

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ  
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛАМ  
«ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ», «КОЛЕБАНИЯ»**

**ОМСК 2022**

Министерство транспорта Российской Федерации  
Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
Омский государственный университет путей сообщения

---

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ  
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛАМ  
«ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ», «КОЛЕБАНИЯ»

Утверждено методическим советом университета

Омск 2022

УДК 537.2 (075.8)  
ББК 22.331я73  
Г32

**Учебно-методическое пособие для подготовки студентов к решению задач по разделам «Электричество и магнетизм», «Колебания» / С. А. Гельвер, И. А. Дроздова, Р. С. Курманов, В. Л. Литневский, Ю. М. Сосновский, С. В. Вознюк; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2022. 36 с.**

Учебно-методическое пособие содержит рекомендации по изучению дисциплины «Физика» и решению задач по электростатике, законам электрического тока, электромагнетизму, колебаниям. Представлен набор задач различного уровня сложности для аудиторной и самостоятельной работы студентов. В приложении приведены необходимые справочные данные для решения задач.

Предназначено для студентов первого курса всех специальностей.

Библиогр.: 8 назв. Табл. 6. Рис. 20. Прил. 1.

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доцент В. В. Дмитриев;  
канд. техн. наук, доцент Т. В. Ковалева.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	5
1. Закон кулона. Принцип суперпозиции электрических полей. ....	6
2. Закон сохранения электрического заряда. Емкость. Энергия электрического поля.....	11
3. Законы постоянного тока .....	13
4. Магнитное поле. Принцип суперпозиции магнитных полей. ....	19
5. Сила Лоренца. Сила Ампера .....	22
6. Явление электромагнитной индукции .....	25
7. Гармонические колебания .....	27
8. Затухающие колебания .....	31
Библиографический список.....	34
Приложение. Справочные данные для решения задач.....	35



## ВВЕДЕНИЕ

Законы электродинамики и колебательных процессов являются энергетической и информационной основой современной цивилизации. Если бы не были открыты, изучены и практически применены эти законы, то не было бы мощной энергетики, связи, компьютеров, современного транспорта. Данное учебно-методическое пособие к решению задач поможет студентам изучить эти интереснейшие разделы общей физики. Программа изучения дисциплины «Физика» построена таким образом, чтобы студенты не только приобрели определенные знания, но и научились применять их на практике. Решение задач для реализации этой цели является совершенно необходимым.

Перед решением задач нужно изучить теоретический материал по соответствующей теме, затем внимательно прочесть условие задачи и понять, к какому разделу физики относится рассматриваемая задача, какое явление она описывает и какой процесс изучает. После этого следует переписать в тетрадь условие задачи полностью и кратко (столбиком), правильно обозначить используемые величины и рационально расставить индексы (это рекомендуется сделать после того, как выполнен рисунок).

Для решения задачи по электростатике, электрическому току, электромагнетизму и колебаниям необходимо выполнить рисунок, записать условия и требование и выписать подходящие формулы. Иногда для наглядности полезно подчеркнуть известные и неизвестные величины, при необходимости найти дополнительные уравнения, если неизвестных больше, чем уравнений. Решать задачи следует только в общем виде. Численные значения величин рекомендуется подставлять в расчетную формулу после того, как получено алгебраическое выражение для определения искомой величины. Иногда бывает полезно систематизировать проведенные математические преобразования, проанализировать их, поискать более рациональное решение после получения ответа в трудной задаче, еще раз вернуться к ее решению. *Repetitio est mater studiorum* (лат.) – гласит пословица, что означает: повторение – мать учения.

Цифра, стоящая в скобках после номера задачи, обозначает степень трудности задачи.

## 1. ЗАКОН КУЛОНА.

### ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Электростатика изучает электрическое поле, которое создается неподвижными относительно данной системы отсчета электрическими зарядами. Взаимодействие между электрическими зарядами осуществляется за счет электростатического поля. При изучении теоретического материала необходимо уяснить понятия «электрический заряд», «точечный заряд» и усвоить, что *закон Кулона* применим только к точечным зарядам и сферически-симметричным заряженным телам и вычисляет величину силы взаимодействия между ними:

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}, \quad (1.1)$$

где  $k_e$  – электрическая постоянная;

$|q_1|, |q_2|$  – модули взаимодействующих точечных неподвижных электрических зарядов;

$\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды между зарядами – скалярная величина, показывающая, во сколько раз ослабляется электростатическое взаимодействие между зарядами в данной среде по сравнению с вакуумом;

$r$  – расстояние между взаимодействующими точечными зарядами.

При решении задач по электростатике следует иметь в виду, что при взаимодействии нескольких зарядов силы взаимодействия каждой пары зарядов не зависят от наличия остальных зарядов (*принцип независимости сил*), поэтому сила  $\vec{F}$ , действующая на каждый заряд, равна векторной сумме сил  $\vec{F}_i$ , действующих на него со стороны всех других зарядов (*принцип суперпозиции сил*):

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i. \quad (1.2)$$

Основной, силовой характеристикой электрического поля является *напряженность электрического поля*  $\vec{E}$  – векторная физическая величина, равная отношению силы  $\vec{F}_e$ , действующей со стороны поля на пробный заряд  $q$ , помещенный в данную точку поля, к этому заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}. \quad (1.3)$$

Вектор  $\vec{E}$  в каждой точке направлен так же, как и сила, действующая со стороны поля на положительный пробный заряд, помещенный в эту точку.

Величина напряженности электрического поля, созданного точечным зарядом  $q$  на расстоянии  $r$  от него, вычисляется по формуле:

$$E = k_e \frac{|q|}{\varepsilon r^2}. \quad (1.4)$$

В случае, когда поле создано не точечными зарядами, а распределенными симметрично по линейно протяженным телам, сферическим, цилиндрическим и плоским поверхностям, используются понятия *линейной плотности электрического заряда  $\tau$*  и *поверхностной плотности электрического заряда  $\sigma$* :

$$\tau = \frac{dq}{d\ell}; \quad (1.5) \quad \sigma = \frac{dq}{dS} \quad (1.6)$$

где  $dq$  – электрический заряд бесконечно малого участка длиной  $d\ell$  линейно протяженного тела или заряд на бесконечно малом участке поверхности площадью  $dS$ .

Величина напряженности электрического поля, созданного бесконечно длинным заряженным телом (нитью, стержнем и т. п.) с  $\tau = \text{const}$  на расстоянии  $r$  (кратчайшем) от нити (от оси стержня, цилиндра), вычисляется по формуле:

$$E = k_e \frac{2|\tau|}{\varepsilon r}. \quad (1.7)$$

Величина напряженности электрического поля, созданного бесконечно большой заряженной плоскостью с  $\sigma = \text{const}$ , рассчитывается по уравнению:

$$E = 2\pi k_e \frac{|\sigma|}{\varepsilon} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (1.8)$$

Если электрическое поле создается не одним, а несколькими электрическими зарядами, то для слабых полей справедлив *принцип суперпозиции*: электрические поля от разных источников накладываются одно на другое, не искажая друг друга, а напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей отдельных источников:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n. \quad (1.9)$$



Потенциал является энергетической характеристикой электростатического поля. Необходимо помнить о том, что потенциал определен только с точностью до константы (как и потенциальная энергия), поэтому имеет значение не его абсолютная величина, а разность потенциалов двух точек пространства. Для точечных зарядов потенциал на бесконечности принимают равным нулю, тогда знак потенциала зависит от знака заряда.

Потенциал электростатического поля точечного заряда  $q$  на расстоянии  $r$  от него

$$\varphi = \frac{k_e q}{r}. \quad (1.10)$$

Потенциал электростатического поля равномерно заряженной до заряда  $q_{\text{сф}}$  сферы в точке А, расположенной на расстоянии  $r$  от центра сферы,

$$\varphi_{\text{сф}А} = \frac{k_e q_{\text{сф}}}{r}. \quad (1.11)$$

Потенциал электростатического поля равномерно заряженной до заряда  $q_{\text{сф}}$  сферы радиуса  $R$  на ее поверхности

$$\varphi_{\text{сф}} = \frac{k_e q_{\text{сф}}}{R}. \quad (1.12)$$

При решении задач на расчет потенциала полей, создаваемых системой зарядов, следует использовать принцип суперпозиции: результирующий потенциал  $\varphi$  в каждой точке поля равен алгебраической сумме потенциалов  $\varphi_i$  полей, созданных отдельными зарядами:

$$\varphi = \sum_i \varphi_i. \quad (1.13)$$

Между двумя характеристиками электростатического поля – напряженностью и потенциалом – существует определенная связь: дифференциальная и интегральная:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi; \quad (1.14)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_e \vec{E} d\vec{r}. \quad (1.15)$$

Для однородного электрического поля формула (1.15) примет вид:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E |\Delta \vec{r}| \cos \alpha, \quad (1.16)$$

где  $|\Delta \vec{r}|$  – расстояние от точки 1 до точки 2;

$\alpha$  – угол между  $\Delta \vec{r}$ , проведенным от точки 1 к точке 2, и  $\vec{E}$ .

