

# ЛЕКЦИЯ № 1

## Раздел 4. Электричество и магнетизм

### Гл. 1. Электростатическое поле

#### 1. Электрический заряд и его свойства

**Электрический заряд**  $q$  – неотъемлемое свойство элементарных частиц, определяющее их электромагнитное взаимодействие.

Единицу электрического заряда в СИ называют кулоном (Кл).

Существует два вида зарядов – положительные и отрицательные. Величина заряда не зависит от скорости его движения (инвариантная величина) и не может быть любой, она квантуется, т. е. принимает дискретный набор значений (кратна элементарному заряду):

$$q = \pm Ne, \quad (1-1)$$

где  $N$  – целое число,  $N = 0, 1, 2, \dots \infty$ ;

$e$  – элементарный заряд,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл (например, заряд электрона  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, заряд протона  $q_p = +1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл).

Для системы электрических зарядов справедлив **закон сохранения**: в электрически замкнутой системе взаимодействующих электрических зарядов алгебраическая сумма зарядов до и после взаимодействия остается неизменной:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = q_1' + q_2' + \dots + q_n'. \quad (1-2)$$

#### 1. Электрические заряды, их свойства

Электрический заряд – неотъемлемое свойство многих элементарных частиц

$$[q] = \text{Кл} \text{ (мкКл, нКл)}$$

##### Свойства электрических зарядов

##### 1. Способность взаимодействовать

Сила взаимодействия – закон Кулона:

$$F = k_e \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

Заряд – количественная мера взаимодействия

2. **Два рода электричества.** Заряды двух знаков, следует из двух видов взаимодействия – притяжения и отталкивания заряженных тел

3. **Способность сохраняться.** Закон сохранения электрического заряда: Суммарный электрический заряд замкнутой системы тел сохраняется, т.е.  $q_1 + q_2 + \dots + q_N = q_1' + q_2' + \dots + q_N'$

4. **Дискретность.** Наличие элементарного заряда, кратность заряда тел элементарному заряду:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл  $q_p = +e$   $q_e = -e$   $q = \pm Ne$

5. **Инвариантность.** Взаимодействие заряженных тел не зависит от выбора системы отсчета (СО), в том числе от ее скорости, ускорения, не зависит от наличия других сил, и пр.

Если размером заряженного тела можно пренебречь по сравнению с расстоянием до точки, где рассматривается его действие, то такой заряд называют **точечным электрическим зарядом**.

Если электрический заряд нельзя считать точечным и он непрерывно распределен по линейно протяженному телу (заряженная нить, стержень, цилиндр и т. п.), то используется понятие линейной плотности электрического заряда  $\tau$ .

**Линейная плотность электрического заряда**  $\tau$  – это скалярная величина, равная электрическому заряду единицы длины линейно протяженного тела:

$$\tau = \frac{dq}{d\ell}, \quad (1-3)$$

где  $dq$  – электрический заряд бесконечно малого участка длиной  $d\ell$  линейно протяженного тела.

В СИ линейная плотность заряда измеряется в кулонах на метр (Кл/м).

Для определения заряда линейно протяженного тела вычисляют интеграл:

$$q = \int_{\ell} \tau d\ell, \quad (1-3a)$$

При  $\tau = \text{const}$

$$\tau = \frac{q}{\ell}; \quad q = \tau \ell. \quad (1-3б)$$

При непрерывном распределении электрического заряда по некоторой поверхности используется понятие поверхностной плотности электрического заряда  $\sigma$ .

**Поверхностная плотность электрического заряда**  $\sigma$  – это скалярная величина, равная электрическому заряду участка поверхности единичной площади:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \quad (1-4)$$

где  $dq$  – электрический заряд на бесконечно малом участке поверхности площадью  $dS$ .

В СИ поверхностная плотность заряда измеряется в кулонах на метр в квадрате (Кл/м<sup>2</sup>).

Для определения заряда поверхности вычисляют интеграл:

$$q = \int_S \sigma dS, \quad (1-4a)$$

При  $\sigma = \text{const}$

$$\sigma = \frac{q}{S}; \quad q = \sigma S. \quad (1-4б)$$

При непрерывном распределении электрического заряда в некотором объеме используют понятие объемной плотности электрического заряда – это скалярная величина, равная электрическому заряду единичного объема:

$$\rho_q = \frac{dq}{dV}, \quad (1-5)$$

где  $dq$  – электрический заряд в бесконечно малом элементе объема  $dV$ .

В СИ объемная плотность заряда измеряется в кулонах на метр в кубе (Кл/м<sup>3</sup>).

