

Л. А. ЛИТНЕВСКИЙ, Ю. М. СОСНОВСКИЙ

**КВАНТОВАЯ, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА.
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ**

ОМСК 2016

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Омский государственный университет путей сообщения

Л. А. Литневский, Ю. М. Сосновский

КВАНТОВАЯ, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА.
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве учебно-методического пособия к решению задач по физике

Омск 2016

УДК 530.1(075.8)
ББК 22.334я7
Л64

Квантовая, атомная и ядерная физика в примерах решения задач:
Учебно-методическое пособие к решению задач по физике / Л. А. Литневский,
Ю. М. Сосновский; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 30 с.

Приведены примеры решения типовых задач по всем темам раздела «Квантовая, атомная и ядерная физика» общего курса физики, краткие общие сведения по каждой теме этого раздела.

Предназначено для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов второго курса всех специальностей очной формы обучения.

Библиогр.: 3 назв. Табл. 8. Рис. 3. Прил. 1.

Рецензенты: доктор физ.-мат. наук, профессор Г. И. Косенко;
канд. физ.-мат. наук, доцент О. В. Гателюк.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1. Квантовая физика	6
1.1. Внешний фотоэффект	6
1.2. Эффект Комптона	8
1.3. Тепловое излучение	10
1.4. Давление света	12
1.5. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей	13
1.6. Частица в БГОПЛЯ	16
2. Атомная физика	19
3. Ядерная физика	23
Библиографический список.....	27
Приложение. Справочные данные.....	28

ВВЕДЕНИЕ

Квантовая, атомная и ядерная физика – современные разделы курса общей физики высших технических учебных заведений. Несмотря на различные объекты исследования, изучаемые в названных разделах физики, в основе всех трех разделов находятся принципы, сформулированные при создании квантовой механики в первой трети XX в.

В разделе «Квантовая физика» рассмотрены примеры решения задач, которые охватывают весь спектр вопросов, изучаемых в этой части курса, – от квантово-оптических явлений до решения уравнения Шредингера для простейших квантовых систем.

В разделе «Атомная физика» приведен пример решения задачи, в которой рассмотрены квантовые характеристики электрона в атоме водорода и возможные варианты его поведения.

В заключительной части учебно-методического пособия приведены примеры решения задач по ядерной физике, в которых рассмотрены простейшие вопросы этой части курса – основные характеристики атомного ядра, такие как дефект масс, энергия связи, удельная энергия связи, период полураспада и другие, а также важнейшие характеристики ядерных реакций – энергетический выход реакции.

Все рассмотренные в учебно-методическом пособии примеры решения задач построены по единому образцу – в одной задаче, достаточно кратко сформулированной, приведено много вопросов (заданий), которые охватывают весь спектр физических законов и понятий, относящихся к данной теме. Это позволит обратить внимание на единство и взаимозависимость закономерностей, объединенных в каждой конкретной теме. Подбор задач произведен таким образом, чтобы охватить большинство типов задач, которые необходимо уметь решать при изучении квантовой, атомной и ядерной физики.

Напомним, что решение задач является необходимым условием успешного усвоения материала курса общей физики. Для большей эффективности и правильного решения задач перед тем, как приступить к разбору и решению задач, необходимо повторить соответствующий раздел лекционного курса по учебнику и конспекту лекций, который не подменяет данное учебно-методическое пособие.

1. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Решение задач по квантовой физике опирается на знание законов, описывающих так называемые квантово-оптические явления, такие как фотоэффект, эффект Комптона, тепловое излучение и давление света, а также на знание таких квантово-механических законов, как гипотеза де Бройля, соотношения неопределенностей Гейзенберга и уравнение Шредингера и его применение к описанию поведения частицы в бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме. При решении некоторых задач требуется умение пользоваться векторной алгеброй и дифференциальным и интегральным исчислением.

1.1. Внешний фотоэффект

Внешним фотоэффектом называется явление вырывания электронов с поверхности металла фотонами излучения (света). При этом фотон исчезает (поглощается), а его энергия переходит к поглотившему фотон электрону.

Задача 1. На литиевый фотокатод вакуумного фотоэлемента падает монохроматическое излучение длиной волны 380 нм. 1) Найти красную границу фотоэффекта. 2) Чему равна задерживающая разность потенциалов? 3) С какой наибольшей скоростью электроны покидают фотокатод?

Табличное значение работы выхода электронов из лития – 2,93 эВ.

Дано:

$$\lambda = 380 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$A_{\text{вых}} = 4,69 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$1) \lambda_{\text{max}} - ?$$

$$2) U_3 - ?$$

$$3) v_{\text{max}} - ?$$

Решение:

Запишем кратко условие задачи, переводя нанометры в метры, а электронвольты в джоули (умножением на переводной коэффициент $1,6 \cdot 10^{-19}$). Также выпишем постоянные, которые потребуются при решении задачи: постоянную Планка h , скорость света в вакууме c , массу электрона m_e и элементарный электрический заряд e .