В общем случае необходимо вычислить криволинейный интеграл (1.15). На любой электрический заряд в электрическом поле действует сила

$$\vec{F}_e = q\vec{E}. \quad (1.17)$$

При перемещении заряда из точки 1 в точку 2 электрическое поле совершает механическую работу:

$$A_e = \int_1^2 \delta A_e = \int_1^2 \vec{F}_e \cdot d\vec{r}. \quad (1.18)$$

В случае однородного электрического поля

$$A_e = qE|\Delta \vec{r}| \cos \alpha = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1.19)$$

где  $\alpha$  – угол между напряженностью поля  $\vec{E}$  и перемещением  $\Delta \vec{r}$  заряда  $q$  из точки 1 в точку 2.

### Задачи

1. (1) Три точечных заряда – 2,1; –3,2 и 4,3 нКл – находятся на одной прямой на расстоянии 60 см друг от друга. Найти величину и направление силы, действующей на центральный отрицательный заряд.

2. (1) В вершинах равностороннего треугольника  $ABC$  со стороной 10 см находятся точечные заряды:  $q_A = -2,2$  нКл,  $q_B = -14$  нКл,  $q_C = -6,5$  нКл. Найти величину и направление силы, действующей на заряд 1,2 нКл, расположенный в середине стороны  $AC$ .

3. (2) Два одинаковых шарика подвешены на нитях к одной точке так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда 4,2 мкКл они оттолкнулись и разошлись на угол  $60^\circ$ . Найти массу каждого шарика, если расстояние от точки подвеса до центра каждого шарика равно 2,1 м.

4. (2) Электрическое поле создано бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью  $0,22$  мкКл/м<sup>2</sup>, и бесконечной заряженной нитью, образующей угол  $60^\circ$  с плоскостью. Линейная плотность заряда нити равна

30 нКл/м. Найти величину и направление напряженности электрического поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла на расстоянии 20 см от его вершины.

5. (2) Электрическое поле образовано двумя бесконечно длинными нитями, расположенными под прямым углом, и точечным зарядом  $-15$  нКл, помещенным на биссектрисе угла на расстоянии 20 см от его вершины. Линейная плотность зарядов на нитях равна  $-20$  и  $32$  нКл/м. Найти величину и направление напряженности электрического поля в точке, находящейся на биссектрисе прямого угла на расстоянии 50 см от его вершины.

6. (3) Тонкий стержень длиной 10 см равномерно заряжен с линейной плотностью  $1,0$  кКл/м. На продолжении оси на расстоянии 20 см от ближайшего конца стержня находится точечный заряд 100 нКл. Найти силу взаимодействия стержня с зарядом.

7. (1) Радиус заряженной металлической сферы равен  $0,10$  м, ее потенциал составляет 300 В. Определить потенциал в точке поля, расположенной на расстоянии  $0,50$  м от центра сферы, и плотность заряда на поверхности сферы.

8. (2) В двух вершинах равностороннего треугольника находятся точечные заряды  $3,2$  и  $6,4$  нКл. В третьей вершине расположен шар радиусом  $1,0$  см, заряженный до отрицательного потенциала  $-1000$  В. Сторона треугольника равна  $6,0$  см. Найти потенциал результирующего поля в центре треугольника.

9. (2) Бесконечно длинная нить равномерно заряжена с линейной плотностью  $21$  нКл/м. Найти разность потенциалов между точками, лежащими на силовой линии: первая – на расстоянии 10 см, вторая – 20 см от нити.

10. (2) Металлический шар радиусом  $8,0$  см заряжен с постоянной поверхностной плотностью  $20$  нКл/м<sup>2</sup>. Найти разность потенциалов между двумя точками, лежащими на одной силовой линии на расстоянии 24 и 40 см от центра шара.

11. (2) На расстоянии  $3,6$  см от бесконечно длинной заряженной с линейной плотностью  $1,2$  мКл/м нити находится точечный заряд  $1,2$  нКл. Под действием электрического поля нити заряд перемещается до расстояния  $6,3$  см. Какую работу при этом совершают силы электрического поля?

12. (2) Около заряженной бесконечной плоскости покоился точечный заряд  $1,5$  нКл. Под действием поля заряд перемещается на расстояние  $2,2$  см, при этом совершается работа  $0,54$  мкДж. Найти поверхностную плотность заряда плоскости.

## 2. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Согласно закону сохранения электрического заряда, сумма электрических зарядов в изолированной системе остается постоянной.

Емкость проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (2.1)$$

где  $q$  – заряд проводника;

$\varphi$  – потенциал проводника.

Емкость проводника зависит от его геометрических характеристик: размеров, формы и диэлектрических свойств среды. Емкость проводящего шара (сферы) определяется через его радиус  $R$  и диэлектрическую проницаемость окружающей среды  $\varepsilon$ :

$$C = \frac{\varepsilon R}{k_e}. \quad (2.2)$$

Емкость конденсатора  $C_k$  – скалярная физическая величина, равная отношению заряда  $q$  на одном из проводников к разности потенциалов (напряжению)  $U$  между проводниками:

$$C_k = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}. \quad (2.3)$$

Емкость плоского конденсатора определяется площадью пластин  $S$ , расстоянием  $d$  между ними и диэлектрическими свойствами среды между пластинами:

$$C_k = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}. \quad (2.4)$$

Между пластинами заряженного конденсатора создается электрическое поле, которое является носителем электрической энергии. Величину электрической энергии поля можно найти через характеристики конденсатора или через характеристики электрического поля (для изотропного диэлектрика):

$$W_e = \frac{q^2}{2C_k} = \frac{qU}{2} = \frac{C_k U^2}{2} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} V, \quad (2.5)$$

где  $V$  – объем пространства между обкладками конденсатора.

При решении задач, где требуется найти работу разряда при соединении двух заряженных проводников, следует использовать закон сохранения энергии. Работа разряда будет равна разности значений энергии проводников до и после соединения.

### *Задачи*

13. (2) Проводящие шары  $A$  радиусом 55 мм и  $B$  радиусом 11 мм имеют одинаковый заряд 7,2 нКл. Шары соединяют тонкой проволокой. Какое количество электричества переместится с одного шара на другой? Какими станут потенциалы и заряды шаров после их соединения?

14. (2) Потенциалы проводящих шариков радиусами 30 и 60 мм равны 600 и 900 В соответственно. Шарики соединяют тонкой проволокой. Найти потенциалы шариков после соединения и заряд, перешедший при этом с одного шарика на другой.

15. (2) Два проводящих заряженных шара радиусами 80 и 160 мм соединили металлической проволокой. Общий заряд шаров до соединения был равен 30 нКл. Найти поверхностную плотность заряда на шарах и потенциалы шаров после их соединения.

16. (2) Проводящий заряженный шар  $A$  радиусом 60 мм приводится в соприкосновение с проводящим шаром  $B$  радиусом 30 мм. Шар  $B$  имеет заряд 2,2 пКл. После соединения энергия шара  $A$  оказалась равной 0,24 мкДж. Найти заряд шара  $A$  и энергию шара  $B$  до разряда. Какова работа разряда?

17. (2) При соединении заряженного до потенциала 2,6 кВ проводящего шара  $A$  радиусом 40 мм с незаряженным проводящим шаром  $B$  радиусом 30 мм с первого шара на второй перешел заряд 3 нКл. Найти энергию каждого шара до соединения и работу разряда.

18. (2) Энергия плоского воздушного конденсатора 0,42 нДж, разность потенциалов на обкладках 60 В, площадь пластины 1,2 см<sup>2</sup>. Определить расстояние между обкладками, напряженность и объемную плотность энергии электрического поля внутри конденсатора.

19. (2) Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора равна  $80 \text{ см}^2$ , расстояние между пластинами составляет  $5,2 \text{ мм}$ . Напряженность поля между обкладками конденсатора  $60 \text{ кВ/м}$ . После отключения конденсатора от источника напряжения пластины раздвигают, при этом разность потенциалов между пластинами увеличивается в два раза. Найти емкость конденсатора, разность потенциалов между пластинами и поверхностную плотность заряда на пластинах до и после изменения расстояния между пластинами.

