С. Н. КРОХИН,   Л. А. ЛИТНЕВСКИЙ

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

ЧАСТЬ 1

ОМСК   2018

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Омский государственный университет путей сообщения

С. Н. Крохин, Л. А. Литневский

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

Учебное пособие

Часть 1

Омск 2018

УДК 530.1(075.8)
ББК 22.3я73
К83

Крохин С. Н. **Краткий курс физики:** Учебное пособие. Часть 1/ С. Н. Крохин, Л. А. Литневский; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2018. 49 с.

Учебное пособие содержит программу разделов «Классическая механика» и «Молекулярная физика и термодинамика» дисциплины «Физика» и краткое теоретическое изложение основных вопросов этих разделов.

Приведены определения физических величин, их единицы измерения в системе СИ, законы классической механики, молекулярной физики и термодинамики. В каждом разделе представлен набор задач для самостоятельного решения.

Предназначено для самостоятельной работы студентов очной и заочной форм обучения.

Библиогр.: 10 назв. Рис. 12. Прил. 1.

Рецензенты: доктор физ.-мат. наук, доцент Г. И. Косенко;
канд. физ.-мат. наук, доцент О. В. Гателюк.

ISBN 978-5-949-41211-4

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Механика, молекулярная физика и термодинамика традиционно являются первыми разделами курса физики, с которых студенты начинают изучать этот интереснейший предмет в вузах.

Механика – раздел физики, изучающий закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение. Механическое движение есть во всех высших и более сложных формах движения материи (химических, биологических и др.). Эти формы движения изучаются другими науками (химией, биологией и др.).

Молекулярная физика и термодинамика изучают тепловые явления, физические законы, описывающие такие явления, а также закономерности, присущие большому количеству частиц (в отличие от механики, в которой изучается движение одной – двух частиц).

В основных учебных пособиях [1 – 5] вопросы физики излагаются подробно, часто с громоздкими математическими расчетами, что существенно затрудняет самостоятельную работу студентов.

В предлагаемом учебном пособии приведена программа разделов «Механика» и «Молекулярная физика и термодинамика», даны определения физических понятий, кратко излагаются основные физические законы и закономерности названных разделов физики, приводится запись этих законов в математической форме. Для практического закрепления изучаемого теоретического материала в пособии представлен обширный набор задач.

В разделе «Механика» рассматриваются кинематика и динамика материальной точки, кинематика и динамика вращения твердого тела вокруг неподвижной оси и законы сохранения.

В разделе «Молекулярная физика и термодинамика» приведены газовые законы, законы термодинамики и важнейшие статистические закономерности молекулярной физики: распределение Максвелла – Больцмана и статистический смысл энтропии.

Для изучения физики необходимы знания из математики: элементов векторной алгебры (проекция вектора на ось, скалярное и векторное произведение и т. п.), дифференциального и интегрального исчисления (вычисление простейших производных и нахождение первообразных).

Данное учебное пособие поможет студентам в самостоятельном изучении разделов курса физики в период экзаменационной сессии.

1. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «ФИЗИКА»

1.1. Классическая механика

Пространство. Время. Движение. Относительность механического движения. Система отсчета. Материальная точка (частица). Радиус-вектор. Траектория. Длина пути и перемещение. Скорость и ускорение.

Прямолинейное и криволинейное движение частицы. Тангенциальное (касательное) и нормальное (центростремительное) ускорение. Кинематические уравнения равномерного, равноускоренного и неравномерного движения. Длина пути как определенный интеграл от модуля скорости.

Инерция. Инерциальные системы отсчета. Преобразования Галилея. Сложение скоростей и принцип относительности в классической механике.

Взаимодействие тел. Сила. Инертность. Масса. Законы Ньютона.

Силы в механике: гравитационная, тяжести, вес, упругости, выталкивающая (сила Архимеда), трения. Внутренние и внешние силы. Движение тела под действием нескольких сил. Равнодействующая. Основное уравнение динамики материальной точки (частицы).

Абсолютно твердое тело (АТТ). Центр инерции (центр масс) АТТ и закон его движения. Поступательное и вращательное движение АТТ. Система центра инерции. Вращение АТТ вокруг неподвижной оси.

Угловое перемещение, угловая скорость и угловое ускорение. Кинематические уравнения равномерного, равноускоренного и неравномерного вращательного движения АТТ вокруг неподвижной оси. Связь между кинематическими характеристиками поступательного и вращательного движения.

Момент силы. Плечо силы. Момент импульса (момент количества движения, кинетический момент). Момент инерции. Теорема Штейнера. Основное уравнение динамики вращательного движения АТТ вокруг неподвижной оси.

Произвольное движение АТТ. Мгновенная ось вращения. Статика. Условия равновесия АТТ.

Механическая работа, мощность. Работа постоянной и переменной силы. Работа момента силы при вращательном движении.

Консервативные силы. Работа консервативной силы. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии.

Полная механическая энергия системы частиц. Закон сохранения энергии в механике. Диссипация энергии. Общефизический закон сохранения энергии.

Импульс (количество движения) тела. Импульс системы тел. Закон сохранения импульса.

Упругое и неупругое столкновение частиц.

Момент импульса системы тел. Закон сохранения момента импульса.

Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

1.2. Молекулярная физика и термодинамика

Макроскопические системы. Термодинамические параметры. Равновесные состояния и процессы. Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона). Закон Дальтона. Изопроцессы и их изображение на термодинамических диаграммах.

Средняя энергия молекулы. Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Внутренняя энергия идеального газа. Работа газа при изменении его объема. Количество теплоты. Первое начало термодинамики.

Адиабатный процесс. Приведенная теплота. Энтропия. Вычисление энтропии.

Теплоемкость многоатомных газов. Экспериментальная зависимость теплоемкости газа от температуры. Недостаточность классической теории теплоемкостей.

Циклические процессы. Принцип действия тепловых двигателей и их КПД. Цикл Карно.

Микросостояния макросистемы. Статистический вес макросостояния. Статистический смысл энтропии. Плотность вероятности. Распределение Максвелла для молекул идеального газа по скоростям. Распределение Больцмана. Барометрическая формула.

Средняя длина свободного пробега молекул, эффективный диаметр молекул. Неравновесные системы. Явления переноса, молекулярно-кинетическая теория этих явлений.

Обратимые и необратимые процессы. Второе начало термодинамики и его статистический смысл. «Тепловая смерть Вселенной». Теорема Нернста.

2. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

2.1. Теоретические сведения

Всякое движение относительно, поэтому для рассмотрения движения тел нужна система отсчета – это набор тел, связанная с ним система координат (чаще декартова) и прибор для отсчета времени (часы).

Любое сложное движение твердого тела можно представить в виде суммы двух движений: поступательного и вращательного.

Поступательное движение твердого тела – это такое движение, при котором любая прямая, проведенная через две произвольные точки тела, остается при движении параллельной самой себе. При таком движении все точки тела движутся одинаково, поэтому достаточно описать движение лишь одной точки тела, например центра инерции (центра масс) тела. Для этого можно воспользоваться законами движения материальной точки.

Материальная точка (частица) – это модель физического тела, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием, на которое это тело перемещается или на котором оно взаимодействует с другими телами.

Положение частицы в пространстве определяется радиус-вектором $\vec{r}$ – вектором, проведенным из начала координат в точку, в которой находится частица в данный момент времени (рис.1).

Основными кинематическими характеристиками материальной точки являются перемещение $\Delta\vec{r}$, скорость $\vec{\upsilon}$ и ускорение $\vec{a}$.

Перемещение – это направленный отрезок (вектор), проведенный из начального положения материальной точки в конечное (см. рис. 1):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1; \qquad (1)$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{e}_x + \Delta y\vec{e}_y + \Delta z\vec{e}_z, \qquad (1а)$$

где Δx, Δy, Δz – проекции перемещения на координатные оси;

$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – орт-векторы декартовой системы координат.

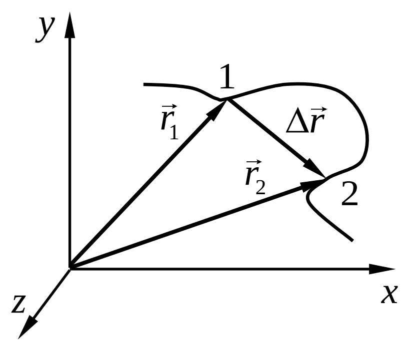


Рис. 1

Модуль перемещения можно вычислить по уравнению:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}. \qquad (1б)$$

В системе СИ перемещение измеряется в метрах (м).

Быстроту движения материальной точки характеризует скорость.

С к о р о с т ь – векторная физическая величина, равная перемещению материальной точки за единицу времени (или первая производная от радиус-вектора материальной точки по времени):

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \tag{2}$$

В проекциях на координатные оси формула (2) имеет вид:

$$\vec{\upsilon} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\vec{e}_y + \frac{dz}{dt}\vec{e}_z = \upsilon_x\vec{e}_x + \upsilon_y\vec{e}_y + \upsilon_z\vec{e}_z. \tag{2а}$$

Вектор $\vec{\upsilon}$ направлен в сторону элементарного перемещения ($\vec{\upsilon} \,||\, d\vec{r}$) по касательной к траектории движения. В системе СИ скорость измеряется в метрах в секунду (м/с).

Для нахождения перемещения материальной точки по известной скорости необходимо вычислить интеграл:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \int_0^t \vec{\upsilon}\,dt. \tag{3}$$

Если $\vec{\upsilon}$ = const, то частица движется равномерно прямолинейно, например, вдоль оси Ox. Тогда

$$\Delta x = x - x_0 = \upsilon_x \Delta t, \tag{4}$$

т. е. частица за равные промежутки времени перемещается на одинаковое расстояние.

Если $\vec{\upsilon} \neq$ const, то частица движется с ускорением.

У с к о р е н и е – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости и равная изменению скорости за единицу времени (или первая производная от скорости по времени):

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}. \tag{5}$$

В проекциях на координатные оси уравнение (5) имеет вид:

$$\vec{a} = \frac{d\upsilon_x}{dt}\vec{e}_x + \frac{d\upsilon_y}{dt}\vec{e}_y + \frac{d\upsilon_z}{dt}\vec{e}_z = a_x\vec{e}_x + a_y\vec{e}_y + a_z\vec{e}_z. \tag{5а}$$

Вектор $\vec{a}$ направлен в сторону изменения скорости ($\vec{a} \,||\, d\vec{\upsilon}$). В системе СИ ускорение измеряется в метрах на секунду в квадрате (м/с^2).

Вектор ускорения $\vec{a}$ можно представить в виде суммы двух взаимно перпендикулярных составляющих: касательного (тангенциального) $\vec{a}_\tau$ и нормального (центростремительного) $\vec{a}_n$ ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \tag{6}$$

Тангенциальное (касательное) ускорение характеризует быстроту изменения скорости только по величине:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} \tag{7}$$

и всегда направлено (рис. 2) вдоль скорости ($\vec{a}_\tau \,||\, \vec{\upsilon}$) по касательной к траектории.