1) *Красной границей фотоэффекта* называется наибольшая длина волны (или наименьшая частота), при которой еще возможен фотоэффект. Поскольку в условии задачи дана длина волны падающего излучения, то полезнее найти наибольшую (максимальную) длину волны:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}} . \quad (1.1)$$

После подстановки чисел получим:

$$\lambda_{\max} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{4,69 \cdot 10^{-19}} = 4,24 \cdot 10^{-7} (\text{м}). \quad (1.2)$$

Заметим, что длина волны падающего излучения меньше полученного значения красной границы, следовательно, падающее излучение будет вызывать фотоэффект.

2) *Задерживающая разность потенциалов* – это минимальное обратное напряжение, приложенное к фотоэлементу, необходимое для остановки (задержания) выбитых из катода всех, даже самых быстрых, электронов. Это напряжение определяется из *закона сохранения механической энергии*:

$$W_{k \max} = eU_3. \quad (1.3)$$

Подставим выражение (1.3) и выражение для определения энергии фотонов

$$W_{\phi} = \frac{hc}{\lambda} \quad (1.4)$$

в уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$W_{\phi} = A_{\text{вых}} + W_{k \max}. \quad (1.5)$$

Из получившейся формулы (1.5) выразим задерживающую разность потенциалов:

$$U_3 = \frac{(hc/\lambda) - A_{\text{вых}}}{e} = \frac{hc}{\lambda e} - \frac{A_{\text{вых}}}{e}. \quad (1.6)$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$U_3 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{3,8 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} - 2,93 = 0,34 (\text{В}). \quad (1.7)$$

3) Подставим в уравнение Эйнштейна для фотоэффекта выражение для вычисления *максимальной кинетической энергии электронов*

$$W_{k \max} = \frac{m_e v_{\max}^2}{2} \quad (1.8)$$

и из получившейся формулы (1.8) выразим скорость электронов:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}} \right)}. \quad (1.9)$$

Подставим числовые значения и, произведя вычисления, получим:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{3,8 \cdot 10^{-7}} - 4,69 \cdot 10^{-19} \right)} = 3,5 \cdot 10^5 \text{ (м/с)}. \quad (1.10)$$

Ответ: $\lambda_{\max} = 4,24 \cdot 10^{-7} \text{ м}; U_3 = 0,34 \text{ В}; v_{\max} = 3,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$

1.2. Эффект Комптона

Эффектом Комптона называется явление рассеяния фотонов на свободных электронах, сопровождающееся увеличением длины волны рассеянного рентгеновского излучения (по сравнению с длиной волны падающего излучения). Объяснить это явление можно только на основе квантовых представлений о природе излучения, применив к рассеянию фотонов законы сохранения энергии и импульса.

Задача 2. Рентгеновский фотон длиной волны 12,5 пм при столкновении со свободным электроном был рассеян на 90° . Найти энергию и импульс, полученные электроном.

Дано:

$$\lambda = 12,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$1) W_{ke} - ?$$

$$2) p_e - ?$$

Решение:

Запишем кратко условие задачи, переводя пикометры в метры, а также выпишем постоянные, которые потребуются при решении задачи: постоянную Планка h , скорость света в вакууме c , комптоновскую длину волны λ_C и массу электрона m_e .

Изменение (увеличение) длины волны при рассеивании рентгеновского излучения на свободных электронах (в этом состоит *эффект Комптона*) определяется формулой

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C (1 - \cos \varphi). \quad (1.11)$$

Отсюда выразим длину волны рассеянного фотона:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C (1 - \cos \varphi). \quad (1.12)$$

Поскольку энергия фотона при рассеивании уменьшается, то кинетическую энергию, полученную электроном, найдем из закона сохранения энергии:

$$W_{ke} = W_\phi - W'_\phi. \quad (1.13)$$

Учитывая, что энергия падающего и рассеянного фотонов соответственно определяется формулами

$$W_{\phi} = \frac{hc}{\lambda} \text{ и } W'_{\phi} = \frac{hc}{\lambda'}, \quad (1.14)$$

окончательно для расчета энергии электрона получим:

$$W_{ke} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \lambda_c (1 - \cos \varphi)} \right). \quad (1.15)$$

Подставим числа, вынося за скобку степенной множитель в знаменателе и заметив, что $\cos 90^\circ = 0$, и выполним расчет:

$$W_{ke} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{10^{-12}} \left(\frac{1}{12,5} - \frac{1}{12,5 + 2,43} \right) = 2,6 \cdot 10^{-15} \text{ (Дж)} = 16 \text{ (кэВ)}. \quad (1.16)$$