20. (2) Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком ( $\varepsilon = 2,6$ ). Площадь каждой пластины  $52 \text{ см}^2$ , расстояние между ними  $60 \text{ мкм}$ , напряженность поля внутри конденсатора  $21 \text{ кВ/м}$ . Не отключая конденсатор от источника напряжения, из него удаляют диэлектрик. Найти заряд на пластинах конденсатора и его емкость до и после удаления диэлектрика.

21. (2) Плоский воздушный конденсатор с площадью каждой пластины  $2,2 \text{ дм}^2$  и расстоянием между пластинами  $2,2 \text{ мм}$  был заряжен с поверхностной плотностью  $2,6 \text{ мкКл/м}^2$ . После отключения конденсатора от источника напряжения конденсатор погрузили в керосин ( $\varepsilon = 2,1$ ). Насколько изменилась при этом энергия конденсатора?

22. (3) Металлический шар радиусом  $3,4 \text{ см}$  несет заряд  $20 \text{ нКл}$ . На поверхность шара нанесен слой парафина толщиной  $2,3 \text{ см}$ . Определить энергию электрического поля, заключенного в слое диэлектрика. Диэлектрическая проницаемость парафина равна  $2,0$ .

### 3. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

*Электрическим током* называется упорядоченное движение заряженных частиц. В металлических проводниках такими частицами являются свободные электроны.

Скалярной характеристикой электрического тока служит *сила тока*  $I$ . Если за время  $dt$  через поперечное сечение проводника переносится заряд  $dq$ , то сила тока определяется по формуле:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (3.1)$$

Если сила тока не изменяется со временем, то электрический ток называется постоянным:  $I = \frac{dq}{dt} = \text{const.}$

Связь между силой тока в однородном металлическом проводнике и напряжением устанавливает закон Ома:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (3.2)$$

где  $R$  – активное электрическое сопротивление проводника.

Сопротивление  $R$  проводника зависит от его формы и размеров, а также от свойств материала, из которого сделан проводник. Для однородного цилиндрического проводника

$$R = \frac{\rho_e \ell}{S}, \quad (3.3)$$

где  $\ell$  – длина проводника;

$S$  – площадь поперечного сечения проводника;

$\rho_e$  – зависящий от свойств материала коэффициент, называемый удельным электрическим сопротивлением вещества.

Значения удельного сопротивления для различных металлов при 20 °С приводятся в табл. П. 2.

Электрический ток, протекая по проводнику, нагревает его. Количество теплоты  $Q$ , выделяемое в проводнике при протекании по нему электрического тока, вычисляется по закону Джоуля – Ленца:

$$Q = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t = IU \Delta t, \quad (3.4)$$

где  $\Delta t$  – время протекания тока.

Работа постоянного электрического тока

$$A = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t. \quad (3.5)$$

Если проводник неподвижен и в нем не совершаются химические превращения, то по закону сохранения энергии работа затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника и он нагревается, т. е.

$$A = Q. \quad (3.6)$$

*Мощностью  $P$*  называется работа, совершаемая в единицу времени. Мощность определяется по выражению:

$$P = \frac{\delta A}{dt} = IU = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \quad (3.7)$$

Для непрерывного протекания тока в электрической цепи нужен источник тока (батарея, аккумулятор, генератор и т. п.). Основной характеристикой любого источника является электродвижущая сила (ЭДС).

*ЭДС источника ( $\mathcal{E}$ )* – скалярная физическая величина, равная отношению работы сторонних сил  $A_{\text{ст}}$ , перемещающих электрический заряд  $q$  внутри источника, к этому заряду:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \quad (3.8)$$

Электрическое сопротивление источника называют внутренним сопротивлением  $r$ .

*Закон Ома для замкнутой (полной) электрической цепи* утверждает: сила тока в замкнутой цепи  $I$  прямо пропорциональна ЭДС в этой цепи и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи  $R_{\text{полн}}$ :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{полн}}} = \frac{\mathcal{E}}{r + R}, \quad (3.9)$$

где  $R$  – общее сопротивление внешней цепи.

Из закона Ома для замкнутой цепи следует, что падение напряжения  $U$  на зажимах источника меньше, чем ЭДС. Действительно,  $I(R + r) = \mathcal{E}$ , или  $IR + Ir = \mathcal{E}$ . Так как по закону Ома для однородного участка цепи напряжение на зажимах источника  $U = IR$ , то

$$U = \mathcal{E} - Ir. \quad (3.10)$$

В режиме короткого замыкания ( $R \ll r$ ) закон Ома для замкнутой цепи записывается в виде:  $I = \frac{\mathcal{E}}{r}$ .

Расчет любой разветвленной цепи можно произвести, пользуясь двумя *правилами Кирхгофа*. Первое из них относится к узлам цепи. Узлом называется точка, в которой сходятся три и более проводника. Считается, что ток, текущий к узлу, имеет один знак («плюс» или «минус»), а ток, текущий от узла, – другой знак («минус» или «плюс»). Первое правило Кирхгофа гласит, что алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:



$$\sum_i I_i = 0. \quad (3.11)$$

Второе правило относится к любому выделенному в разветвленной цепи замкнутому контуру. Если мысленно обойти контур в некотором направлении (например, по ходу часовой стрелки), то получим соотношение, определяющее второе правило Кирхгофа:

$$\sum_k \mathcal{E}_k = \sum_i I_i R_i + \sum_{i, \hat{e}} I_i r_{\hat{e}} = \sum_i I_i R, \quad (3.12)$$

т. е. алгебраическая сумма ЭДС, действующих в замкнутом контуре, равна алгебраической сумме падений напряжения (с учетом падения напряжения на внутренних сопротивлениях источников) в этом же контуре.

При решении задач на расчет разветвленной цепи следует помнить о том, что если в задаче не указаны направления токов, то их выбирают произвольно.

Законы постоянного тока при определенных условиях можно применять и к изменяющимся токам, когда мгновенное значение силы тока будет практически одинаковым во всех поперечных сечениях цепи. Для таких токов справедливы законы Ома, Джоуля – Ленца и правила Кирхгофа.

### *Задачи*

23. (1) Чему равна площадь поперечного сечения провода из алюминия, если он находится под напряжением 220 В? Длина провода составляет 1,1 км, а сила тока равна 5,0 А.

24. (1) Медная и стальная проволоки одинаковой длины включены параллельно. Диаметр стальной проволоки вдвое больше диаметра медной. В медной проволоке сила тока равна 60 мА. Какова сила тока в стальной проволоке?

25. (2) К сети напряжением 120 В присоединяют два резистора. При их последовательном соединении сила тока составляет 3,0 А, а при параллельном – 16 А. Чему равно сопротивление каждого резистора?

26. (2) В сеть с напряжением 100 В включены два проводника сопротивлением 10 и 23 Ом. Вычислить количество теплоты, выделяющейся за 10 мин в каждом проводнике, если их соединить сначала последовательно, а затем параллельно.

27. (2) Найти внутреннее сопротивление и ЭДС источника тока, если при силе тока 30 А мощность, выделяемая во внешней цепи, равна 180 Вт, а при силе тока 10 А – 100 Вт.

28. (1) К источнику с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 0,21 Ом подключена лампочка от карманного фонаря. Определить сопротивление лампочки, если по цепи течет ток силой 0,54 А.

29. (2) При замыкании элемента на сопротивление 4,5 Ом сила тока в цепи составляет 0,21 А, а при замыкании на сопротивление 10 Ом – 0,12 А. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление.

30. (2) Если к батарее присоединить последовательно две лампочки сопротивлением по 8,1 Ом каждая, то вольтметр, подключенный к полюсам батареи, показывает 4,2 В; если те же лампочки соединить параллельно, то вольтметр показывает 3,4 В. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление батареи.

31. (2) От источника напряжения необходимо передать потребителю мощность 4,2 кВт. Сопротивление подводящих проводов равно 0,42 Ом. Какое напряжение должно быть на зажимах источника, чтобы тепловые потери в проводах составляли 4,2 % от потребляемой мощности?

32. (2) Какую мощность потребляет электрический чайник, если 1,2 кг воды в нем закипает через 300 с? Каково сопротивление нагревателя чайника, если напряжение в сети равно 120 В? Начальная температура воды равна 20 °С, КПД чайника составляет 80 %, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/кг·К, температура кипения 100 °С.

33. (2) Сила тока в проводнике равномерно возрастает от нуля до 3,0 А в течение 10 с (время считали от нуля). Определить заряд, прошедший в проводнике за это время.

34. (2) Сила тока в проводнике сопротивлением 20 Ом увеличивается по линейному закону  $I(t) = I_0 + bt$ , где  $I_0 = 10$  А, а  $b = 2,0$  А/с. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за вторую и за третью секунды, и подсчитать, во сколько раз они различаются.