Нормальное (центростремительное) ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению, оно всегда направлено (см. рис. 2) перпендикулярно к $\vec{a}_\tau$ ($\vec{a}_n \perp \vec{a}_\tau$), к центру кривизны траектории в данной точке и вычисляется по формуле:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}, \tag{8}$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Для нахождения скорости движения материальной точки по известному ускорению следует вычислить интеграл:

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0 = \int_0^t \vec{a}dt. \tag{9}$$

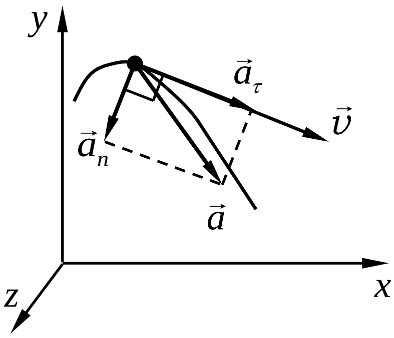


Рис. 2

Если $a = a_\tau = \text{const}$, $a_n = 0$, то частица движется равноускоренно прямолинейно, например, вдоль оси Ox. Тогда из уравнений (9) и (3) соответственно получим две основные формулы кинематики:

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t; \tag{10}$$

$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2} \tag{11}$$

и две дополнительные:

$$x = x_0 + \frac{\upsilon_{0x} + \upsilon_x}{2} t ; \tag{12}$$

$$x = x_0 + \frac{\upsilon_x{}^2 - \upsilon_{0x}^2}{2a_x} . \tag{13}$$

При таком движении модуль скорости частицы за равные промежутки времени изменяется на одинаковую величину.

Как правило, ось Ox направляют вдоль скорости движения, тогда при $a_x > 0$ движение будет ускоренным, при $a_x < 0$ – замедленным.

При $\vec{a} \neq \mathrm{const}$ для вычисления скорости частицы и ее местоположения необходимо пользоваться общими формулами (3) и (9).

Наиболее простой и удобной является инерциальная система отсчета (ИСО) – система отсчета, в которой тело, не испытывающее внешнего воздействия со стороны других тел, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно, т. е. по инерции.

При рассмотрении движения материальной точки относительно разных ИСО, движущихся с постоянной скоростью ($\vec{u} = \mathrm{const}$) относительно друг друга, можно воспользоваться законом сложения скоростей в классической механике:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{u} , \tag{14}$$

где $\vec{\upsilon}$ – скорость частицы относительно неподвижной ИСО;

$\vec{\upsilon}'$ – скорость той же частицы относительно движущейся ИСО;

$\vec{u}$ – скорость движущейся ИСО относительно неподвижной.

В проекциях на координатные оси закон (14) примет вид:

$$\begin{cases} \upsilon_x = \upsilon'_x + u_x ; \\ \upsilon_y = \upsilon'_y + u_y ; \\ \upsilon_z = \upsilon'_z + u_z . \end{cases} \tag{15}$$

Система отсчета, движущаяся с ускорением относительно ИСО, является неинерциальной. В ней законы физики записываются в более сложном виде, чем в ИСО.

В основе динамики материальной точки лежат три закона Ньютона.

П е р в ы й з а к о н Н ь ю т о н а: в ИСО частица, на которую не действуют другие частицы или если их действие скомпенсировано, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно, т. е. по инерции (если $\vec{F}=0$ или $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots=0$, то $\vec{\upsilon}=0$ или $\vec{\upsilon}=\text{const}$, $\vec{a}=0$).

И н е р ц и я – свойство тела сохранять своё состояние неизменным при отсутствии внешнего воздействия со стороны других тел.

В т о р о й з а к о н Н ь ю т о н а: в ИСО частица, на которую действует другая частица, движется с ускорением $\vec{a}$, прямо пропорциональным действующей силе и обратно пропорциональным массе частицы:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}, \tag{16}$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на частицу, – количественная мера действия одной частицы на другую; в системе СИ сила измеряется в ньютонах (Н); при этом сила, как любой вектор, обладает тремя свойствами: имеет точку приложения, направление и величину;

m – масса частицы – мера инертности тела при поступательном движении и мера гравитационного притяжения тел. В системе СИ масса измеряется в килограммах (кг).

Если подействовать одинаковыми силами на разные частицы, то они будут менять свою скорость по-разному, так как у них разная инертность.

И н е р т н о с т ь – свойство тела противодействовать изменению своего состояния при любом внешнем воздействии со стороны других тел.

Т р е т и й з а к о н Н ь ю т о н а: в ИСО сила, действующая со стороны одной частицы на другую, равна по величине и противоположна по направлению силе, с которой вторая частица действует на первую:

$$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}, \tag{17}$$

сила действия равна силе противодействия.

При этом, например, для силы тяжести, действующей на тело со стороны Земли, противодействующей силой будет сила гравитационного притяжения Земли к телу.

В механике изучают следующие силы.

Г р а в и т а ц и о н н а я с и л а возникает между всеми телами, обладающими массой, всегда носит характер притяжения. Для двух материальных точек или для однородных тел сферической формы гравитационную силу можно вычислить по з а к о н у в с е м и р н о г о т я г о т е н и я:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{18}$$

где r – расстояние между материальными точками или центрами сферических тел;

G – гравитационная постоянная.

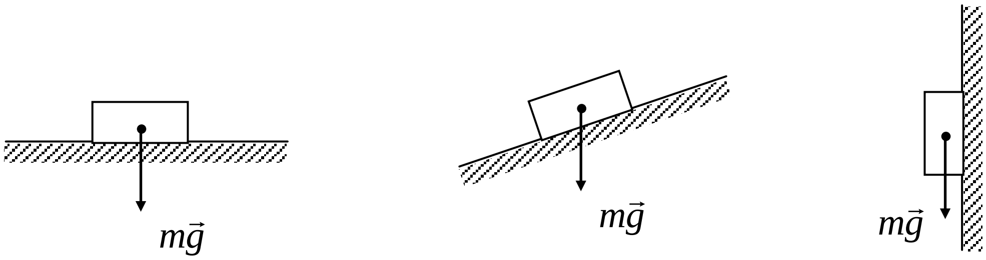
Если $m_1 = M_З$ – масса Земли, а m – масса любой частицы, находящейся на расстоянии $r = R_З + h$ от центра Земли ($R_З$ – радиус Земли), то гравитационную силу, с которой Земля притягивает к себе любую частицу, называют силой тяжести и вычисляют по формуле:

$$\vec{F} = m\vec{g}, \tag{19}$$

где $g = G\frac{M_З}{(R_З + h)^2}$ – ускорение свободного падения на высоте h над поверхностью Земли.

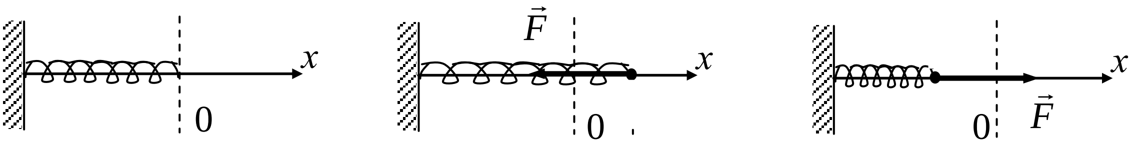
Вблизи поверхности Земли ($h << R_З$) $g = G\frac{M_З}{R_З^2}$.

Сила тяжести в ИСО всегда направлена вниз, к центру Земли (рис. 3).



а б в

Рис. 3



а б в

Рис. 4

С и л а у п р у г о с т и возникает в упругих телах при их деформации (сжатии или растяжении), всегда направлена в сторону, противоположную деформации (рис. 4), и вычисляется по закону Гука:

$$F_x = -kx, \tag{20}$$

где k – коэффициент упругости (жесткости) тела, Н/м.

Если на опору или подвес действует сила, то в них возникает сила упругости, которую называют силой реакции опоры $\vec{N}$ или силой натяжения $\vec{F}_н$. Сила $\vec{N}$ всегда перпендикулярна опоре и направлена от нее (рис. 5, а, б), а сила $\vec{F}_н$ – вдоль подвеса (рис. 5, в, г).

Рис. 5

В е с т е л а $\vec{P}$ – сила, действующая на опору или подвес из-за притяжения к Земле. Вес приложен к опоре или подвесу и направлен в сторону, противоположную $\vec{N}$ или $\vec{F}_н$, а по третьему закону Ньютона

$$\vec{P} = -\vec{N} \text{ или } \vec{P} = -\vec{F}_н, \tag{21}$$

поэтому для вычисления веса тела необходимо вычислить силу N или $F_н$ и приравнять их к весу.

Вес тела может быть больше силы тяжести ($P > mg$) (перегрузка), меньше силы тяжести ($P < mg$) и равен нулю (невесомость).

В ы т а л к и в а ю щ а я с и л а (с и л а А р х и м е д а) возникает при погружении тела в жидкость или газ, всегда направлена вверх против силы тяжести и вычисляется по з а к о н у А р х и м е д а: на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости или газа.

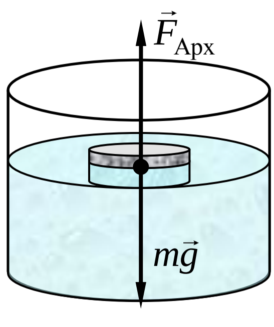


Рис. 6

$$F_{Арх} = \rho_ж g V_{погр.\ части}, \tag{22}$$

где $\rho_ж$ – плотность жидкости;

$V_{погр.\ части}$ – объем погруженной части тела.

Сила Архимеда является квазиупругой силой.

Условие плавания тела:

$$\left|\vec{F}_{Арх}\right| = \left|m\vec{g}\right|. \tag{23}$$

Сила трения скольжения возникает при скольжении одного тела по поверхности другого, всегда направлена в сторону, противоположную относительному движению (рис. 7).

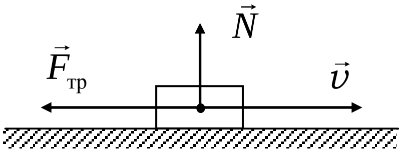


Рис. 7

Сила трения скольжения

$$F_{тр} = \mu N, \tag{24}$$

где μ – коэффициент трения скольжения.

Для автомобилей, локомотивов и других тел роль силы тяги выполняет сила трения покоя.