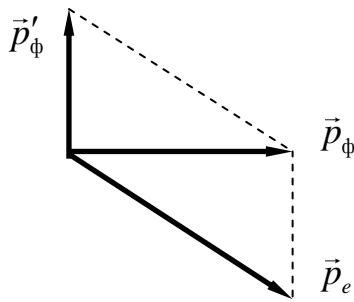


Рис. 1

Изобразим закон сохранения импульса при рассеивании фотона на свободном электроне

$$\vec{p}_{\phi} = \vec{p}'_{\phi} + \vec{p}_e \quad (1.17)$$

на векторной диаграмме (рис.1). Из рис. 1 видно, что искомый импульс электрона может быть вычислен по теореме Пифагора:

$$p_e = \sqrt{p_{\phi}^2 + p_{\phi}'^2}. \quad (1.18)$$

Учитывая, что импульсы падающего и рассеянного фотонов соответственно определяются формулами

$$p_{\phi} = \frac{h}{\lambda} \text{ и } p'_{\phi} = \frac{h}{\lambda'}, \quad (1.19)$$

окончательно для импульса электрона получим:

$$p_e = h \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{(\lambda + \lambda_c (1 - \cos \varphi))^2}}. \quad (1.20)$$

Подставим в формулу (1.20) числа, вынося из-под корня степенной множитель в знаменателе и заметив, что $\cos 90^\circ = 0$, и выполним расчет:

$$p_e = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{10^{-12}} \sqrt{\frac{1}{12,5^2} + \frac{1}{(12,5 + 2,43)^2}} = 6,9 \cdot 10^{-23} \text{ (кг·м/с)}. \quad (1.21)$$

Ответ: $W_{ke} = 16 \text{ кэВ}$; $p_e = 6,9 \cdot 10^{-23} \text{ кг·м/с}$.

1.3. Тепловое излучение

Тепловое излучение описывается формулой Планка, которая разрешила серьезное противоречие между классической теорией излучения и экспериментально наблюдаемыми явлениями (так называемая ультрафиолетовая катастрофа) и из которой выводятся все открытые ранее экспериментально законы теплового излучения.

Задача 3. Поверхность конфорки электроплиты площадью $3,4 \text{ дм}^2$ нагрелась до температуры красного каления 600°C . Полагая, что излучение конфорки близко к излучению абсолютно черного тела, найти: 1) энергетическую светимость конфорки; 2) излучаемую мощность; 3) излучательную способность конфорки для длины волны в 50 раз больше той, на которую приходится максимум излучения.

Дано:

$$S = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$T = 873 \text{ К}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2\text{К}^4\text{)}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

$$b = 0,0029 \text{ м·К}$$

Решение:

Запишем кратко условие задачи, переводя дециметры в метры, а также выпишем постоянные, которые потребуются при решении задачи: постоянную Стефана – Больцмана σ , скорость света в вакууме c , постоянную Больцмана k_B и постоянную Вина b .

1) Энергетическую светимость вычислим по *закону Стефана – Больцмана*:

$$R_T = \sigma T^4. \quad (1.22)$$

Подставляя числа и производя вычисления, получим:

$$R_T = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 873^4 = 32,9 \text{ (кВт/м}^2\text{)}. \quad (1.23)$$

2) По определению энергетическая светимость равна энергии, излучаемой в полупространство (в пределах телесного угла 2π) в единицу времени с единицы площади нагретой поверхности, т. е.

$$R_T = \frac{W}{S t}. \quad (1.24)$$

Учитывая определение мощности

$$P = \frac{W}{t}, \quad (1.25)$$

получим:

$$P = R_T S. \quad (1.26)$$

Подставим числа в формулу (1.26) и выполним расчет:

$$P = 32,9 \cdot 10^3 \cdot 3,4 \cdot 10^{-2} = 1,1 \text{ (Вт)}. \quad (1.27)$$

3) Длина волны, на которую приходится максимум излучения, определяется законом смещения Вина:

$$\lambda_{(\max)} = \frac{b}{T}. \quad (1.28)$$

Для вычисления излучательной способности можно воспользоваться формулой Планка, поскольку для абсолютно черного тела излучательная способность совпадает с универсальной функцией Кирхгофа. С другой стороны, поскольку длина волны, для которой требуется выполнить расчет, достаточно велика, в качестве универсальной функции Кирхгофа можно использовать более простую формулу Рэлея – Джинса

$$f_T^{(\text{РД})}(\omega) = \frac{\omega^2 k_B T}{4\pi^2 c^2}, \quad (1.29)$$

которую необходимо преобразовать к функции, зависящей от длины волны, исходя из формул, справедливых для функции Кирхгофа:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad \text{и} \quad \int_0^\infty f_T(\omega) d\omega = \int_0^\infty f_T(\lambda) d\lambda. \quad (1.30)$$

(Смысл второй формулы в (1.30) заключается в том, что каждый из интегралов позволяет вычислить энергетическую светимость, которая, очевидно, не может зависеть от переменной интегрирования.)