35. (3) Конденсатору емкостью 2,0 мкФ сообщили заряд 1,6 нКл. Затем конденсатор замкнули на сопротивление 5,2 кОм. Найти: 1) закон изменения силы тока, текущего через сопротивление, от времени; 2) значение силы тока через 2,3 с.

36. (3) Конденсатор емкостью 1,4 мкФ зарядили до напряжения 100 В и подключили к резистору сопротивлением 100 Ом. За какое время заряд конденсатора уменьшится вдвое?

37. (2) Найти силу тока во всех участках цепи, составленной по схеме, приведенной на рис. 3.1, если  $\mathcal{E}_1 = 3,2$  В;  $\mathcal{E}_2 = 4,4$  В;  $\mathcal{E}_3 = 5,6$  В;  $R_1 = 8,1$  Ом;  $R_2 = 3,6$  Ом;  $R_3 = 16$  Ом. Внутреннее сопротивление каждого источника равно 1,0 Ом.

38. (2) В схеме, представленной на рис. 3.2,  $\mathcal{E}_1 = 2,1 \text{ В}$ ;  $\mathcal{E}_2 = 1,9 \text{ В}$ ;  $R_1 = 45 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ . Найти силу тока во всех участках цепи. Внутреннее сопротивление каждого источника равно  $1,0 \text{ Ом}$ .

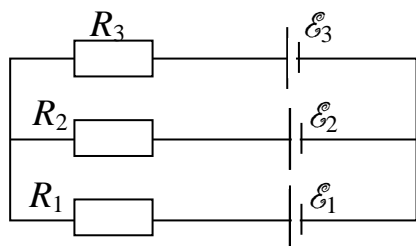


Рис. 3.1

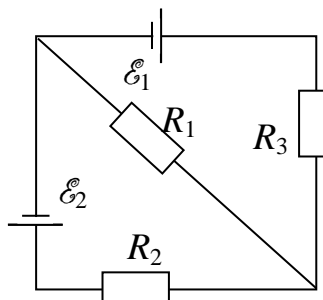


Рис. 3.2

39. (2) Определить напряжение на зажимах реостата, сопротивление  $R$  которого составляет  $5,2 \text{ Ом}$ , если ЭДС источника  $\mathcal{E}_1$  равна  $8,4 \text{ В}$ ;  $\mathcal{E}_2 = 4,2 \text{ В}$ , а их внутренние сопротивления равны  $1,1$  и  $0,55 \text{ Ом}$  соответственно (рис. 3.3).

40. (2) Какую силу тока показывает миллиамперметр в схеме, приведенной на рис. 3.4, если  $\mathcal{E}_1 = 1,2 \text{ В}$ ;  $\mathcal{E}_2 = 4,5 \text{ В}$ ;  $R_2 = 1,5 \text{ кОм}$ ;  $R = 0,50 \text{ кОм}$ , падение напряжения на сопротивлении  $R_1$  равно  $1,2 \text{ В}$ ? Внутренним сопротивлением элементов пренебречь. Найти мощность, выделяющуюся на сопротивлении  $R_2$ .

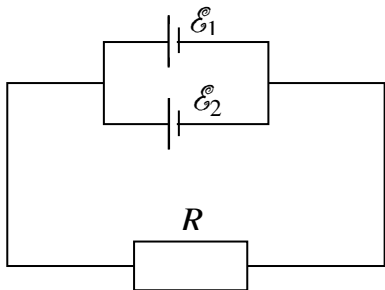


Рис. 3.3

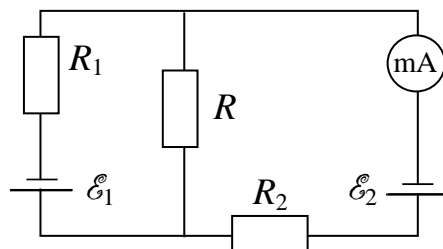


Рис. 3.4

41. (2) Определить силу тока, текущего через сопротивление  $R_2$  (рис. 3.5), и падение напряжения на сопротивлении  $R_1$ , если  $\mathcal{E}_1 = 4,3 \text{ В}$ ;  $\mathcal{E}_2 = 3,8 \text{ В}$ ;  $R_1 = 2,8 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 6,2 \text{ Ом}$ ,  $R = 1,3 \text{ Ом}$ . Внутреннее сопротивление источника  $r_1$  равно  $1,2 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 2,4 \text{ Ом}$ .

42. (2) В схеме, представленной на рис. 3.6,  $\mathcal{E}_1 = 2,6 \text{ В}$ ;  $\mathcal{E}_2 = 3,4 \text{ В}$  – два элемента с одинаковым внутренним сопротивлением, равным  $0,34 \text{ Ом}$ . Найти силу тока, текущего: 1) через сопротивление  $R_1 = 0,84 \text{ Ом}$ ; 2) через сопротивление  $R_2 = 1,5 \text{ Ом}$ ; 3) через элемент  $\mathcal{E}_1$ .

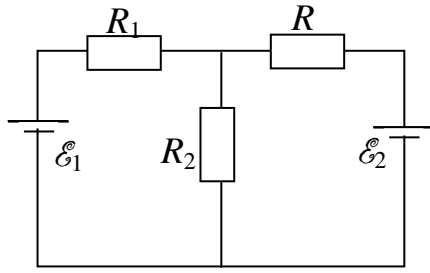


Рис. 3.5

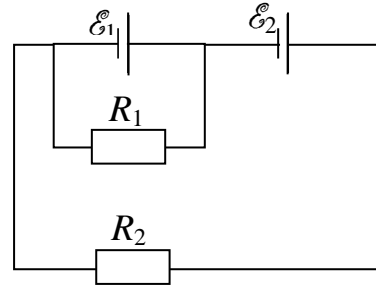


Рис. 3.6

#### 4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Магнитная индукция  $d\vec{B}$  поля, создаваемого в вакууме элементом тока  $I d\vec{\ell}$ , в некоторой точке вычисляется по *закону Био – Савара – Лапласа*:

$$d\vec{B} = k_m \frac{[I d\vec{\ell} \vec{r}]}{r^3}, \quad (4.1)$$

где  $k_m$  – магнитная постоянная;

$I d\vec{\ell}$  – элемент тока, равный произведению силы тока в проводнике на бесконечно малый участок проводника длиной  $d\ell$  и направленный в сторону протекания тока в проводнике;

$\vec{r}$  – вектор, проведенный от элемента тока  $I d\vec{\ell}$  в данную точку.

*Направление вектора  $d\vec{B}$*  определяется векторным произведением векторов  $I d\vec{\ell}$  и  $\vec{r}$  или «*правилом буравчика*»: если ввинчивать буравчик с правой резьбой по направлению протекания тока в элементе проводника, то направление движения рукоятки буравчика в каждой точке будет совпадать с направлением  $d\vec{B}$  в этой точке.

Величина магнитной индукции поля, созданного прямолинейным участком проводника с током  $I$  в произвольной точке поля, вычисляется по формуле:

$$B = k_m \frac{I}{b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (4.2)$$

где  $b$  – кратчайшее расстояние от проводника до этой точки;

$\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы между направлением тока в проводнике и вектором, проведенным в точку, где находят индукцию, из начала и конца отрезка проводника (рис. 4.1).

Если проводник можно считать прямым бесконечно длинным, то  $\alpha_1 = 0^\circ$ ,  $\alpha_2 = 180^\circ$ , тогда

$$B = k_m \frac{2I}{b}. \quad (4.3)$$

Магнитная индукция поля кругового витка радиусом  $R$  с током силой  $I$  в произвольной точке на оси витка (рис. 4.2) вычисляется по формуле:

$$B = k_m \frac{2\pi IR^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (4.4)$$

где  $h$  – расстояние от центра витка вдоль оси витка до точки, где находят индукцию.