Для определения заряда в некотором объеме вычисляют интеграл:

$$q = \int_V \rho_q dV, \quad (1-5a)$$

При  $\rho_q = \text{const}$

$$\rho_q = \frac{q}{V}; \quad q = \rho_q V. \quad (1-5б)$$

**5. Линейная, поверхностная и объемная плотность электрического заряда**

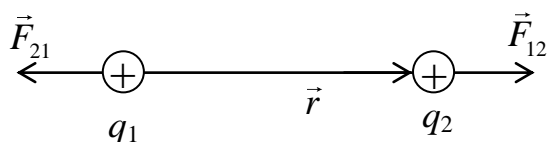
Линейная плотность электрического заряда			
$\tau(\vec{r}) = \frac{dq}{d\ell}$	$q = \int_l \tau(\vec{r}) d\ell$	$\tau = \frac{q}{\ell} = \text{const}$	$q = \tau \cdot \ell \Big _{\tau=\text{const}}$
		$[\tau] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$	
Поверхностная плотность электрического заряда			
$\sigma(\vec{r}) = \frac{dq}{dS}$	$q = \int_S \sigma(\vec{r}) dS$	$\sigma = \frac{q}{S} = \text{const}$	$q = \sigma \cdot S \Big _{\sigma=\text{const}}$
		$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$	
Объемная плотность электрического заряда			
$\rho(\vec{r}) = \frac{dq}{dV}$	$q = \int_V \rho(\vec{r}) dV$	$\rho = \frac{q}{V} = \text{const}$	$q = \rho \cdot V \Big _{\rho=\text{const}}$
		$[\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$	

10

## 2. Закон Кулона

Электрические заряды взаимодействуют между собой: разноименно заряженные тела притягиваются друг к другу, одноименно заряженные – отталкиваются друг от друга.

В 1785 г. французский физик Шарль Кулон экспериментально установил закон (закон Кулона), который позволяет вычислить величину силы взаимодействия между двумя точечными неподвижными зарядами:



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

$$\vec{F}_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{или} \quad F_e = k_e \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}, \quad (1-6)$$

где  $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$  – электрическая постоянная,

( $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$  – электрическая постоянная);

$|q_1|, |q_2|$  – модули взаимодействующих точечных неподвижных электрических зарядов;

$r$  – кратчайшее расстояние между взаимодействующими точечными зарядами.

Если в системе взаимодействуют не два, а большее количество электрических зарядов, то в соответствии с **принципом независимости** сил, любой заряд системы испытывает силовые действия со стороны каждого из зарядов независимо от других, а в соответствии с **принципом суперпозиции** результирующая сила равна векторной сумме сил, действующих на заряд со стороны всех других зарядов системы:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (1-7)$$

В проекциях на координатные оси запишем:

$$\text{OX: } F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx}$$

$$\text{OY: } F_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny}$$

$$\text{OZ: } \dots$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + \dots}$$

## 2. Закон Кулона

**Закон Кулона (школьный вариант):** Модуль силы взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме пропорционален модулю произведения зарядов и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними:

$$F = k_e \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

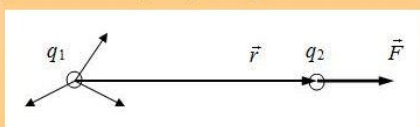
Заряды одного знака отталкиваются, заряды противоположных знаков притягиваются.

$$k_e = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$$

Электрическая постоянная:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

**Закон Кулона (векторный вид):** позволяет найти и модуль и направление силы Кулона – если заряды одного знака, то вектор силы совпадает с направлением радиуса-вектора, если знаки зарядов противоположны, то вектор силы направлен против радиуса-вектора (см. умножение вектора на отрицательное число)



$$\vec{F} = k_e \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \cdot \vec{r}$$



### 3. Напряженность электрического поля

Теория дальнего действия (Ньютон) и ближнего действия (Фарадей).

Электрический заряд изменяет свойства окружающего пространства – создает электрическое поле. Основной силовой характеристикой электрического поля является напряженность.

**Напряженность электрического поля**  $\vec{E}$  в данной точке – векторная физическая величина, равная отношению силы  $\vec{F}_e$ , действующей со стороны поля на пробный заряд  $q$ , помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}. \quad (1-8)$$

Вектор  $\vec{E}$  направлен в сторону силы, действующей со стороны поля на положительный пробный заряд ( $\vec{E} \parallel \vec{F}_e, q > 0$ ).

В СИ напряженность измеряется в вольтах на метр (В/м) или в ньютонах на кулон (Н/Кл).