Если на частицу действует несколько сил, то согласно принципу суперпозиции их действие происходит независимо друг от друга, а результирующая сила (равнодействующая) определяется векторной суммой отдельных сил, действующих на частицу:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots. \tag{25}$$

Тогда основное уравнение динамики материальной точки (уравнение поступательного движения твердого тела) можно сформулировать так: в ИСО произведение массы частицы на ее ускорение равно векторной сумме всех сил, действующих на эту частицу:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots. \tag{26}$$

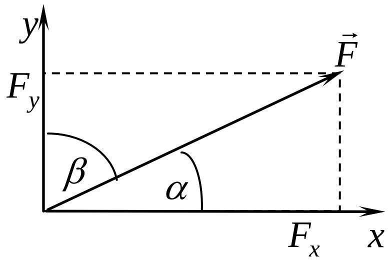


Рис. 8

Для записи этого векторного уравнения (26) в скалярной форме выбирают удобную ИСО (ось Ox направляют вдоль движения частицы) и находят проекции всех векторов на координатные оси:

$$\begin{cases} ma_x = F_{1x} + F_{2x} + \ldots; \\ ma_y = F_{1y} + F_{2y} + \ldots. \end{cases} \tag{27}$$

Проекции вектора на координатные оси (рис. 8) вычисляются по формулам:

$$\begin{cases} F_x = F\cos\alpha; \\ F_y = F\cos\beta = F\cos(90° - \alpha) = F\sin\alpha, \end{cases} \tag{28}$$

где α, β – углы между направлением вектора $\vec{F}$ и направлением соответствующей координатной оси.

2.2. Задачи для самостоятельного решения

1) Небольшой груз массой 5 кг подвешен к потолку лифта с помощью нити. Лифт опускается с ускорением 2 м/с^2. Найти силу натяжения нити.

2) На каком расстоянии от светофора должен начать торможение автомобиль, двигающийся со скоростью 72 км/ч, если коэффициент трения 0,5?

3) Небольшое тело бросили с высоты 3 м под углом 30° вверх к горизонту со скоростью 10 м/с. Чему равна скорость тела через 1,3 с от начала движения? На какой высоте находилось тело в этот момент? Сопротивлением воздуха пренебречь. Чему равен модуль нормального ускорения в этой точке траектории?

4) Тело, масса которого 2 кг, изменяет свое положение по закону: $\upsilon_x(t) = C + Bt - At^2$, где A = 1 м/с^3, B = 3 м/с^2, C = 5 м/с. Определить проекцию на ось Ox силы, действующей на это тело через 2 с от начала движения. Какой путь пройдет тело после начала движения?

5) В известной басне Крылова на стоящий воз массой 50 кг действуют несколько тел – «лебедь рвется в облака, рак пятится назад, а щука тянет в воду» – силами 100, 40 и 60 Н соответственно. Почему «воз и ныне там»? С какой силой нужно толкать воз под углом 30° вниз к горизонту, чтобы при коэффициенте трения 0,1 воз за 4 мин сдвинулся на 150 м?

3. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ

3.1. Теоретические сведения

Вращательным движением твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям с центрами, лежащими на оси вращения.

Абсолютно твердое тело – это модель физического тела, у которого расстояние между любыми двумя точками тела остается неизменным при любом движении тела.

Центр инерции (центр масс) АТТ – это такая точка, радиус-вектор которой определяется соотношением:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}, \qquad (29)$$

где $m = \sum m_i$ – общая масса АТТ.

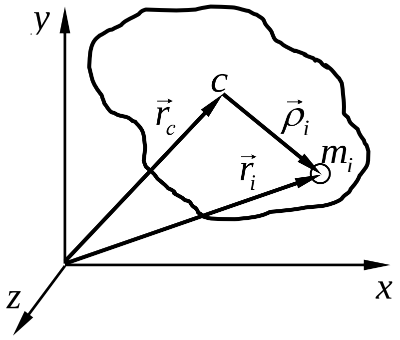


Рис. 9

В проекциях на координатные оси

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{m}; \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{m}; \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{m}. \quad (29а)$$

Продифференцировав соотношение (29) по времени, получим выражение для расчета скорости центра инерции (центра масс) АТТ:

$$\frac{d\vec{r}_c}{dt} = \vec{\upsilon}_c = \frac{\sum m_i \vec{\upsilon}_i}{m} = \frac{\sum \vec{p}_i}{m}. \quad (30)$$

Продифференцировав выражение (30) по времени, получим:

$$m\frac{d\vec{\upsilon}_c}{dt} = \frac{d\vec{p}_c}{dt} = \vec{F}, \quad (31)$$

т. е. закон движения центра инерции (центра масс) АТТ:

$$m\vec{a}_c = \vec{F}. \quad (32)$$

Для отдельной частицы АТТ (рис. 9) имеем:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_c + \vec{\rho}_i. \quad (33)$$

Продифференцировав выражение (33) по времени, получим:

$$\vec{\upsilon}_i = \vec{\upsilon}_c + \frac{d\vec{\rho}_i}{dt}. \quad (34)$$

Если $\frac{d\vec{\rho}_i}{dt} = 0$, то $\vec{\upsilon}_i = \vec{\upsilon}_c$ – т. е. каждая точка АТТ движется со скоростью центра инерции (центра масс) АТТ – это поступательное движение АТТ.

Если $\vec{\upsilon}_c = 0$, то $\vec{\upsilon}_i = \frac{d\vec{\rho}_i}{dt}$, но $|\vec{\rho}_i| = \text{const}$ (АТТ), тогда $\vec{\rho}_i$ меняется только по направлению (а это связано с поворотом АТТ) – это вращательное движение АТТ.

Таким образом, связывая ИСО с центром инерции (центром масс) АТТ, будем рассматривать только вращательное движение АТТ (причем для упрощения будем рассматривать лишь вращение вокруг неподвижной оси).

Основными кинематическими характеристиками твердого тела при вращательном движении являются угловые перемещение (угол поворота) φ, скорость $\vec{\omega}$ и ускорение $\vec{\varepsilon}$.

Элементарное *угловое перемещение* $\overrightarrow{d\varphi}$ – псевдовектор, численно равный малому углу поворота, совершенному телом за время *dt*, и направленный (при вращении тела вокруг неподвижной оси *Oz*) вдоль оси вращения тела по правилу «правой руки» или «буравчика»: четыре полусогнутых пальца правой руки направляют в направлении движения частиц АТТ и тогда отогнутый на $90°$ большой палец укажет направление вдоль оси вращения вектора $\overrightarrow{d\varphi}$. В системе СИ угловое перемещение измеряется в радианах (рад).

Быстроту вращательного движения тела характеризует угловая скорость – векторная физическая величина, равная угловому перемещению тела за единицу времени (или первая производная от углового перемещения тела по времени):

$$\vec{\omega} = \frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt} = \omega_z \vec{e}_z. \tag{35}$$

Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону углового перемещения ($\vec{\omega} \parallel d\vec{\varphi}$). В системе СИ угловая скорость измеряется в радианах в секунду (рад/с) или в секундах в минус первой степени ($с^{-1}$).

Для нахождения углового перемещения (угла поворота) тела по известной угловой скорости необходимо вычислить интеграл:

$$\varphi = 2\pi N = \int_0^t \omega_z dt, \tag{36}$$

где N – количество оборотов, совершенных телом за время t.

Если ω_z = const, то формула (36) будет описывать равномерное вращение тела вокруг неподвижной оси *Oz*. Тогда

$$\varphi = 2\pi N = \omega_z \Delta t, \tag{37}$$

т. е. тело за равные промежутки времени поворачивается на одинаковый угол.

Часто для описания вращательного движения тела используют понятия «частота вращения» и «период вращения».

Частотой вращения n называется физическая величина, равная количеству оборотов, которое совершило тело за единицу времени. В системе СИ частоту вращения измеряют в оборотах в секунду (об/с).

Периодом вращения T называется время одного оборота тела. Период в системе СИ измеряется в секундах (с).

Угловая скорость, частота и период вращения связаны между собой соотношением:

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}. \tag{38}$$

Если $\omega_z \neq \text{const}$, то тело вращается с угловым ускорением.

Угловое ускорение – это векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости и равная изменению угловой скорости за единицу времени (или первая производная от угловой скорости по времени):

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \varepsilon_z \vec{e}_z. \tag{39}$$

Вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен в сторону изменения угловой скорости ($\vec{\varepsilon} \parallel d\vec{\omega}$). В системе СИ угловое ускорение измеряется в радианах на секунду в квадрате (рад/с^2) или в секундах в минус второй степени (с$^{-2}$).

Для нахождения угловой скорости вращения тела по известному угловому ускорению следует вычислить интеграл:

$$\Delta\omega_z = \omega_z - \omega_{0z} = \int_0^t \varepsilon_z dt. \tag{40}$$

Если $\varepsilon = \varepsilon_z = \text{const}$, то формула (40) будет описывать равноускоренное вращательное движение тела вокруг неподвижной оси. Тогда из уравнений (32) и (28) получим:

$$\omega_z = \omega_{0z} + \varepsilon_z t; \tag{41}$$

$$\varphi = \omega_{0z} t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2}; \tag{42}$$

$$\varphi = \frac{\omega_{0z} + \omega_z}{2} t; \tag{43}$$

$$\varphi = \frac{\omega_z^2 - \omega_{0z}^2}{2\varepsilon_z}. \tag{44}$$

При равноускоренном вращательном движении модуль угловой скорости тела за равные промежутки времени изменяется на одинаковую величину.

Если ось Oz направлена вдоль угловой скорости, то при $\varepsilon_z > 0$ вращение будет ускоренным, при $\varepsilon_z < 0$ – замедленным.

Если $\varepsilon_z \neq$ const, то для вычисления углового перемещения и угловой скорости тела необходимо пользоваться общими формулами (28) и (32).

Между линейной скоростью, касательным, нормальным ускорениями и угловыми скоростью и ускорением вращающегося вокруг неподвижной оси твердого тела существует связь:

$$\upsilon = \omega R; \tag{45}$$

$$a_\tau = \varepsilon R; \tag{46}$$

$$a_n = \omega^2 R, \tag{47}$$

где R – кратчайшее расстояние от неподвижной оси вращения тела до отдельной частицы данного тела.

Количественной мерой силового действия на тело, приводящего к вращательному движению, служит момент силы.

М о м е н т о м   с и л ы $\vec{M}_O$ относительно некоторой точки O называется векторное произведение радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$:

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}. \tag{48}$$

Модуль момента силы

$$\left|\vec{M}_O\right| = Fr\sin\left(\widehat{\vec{r},\vec{F}}\right), \tag{49}$$

где $r\sin\left(\widehat{\vec{r},\vec{F}}\right) = l$ – плечо силы – кратчайшее расстояние от центра вращения до линии действия силы.

В системе СИ момент силы измеряется в ньютон-метрах (Н·м).