В центре кругового витка ( $h = 0$ )

$$B = k_m \frac{2\pi I}{R} = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (4.5)$$

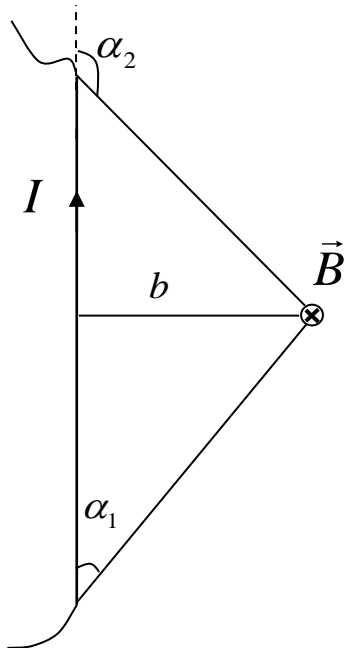


Рис. 4.1

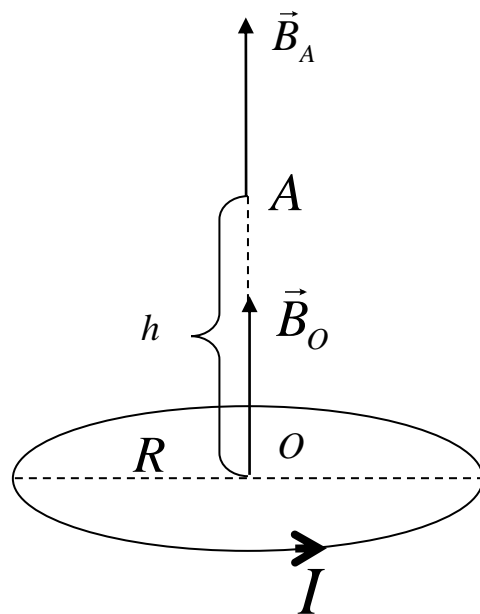


Рис. 4.2

Если магнитное поле создается не одним, а несколькими источниками (несколько движущихся зарядов, длинный проводник с током, несколько проводников с током и т. п.), то для слабых полей справедлив *принцип суперпозиции*: магнитные поля от разных источников накладываются одно на другое, не искажая друг друга, а магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций полей отдельных источников:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n. \quad (4.6)$$

## Задачи

43. (1) Два бесконечно длинных проводника находятся на расстоянии 30 см друг от друга. По проводникам течет в одном направлении одинаковый ток силой 5,0 А. Найти величину и направление магнитной индукции в точке, расположенной на середине линии, соединяющей проводники.

44. (1) Два бесконечно длинных проводника находятся на расстоянии 20 см друг от друга (рис. 4.3). По проводникам текут токи  $I_1$  и  $I_2$  силой 2,2 А в одном направлении. Найти величину и направление магнитной индукции в точке  $A$ , если расстояние  $a$  равно 10 см.

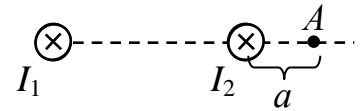


Рис. 4.3

45. (2) Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены в одной плоскости перпендикулярно друг другу (рис. 4.4). По проводникам текут токи  $I_1$  и  $I_2$  силой 4,2 и 6,3 А. Найти величину и направление магнитной индукции в точках  $A$  и  $C$ , если  $a = 20$  см;  $b = 30$  см.

46. (2) Два бесконечно длинных проводника расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях на расстоянии 25 см друг от друга (рис. 4.5). По проводникам текут токи  $I_1$  и  $I_2$  силой 4,8 и 1,2 А. Найти величину и направление магнитной индукции в точках  $A$  и  $C$ , если  $a = 50$  мм;  $b = 100$  мм.

47. (2) Три бесконечно длинных проводника с токами расположены так, как показано на рис. 4.6. По проводникам текут токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  силой 5,2, 1,5 и 2,1 А. Найти величину и направление магнитной индукции в точке  $A$ , если  $a = 20$  см;  $b = 10$  см.

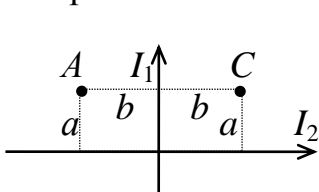


Рис. 4.4

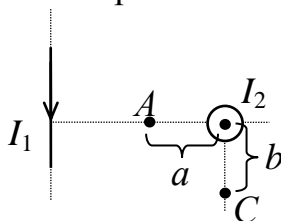


Рис. 4.5

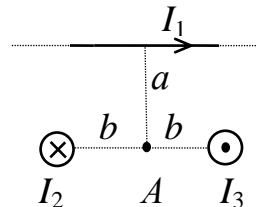


Рис. 4.6

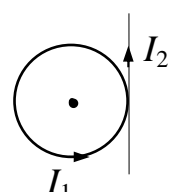


Рис. 4.7

48. (2) По кольцу радиусом 5,0 см течет ток силой 10 А (рис. 4.7). В одной плоскости с кольцом находится бесконечно длинный проводник с током силой 15 А. Бесконечно длинный проводник совпадает с касательной к кольцевому проводу. Найти величину и направление магнитной индукции в центре кольца. Направления токов указаны на рис. 4.5.

49. (2) По кольцу радиусом 8,2 см течет ток  $I_1$  силой 16 А. Перпендикулярно плоскости кольца на расстоянии 10 см от его центра находится бесконечно длинный проводник с током  $I_2 = 40$  А (рис. 4.8). Найти величину и направление магнитной индукции поля в центре кольца.

50. (2) Найти в точке  $A$  на рис. 4.9 величину и направление магнитной индукции поля, созданного двумя бесконечно длинными проводниками с токами  $I_1$  и  $I_2$  силой 4,2 и 6,3 А и круговым витком с током  $I_3 = 5,6$  А. Радиус витка равен 5,0 см, расстояние  $a$  равно 10 см.

51. (2) Найти в точке  $A$  на рис. 4.10 величину и направление магнитной индукции поля, созданного бесконечно длинным проводником с током  $I_1$  силой 6,4 А и рамкой с током  $I_2$  силой 8,6 А в виде прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом  $a$ , равным 10 см.

52. (2) Найти величину и направление магнитной индукции поля в точке  $A$ , расположенной в общем центре кругового витка с током  $I_1$  силой 3,3 А и рамки с током  $I_2$  силой 4,4 А в виде правильного шестиугольника со сторонами длиной 13 см (рис. 4.11). Радиус витка равен 6,5 см.

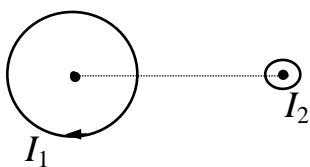


Рис. 4.8

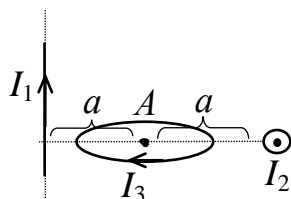


Рис. 4.9

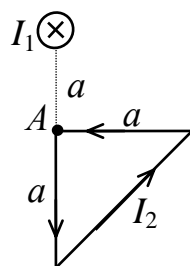


Рис. 4.10

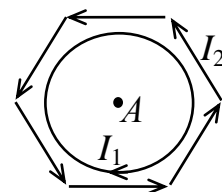


Рис. 4.11

## 5. СИЛА ЛОРЕНЦА. СИЛА АМПЕРА

На частицу с электрическим зарядом  $q$ , движущуюся со скоростью  $\vec{v}$  в магнитном поле с магнитной индукцией  $\vec{B}$ , действует *сила Лоренца*

$$\vec{F}_\text{Л} = q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (5.1)$$

Направление  $\vec{F}_\text{Л}$  определяется векторным произведением векторов  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  или «правилом левой руки» (рис. 5.1): левую руку нужно расположить так, чтобы вектор  $\vec{B}$  входил в ладонь, четыре вытянутых пальца направить по скорости  $\vec{v}$  частицы, и тогда отогнутый на  $90^\circ$  большой палец укажет направление  $\vec{F}_\text{Л}$  для  $q > 0$  (для  $q < 0$  направление  $\vec{F}_\text{Л}$  нужно изменить на  $180^\circ$ ).

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости свободно движущейся заряженной частицы и сообщает ей нормальное ускорение. Не изменяя модуля скорости частицы, а лишь изменяя ее направление, сила Лоренца не совершает механической работы (не изменяет кинетической энергии частицы).

Модуль силы Лоренца определяется по формуле:

$$F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha, \quad (5.1a)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

На проводник с электрическим током, находящийся в магнитном поле, действует сила, называемая *силой Ампера*. Сила Ампера, действующая на малый элемент проводника с током  $I d\vec{\ell}$  со стороны магнитного поля, рассчитывается по формуле:

$$d\vec{F}_A = [I d\vec{\ell} \vec{B}]. \quad (5.2)$$

Направление  $d\vec{F}_A$  определяется векторным произведением векторов  $I d\vec{\ell}$  и  $\vec{B}$  или «правилом левой руки» (рис. 5.2): левую руку нужно расположить так, чтобы вектор  $\vec{B}$  входил в ладонь, четыре вытянутых пальца направить по направлению тока в проводнике, и тогда отогнутый на  $90^\circ$  большой палец укажет направление  $d\vec{F}_A$ .