Если  $q = 1$ , тогда  $\vec{E} = \vec{F}_e$ , поэтому **напряженность электрического поля является силовой характеристикой поля.**

### 3. Напряженность электрического поля (НЭП)

#### Определение:

НЭП – векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой поля и равная отношению силы, действующей на заряд, помещенный в данную точку поля, к этому заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

#### Однородное (неоднородное) стационарное (нестационарное) поле

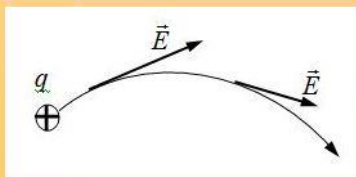
$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$$

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$$

$$\vec{E} = \text{const}$$

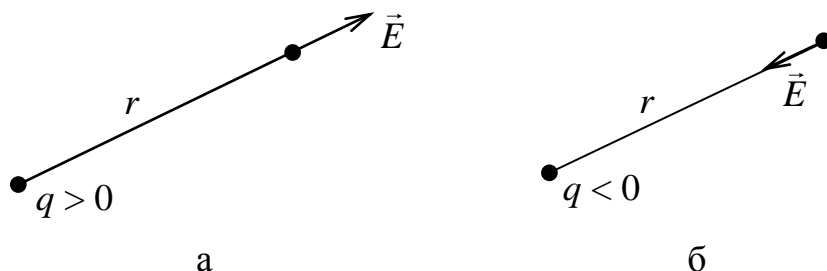
#### Силовые линии электрического поля:

Силовой линией называют линию, проведенную в электрическом поле так, что касательная к ней в каждой точке совпадает с направлением вектора напряжённости электрического поля



- Силовые линии нигде не пересекаются
- Силовые линии начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность
- По густоте силовых линий можно судить о величине НЭП в данной области: чем линии гуще, тем поле сильнее

Величина напряженности электрического поля, созданного точечным зарядом  $q$  на расстоянии  $r$  от него (рис.), вычисляется по формуле:



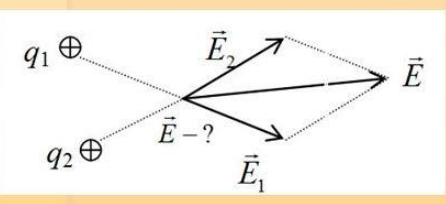
$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^3} \vec{r} \quad \text{или} \quad E = k_e \frac{|q|}{r^2}. \quad (1-9)$$

Если электрическое поле создается не одним, а несколькими электрическими зарядами, то для слабых полей справедлив **принцип суперпозиции**: электрические поля от разных источников накладываются одно на другое, не искажая друг друга, а напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей отдельных источников:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n. \quad (1-10)$$

**4. Принцип суперпозиции электрических полей**

При наличии в области пространства нескольких электрических зарядов их поля не искажают друг друга, а действуют совместно и результирующее поле равно векторной сумме полей каждого из зарядов, то есть:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$$


$$\vec{E} = \int d\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \int k_e \cdot \frac{dq}{r^3} \cdot \vec{r}$$