Поскольку $\omega = 0$ соответствует $\lambda \rightarrow \infty$ и наоборот, то

$$f_T(\omega) d\omega = -f_T(\lambda) d\lambda, \quad (1.31)$$

откуда

$$f_T(\lambda) = -f_T(\omega) \frac{d\omega}{d\lambda}. \quad (1.32)$$

Подставляя в выражение (1.32) формулу Рэлея – Джинса, выразив в ней ω через λ и вычислив производную, с учетом закона смещения Вина и условия задачи для испускательной способности получим:

$$\varepsilon_T(50\lambda_{(\max)}) \approx f_T^{(PD)}(\lambda) = \frac{2\pi ck_B T}{\lambda^4} = \frac{2\pi ck_B T^5}{(50b)^4}. \quad (1.33)$$

Подставим числа в формулу (1.33) и выполним расчет:

$$\varepsilon_T(50\lambda_{(\max)}) \approx \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 873^5}{(50 \cdot 0,0029)^4} = 2,98 \cdot 10^4 \text{ (Вт/м}^3\text{)}. \quad (1.34)$$

Ответ: $R_T = 33 \text{ кВт/м}^2$; $P = 1,1 \text{ Вт}$; $\varepsilon_T(50\lambda_{(\max)}) \approx 2,98 \cdot 10^4 \text{ (Вт/м}^3\text{)}.$

1.4. Давление света

Давление света было подробно изучено в опытах Лебедева и наглядно объясняется на основе квантовых представлений о природе излучения: фотоны переносят энергию и импульс и при взаимодействии с веществом передают их (полностью или частично) поверхности тела, оказывая на него давление.

Задача 4. Излучение мощного импульсного инфракрасного CO_2 -лазера представляет собой луч диаметром 5,0 см с длительностью импульса 50 нс и энергией в импульсе 50 Дж. С какой силой такой луч ударит по а) черному; б) белому листу бумаги.

Дано:

$$d = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$t = 50 \cdot 10^{-9} \text{ с}$$

$$W = 50 \text{ Дж}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

1) $F_{\text{ч}} - ?$

2) $F_{\text{б}} - ?$

Решение:

Запишем кратко условие задачи, переводя сантиметры в метры и наносекунды в секунды, а также выпишем постоянную, которая потребуются при решении задачи: скорость света в вакууме c .

Давление, которое свет оказывает на поверхность при нормальном падении, определяется формулой

$$P = (1 + \rho) \frac{I}{c}, \quad (1.35)$$

где интенсивность световой волны в однородном равномерном потоке

$$I = \frac{W}{S t}, \quad (1.36)$$

а коэффициент отражения ρ очевидно равен нулю для черной поверхности (а) и единице для белой (б).

Поскольку давление по определению равно отношению силы, нормально действующей на поверхность, к площади поверхности

$$P = \frac{F}{S}, \quad (1.37)$$

то, выражая отсюда силу и подставляя затем давление и интенсивность, получим:

$$F = (1 + \rho) \frac{W}{c t}. \quad (1.38)$$

Подставим числа в формулу (1.38) и выполним расчеты для двух случаев:

$$\text{а) } F_{\text{ч}} = \frac{50}{3 \cdot 10^8 \cdot 50 \cdot 10^{-9}} = 3,3 \text{ (Н)}; \quad (1.39)$$

$$\text{б) } F_{\text{б}} = 2 \frac{50}{3 \cdot 10^8 \cdot 50 \cdot 10^{-9}} = 6,7 \text{ (Н)}. \quad (1.40)$$

Ответ: а) $F_{\text{ч}} = 3,3 \text{ (Н)}$; б) $F_{\text{б}} = 6,7 \text{ (Н)}$.

1.5. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей

Задача 5. Протон с энергией 100 МэВ, движущийся в ускорителе, налетает на свинцовую мишень и взаимодействует с ядром атома свинца радиусом 7,3 фм.

1) Найти длину волны де Бройля, связанную с движением протона. 2) Нужно ли учитывать квантовый характер взаимодействия протона с ядром свинца? 3) С какой наименьшей погрешностью можно определить импульс летящего протона, если через детектор он пролетает за 1,2 фс? 4) Какой наименьший импульс может быть у нейтрона в ядре свинца?