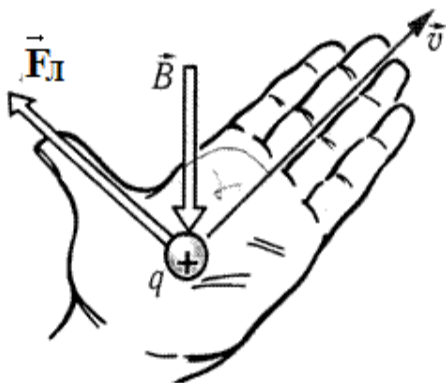


Рис. 5.1

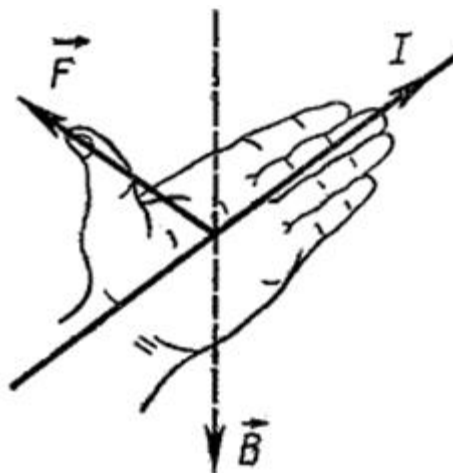


Рис. 5.2

Модуль силы Ампера вычисляется по формуле:

$$dF_A = Id\ell B \sin \alpha. \quad (5.2a)$$



### Задачи

53. (1) Протон влетает в однородное магнитное поле с индукцией  $2,1 \text{ мТл}$  перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Найти период и частоту обращения протона при его движении по окружности.

54. (2) Альфа-частица с кинетической энергией  $4,2 \text{ кэВ}$  попадает в магнитное поле с индукцией  $1,5 \text{ Тл}$ , направление линий которой перпендикулярно скорости частицы. Найти радиус кривизны траектории альфа-частицы.

55. (1) Найти силу Ампера, действующую на прямолинейный проводник с током  $5,3 \text{ А}$  длиной  $1,5 \text{ м}$ , находящийся в магнитном поле с индукцией  $20 \text{ мТл}$ . Направление магнитной индукции составляет с направлением тока угол  $40^\circ$ .

56. (1) Найти угол, который составляют линии магнитной индукции с направлением тока в проводнике, если на проводник действует сила Ампера, равная  $6,3 \text{ мН}$ . Индукция магнитного поля равна  $3,6 \text{ мТл}$ , сила тока  $1,5 \text{ А}$ , длина проводника  $2,1 \text{ м}$ .

57. (2) По горизонтально расположенному медному проводнику площадью сечения  $2,2 \text{ мм}^2$  течет ток силой  $20 \text{ А}$ . Найти величину и направление магнитной индукции поля, в которое нужно поместить проводник, чтобы сила тяжести уравновесилась силой Ампера. Проводник расположен перпендикулярно линиям индукции магнитного поля.

58. (2) Медный проводник площадью поперечного сечения  $2,4 \text{ см}^2$  и длиной  $1,2 \text{ м}$  висит на двух нерастяжимых нитях. По проводнику течет ток силой  $1,5 \text{ А}$ . При включении однородного магнитного поля с индукцией  $2,2 \text{ Тл}$ , направленного горизонтально и перпендикулярно проводнику, нити обрываются. Найти ускорение, с которым проводник начнет падать вниз. Сила натяжения, при которой нить разрывается, равна  $14,1 \text{ Н}$ .

59. (3) На рельсах, расстояние между которыми равно  $1,2 \text{ м}$ , лежит проводник такой же длины. Рельсы составляют с горизонтом угол  $30^\circ$ . По проводнику течет ток силой  $8,9 \text{ А}$ . С каким ускорением будет двигаться проводник вверх по рельсам, если систему поместить в однородное магнитное поле с индукцией  $4,8 \text{ Тл}$  так, что магнитная индукция перпендикулярна проводнику и рельсам? Масса проводника равна  $2,1 \text{ кг}$ . Коэффициент трения проводника о рельсы равен  $0,14$ .

60. (2) Два параллельных тонких прямых бесконечных проводника, по которым в одном направлении течет ток  $5,0$  и  $10 \text{ А}$ , находятся в вакууме на расстоянии  $2,0 \text{ см}$  друг от друга. Определить приходящуюся на единицу длины проводников работу, которую необходимо совершить, чтобы увеличить расстояние между ними до  $12 \text{ см}$ .

## 6. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Поток вектора магнитной индукции  $\Phi_m$  равен числу линий магнитной индукции, пронизывающих единичную площадку, расположенную перпендикулярно линиям индукции:

$$\Phi_m = \int_S B dS \cos \alpha. \quad (6.1)$$

Для однородного поля и плоской поверхности

$$\Phi_m = BS \cos \alpha, \quad (6.1a)$$

где  $S$  – площадь поверхности;

$\alpha$  – угол между нормалью к площадке и магнитной индукцией поля.

Явление возникновения индукционного тока в замкнутом контуре, через поверхность которого проходит изменяющийся магнитный поток, называется *явлением электромагнитной индукции* (открыто английским физиком Фарадеем).

*Закон электромагнитной индукции* (закон Фарадея) определяет ЭДС индукции, возникающую в замкнутом контуре при изменении пронизывающего его магнитного потока:

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi_m}{dt}, \quad (6.2)$$

где  $N$  – количество витков в замкнутом контуре.

Знак «минус» в законе (6.2) соответствует правилу Ленца: индукционный ток всегда имеет такое направление, чтобы своим магнитным полем противодействовать изменению магнитного потока, вызвавшего этот ток.

Силу индукционного тока в контуре можно вычислить по закону Ома для замкнутой цепи (3.9):

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}, \quad (6.3)$$

где  $R$  – сопротивление проводов контура (если  $r = 0$  – в цепи нет источника).

*Индуктивность контура*  $L$  – скалярная физическая величина, равная отношению суммарного магнитного потока, проходящего через все витки контура  $N\Phi_m$ , к силе тока  $I$  в замкнутом контуре:

$$L = \frac{N\Phi_m}{I}. \quad (6.4)$$

Индуктивность контура не зависит ни от магнитного потока, ни от силы тока в контуре, она зависит от размеров и формы контура и от магнитных свойств среды, в которой находится контур.

Явление возникновения индукционного тока в замкнутом контуре, по которому проходит изменяющийся электрический ток, называется *явлением самоиндукции*.

ЭДС самоиндукции, которая при этом возникает в контуре, вычисляется ( $L = \text{const}$ ) по формуле:

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (6.5)$$

### Задачи

61. (2) Квадратный виток из железной проволоки сечением  $4,2 \text{ мм}^2$  помещен в магнитное поле, индукция которого меняется по закону  $B = B_0 \sin \omega t$ , где  $B_0 = 0,14 \text{ Тл}$ ;  $\omega = 2\pi \text{ рад/с}$ . Площадь витка равна  $40 \text{ см}^2$ . Найти зависимости от времени ЭДС индукции и силы тока, текущего по рамке. Вычислить максимальное значение силы тока. Плоскость витка перпендикулярна направлению магнитного поля.

62. (2) Рамка площадью  $50 \text{ см}^2$ , содержащая 100 витков, равномерно вращается с частотой 960 об/мин в однородном магнитном поле с индукцией 40 мТл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции магнитного поля. Определить закон изменения ЭДС индукции, максимальное значение ЭДС и значение ЭДС индукции через 2,3 с после начала вращения рамки. В начальный момент времени угол между нормалью и магнитной индукцией равен нулю.

63. (2) Круглая рамка из 200 витков алюминиевой проволоки сечением  $3,4 \text{ мм}^2$  равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией 0,58 Тл. Радиус рамки равен 2,3 см. Ось вращения совпадает с диаметром рамки и перпендикулярна линиям индукции магнитного поля, а угловая скорость равна 0,21 рад/с. Вычислить значение силы тока, индуцированного в рамке, через 5,2 с после начала вращения рамки и ее максимальное значение. В начальный момент времени угол между нормалью и магнитной индукцией равен нулю.

64. (1) Прямой проводник длиной 40 см движется в однородном магнитном поле со скоростью 5,6 м/с, направленной перпендикулярно проводнику и магнитной индукции. Определить магнитную индукцию, если на концах проводника возникает разность потенциалов, равная 20 мВ.

65. (2) По горизонтальным рельсам, расположенным в вертикальном магнитном поле с индукцией 10 мТл, скользит проводник длиной 1,4 м с постоянной скоростью 10 м/с. Концы рельсов замкнуты на сопротивление 2,4 Ом. Определить, какое количество теплоты выделится в сопротивлении за 1,5 с. Сопротивлением рельсов и проводника пренебречь.

