN прямолинейного проводника с током

$$B = \int_1^2 dB = \int_1^2 k_m \frac{Id\ell}{r^2}\sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{b}{r} = \frac{rd\alpha}{d\ell} \quad \to \quad \frac{d\ell}{r^2} = \frac{d\alpha}{b}$$

$$B = k_m \frac{I}{b}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right), \qquad \text{(6-4)}$$

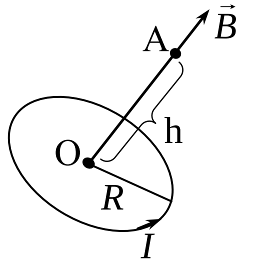
где b – кратчайшее расстояние от проводника до точки A;

α_1 и α_2 – углы между направлением тока в проводнике и вектором, проведенным в точку A из начала и конца отрезка проводника (начало – точка M, откуда выходит ток; конец – точка N, в которую ток входит).

Если проводник бесконечно длинный, то $\alpha_1 = 0°$, $\alpha_2 = 180°$, тогда

$$B = k_m \frac{2I}{b}. \qquad \text{(6-4а)}$$

Магнитная индукция поля кругового витка радиусом R с током I в произвольной точке A на оси витка (рис.) вычисляется по формуле:



Магнитное поле кругового витка с током

$$B = k_m \frac{2\pi I R^2}{\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}}, \qquad \text{(6-5)}$$

где h = AO.

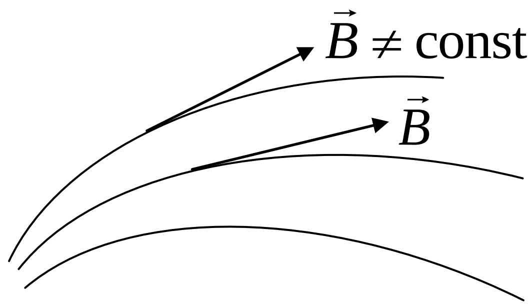
В центре кругового витка (h = 0)

$$B = k_m \frac{2\pi I}{R} = \frac{\mu_0 I}{2R}. \qquad \text{(6-5а)}$$

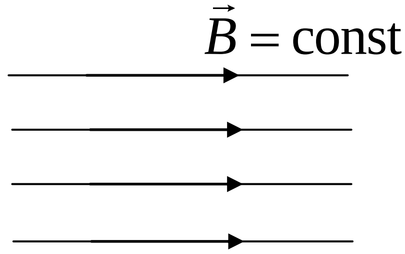
3. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля

Магнитное поле можно графически изображать с помощью линий вектора $\vec{B}$ – это линии, проводимые в магнитном поле так, чтобы касательные к ним в любой точке совпадали с направлением вектора $\vec{B}$ в этой точке, а густота линий такова, что количество линий, проходящих через площадку единичных размеров, расположенную перпендикулярно линиям, равно $|\vec{B}|$ в месте расположения площадки.

По направлению и густоте линий вектора $\vec{B}$ характеризуют магнитное поле. Если $\vec{B} \neq \text{const}$, то магнитное поле неоднородное, если $\vec{B} = \text{const}$, то магнитное поле однородное (линии вектора $\vec{B}$ параллельны друг другу).



неоднородное поле



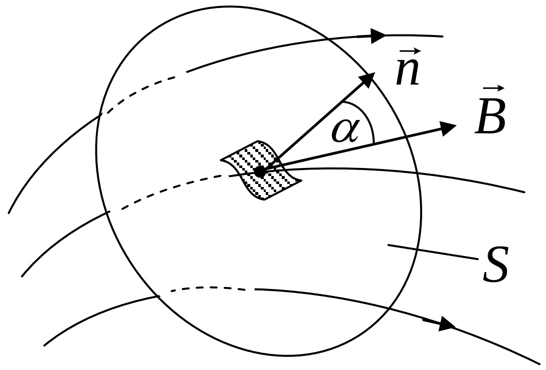
однородное поле

Количество линий вектора $\vec{B}$, проходящих через произвольную поверхность, определяет магнитный поток Φ_m,

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S BdS \cdot \cos\alpha\,, \tag{6-6}$$

где dS – бесконечно малый элемент площади поверхности;

α – угол между $\vec{B}$ и вектором нормали $\vec{n}$ к элементу поверхности dS.



В системе СИ магнитный поток измеряется в веберах (Вб).

Магнитный поток Φ_m, проходящий через произвольную замкнутую поверхность, для магнитного поля вычисляется по теореме Гаусса:

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0\,, \qquad (6\text{-}7)$$

которая устанавливает, что магнитных зарядов как источников магнитного поля в природе не существует.

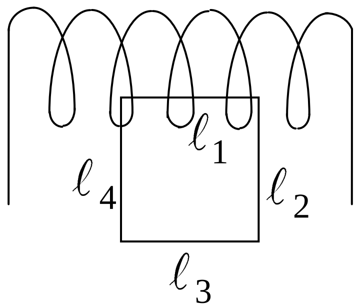
Дирак $\rightarrow$ монополь !

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции поля вдоль произвольно замкнутого контура ℓ утверждает, что магнитное поле (в отличие от электростатического) вихревое, непотенциальное, линии вектора $\vec{B}$ замкнутые:

$$\oint_\ell \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} I_{\text{пр}\,i}\,, \qquad (6\text{-}8)$$

где $\sum_{i=1}^{N} I_{\text{пр}\,i}$ – алгебраическая сумма сил токов проводимости, охватываемых замкнутым контуром ℓ.

Магнитное поле соленоида



$$\oint_\ell \vec{B} d\vec{\ell} = B_1 \ell_1 \cos\alpha_1 + B_2 \ell_2 \cos\alpha_2 + B_3 \ell_3 \cos\alpha_3 +$$

$$+ B_4 \ell_4 \cos\alpha_4, \quad \alpha = \widehat{\vec{B} \cdot d\vec{\ell}}$$

$$B_1 \ell_1 = \mu_0 N I$$

$$B = \mu_0 n I \qquad (6\text{-}9)$$

nI – ампер-витки