Дано:

$$W = 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$$

$$R = 7,3 \cdot 10^{-15} \text{ м}$$

$$\Delta t = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ с}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$1) \lambda_{\text{Б}} - ?$$

$$2) \lambda_{\text{Б}} \sim 2R?$$

$$3) \Delta p - ?$$

$$4) p_{\text{н min}} - ?$$

Решение:

Запишем кратко условие задачи, переводя электронвольты в джоули (умножением на переводной коэффициент $1,6 \cdot 10^{-19}$), фемтометры в метры, а фемтосекунды в секунды. Выпишем постоянные, которые потребуются при решении задачи: постоянную Планка h и массы протона и нейтрона m_p и m_n

1) Согласно гипотезе Луи де Бройля длина волны де Бройля связана с импульсом движущейся частицы соотношением

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{h}{p}, \quad (1.41)$$

а импульс частицы p связан с кинетической энергией формулой

$$W = \frac{p^2}{2m_p}. \quad (1.42)$$

Выражая отсюда импульс и подставляя его в гипотезу де Бройля, получим:

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{h}{\sqrt{2m_p W}}. \quad (1.43)$$

Подставим числа в формулу (1.43) и выполним расчет

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-11}}} = 2,868 \cdot 10^{-15} \text{ (м)}. \quad (1.44)$$

2) Вопрос о необходимости учитывать квантовый характер взаимодействия протона с ядром свинца эквивалентен вопросу о том, проявятся ли в данном взаимодействии волновые свойства летящего протона. Если размер препятствия (ядро свинца) значительно превышает длину волны де Бройля протона, то его волновые свойства в таком взаимодействии не проявятся, если же размеры сравнимы или длина волны больше, то необходимо учитывать квантовый характер поведения протона. (Сравните с условием наблюдения явления дифракции в волновой оптике.)

Сравнивая размер ядра свинца с полученным в первой части решения задачи значением длины волны де Бройля, можно утверждать, что диаметр ядра больше длины волны, но не многократно, а лишь примерно в пять раз, поэтому квантовый характер взаимодействия необходимо учитывать.

3) Время, в течение которого мы сможем производить измерение, ограничено временем пролета протона через детектор Δt , что с неизбежностью приведет к погрешности измерения энергии частицы согласно соотношению неопределенностей

$$\Delta W \Delta t \geq h. \quad (1.45)$$

Погрешность в измерении импульса связана с погрешностью измерения энергии соотношением

$$\Delta p = \left| \frac{dp}{dW} \right| \Delta W, \quad (1.46)$$

хорошо известным из правил обработки результатов косвенных измерений при выполнении лабораторных работ.

Выразим импульс из формулы кинетической энергии (см. первую часть решения задачи), вычислим производную и выразим погрешность энергии из соотношения неопределенностей. Подставляя полученные выражения в формулу (1.46), получим минимально возможное значение погрешности импульса:

$$\Delta p = \frac{m_p}{\sqrt{2m_p W}} \frac{h}{\Delta t}. \quad (1.47)$$

Подставим числа в формулу (1.47) и выполним расчет:

$$\Delta p = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-11}}} \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,2 \cdot 10^{-15}} = 4,0 \cdot 10^{-27} \text{ (кг} \cdot \text{м/с)}. \quad (1.48)$$

4) Соотношение неопределенностей Гейзенберга для координаты и импульса

$$\Delta p_x \Delta x \geq h \quad (1.49)$$

в том числе определяет наименьшее возможное значение проекции импульса частицы, локализованной в границах интервала Δx :

$$p_{x \min} = \Delta p_x = \frac{h}{\Delta x}. \quad (1.50)$$

Применяя выражение (1.50) к нейтрону, движущемуся в ядре, получим:

$$p_{n\min} = \Delta p_x = \frac{h}{2R}. \quad (1.51)$$

Записав аналогичные выражения для каждой из проекций импульса, минимальное значение модуля импульса нейтрона в ядре свинца равно можно понять, что квадратному корню из суммы квадратов проекций импульса

$$p_{n\min} = \sqrt{p_{nx\min}^2 + p_{ny\min}^2 + p_{nz\min}^2} = \frac{h}{2R} \sqrt{3}, \quad (1.52)$$

поскольку все проекции равны.

Подставим числа в формулу (1.52) и выполним расчет:

$$p_{n\min} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 7,3 \cdot 10^{-15}} \sqrt{3} = 7,87 \cdot 10^{-20} \text{ (кг} \cdot \text{м/с)}. \quad (1.53)$$

Ответ: 1) $\lambda = 2,9 \cdot 10^{-15} \text{ м}$; 2) $\lambda_{\text{б}} \sim 2R$ (нужно учитывать);
3) $\Delta p = 4,0 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; 4) $p_{n\min} = 7,9 \cdot 10^{-20} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

1.6. Частица в БГОППЯ

Уравнение Шредингера и его решение для простейших квантовых систем является ключевым вопросом квантовой физики в программе курса общей физики высших технических учебных заведений. Изучение поведения квантовой частицы, находящейся в бесконечно глубокой одномерной прямоугольной потенциальной яме с нулевым дном (БГОППЯ), позволяет понять основные закономерности микромира, не прибегая к сложному математическому аппарату квантовой механики.