9

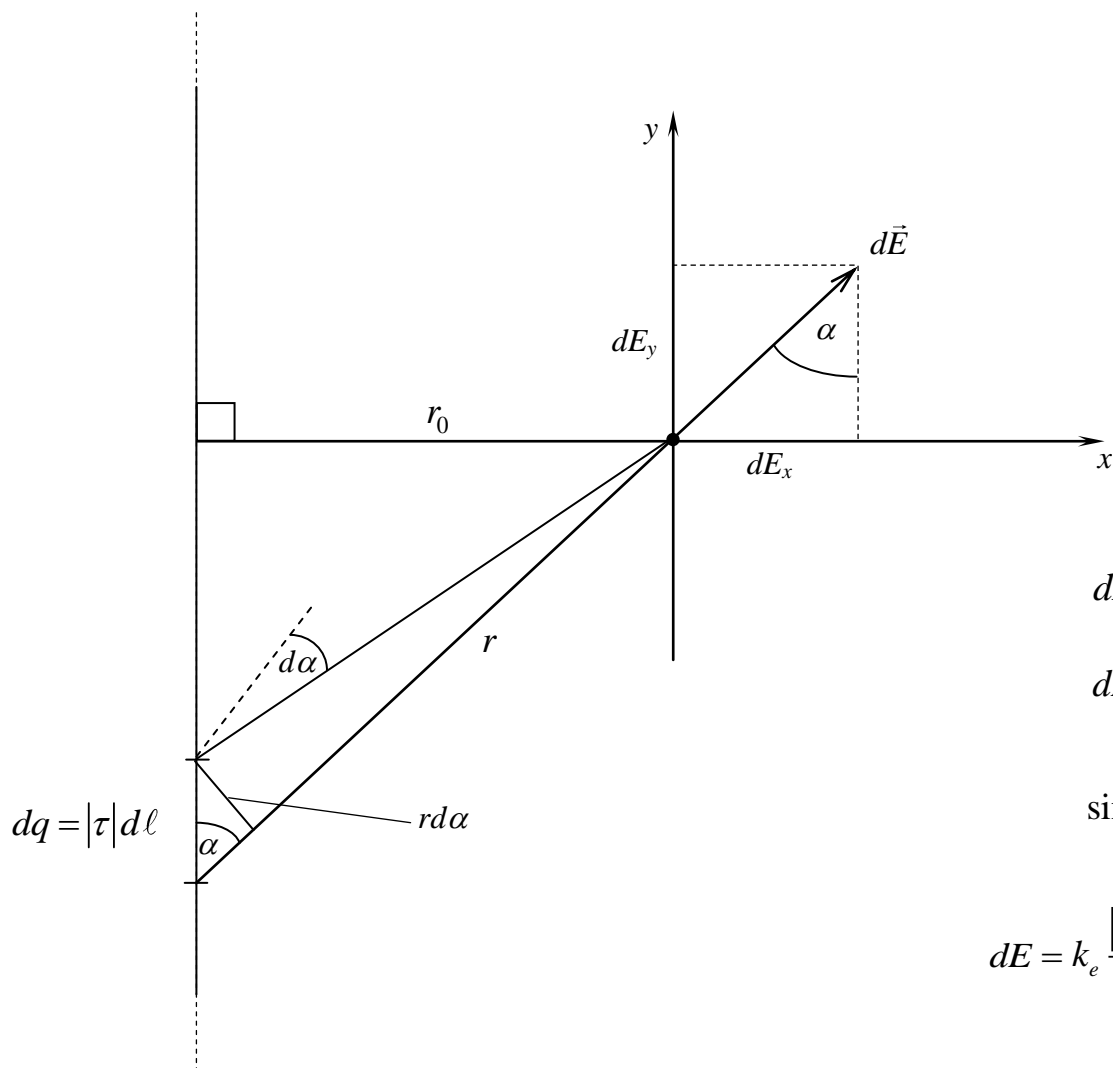
Для записи векторного уравнения (1-10) в скалярной форме выбирают удобную инерциальную систему отсчета (ИСО) и находят проекции всех векторов на координатные оси:

$$\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} + \dots + E_{nx}; \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} + \dots + E_{ny}; \\ E_z = E_{1z} + E_{2z} + \dots + E_{nz}. \end{cases} \quad (1-10a)$$

Принцип суперпозиции успешно используется для расчета различных электрических полей.

Если электрическое поле создается не точечным зарядом, то, используя формулу (1-9) и принцип суперпозиции электрических полей (1-10), можно получить формулы для вычисления напряженности поля зарядов произвольных форм.

Например, для линейно протяженного заряженного тела

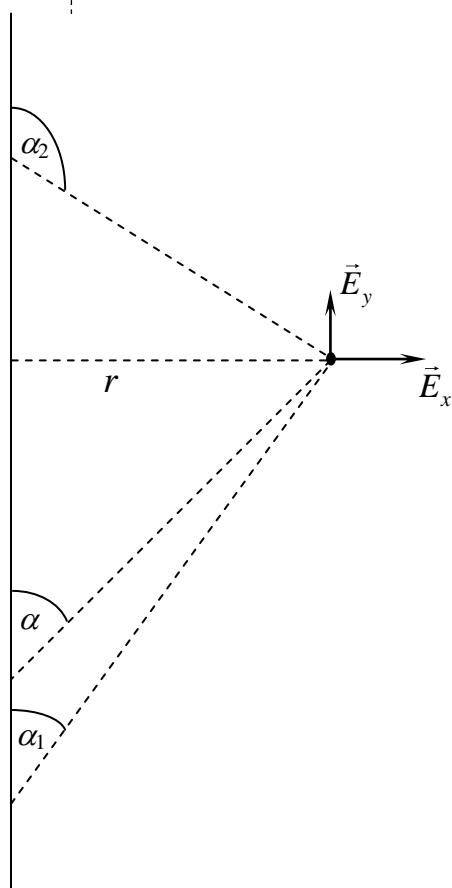


$$dE_x = dE \cdot \sin \alpha$$

$$dE_y = dE \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{r_0}{r} = \frac{rd\alpha}{d\ell}$$

$$dE = k_e \frac{|dq|}{r^2} = k_e \frac{|\tau| d\ell}{r^2}$$



$$E_x = \int_1^2 dE_x = k_e \frac{|\tau|}{r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = k_e \frac{|\tau|}{r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

$$E_y = \int_1^2 dE_y = k_e \frac{|\tau|}{r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha = k_e \frac{|\tau|}{r_0} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$$

При  $\alpha_1 \rightarrow 0, \alpha_2 \rightarrow \pi$

$$E_x = k_e \frac{2|\tau|}{r} \quad (1-11)$$

$$E_y = 0$$