В случае, когда ось вращения твердого тела закреплена, ось Oz рекомендуется связать с осью вращения. Тогда составляющая момента силы, приводящая АТТ во вращательное движение, будет направлена вдоль оси Oz в соответствии с правилом «правой руки»: четыре полусогнутых пальца правой руки направляют в направлении действующей силы и тогда отогнутый на $90°$ большой палец укажет направление вдоль оси вращения составляющей вектора момента силы $\vec{M}_z$. Если ось Oz направлена вдоль угловой скорости и проекция момента силы на ось вращения оказывается положительной, то момент такой силы называется вращающим моментом, а если отрицательной – тормозящим.

Количественной мерой инертности твердого тела при вращательном движении служит момент инерции I.

Момент инерции I твердого тела относительно неподвижной оси вращения равен сумме произведений масс частиц твердого тела dm на квадрат кратчайшего расстояния r^2 от этих частиц до оси вращения:

$$I = \int_V r^2 dm. \quad (50)$$

В системе СИ момент инерции измеряется в килограмм-квадратных метрах (кг·м^2).

По формуле (50) можно, например, вычислить момент инерции однородного твердого тела правильной геометрической формы относительно неподвижной оси вращения, проходящей через центр масс (центр инерции) тела:

для обруча (кольца, полого цилиндра) радиусом R –

$$I_C = mR^2; \quad (51)$$

диска (сплошного цилиндра) радиусом R –

$$I_C = mR^2/2; \quad (52)$$

шара радиусом R –

$$I_C = 2mR^2/5; \quad (53)$$

стержня длиной L –

$$I_C = mL^2/12. \quad (54)$$

Если ось вращения Oz не проходит через центр масс (центр инерции) твердого тела, то момент инерции относительно такой оси вращения определяется по теореме Штейнера:

$$I_z = I_C + md^2, \quad (55)$$

где I_z – момент инерции тела относительно оси Oz, не проходящей через центр масс (центр инерции) тела;

I_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс (центр инерции) тела и параллельной оси Oz;

d – расстояние между этими осями.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси вращения можно сформулировать так: в ИСО для твердого тела, участвующего во вращательном движении относительно неподвижной оси вращения, произведение момента инерции этого тела относительно оси вращения на его угловое ускорение равно векторной сумме моментов всех внешних сил, действующих на тело относительно оси вращения:

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots \qquad (56)$$

Для записи векторного уравнения (56) в скалярной форме выбирают удобную ИСО (ось Oz располагают вдоль оси вращения в направлении угловой скорости) и находят проекции всех векторов на ось O_Z:

$$I\varepsilon_z = M_{1z} + M_{2z} + \ldots . \qquad (57)$$

Напомним, если ось вращения не проходит через центр масс, то для расчета момента инерции необходимо применить теорему Штейнера.

3.2. Задачи для самостоятельного решения

1) Колесо машины вращается замедленно с постоянным угловым ускорением и за 120 с частота вращения колеса уменьшилась от 240 до 60 об/мин. Найти угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных колесом за это время.

2) Шарик массой 150 г и радиусом 1,5 см приварен к концу стержня длиной 20 см и массой 120 г. Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через а) середину стержня; б) центр масс системы.

3) Обруч радиусом 30 см и массой 1 кг вращается вокруг неподвижной оси, перпендикулярной обручу и проходящей через его центр симметрии. При этом угол поворота обруча с течением времени меняется по закону: $\varphi(t) = At + Bt^2$, где A = 2 рад/с; B = 3 рад/с^2. Найти: а) момент силы, действующий на обруч; б) число оборотов, которое обруч сделает за 20 с от начала вращения.

4) Через шкив радиусом 12 см, насаженный на общую ось с маховым колесом, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массой 200 г и 300 г. Момент инерции колеса со шкивом равен 0,042 кг·м^2. На какое расстояние должен опуститься груз большей массы, чтобы частота вращения колеса достигла 60 об/мин?

5) Шар массой 1,3 кг и радиусом 4,9 см скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости, расположенной под углом 30° к горизонту. С каким ускорением будет двигаться центр масс шара? Чему равна сила трения покоя, действующая между шаром и плоскостью?

4. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА, МОЩНОСТЬ, ЭНЕРГИЯ

4.1. Теоретические сведения

Если на тело действует сила и тело при этом перемещается, то эта сила совершает механическую работу A.

Если направление действия силы $\vec{F}$ проходит через центр инерции (центр масс) твердого тела, то элементарной механической работой такой силы называют скалярное произведение силы $\vec{F}$ на элементарное перемещение центра инерции (центра масс) тела $d\vec{r}$:

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = F\, dr \cos\alpha, \tag{58}$$

где α – угол между $\vec{F}$ и $d\vec{r}$.

Для определения полной механической работы силы по перемещению тела на конечном отрезке вычисляют интеграл:

$$A = \int \delta A = \int_{\ell} \vec{F} d\vec{r}. \tag{59}$$

В системе СИ работа измеряется в джоулях (Дж).

При $\vec{F}$ = const ($|\vec{F}|$ = const; α = const) выражение (59) упрощается:

$$A = F \Delta r \cos\alpha. \tag{59а}$$

Если направление действия силы $\vec{F}$ не проходит через центр инерции (центр масс) твердого тела, то это приводит к вращательному движению тела под действием момента этой силы.

Элементарной механической работой момента силы называется скалярное произведение момента силы $\vec{M}$ на элементарное угловое перемещение $d\vec{\varphi}$:

$$\delta A_{\text{вр}} = \vec{M} d\vec{\varphi}. \tag{60}$$

Для определения полной механической работы, совершенной моментом силы при вращательном движении, вычисляют интеграл:

$$A_{\text{вр}} = \int\limits_{\varphi} \vec{M} d\vec{\varphi}. \qquad (61)$$

В системе СИ $A_{\text{вр}}$ измеряется тоже в джоулях (Дж).

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси Oz (направление оси Oz совпадает с направлением угловой скорости) для $\vec{M}$ = const выражение (61) упрощается:

$$A_{\text{вр}} = M_z\varphi. \qquad (61а)$$

Работа, совершенная за единицу времени, называется мощностью:

$$N = \frac{\delta A}{dt}. \qquad (62)$$

В системе СИ мощность N измеряется в ваттах (Вт).

В общем случае работа зависит от формы пути. Однако существуют силы, работа которых не зависит от формы пути, а определяется лишь начальным и конечным положением тела (к таким силам относятся, например, сила тяжести, сила упругости). Такие силы называются консервативными, или потенциальными.

Работа консервативной силы $A_{\text{к}}$ может быть вычислена как убыль потенциальной энергии тела:

$$A_{\text{к}} = -\Delta W_{\text{р}} = W_{\text{р}1} - W_{\text{р}2}. \qquad (63)$$

Потенциальная энергия тела – это энергия взаимодействия тела с другими телами или частей одного тела между собой за счет консервативных сил.

При действии на тело силы тяжести ($h << R_{З}$) потенциальная энергия вычисляется по формуле:

$$W_{\text{р}} = mgh, \qquad (64)$$

где h – высота, на которую поднято тело массой m от условного нулевого уровня (поэтому $W_{\text{р}}$ может быть больше, меньше или равной нулю).

Для упругодеформированного тела $W_{\text{р}}$ вычисляется по формуле:

$$W_{\text{р}} = \frac{kx^2}{2}, \qquad (65)$$

где x – величина деформации тела (сжатия или растяжения), для недеформированного тела $W_р$ равна нулю.

Когда тело совершает механическое движение, оно обязательно обладает кинетической энергией $W_к$.

Кинетическая энергия – это энергия движущегося тела. В случае поступательного движения тела кинетическая энергия зависит от массы тела m и скорости его движения υ:

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2}. \tag{66}$$

При вращательном движении тела вокруг неподвижной оси его кинетическая энергия определяется моментом инерции тела относительно этой оси I и угловой скоростью вращения тела ω:

$$W_к = \frac{I\omega^2}{2}. \tag{67}$$

При плоском сложном движении твердого тела (катящийся шар, обруч, диск и т. д.) кинетическая энергия вычисляется по формуле:

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \tag{68}$$

где υ – скорость центра инерции (центра масс) тела;

ω – угловая скорость тела относительно центра инерции.

Если над телом совершают работу несколько сил, то алгебраическая сумма работ этих сил равна изменению кинетической энергии тела:

$$A_1 + A_2 + \ldots = \Delta W_к = W_{к2} - W_{к1}. \tag{69}$$

Это утверждение называется теоремой об изменении кинетической энергии тела. Теорема об изменении кинетической энергии при решении задач в *энергетическом подходе* играет такую же роль, как второй закон Ньютона и уравнение движения в динамике.

Сумма кинетической и потенциальной энергий тела представляет собой его полную механическую энергию W:

$$W = W_к + W_р. \tag{70}$$

Энергия в системе СИ, независимо от ее вида, измеряется в джоулях (Дж).

Любой механизм, производящий работу, не всю совершенную им работу (затраченную энергию) переводит в полезные действия, поэтому любой механизм характеризуется коэффициентом полезного действия (КПД):

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{сов}}} \cdot 100\% = \frac{W_{\text{пол}}}{W_{\text{зат}}} \cdot 100\%, \qquad (71)$$

где $A_{\text{пол}}$, $W_{\text{пол}}$ – полезная работа (энергия), произведенная механизмом;

$A_{\text{сов}}$ – совершенная (полная) работа, произведенная механизмом;

$W_{\text{зат}}$ – энергия, затраченная для производства полезной работы.

4.2. Задачи для самостоятельного решения

1) Мальчик тянет по горизонтальной поверхности санки массой 5,3 кг за веревку, угол которой к горизонту оказался равным 30°, прикладывая силу 4,5 Н. Вычислить работу каждой силы (силы тяги, силы тяжести, силы реакции опоры, силы трения) на пути 2,5 м, если действующая на санки сила трения равна 1,3 Н.

2) Локомотив массой 100 т на прямолинейном горизонтальном участке пути длиной 600 м увеличил скорость от 10 до 20 м/с. Найти силу тяги двигателя локомотива, если сила сопротивления движению постоянна и равна 100 кН.

3) Маховик вращается с постоянной частотой 10 об/с, его кинетическая энергия – 8 кДж. За какое время вращения момент сил 50 Н·м, приложенный к этому маховику, увеличит его частоту вращения в два раза?

4) С какой наименьшей высоты с горки, переходящей в «мертвую петлю» радиусом 3,6 м, должен скатиться велосипедист, не вращая педалей, чтобы не оторваться от дорожки в верхней точке «петли»? Трением качения пренебречь.

5) С высоты 1,3 м с горки, переходящей в «мертвую петлю» радиусом 36 см, соскальзывает небольшое тело массой 120 г. Найти работу силы трения на пути от начала движения до верхней точки «петли», если в этой точке тело имело необходимую скорость для того, чтобы не оторваться от дорожки.