Задача 6. Электрон находится в БГОППЯ с нулевым дном шириной 0,25 мкм в первом возбужденном состоянии. 1) Найти энергию электрона. 2) Фотон какой длины волны может излучить этот электрон? 3) В каких точках ямы плотность вероятности нахождения электрона наибольшая? 4) С какой вероятностью можно обнаружить электрон в левой одной восьмой части ямы?

Дано:

$$a = 0,25 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$\hbar = 1,06 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$n = 2$$

Решение:

Запишем кратко условие задачи, переводя нанометры в метры, и выпишем постоянные, которые потребуются при решении задачи: постоянную Планка h и постоянную Дирака \hbar , скорость света c и массу электрона m_e , запишем также номер n энергетического уровня, на котором находится электрон (самый нижний, первый уровень – основное состояние, а первый возбужденный – второй).

1) Энергия частицы, находящейся в потенциальной яме, квантуется, т. е. может принимать только дискретный набор значений.

$$1) W_2 - ?$$

$$2) \lambda - ?$$

$$3) x_i|_{\psi^2-\max} - ?$$

$$4) \Pi(0 \leq x \leq a/8) - ?$$

Для электрона, находящегося в БГОПЯ с нулевым дном, разрешенные значения энергии определяются формулой

$$W_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e a^2} n^2. \quad (1.54)$$

Подставим значения величин в формулу (1.54) и выполним расчет:

$$W_2 = \frac{3,14^2 \cdot (1,06 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (0,25 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 2^2 = 3,89 \cdot 10^{-24} \text{ (Дж)}. \quad (1.55)$$

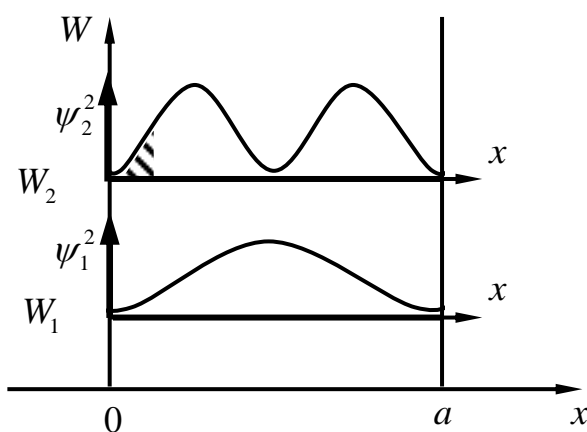


Рис. 2

2) Согласно второму постулату Бора электрон излучает энергию (фотон) при скачкообразном переходе с верхних уровней на нижние (рис. 2), при этом энергия испущенного фотона равна разности энергий уровней, между которыми произошел переход. Поскольку со второго уровня «вниз» перейти можно только на первый, то энергия фотона (с учетом гипотезы Планка)

$$\frac{hc}{\lambda} = W_2 - W_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e a^2} (2^2 - 1^2). \quad (1.56)$$

Выразим отсюда длину волны и с учетом того, что $h = 2\pi\hbar$, получим:

$$\lambda = \frac{8m_e a^2 c}{3h}. \quad (1.57)$$

Подставим числа в формулу (1.57) и выполним расчет:

$$\lambda = \frac{8 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (0,25 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 3,0 \cdot 10^8}{3 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} = 68,7 \text{ (мм)}. \quad (1.58)$$

3) М. Борн догадался, что волновая функция, введенная в квантовую физику Эрвином Шредингером, имеет статистический смысл: квадрат модуля волновой функции равен плотности вероятности, с которой квантовую частицу можно обнаружить в окрестности заданной точки.

Волновая функция частицы, находящейся в БГОПЯ с нулевым дном, определяется выражением

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi n}{a} x\right), \quad (1.59)$$

а плотность вероятности, записанная для второго (первого возбужденного) состояния примет вид:

$$f(x) = \psi_2^2(x) = \frac{2}{a} \sin^2\left(\frac{2\pi}{a} x\right). \quad (1.60)$$

Чтобы найти точки экстремума, вычислим производную по x , применяя правило дифференцирования сложной функции, и приравняем ее к нулю

$$f'(x) = \frac{2}{a} 2 \sin\left(\frac{2\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right) \frac{2\pi}{a} = 0. \quad (1.61)$$

Сворачивая синус двойного угла и решая тригонометрическое уравнение, получим:

$$\frac{4\pi}{a} x = \pi k, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.62)$$

На интервале от 0 до a корни уравнения будут такими:

$$x_1 = 0; \quad x_2 = a/4; \quad x_3 = a/2; \quad x_4 = 3a/4; \quad x_5 = a. \quad (1.63)$$

Далее можно было бы вычислить вторую производную и по ее знаку в точках x_1, \dots, x_5 выбрать максимумы и минимумы. Однако проще начертить зависимость плотности вероятности от координаты и на рисунке обнаружить, что максимумы приходятся на точки

$$x_2 = a/4; \quad x_4 = 3a/4. \quad (1.64)$$

Заметим, что такой результат виден на рис. 2 и без вывода и решения тригонометрического уравнения.