66. (2) Квадратный виток сопротивлением 40 мОм равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией 0,65 Тл. Ось вращения лежит в плоскости витка и перпендикулярна линиям индукции магнитного поля. Сторона витка равна 10 см. Определить заряд, который протечет через виток при изменении угла между нормалью к плоскости витка и линиями индукции магнитного поля от 0 до 45 °.

67. (2) Медный обруч массой 5,4 кг расположен в плоскости магнитного меридиана. Какой заряд индуцируется в нем, если его повернуть около вертикальной оси на 90 °? Горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля Земли равна 16 А/м.

68. (3) По бесконечно длинному проводнику течет ток. Около проводника расположен квадратный виток со сторонами длиной 10 см. Проводник лежит в плоскости витка и параллелен двум его сторонам. Сопротивление витка равно 20 мОм. Расстояние от проводника до ближайшей стороны витка 10 см. Найти силу тока в проводнике, если при выключении тока в нем через виток протекает заряд 0,76 м Кл.

## 7. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

*Колебания* – это процесс, в котором какая-либо физическая величина повторяется с течением времени. Колебания, происходящие по закону косинуса или синуса, называются *гармоническими*.

Время одного полного колебания называется *периодом*  $T$ .

$$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (7.1)$$

где  $\nu$  – линейная частота колебаний (количество колебаний за единицу времени);

$\omega$  – циклическая (круговая) частота колебаний – количество колебаний за  $2\pi$  с.

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний имеет вид:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (7.2)$$

где  $x$  – обобщенная координата системы, т. е. смещение системы от положения равновесия, меняющееся со временем по гармоническому закону.

Решением такого дифференциального уравнения является функция

$$x(t) = x_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (7.3)$$

или

$$x(t) = x_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (7.4)$$

где  $x_m = A$  – обобщенная амплитуда колебания, т. е. максимальное отклонение колеблющейся величины от положения равновесия;

$\omega_0$  – циклическая (круговая) частота гармонических (собственных) колебаний;

$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$  – фаза колебания ( $\varphi_0$  – начальная фаза колебания).

Система, совершающая гармонические колебания, называется *гармоническим осциллятором*.

В табл. 7.1 приведены формулы, определяющие собственную частоту гармонических колебаний различных осцилляторов.

Т а б л и ц а 7.1

Собственная частота гармонических колебаний различных осцилляторов

Гармонический осциллятор	Собственная частота
Пружинный маятник	$\omega_0 = \sqrt{k/m}$
Математический маятник	$\omega_0 = \sqrt{g/l}$
Физический маятник	$\omega_0 = \sqrt{mgl/I}$
Идеальный колебательный контур	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Между механическими и электромагнитными колебаниями много общего. В табл. 7.2 прослеживаются аналогии между основными характеристиками механических и электромагнитных колебаний.

Соответствие основных характеристик  
механических и электромагнитных колебаний

Колебания	
механические	электромагнитные
$x(t) = x_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ $v_x(t) = \dot{x} = -x_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ $a_x = \ddot{x} = -\omega_0^2 x$ $W_p = \frac{k x^2}{2}$ $W_k = \frac{m v^2}{2}$ $W = W_k + W_p = \text{const}$	$q(t) = q_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ $i(t) = \dot{q} = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ $\ddot{q} = -\omega_0^2 q$ $W_e = \frac{q^2}{2C}$ $W_m = \frac{L I^2}{2}$ $W = W_e + W_m = \text{const}$

Задачи

69. (1) Найти собственную частоту колебаний математического маятника длиной 94 см и массой 0,43 кг.

70. (1) Период гармонических колебаний пружинного маятника равен 1,4 с. Масса груза 220 г. Найти коэффициент упругости пружины.

71. (2) Частица совершает гармонические колебания вдоль оси  $X$ , при которых проекция ее скорости на эту ось меняется по закону  $v_x(t) = v_m \sin \omega_0 t$ , где  $v_m = 2,5$  см/с;  $\omega_0 = 2,4$  с<sup>-1</sup>. Найти амплитуду колебания, координату частицы и проекцию ее ускорения на ось  $X$  в момент времени, равный четверти периода.

72. (2) Пружинный маятник совершает гармонические колебания вдоль оси  $X$  по закону  $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ , где  $A = 5,2$  см;  $\omega_0 = 2\pi$  с<sup>-1</sup>;  $\varphi_0 = \pi/3$ . Найти: 1) жесткость пружины маятника, если масса груза равна 1,2 кг; 2) момент времени, ближайший к началу колебаний, когда модуль ускорения маятника имеет максимальное значение; 3) полную энергию колебаний маятника.

73. (3) Стержень массой 1,5 кг и длиной 30 см укреплен так, что может вращаться относительно горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. Его отклонили от положения равновесия на угол 10 ° и отпустили. Записать закон колебаний стержня. Найти: 1) период колебаний; 2) моменты времени, в которые кинетическая энергия стержня максимальна; 3) угловое

ускорение маятника, его кинетическую и потенциальную энергию спустя одну треть периода колебаний.

74. (1) Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 5,1 мкФ и катушки индуктивностью 0,26 Гн. Определить максимальную силу тока  $i_m$  в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 90 В. Сопротивлением контура пренебречь.

75. (1) В идеальном колебательном контуре сила тока в катушке меняется по закону  $i(t) = i_m \cos \omega_0 t$ , где  $i_m = 2,5$  А;  $\omega_0 = 100\pi$  с<sup>-1</sup>. Емкость конденсатора 240 мФ. Найти законы изменения со временем заряда и напряжения на обкладках конденсатора.

76. (2) В идеальном колебательном контуре заряд на обкладках конденсатора меняется по закону  $q(t) = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ , где  $q_m = 1,4$  мкКл;  $\omega_0 = 200\pi$  с<sup>-1</sup>. Индуктивность контура 0,48 мГн. Найти: 1) емкость контура; 2) начальную фазу колебаний, если в начальный момент времени заряд имел максимальное положительное значение; 3) силу тока в катушке в момент времени, равный 1/6 части периода колебаний; 4) законы изменения энергии электрического и магнитного полей со временем.

77. (2) Энергия электрического поля в идеальном колебательном контуре меняется по закону  $W_e(t) = W \sin^2 \omega_0 t$ , где  $W = 820$  мкДж;  $\omega_0 = 200\pi$  с<sup>-1</sup>. Найти: 1) индуктивность контура, если его емкость 20 пФ; 2) период собственных колебаний в контуре; 3) законы изменения заряда и силы тока со временем; 4) силу тока в момент времени, равный 1/4 периода колебаний.

78. (2) Энергия магнитного поля в идеальном колебательном контуре меняется по закону  $W_m(t) = W \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$ , где  $W = 1,3$  мДж;  $\omega_0 = 300\pi$  с<sup>-1</sup>. Индуктивность контура 0,23 мГн. Найти: 1) емкость контура; 2) период собственных колебаний в контуре; 3) начальную фазу колебаний, если в начальный момент времени заряд на обкладках конденсатора имел максимальное отрицательное значение; 4) законы изменения заряда и силы тока со временем.

## 8. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Уравнение затухающих колебаний имеет вид:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (8.1)$$

где  $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$  – экспоненциально убывающая амплитуда затухающих колебаний;

$A_0$  – начальная амплитуда (вещественная константа),  $A_0 > 0$ ;

$\omega$  – частота затухающих колебаний,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ;

$\beta = r / (2m)$  – коэффициент затухания для механического осциллятора,  $\beta < \omega_0$ ;

$\beta = R / 2L$  – коэффициент затухания для реального колебательного контура.

Логарифмический декремент затухания

$$\Lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \quad (8.2)$$

Средняя за период полная энергия затухающих колебаний

$$\langle W \rangle = \langle W_p \rangle + \langle W_k \rangle = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (8.3)$$

где  $W_0 = \frac{kA_0^2}{2}$  – начальное значение энергии.