5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

5.1. Теоретические сведения

Система взаимодействующих между собой тел, на которую не действуют внешние силы, называется з а м к н у т о й (и з о л и р о в а н н о й). В замкнутых системах остаются постоянными три физические величины: энергия W, импульс $\vec{p}$ и момент импульса $\vec{L}$. Соответственно в таких системах выполняются три закона сохранения.

З а к о н с о х р а н е н и я м е х а н и ч е с к о й э н е р г и и: в замкнутой системе взаимодействующих тел, между которыми действуют только консервативные силы, сумма механических энергий всех тел системы до и после взаимодействия остается неизменной ($W_к$ может переходить в $W_р$ и наоборот):

$$W_1 + W_2 + \ldots = W_1' + W_2' + \ldots . \tag{72}$$

При наличии неконсервативных сил, например силы трения, полная механическая энергия системы не сохраняется, а уменьшается, при этом она переходит во внутреннюю энергию тел. Такой процесс называется д и с с и п а ц и е й э н е р г и и, а силы, действие которых приводит к диссипации энергии, называются д и с с и п а т и в н ы м и. Пример диссипативной силы – сила трения.

С учетом потерь механической энергии на диссипацию можно сформулировать общефизический закон сохранения энергии: в замкнутой системе взаимодействующих тел сумма полных энергий всех тел системы до и после взаимодействия остается неизменной, она может лишь переходить из одной формы в другую в равных количественных соотношениях (из $W_к$ – в $W_р$ и наоборот; из механической – в немеханическую и наоборот).

И м п у л ь с о м ч а с т и ц ы (количеством движения) $\vec{p}$ называется векторная физическая величина, равная произведению массы частицы m на ее скорость $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}. \tag{73}$$

Вектор $\vec{p}$ направлен в сторону скорости ($\vec{p} \,||\, \vec{\upsilon}$). В системе СИ импульс измеряется в килограмм-метрах в секунду (кг·м/с).

З а к о н с о х р а н е н и я и м п у л ь с а: в замкнутой системе взаимодействующих между собой тел, участвующих в поступательном движении, векторная сумма импульсов тел до и после взаимодействия остается неизменной:

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots = m_1\vec{\upsilon}_1' + m_2\vec{\upsilon}_2' + \ldots . \qquad (74)$$

Для записи этого векторного равенства в скалярной форме выбирают ИСО (ось Ox направляют вдоль движения одной из частиц) и находят проекции всех векторов на координатные оси:

$$Ox: \qquad m_1\upsilon_{1x} + m_2\upsilon_{2x} + \ldots = m_1\vec{\upsilon}_{1x} + m_2\upsilon_{2x}' + \ldots; \qquad (75а)$$

$$Oy: \qquad m_1\upsilon_{1y} + m_2\upsilon_{2y} + \ldots = m_1\upsilon_{1y}' + m_2\upsilon_{2y}' + \ldots . \qquad (75б)$$

Если на систему частиц действуют внешние силы (система незамкнутая), но результирующая этих сил равна нулю, то суммарный импульс системы частиц будет сохраняться. И, наконец, если результирующая внешних сил не равна нулю, но нулю равна проекция результирующей силы на какое-либо направление, то проекция суммарного импульса системы на это направление будет сохраняться.

При изучении взаимодействия поступательно движущихся тел в механике используются модели абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.

Кратковременное взаимодействие тел, при котором заметно изменяются значение и направление их скоростей, в физике называют столкновением (ударом).

Абсолютно упругим ударом называется такое столкновение тел, после которого возникшие в телах деформации полностью исчезают, тела движутся отдельно с разными скоростями, а потери механической энергии не происходит. Следовательно, при таком ударе выполняются законы сохранения импульса (73) и механической энергии (71).

Абсолютно неупругим ударом называется такое столкновение тел, после которого возникшая в каждом теле деформация полностью остается, после удара тела движутся вместе как одно целое и большая часть механической энергии переходит во внутреннюю энергию – энергию остаточной деформации. При этом закон сохранения механической энергии не выполняется, а выполняются закон сохранения импульса (73), при этом $\vec{\upsilon}_1' = \vec{\upsilon}_2' = \vec{\upsilon}'$, и общефизический закон сохранения полной энергии.

Моментом импульса (моментом количества движения) $\vec{L}_O$ частицы относительно какой-либо точки O называется векторное произведение радиус-вектора частицы $\vec{r}$ на ее импульс $\vec{p}$:

$$\vec{L}_O = \vec{r} \times \vec{p}. \qquad (76)$$

В случае вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси, проходящей через центр масс тела, его моментом импульса $\vec{L}$ называется произведение момента инерции тела относительно этой оси I на его угловую скорость $\vec{\omega}$:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}. \tag{77}$$

В этом случае вектор $\vec{L}$ направлен в сторону угловой скорости. В системе СИ момент импульса измеряется в килограмм-квадратных метрах-секундах в минус первой степени (кг·м^2·с$^{-1}$).

З а к о н   с о х р а н е н и я   м о м е н т а   и м п у л ь с а: в замкнутой системе взаимодействующих между собой тел, участвующих во вращательном движении относительно неподвижной оси, векторная сумма моментов импульсов тел до и после взаимодействия остается неизменной:

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 + \ldots = I_1'\vec{\omega}_1' + I_2'\vec{\omega}_2' + \ldots . \tag{78}$$

Для записи этого векторного равенства в скалярной форме выбирают ИСО (ось Oz направляют вдоль неподвижной оси вращения) и находят проекции всех векторов на ось Oz:

$$I_1\omega_{1z} + I_2\omega_{2z} + \ldots = I_1'\omega_{1z}' + I_2'\omega_{2z}' + \ldots \tag{79}$$

(моменты инерции взаимодействующих тел до (I_1, I_2) и после (I_1', I_2') взаимодействия вычисляются относительно оси вращения).

Момент импульса системы тел остается постоянным и для незамкнутой системы, если результирующий момент внешних сил равен нулю. Для случая, когда нулю равна проекция результирующего момента внешних сил на какое-либо направление, остается постоянной проекция результирующего момента импульса тел на это направление.

5.2. Задачи для самостоятельного решения

1) Алюминиевый шарик радиусом 35 мм без проскальзывания скатывается с наклонной плоскости высотой 42 см. С какой скоростью будет двигаться шарик в конце наклонной плоскости?

2) Два шарика подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шарика равна 200 г, второго – 100 г. Первый шарик отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на

высоту 4,5 см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шарики после соударения, если удар неупругий?

3) Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на 3 мм. Насколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты 8 см?

4) Снаряд массой 10 кг, летящий в вертикальном направлении, разрывается в верхней точке полета на три осколка. Первый осколок массой 5 кг стал двигаться в горизонтальном направлении со скоростью 100 м/с, второй массой 2 кг – в вертикальном направлении вниз со скоростью 50 м/с. Определить величину и направление скорости третьего осколка.

5) Деревянный поддон массой 25 кг свободно скользит по поверхности гладкого льда со скоростью 7 м/с. На поддон с берега прыгает человек массой 70 кг. Скорость человека равна 3 м/с и направлена горизонтально и перпендикулярно скорости поддона. Определить скорость поддона с человеком.

6) Человек, находясь на горизонтально расположенном диске, держит в вытянутых в стороны руках на расстоянии 80 см от оси вращения гантели массой по 5 кг каждая и вращается с частотой 0,5 об/с. С какой частотой он станет вращаться, если прижмет гантели к груди так, что расстояние от них до оси вращения станет равным 15 см? Момент инерции диска с человеком равен 3,2 кг·м^2.

7) Человек массой 60 кг находится в центре неподвижной платформы массой 100 кг. Какова будет частота вращения платформы, если человек будет двигаться по окружности радиусом 5 м вокруг оси вращения со скоростью 4 км/ч относительно Земли? Диаметр платформы – 12 м. Считать платформу однородным диском, а человека – материальной точкой.

8) Однородный стержень длиной 1 м и массой 600 г может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно неупруго ударяет пуля массой 7 г, летящая со скоростью 360 м/с перпендикулярно стержню и его оси. С какой угловой скоростью начнет двигаться стержень?

9) Спортсмен, выполняя тройной тулуп (прыжок с вращением в фигурном катании), делает 2,5 оборота за время прыжка, равное 0,5 с. С какой угловой скоростью вращался спортсмен перед прыжком, если, группируясь, он уменьшил свой момент инерции втрое?

10) Спутник, двигаясь вокруг Земли, в перигее (ближайшая к Земле точка эллиптической орбиты) находится на высоте 300 км над поверхностью Земли и имеет скорость 9,8 км/с. На каком расстоянии от центра Земли будет спутник, находясь в апогее (наиболее удаленная точка орбиты)?

6. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

6.1. Теоретические сведения

В молекулярной физике и термодинамике широко используется модель идеального газа – *системы большого числа частиц* с конечной массой, между которыми отсутствуют силы взаимодействия, действующие на расстоянии, и которые сталкиваются между собой по законам соударения шаров (при этом потенциальная энергия взаимодействия между молекулами пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией их теплового движения).

Состояние идеального газа характеризуют четыре термодинамических параметра: объем, давление, абсолютная температура и энтропия.

Объем газа – это область пространства, занимаемая системой частиц. Обозначают объем буквой V, единицей измерения объема в системе СИ является кубический метр (м^3).

Давление газа есть результат ударов о стенки сосуда движущихся молекул и равно отношению усредненной по времени силы, действующей на стенку сосуда, к площади этой стенки, т. е. $P = \frac{<F_\perp>}{S}$. Единицей измерения давления является паскаль: 1 Па = 1 Н/м^2.

Абсолютная температура газа (жидкости, твердого тела) есть мера средней кинетической энергии поступательного движения его молекул, т. е. $<W_k> = \frac{3}{2}k_B T$, где $k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. Температуру в молекулярной физике и термодинамике принято измерять по абсолютной шкале температур. Единицей измерения является кельвин – 1 К. Температура, измеренная по шкале Цельсия, должна быть переведена в «кельвины» по формуле $T = t\,°\text{C} + 273$.

И наконец, энтропия вещества – это специальный термодинамический параметр, являющийся количественной мерой беспорядка в системе большого числа частиц. Чем менее система упорядочена, тем выше у нее энтропия. Так, например, энтропия молекул H_2O, находящихся в газообразном состоянии (пар), выше для таких же молекул, находящихся в жидком состоянии (вода), и значительно выше для таких же молекул, находящихся в твердом состоянии (лед). Единицей измерения энтропии в СИ является джоуль на кельвин (Дж/К).