4) Вероятность, с которой можно обнаружить электрон в левой восьмой части ямы, вычислим интегрированием плотности вероятности по заданному интервалу:

$$\begin{aligned} \Pi(0 \leq x \leq a/8) &= \int_0^{a/8} f(x) dx = \int_0^{a/8} \psi_2^2(x) dx = \frac{2}{a} \int_0^{a/8} \sin^2\left(\frac{2\pi}{a}x\right) dx = \\ &= \left[\frac{x}{a} - \frac{1}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi}{a}x\right) \right]_0^{a/8} = 0,0454. \end{aligned} \quad (1.65)$$

Полученное значение вероятности показано на рис. 2 заштрихованной площадью.

Ответ: 1) $W_2 = 3,9 \cdot 10^{-24}$ Дж; 2) $\lambda = 69$ нм;
3) max: $x_2 = a/4; \quad x_4 = 3a/4$; 4) $\Pi(0 \leq x \leq a/8) = 0,045$.

2. АТОМНАЯ ФИЗИКА

Простейший объект исследования атомной физики – атом водорода. Решение уравнения Шредингера для частицы в центрально симметричном поле сил (именно в таком кулоновском поле ядра находится электрон в атоме) существует только при дискретном наборе трех квантовых чисел, определяющих также дискретный набор разрешенных значений энергии электрона, модуля и проекции его момента импульса.

Задача 7. В результате электронного удара атом водорода получил энергию и перешел во второе возбужденное состояние. 1) Найти энергию электрона в атоме в этом состоянии (в электрон-вольтах). 2) Записать возможные значения четырех квантовых чисел электрона, находящегося в этом состоянии, и вычислить степень его вырождения. 3) Вычислить возможные значения модуля

момента импульса электрона в этом состоянии и его проекции. 4) Какую энергию получил атом в результате электронного удара? 5) Какой длины волны фотон, принадлежащий серии Бальмера, может быть излучен? 6) В какое состояние при этом перешел электрон, если при получении энергии он оказался в $3s$ -состоянии? 7) Найти наибольшую и наименьшую длину волны в серии Бальмера.

Дано:

$$W_1 \rightarrow W_3$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$1) W_3 - ?$$

$$2) n, \ell, m_{\ell z}, m_{sz}, N - ?$$

$$3) L - ? L_z - ?$$

$$4) W - ?$$

$$5) \lambda - ?$$

$$6) \ell - ?$$

$$7) \lambda_{\max} - ? \lambda_{\min} - ?$$

Решение:

Запишем кратко условие задачи и постоянные, которые потребуются при решении: постоянные Планка h и Дирака \hbar и скорость света в вакууме c .

1) Электрон в атоме может находиться лишь в определенных состояниях, которые характеризуются набором квантовых чисел. Энергия электрона определяется главным квантовым числом n , соответствующим номеру уровня, и вычисляется для атома водорода и водородоподобного атома по формуле (в электрон-вольтах):

$$W_n = -13,6 \frac{Z^2}{n^2}, \quad (2.1)$$

где Z – порядковый номер элемента. Подставляя данные условия задачи (очевидно, что для водорода $Z = 1$, а второму возбужденному состоянию соответствует $n = 3$), получим:

$$W_3 = -13,6 \frac{1}{3^2} = -1,51 (\text{эВ}). \quad (2.2)$$

2) Возможные значения орбитального ℓ и магнитного $m_{\ell z}$ квантовых чисел зависят от главного квантового числа n и определяются выражениями:

$$\ell = 0, 1, \dots, n-1; \quad (2.3)$$

$$m_{\ell z} = 0, \pm 1, \dots, \pm \ell, \quad (2.4)$$

а спиновое квантовое число может принимать только два значения:

$$m_{sz} = \pm \frac{1}{2}. \quad (2.5)$$

Следовательно, электрон, находящийся на третьем уровне, может иметь следующие наборы квантовых чисел:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } n = 3; \ell = 0; m_{\ell z} = 0; m_{sz} = \pm \frac{1}{2}; \\
 \text{б) } n = 3; \ell = 1; m_{\ell z} = 0, \pm 1; m_{sz} = \pm \frac{1}{2}; \\
 \text{в) } n = 3; \ell = 2; m_{\ell z} = 0, \pm 1, \pm 2; m_{sz} = \pm \frac{1}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

Степень вырождения энергетического уровня (квантового состояния) равна количеству наборов квантовых состояний, в которых может находиться электрон в данном квантовом состоянии, и определяется формулой

$$N = 2 \sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell + 1) = 2n^2. \tag{2.7}$$

Подставляя значение n в формулу (2.7), получим:

$$N = 2 \cdot 3^2 = 18. \tag{2.8}$$

В правильности полученного результата можно убедиться прямым подсчетом количества возможных состояний, записанных в первой половине этого пункта решения задачи.