Добротность принято выражать через отношение запасенной в системе энергии  $W(t)$  к средней за период потере энергии –  $\Delta W = W(t) - W(t+T)$ :

$$Q = \frac{2\pi W}{-\Delta W}. \quad (8.4)$$

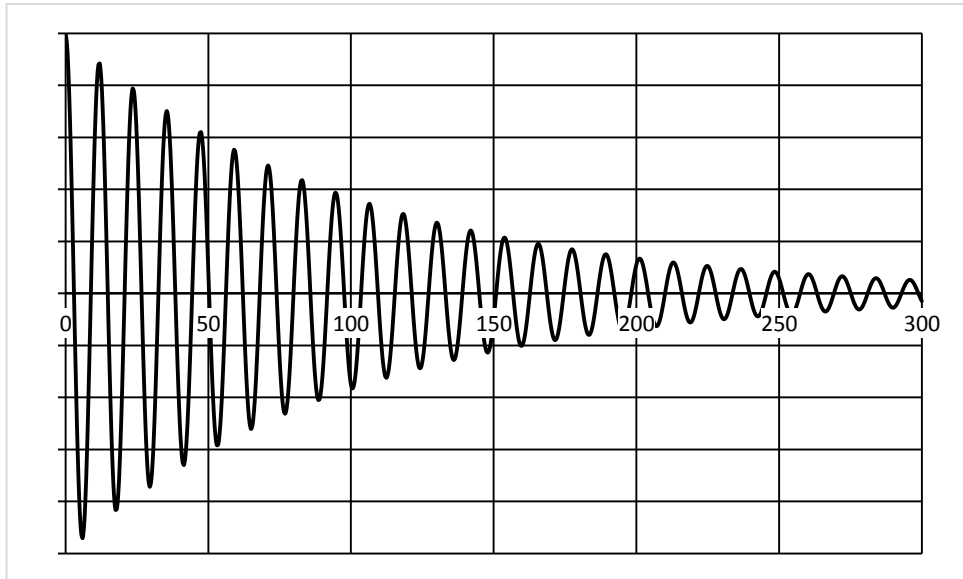
При слабом затухании добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{\pi}{\Lambda}. \quad (8.5)$$

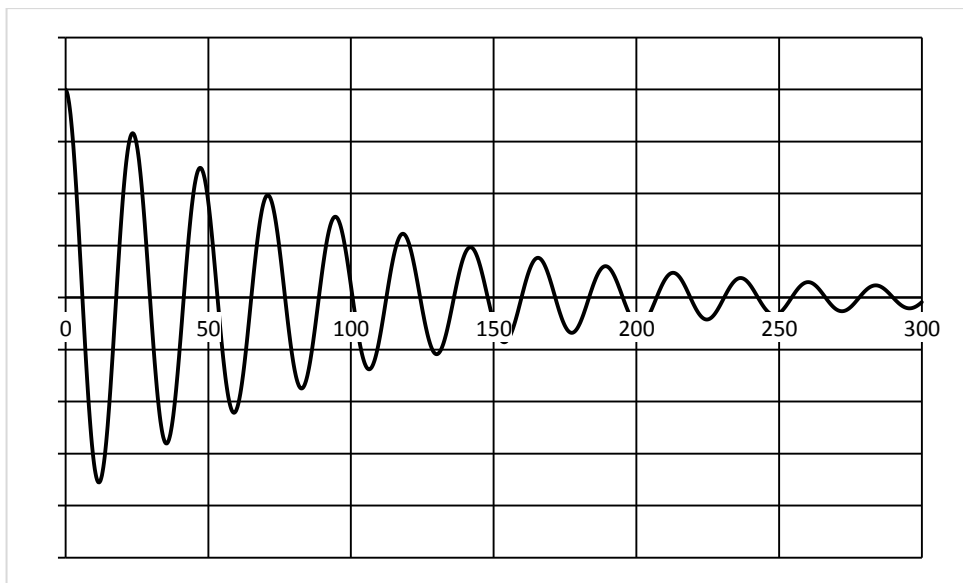


### Задачи

79. (1) Вычислить логарифмический декремент затухания и время релаксации для колебательного процесса, график которого представлен на рис. 8.1.



*a*



*б*

Рис. 8.1

80. (1) Через сколько колебаний амплитуда затухающих колебаний уменьшится в четыре раза, если период колебаний равен 2,1 с, а коэффициент затухания колебаний равен  $0,043 \text{ с}^{-1}$ ?

81. (1) Чему равен логарифмический декремент затухания колебаний математического маятника, если через пять колебаний их амплитуда уменьшается в два раза?

82. (1) Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 60 с уменьшилась вдвое. Во сколько раз она уменьшится за 180 с?

83. (2) Пружинный маятник массой 1,0 кг совершает колебания, при которых смещение груза от положения равновесия меняется с течением времени по закону  $x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$ , где  $A_0 = 10$  см;  $\omega = 20$  с<sup>-1</sup>;  $\beta = 6,3$  с<sup>-1</sup>. Найти: 1) логарифмический декремент затухания; 2) во сколько раз изменится амплитуда колебаний после десяти полных колебаний; 3) собственную частоту колебаний маятника; 4) потенциальную энергию маятника спустя половину периода от начала колебаний.

84. (1) За какое время амплитуда затухающих колебаний силы тока в реальном колебательном контуре уменьшится в два раза, если коэффициент затухания колебаний равен 0,75 с<sup>-1</sup>?

85. (1) Чему равен логарифмический декремент затухания колебаний в реальном колебательном контуре, если спустя 10 колебаний амплитуда колебаний силы тока уменьшается в три раза?

86. (2) В колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью 20 мГн и конденсатора емкостью 10 нФ, за время, равное одному периоду, происходит убывание амплитуды энергии электрического поля в 1,2 раза. Найти сопротивление, логарифмический декремент затухания и добротность контура.

87. (3) В реальном колебательном контуре с емкостью 10 мкФ энергия электрического поля меняется по закону  $W_e = W_0 e^{-2\beta t} \sin^2 (\omega t + \varphi_0)$ , где  $W_0 = 2,5$  мкДж;  $\omega = 50\pi$  с<sup>-1</sup>;  $\beta = 6,3$  с<sup>-1</sup>. В начальный момент времени вся энергия сосредоточена в электрическом поле конденсатора. Найти: 1) активное сопротивление контура; 2) закон изменения заряда на обкладках конденсатора; 3) время, в течение которого амплитуда колебаний заряда уменьшится в два раза.

## Библиографический список

1. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – Москва : Академия, 2006. – 560 с. – Текст : непосредственный.
2. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – Москва : Высшая школа, 2003. – 607 с. – Текст : непосредственный.
3. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 5 книгах. Кн. 2. Электричество и магнетизм / И. В. Савельев. – Москва : АСТ, 2005. – 336 с. – Текст : непосредственный.
4. Оселедчик, Ю. С. Физика. Модульный курс : учебное пособие / Ю. С. Оселедчик, П. И. Самойленко, Т. Н. Точилина. – Москва : Юрайт, 2012. – 526 с. – Текст : непосредственный.
5. Грабовский, Р. И. Курс физики / Р. И. Грабовский. – Санкт-Петербург : Лань, 2012. – 608 с. – Текст : непосредственный.
6. Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – Москва : Мир и образование, 2008. – 1056 с. – Текст : непосредственный.
7. Физика : Большой энциклопедический словарь / под ред. А. М. Прохорова. – Москва : Большая российская энциклопедия, 2003. – 944 с. – Текст : непосредственный.
8. Физические величины / под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – Москва : Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с. – Текст : непосредственный.

## СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Т а б л и ц а П.1

## Заряд и масса частиц

Частица	Заряд, Кл	Масса, кг
Электрон	$-1,6 \cdot 10^{-19}$	$9,1 \cdot 10^{-31}$
Протон	$+1,6 \cdot 10^{-19}$	$1,67 \cdot 10^{-27}$
Альфа-частица	$+3,2 \cdot 10^{-19}$	$6,64 \cdot 10^{-27}$

Т а б л и ц а П.2

## Плотность и удельное электрическое сопротивление проводников

Вещество	Плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Удельное электрическое сопротивление $\rho_e$ , нОм·м
Алюминий	2,7	25
Железо	7,8	98
Медь	8,9	17

Т а б л и ц а П.3

## Десятичные приставки

Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
милли	м	$10^{-3}$	кило	к	$10^3$
микро	мк	$10^{-6}$	мега	М	$10^6$
нано	н	$10^{-9}$	гига	Г	$10^9$

Т а б л и ц а П.4

## Физические постоянные

Наименование	Обозначение	Значение
Электрические постоянные	$k_e$	$9,0 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$
	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитные постоянные	$k_m$	$1,0 \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м/А}$
	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

*Учебное издание*

ГЕЛЬВЕР Сергей Александрович, ДРОЗДОВА Илга Анатольевна,  
КУРМАНОВ Рамиль Султангареевич, ЛИТНЕВСКИЙ Владимир Леонидович,  
СОСНОВСКИЙ Юрий Михайлович, ВОЗНЮК Сергей Викторович

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ  
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛАМ  
«ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ», «КОЛЕБАНИЯ»

---

Редактор Н. А. Майорова

\*\*\*

Подписано в печать 25.01.2023. Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ .  
Офсетная печать. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 2,3. Уч.-изд. л. 2,5.  
Тираж 30 экз. Заказ .

\*\*

Редакционно-издательский отдел ОмГУПСа  
Типография ОмГУПСа

\*

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35