Кроме того, в молекулярной физике и термодинамике для измерения большого количества частиц используют физическую величину, называемую *количеством вещества* ν. Единицей измерения количества вещества является 1 моль. Один моль – очень крупная «мерка», она содержит примерно $6{,}02\cdot10^{23}$ штук частиц. Число, равное количеству частиц в 1 моле, называется числом Авогадро, т. е. $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$. Вообще говоря, в *молях* можно измерять все, что можно поштучно пересчитать, даже, например, число студентов в аудитории и т. д., однако удобно пользоваться этой «меркой» только в том случае, когда число частиц огромно. *Количество вещества* ν (количество молей) определяется по очевидной формуле $\nu = \frac{N}{N_A}$, где N – число частиц в системе.

Масса частиц, взятых в количестве 1 моля, называется молярной массой M (единица измерения $[M] = 1$ кг/моль), она может быть определена с помощью таблицы Д. И. Менделеева. Умножив числитель и знаменатель приведенной выше формулы на массу частицы m_0 (например, на массу молекулы), получим: $\nu = \frac{m_0 N}{m_0 N_A} = \frac{m}{M}$, где m – масса всех частиц системы (масса газа), а $M = m_0 N_A$ – молярная масса (масса одного моля).

Концентрация частиц (молекул) есть отношение числа частиц к объему, в котором они находятся, т. е. $n = \frac{N}{V}$. Эта формула справедлива только при равномерном распределении молекул по всему объему. В случае неравномерного распределения концентрация в окрестности данной точки есть $n = \frac{dN}{dV}$.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории (МКТ) газов связывает давление газа (термодинамический параметр) со средним значением квадрата скорости:

$$P = \frac{1}{3} n\, m_0 \langle \upsilon^2 \rangle . \tag{80}$$

С учетом определения кинетической энергии уравнение (80) можно переписать в виде:

$$P = \frac{2}{3} n < W_k > . \qquad (81)$$

Уравнение состояния идеального газа является прямым следствием основного уравнения МКТ и связывает между собой три термодинамических параметра – давление, объем и абсолютную температуру. Подставляя в основное уравнение МКТ среднюю кинетическую энергию, выраженную через температуру, получим уравнение состояния идеального газа:

$$P = nkT. \qquad (82)$$

Если в уравнение (82) подставить концентрацию молекул и число молекул выразить в единицах количества вещества, то получится широко известное уравнение Менделеева–Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{M} RT, \qquad (83)$$

которое, по сути, также является уравнением состояния идеального газа.

Если все параметры остаются неизменными, то газ находится в термодинамическом равновесии, в противном случае совершается термодинамический процесс. Процесс, в котором один из параметров остается неизменным, называется изопроцессом.

В течение обратимого процесса, происходящего в газе при постоянной массе газа и постоянном объеме ($m = \mathrm{const}, V = \mathrm{const}$), отношение давления к температуре остается постоянным:

$$\frac{P}{T} = \mathrm{const}. \qquad (84)$$

Это означает, что для любых двух состояний газа $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$. График этого процесса в *P*-, *T*-координатах представляет собой отрезок прямой, проходящей через начало координат ($P = \mathrm{const} \cdot T$), а константа легко угадывается из уравнения Менделеева – Клапейрона. Процесс, происходящий при постоянном объеме, называется изохорным, а соответствующая ему кривая – изохорой.

В течение обратимого процесса, происходящего в газе при постоянной массе газа и постоянном давлении ($m = \text{const}$, $P = \text{const}$), отношение объема к температуре остается постоянным:

$$\frac{V}{T} = \text{const}. \tag{85}$$

Это означает, что для любых двух состояний газа $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. График этого процесса в *V*-, *T*-координатах представляет собой отрезок прямой, проходящей через начало координат ($V = \text{const} \cdot T$), а константа легко угадывается из уравнения Менделеева – Клапейрона. Процесс, происходящий при постоянном давлении, называется и з о б а р н ы м, а соответствующая ему кривая – и з о б а р о й.

В течение обратимого процесса, происходящего в газе при постоянной массе газа и постоянной температуре ($m = \text{const}$, $T = \text{const}$), произведение давления на объем остается постоянным:

$$PV = \text{const}. \tag{86}$$

Это означает, что для любых двух состояний газа, температура которого не меняется, справедливо равенство $P_1V_1 = P_2V_2$. График этого процесса в *P*-, *V*-координатах представляет собой гиперболу ($P = \frac{\text{const}}{V}$), а константа легко угадывается из уравнения Менделеева – Клапейрона. Процесс, происходящий при постоянной температуре, называется и з о т е р м и ч е с к и м, а соответствующая ему кривая – и з о т е р м о й.

З а к о н   Д а л ь т о н а о парциальных давлениях: давление смеси газов равно сумме *парциальных давлений* компонентов смеси:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots. \tag{87}$$

Давление молекул одного компонента в смеси газов на стенки сосуда называется п а р ц и а л ь н ы м   д а в л е н и е м (от англ. part – часть): оно равно давлению, которое оказывал бы этот газ, если бы находился в сосуде один.

В термодинамике изучаются энергетические аспекты явлений, происходящих в системах большого числа частиц (в газах, жидкостях, твердых телах). Основные понятия этого раздела: внутренняя энергия, теплота, работа газа.

В н у т р е н н я я   э н е р г и я газа (жидкости, твердого тела) – это суммарная энергия его молекул. Поскольку молекулы *идеального газа* не обладают потенциальной энергией взаимодействия между собой (по определению идеального газа), то внутренняя энергия идеального газа равна суммарной кинетической энергии движения его молекул:

$$W_{\text{вн}} = \sum_{i=1}^{N} W_{k\,i} = N < W_k > = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT, \tag{88}$$

где i – число степеней свободы молекулы газа.

Число степеней свободы молекулы равно числу независимых координат, которые необходимо задать, чтобы однозначно описать состояние (положение) молекулы. Для одноатомных молекул (инертные газы *He*, *Ne*, *Ar*,…) необходимо задать лишь три декартовы координаты, т. е. $i = 3$. Для двухатомных молекул (водород H_2, кислород O_2, азот N_2), $i = 5$. Для трехатомных (и более) молекул $i = 6$. Для многоатомных молекул при высокой температуре могут возбуждаться так называемые колебательные (деформационные) степени свободы, так что число степеней свободы может быть и больше, чем шесть.

Физические величины, характеризующие *состояние термодинамической системы* (газа) и зависящие от термодинамических параметров, являются *функциями состояния* и называются термодинамическими функциями.

Внутренняя энергия – это *термодинамическая функция* одного *термодинамического параметра* – абсолютной температуры. Существуют и другие термодинамические функции. Небольшое приращение внутренней энергии определяется только приращением температуры $dW_{\text{вн}} = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RdT$, являясь так называемым *полным дифференциалом термодинамической функции* – внутренней энергии.

Элементарная работа газа совершается при изменении его объема и равна произведению давления на приращение объема газа, т. е. $\delta A = PdV$. При значительном изменении объема газа работа газа может быть вычислена по формуле:

$$A = \int \delta A = \int_{V_1}^{V_2} PdV. \tag{89}$$

Значение этого интеграла определяется видом зависимости давления от объема *P(V)*, т. е. зависит от процесса, в котором участвует газ при расширении. Напомним, что наглядно работу газа можно увидеть как *площадь под графиком* функции $P(V)$ в P-, V-координатах в соответствии с геометрическим смыслом интеграла, поэтому работа в отличие от внутренней энергии не является полным дифференциалом.

Работа газа в изохорном процессе *равна нулю*. Действительно, поскольку в изохорном процессе объем газа остается неизменным, а газ совершает работу только тогда, когда расширяется, то в изохорном процессе работа не совершается.

Работа газа в изобарном процессе вычисляется по хорошо известной из школьного курса физики формуле:

$$A = P\left(V_2 - V_1\right). \tag{89а}$$

Работа газа в изотермическом процессе определяется по соотношению:

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{P_1}{P_2}. \tag{89б}$$

В заключение заметим, что *работа газа* может быть как положительной (если газ расширяется), так и отрицательной (если газ сжимается). Иногда говорят о *работе над газом* A'. Обратившись к определению работы в механике, можно догадаться, что *работа над газом* внешних сил и *работа газа* связаны простым соотношением: $A' = -A$.

Количество теплоты – это энергия, которая передается от одного тела к другому при их контакте или другими способами, например, излучением (но не конвекцией).

Количество теплоты *не является* термодинамической функцией, характеристикой газа, тела. В отличие от внутренней энергии количество теплоты определяется *процессом*, происходящим с газом, с термодинамической системой, а не состоянием системы, и в этом смысле принципиально отличается от внутренней энергии, являясь аналогом работы. Чтобы обратить внимание на эту особенность теплоты, ее небольшую порцию принято обозначать δQ (не приращение, как мы сказали бы о внутренней энергии, а именно небольшую порцию теплоты!). Единицей измерения количества теплоты является джоуль – 1 Дж.

Первое начало термодинамики, представляющее собой *закон сохранения энергии*, примененный к тепловым процессам, можно записать в очевидной форме:

$$\delta Q = dW_{\text{вн}} + \delta A, \tag{90}$$

т. е. *количество теплоты, переданное системе, идет на увеличение ее (системы) внутренней энергии и на совершение системой работы*. Заметим, что каждая из входящих в закон величин может быть отрицательной. Смысл отрицательных значений этих величин уже обсуждался выше.

Так как количество теплоты определяется процессом, то формулировка первого начала термодинамики для разных изопроцессов будет разной: в изобарном процессе тепла нужно подводить больше на величину работы, чем в изохорном процессе, а в изотермическом процессе все подведенное тепло расходуется на совершение системой работы.

При подведении к системе тепла она может нагреваться. Но разные вещества нагреваются по-разному – они отличаются теплоемкостью.

Т е п л о е м к о с т ь ю C газа (жидкости, твердого тела) называется количество теплоты, которое необходимо подвести к нему (или отнять от него) для его нагревания (охлаждения) на 1 К. Единица измерения теплоемкости $\left[C\right] = \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$. Если теплоемкость не зависит от температуры, то $C = \dfrac{Q}{\Delta T}$; в более общем случае $C = \dfrac{\delta Q}{dT}$. Очевидно, что определенная таким образом теплоемкость зависит от массы тела (газа): чем больше тело, тем больше требуется теплоты для его нагревания. Чтобы характеризовать тепловые свойства *вещества*, используют понятия *удельной теплоемкости* и *молярной теплоемкости*.

У д е л ь н о й   т е п л о е м к о с т ь ю c называется теплоемкость единицы массы вещества; удельная теплоемкость численно равна количеству теплоты Q, которое требуется для изменения температуры 1 кг вещества на 1 К, т. е. $c = \dfrac{C}{m} = \dfrac{\delta Q}{m\,dT}$. Единица измерения удельной теплоемкости $\left[c\right] = \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

М о л я р н о й   т е п л о е м к о с т ь ю c_ν называется теплоемкость единицы количества вещества; молярная теплоемкость численно равна количеству теплоты Q, которое требуется для изменения температуры 1 моля вещества на 1 К, т. е. $c_\nu = \dfrac{C}{\nu} = \dfrac{\delta Q}{\nu\,dT} = \dfrac{M}{m}\dfrac{\delta Q}{dT} = Mc$ с учетом хорошо известного выражения для определения количества вещества $\nu = \frac{m}{M}$. Единица измерения молярной теплоемкости $[c_\nu] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

В отличие от жидкостей и твердых тел, теплоемкость которых постоянна в широком интервале температур и поэтому может быть представлена в виде табличных значений, теплоемкость газов зависит от *процесса*, в котором газ получает теплоту. Поэтому для газов различают *теплоемкость при постоянном объеме* C_V и *теплоемкость при постоянном давлении* C_p. Эти понятия применимы для каждой из рассмотренных выше «разновидностей» теплоемкости.

Теплоемкость газа при постоянном объеме равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить газу в *изохорном* процессе, чтобы его температура увеличилась на один градус, и может быть вычислена по формуле: $C_V = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R.$

Теплоемкость газа при постоянном давлении равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить газу в *изобарном* процессе, чтобы его температура увеличилась на один градус, и может быть вычислена по формуле: $C_p = \frac{i+2}{2}\frac{m}{M}R.$

Отношение теплоемкостей газа при постоянном объеме и постоянном давлении (ниже мы увидим, что эта величина является *показателем адиабаты*) равно $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ и зависит только от *числа степеней свободы* молекул газа.

Для молярных теплоемкостей можно записать: $c_{\nu V} = \frac{i}{2}R$ и $c_{\nu p} = \frac{i+2}{2}R.$ Отсюда их разность: $c_{\nu p} - c_{\nu V} = R.$ Эта формула называется уравнением Майера и отражает физический смысл газовой постоянной: газовая постоянная равна разности молярных теплоемкостей идеального газа при постоянных давлении и объеме.

Адиабатным называется процесс, происходящий в системе (газе) без теплообмена с окружающей средой. Адиабатный процесс описывается уравнением Пуассона

$$PV^{\gamma} = \text{const}, \tag{91}$$

которое можно переписать и для других пар термодинамических координат: $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ и $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}$, а соответствующая процессу кривая называется адиабатой. График этого процесса в P-, V-координатах аналогичен изотерме, но адиабата проходит круче изотермы.

Работа газа в адиабатном процессе совершается только за счет убыли внутренней энергии и вычисляется по формуле: $A = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R(T_1 - T_2)$.

В физике есть ряд основополагающих физических величин (энергия, заряд, гравитационная масса, ...), которым невозможно дать определение в привычном смысле этого слова. Как правило, знакомство с такими величинами начинается с изучения их свойств и законов, связанных с ними, пока понятие таких физических величин не станет ясным интуитивно. К таким физическим величинам относится и важнейшая физическая величина *энтропия*.

Энтропия – это функция состояния термодинамической системы, зависящая от всех трех термодинамических параметров и в обратимых процессах изменяющаяся только при теплообмене термодинамической системы с окружающей средой на величину, определяемую формулой

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{1}{T}\delta Q. \tag{92}$$

Термодинамика не дает ответа на вопрос «Что такое энтропия?». Она связывает лишь изменение этого параметра с приведенной теплотой $\delta Q/T$ – отношением подводимого (отводимого) к телу тепла к абсолютной температуре тела, а оно характеризует «качество (ценность)» тепла. В термодинамике невозможно указать начало отсчета энтропии, т. е. энтропия определена с точностью до аддитивной постоянной (как и потенциальная энергия). Из приведенного определения видно, что энтропия не изменяется в адиабатном процессе, поэтому адиабатный процесс называют *изоэнтропическим*.

Кроме сформулированного так называемого *термодинамического смысла* энтропия имеет еще *статистический смысл*, который выражается формулой Больцмана: энтропия является мерой беспорядка в статистической системе и равна умноженному на постоянную Больцмана натуральному логарифму от *термодинамической вероятности* данного состояния:

$$S = k_B \ln G. \tag{93}$$

Термодинамической вероятностью (или статистическим весом) данного (макро) состояния системы называется число микросостояний, которыми может быть реализовано данное макросостояние системы. Поясним смысл сказанного на примере: N одинаковых (неразличимых) частиц можно разместить по N ячейкам *единственным* способом. Это случай *абсолютно упорядоченной* системы. Статистический вес такого состояния $G = 1$, а энтропия $S = 0$. С увеличением числа доступных системе ячеек система будет становиться все более хаотичной, статистический вес будет возрастать вместе с энтропией.

Статистический вес любого (макро) состояния идеального газа выражается огромным числом, поскольку каждое расположение молекул газа и значения их скоростей при этом отвечают одному микросостоянию, а молекулы постоянно движутся, реализуя все новые и новые микросостояния, но все они отвечают одному и тому же макросостоянию газа. (Прочтите еще раз определение термодинамической вероятности.) Можно догадаться, что самопроизвольно система будет стремиться занять состояние с наибольшей термодинамической вероятностью.

Равновесным состоянием термодинамической системы называется такое ее состояние, в котором система может находиться сколь угодно долго без каких-либо внешних воздействий. С учетом сказанного выше можно добавить, что равновесным является состояние с наибольшим статистическим весом.

Обратимым процессом называется такой термодинамический процесс, в течение которого термодинамическая система проходит через множество равновесных состояний. Такой процесс можно провести как в прямом, так и в обратном направлении. Рассмотренные выше процессы (изотермический, изобарный, изохорный, адиабатный и др.) являются обратимыми.

Необратимым процессом называется такой процесс, при котором термодинамическая система переходит из неравновесного состояния в равновесное и который поэтому невозможно провести в обратном направлении. Например, если длинный стержень нагреть с одной стороны, то через какое-то время температура всего стержня выровняется. Однако никаким образом не удастся провести этот процесс в обратном направлении. Да, можно снова нагреть тот же конец стержня, но нельзя сделать так, чтобы один из концов стержня, имеющий такую же температуру, как и другой, стал нагреваться, а другой конец стал остывать. Примеров необратимых процессов очень много: это и остывание горячей чашки кофе на столе, и разрушение зданий с течением времени, и старение человека. Обратите внимание на то, что такие необратимые процессы самопроизвольно всегда идут в одном направлении и никогда не идут в обратном.

Необратимыми процессами являются так называемые явления переноса: диффузия, теплопроводность, вязкость (внутреннее трение).

Диффузией называется процесс переноса вещества компоненты в смеси, приводящий к выравниванию концентрации этой компоненты по всему объему системы. Диффузия описывается уравнением Фика: масса вещества, перенесенного через площадку dS за время dt, пропорциональна градиенту плотности:

$$dm = -D\frac{\partial \rho}{\partial x} dS\, dt, \tag{94}$$

где $D = \frac{1}{3} < \upsilon >< \ell >$ – коэффициент диффузии. Знак «минус» показывает, что перенос компоненты вещества в смеси происходит против направления градиента (от более высокой концентрации к более низкой).

Теплопроводностью называется процесс переноса теплоты, приводящий к выравниванию температуры по всему объему системы. Теплопроводность описывается уравнением Фурье: количество теплоты, проходящей за время dt через площадку dS, перпендикулярную оси Ox, пропорционально градиенту температуры:

$$\delta Q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} dS\, dt, \tag{95}$$

где $\kappa = \frac{1}{3} \rho < \upsilon >< \ell > c_V$ – коэффициент теплопроводности. Знак «минус» показывает, что поток теплоты направлен против градиента, т. е. в сторону наиболее быстрого *убывания* температуры.

Вязкостью (или внутренним трением) называется процесс переноса импульса от слоя газа, движущегося с большей скоростью, к слою, движущемуся медленнее, приводящий к выравниванию скорости движения слоев газа по всему объему системы. Внутреннее трение описывается уравнением Ньютона: импульс, перенесенный через площадку dS за время dt проскальзывающих слоев жидкости или газа, пропорционален градиенту скорости между этими слоями:

$$dp = -\eta \frac{\partial u}{\partial x} dS\, dt, \tag{96}$$

где $\eta = \frac{1}{3}\rho < \upsilon >< \ell >$ – коэффициент динамической вязкости. «Минус» показывает, что перенос импульса происходит от более быстрого слоя к более медленному.

Коэффициенты диффузии, теплопроводности, вязкости легко выражаются друг через друга:

$$\kappa = c_V \eta = \rho c_V D, \quad \eta = \rho D. \tag{97}$$

Наличие связи между коэффициентами переноса подчеркивает единую природу этих, на первый взгляд, разнородных явлений, в основе которых лежит молекулярное движение.

В т о р о е   н а ч а л о   т е р м о д и н а м и к и: изолированная система, предоставленная самой себе, движется в направлении равновесного состояния, в направлении наибольшего значения энтропии, т. е. энтропия не уменьшается в предоставленной самой себе изолированной системе (в равновесном состоянии энтропия не изменяется: достигнув максимума при установлении равновесия, далее она остается неизменной).

$$\Delta S \geq 0. \tag{98}$$

Наряду со сформулированным выше *вторым началом термодинамики*, отражающим суть этого закона, исторически известны и другие формулировки: Уильяма Томсона (удостоенного за научные заслуги титула барона Кельвина) и Рудольфа Клаузиуса.

Ф о р м у л и р о в к а   Т о м с о н а: невозможен циклический процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты в работу; часть тепла обязательно должна быть передана холодильнику.

Ф о р м у л и р о в к а   К л а у з и у с а: невозможен циклический процесс, единственным результатом которого была бы передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.

Техническое устройство, которое позволяет преобразовать теплоту в механическую работу, называется т е п л о в о й   м а ш и н о й. Второй закон термодинамики позволяет преобразовать в работу лишь часть тепловой энергии, полученной от нагревателя, поэтому к о э ф ф и ц и е н т   п о л е з н о г о   д е й с т в и я тепловой машины (отношение произведенной механической работы к теплоте, полученной тепловой машиной, выраженное в процентах) всегда меньше 100 %:

$$\eta = \frac{A_{\text{полез}}}{Q_{\text{н}}} \cdot 100\ \%. \tag{99}$$

Циклический процесс, который позволяет получить наибольшее значение коэффициента полезного действия при данной температуре нагревателя и холодильника, называется **циклом Карно**, а тепловая машина, реализующая такой идеализированный процесс, называется **идеальной тепловой машиной**. Коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины вычисляется по формуле:

$$\eta_{\max} = \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}} \cdot 100\,\%. \tag{100}$$

Третье начало термодинамики (называемое также **теоремой Нернста**) устанавливает начало отсчета энтропии: энтропия любой термодинамической системы стремится к нулю при стремлении к нулю абсолютной температуры системы:

$$\lim_{T \to 0} S = 0. \tag{101}$$

Обсуждая *формулу Больцмана*, мы говорили, что энтропия системы становится равной нулю для однозначно упорядоченной системы. Из теоремы Нернста следует, что именно к абсолютной упорядоченности стремится термодинамическая система при стремлении ее температуры к абсолютному нулю. Это означает, что частицами системы будут заняты все доступные системе состояния.

Распределение Максвелла (распределение молекул газа по модулям скоростей) позволяет вычислить вероятность $d\Pi$ того, что скорость наугад выбранной молекулы газа будет лежать в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$, и выражается формулой:

$$f(\upsilon) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \upsilon^2 \exp\left(-\frac{m_0 \upsilon^2}{2 k_B T} \right). \tag{102}$$

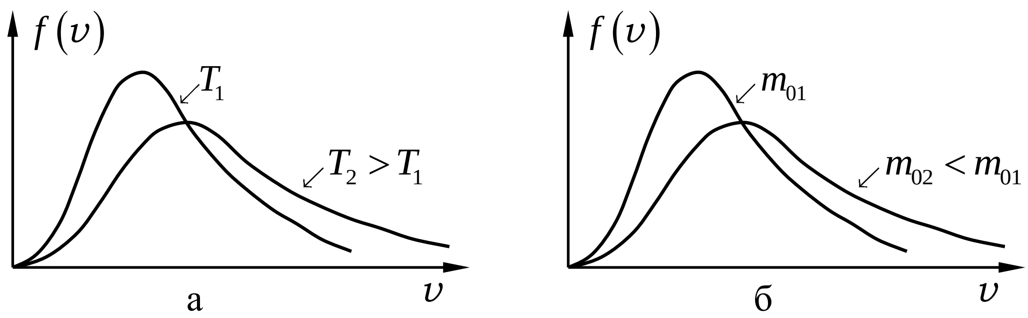


Рис. 10

Графики функции распределения Максвелла приведены на рис. 10. Слева можно увидеть, как меняется распределение при изменении температуры газа, а справа показаны распределения для молекул различной массы при одинаковой температуре газов. Из рис. 10 видно, что при повышении температуры молекулы движутся с более высокой скоростью. С более высокой скоростью движутся и более легкие молекулы. Уменьшение высоты графиков в обоих случаях связано с нормировкой функции распределения Максвелла.

Используя распределение Максвелла, можно найти количество молекул газа, скорость которых лежит в интервале от υ_1 до υ_2: $N = N_0 \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} f(\upsilon)\, d\upsilon$, где N_0 – общее число молекул газа. Из распределения Максвелла вычисляются также наиболее вероятная $\upsilon_{\text{н.в}} = \sqrt{\dfrac{2k_в T}{m_0}}$, средняя $<\upsilon> = \sqrt{\dfrac{8k_в T}{\pi m_0}}$ и среднеквадратичная $\upsilon_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\dfrac{3k_в T}{m_0}}$ скорости молекул газа. Распределение Максвелла экспериментально подтверждено опытами Штерна.

Распределение Больцмана описывает распределение молекул газа в потенциальном поле и часто сводится к так называемой барометрической формуле, позволяющей вычислить давление атмосферы на высоте h от поверхности Земли (температура воздуха предполагается неизменной):

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{m_0 g h}{k_B T}\right), \tag{103}$$

где P_0 – давление атмосферы у поверхности Земли;

m_0 – масса молекулы.

Графики распределения Больцмана (барометрической формулы) приведены на рис. 11. Из рис. 11, а видно, как меняется распределение при изменении температуры газа, а на рис. 11, б показаны графики для молекул различной массы при одинаковой температуре газов.

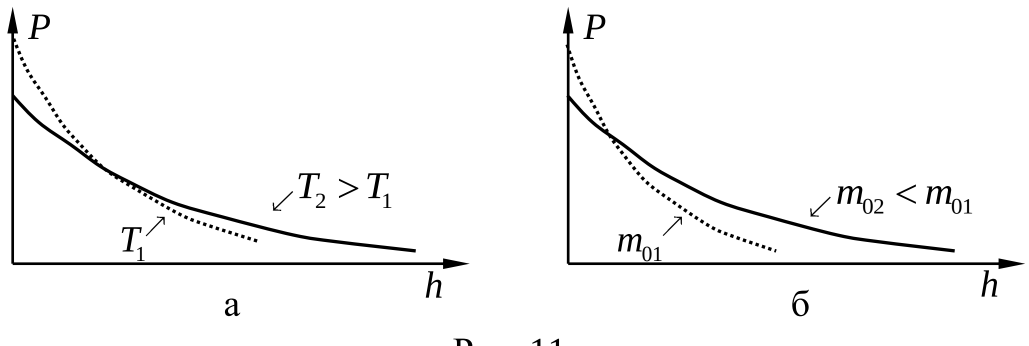


Рис. 11

Из рис. 11 видно, что с увеличением температуры молекулы газа распределяются более равномерно по высоте, а более тяжелые молекулы, напротив, стремятся расположиться ближе к поверхности Земли (именно этим объясняется нехватка кислорода в воздухе высоко в горах).

6.2. Задачи для самостоятельного решения

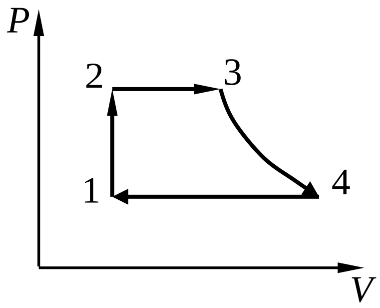


Рис. 12

1. Идеальный газ, использующийся в циклическом процессе, изображенном на диаграмме «давление – объем» на рис. 12, состоит из четырех изопроцессов. Дать название каждому изопроцессу и нарисовать этот цикл на диаграмме «объем – температура».

2. Моль идеального газа имеет первоначально температуру 17 °C. Газ расширяется изобарически до тех пор, пока его объем не увеличится в два раза. Затем газ охлаждается изохорически до первоначальной температуры. Определить приращение внутренней энергии газа, работу, совершенную газом, и количество теплоты, полученной газом. Изобразить процесс на диаграмме «объем – температура».

3. Азот массой 14 г, находящийся при температуре 147 °C, адиабатически расширяется так, что давление уменьшается в пять раз, а затем изотермически сжимается до первоначального давления. Найти приращение внутренней энергии газа, совершенную газом работу и количество тепла, отданного газом. Изобразить процесс на диаграмме «давление – объем».

4. Смешали воду массой 5,0 кг при температуре 7 °C с водой массой 8,0 кг при температуре 77 °C. Найти температуру смеси и изменение энтропии, происходящее при смешивании.

5. Некоторый газ находится при температуре 350 К в баллоне емкостью 100 л под давлением 0,2 МПа. Теплоемкость этого газа при постоянном объеме равна 140 Дж/К. Определить отношение значения теплоемкости газа при постоянном давлении к значению теплоемкости газа при постоянном объеме.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на то, что учебное пособие предназначено для самостоятельной работы, необходимо понимать, что оно не является самоучителем и будет служить хорошим дополнением к лекционному курсу для студентов как очной, так и заочной формы обучения при самостоятельной проработке материала прослушанных лекций. Необходимо отметить также, что фактический материал, составляющий основу материала данного учебного пособия, охватывая все подразделы первой части дисциплины «Физика», представляет собой лишь базовый курс вузовской физики. При желании либо необходимости получить более серьезную подготовку по данной дисциплине следует воспользоваться учебниками и значительно расширить набор задач.

Библиографический список

1. Оселедчик Ю. С. Физика. Модульный курс [Электронный учебник]: Учебное пособие для бакалавров / Ю. С. Оселедчик, П. И. Самойленко, Т. Н. Точилина. М.: Юрайт, 2012.

2. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М., 2006. 560 с.

3. Детлаф А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. М., 2014. 720 с.

4. Савельев И. В. Курс общей физики. Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. М., 2007. Т. 1. 432 с.

5. Практикум по физике. Часть 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика: Методические указания к решению задач по физике / С. А. Гельвер, И. И. Гончар и др. / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2014. 42 с.

6. Крохин С. Н. Контрольная работа № 1 по физике для студентов заочного факультета: Методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ для студентов заочного факультета / С. Н. Крохин, Ю. М. Сосновский / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2017. 36 с.

7. Литневский Л. А. Кинематика и динамика частиц. Примеры решения задач / Л. А. Литневский, Ю. М. Сосновский / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 33 с.

8. Гельвер С. А. Кинематика и динамика вращательного движения абсолютно твердого тела (примеры решения задач) / С. А. Гельвер, С. Н. Смердин / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 31 с.

9. Аронова Т. А. Законы сохранения. СТО. Примеры решения задач / Т. А. Аронова, И. А. Дроздова / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 34 с.

10. Минабудинова С. А. Молекулярная физика и термодинамика. Примеры решения задач / С. А. Минабудинова, Н. А. Хмырова, С. В. Вознюк / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 33 с.

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Таблица П.1

Основные физические постоянные

Скорость света в вакууме	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ м/с
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Ускорение свободного падения	$g = 9{,}81$ м/с^2
Средний радиус и масса Земли	$R_З = 6370$ км, $M_З = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус и масса Луны	$R_Л = 1737$ км, $M_Л = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг
Средний радиус орбиты Луны	$R = 384$ Мм
Число Авогадро	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k_Б = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Молярная масса воздуха	$M_{воздуха} = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
Нормальное атм. давление	$p_0 = 101{,}3$ кПа
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Коэффициент в законе Кулона	$k_e = 9{,}0 \cdot 10^{9}$ Н·м^2/Кл^2
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Элементарный заряд	$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	$m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса нейтрона	$m_n = 1{,}674 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Планка	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Дирака (Планка)	$\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	$R = 1{,}097 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная Вина	$b = 0{,}0029$ м·К

Таблица П.2

Внесистемные единицы измерений

Ангстрем	1 Å = 10^{-10} м
Атомная единица массы	1 а. е. м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Киловатт·час	1кВт·ч = $3{,}6 \cdot 10^{6}$ Дж
Калория	1 кал = 4,19 Дж
Литр	1 л = 1 дм^3 = 10^{-3} м^3
Миллиметр ртутного столба	1 мм рт. ст. = 133 Па
Электрон·вольт	1 эВ = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж

Учебное издание

КРОХИН Сергей Николаевич,
ЛИТНЕВСКИЙ Леонид Аркадьевич

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

Учебное пособие

Часть 1

Редактор Н. А. Майорова
Корректор О. Д. Худякова

***

Подписано в печать 12.12.2018. Формат $60 \times 84\ {}^{1}/_{16}$.
Офсетная печать. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 3,1. Уч.-изд. л. 3,5.
Тираж 500 экз. Заказ .

**

Редакционно-издательский отдел ОмГУПСа
Типография ОмГУПСа

*

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35