3) Момент импульса электрона в атоме определяется орбитальным квантовым числом ℓ , а его проекция – магнитным квантовым числом $m_{\ell z}$, по формулам:

$$L = \hbar \sqrt{\ell(\ell + 1)}; \tag{2.9}$$

$$L_z = m_{\ell z} \hbar. \tag{2.10}$$

Подставляя возможные значения орбитального и магнитного квантовых чисел (см. пункт 2 решения задачи) в уравнение (2.10), получим:

$$\begin{aligned}
 L &= 0; \\
 L &= 1,055 \cdot 10^{-34} \sqrt{1(1+1)} = 1,49 \cdot 10^{-34} \text{ (Н} \cdot \text{м)};
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

$$L = 1,055 \cdot 10^{-34} \sqrt{2(2+1)} = 2,58 \cdot 10^{-34} \text{ (Н} \cdot \text{м)};$$

$$\begin{aligned}
 L_z &= 0; \\
 L_z &= \pm 1 \cdot 1,055 \cdot 10^{-34} = \pm 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ (Н} \cdot \text{м)};
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

$$L_z = \pm 2 \cdot 1,055 \cdot 10^{-34} = \pm 2,11 \cdot 10^{-34} \text{ (Н} \cdot \text{м)}.$$

Заметим, что для каждого значения орбитального квантового числа возможные значения проекции меньше модуля орбитального момента. Заметим также, что две другие проекции орбитального момента являются неопределенными.

4) Согласно второму постулату Бора электрон скачком переходит с уровня на уровень, поглощая (или излучая) при этом энергию, равную разности уровней, между которыми происходит переход:

$$W = W_{\text{верх}} - W_{\text{нижн}}. \quad (2.13)$$

В данном случае для перехода из основного состояния во второе возбужденное в результате электронного удара электрон в атоме водорода получил энергию (см. пункт 1 решения задачи)

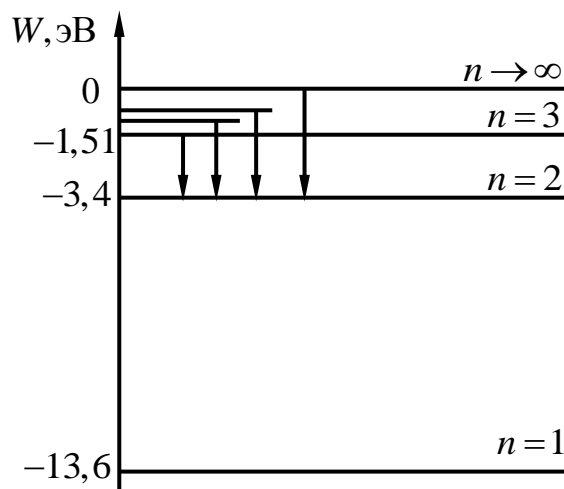


Рис. 3

$$W = -13,6 \frac{1}{3^2} - \left(-13,6 \frac{1}{1^2} \right) = 12,1 (\text{эВ}). \quad (2.14)$$

5) Серия спектральных линий Бальмера объединяет линии излучения атома, наблюдаемые при переходе электрона с вышележащих уровней на второй (первое возбужденное состояние). Следовательно, в данном вопросе речь идет о единственно возможной линии излучения серии Бальмера – красной линии излучения атома водорода, наблюдающейся при переходе электрона с третьего уровня на второй. Тогда согласно второму постулату Бора запишем:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{\text{верх}} - W_{\text{нижн}}. \quad (2.15)$$

Выражая длину волны и подставляя числовые значения в формулу (2.15), получим:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{\left[-13,6 \frac{1}{3^2} - \left(-13,6 \frac{1}{2^2} \right) \right] \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 658 (\text{нм}). \quad (2.16)$$

6) Согласно так называемому правилу отбора в атоме разрешены только те переходы между подуровнями, при которых орбитальное квантовое число изменяется на единицу:

$$\Delta\ell = \pm 1. \quad (2.17)$$

Таким образом, из $3s$ -состояния ($\ell = 0$) переход на второй уровень возможен только в $2p$ -состояние ($\ell = 1$).

7) Наибольшая длина волны серии Бальмера соответствует наименьшей энергии фотона и излучается при переходе электрона с третьего уровня на второй. Именно эта длина волны была вычислена в пункте 5 решения задачи. Фотоны наименьшей длины волны в этой серии будут излучены при переходе электрона с самого верхнего уровня $n = \infty$ на второй:

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = W_{\infty} - W_2. \quad (2.18)$$

Выражая длину волны, подставляя выражения для энергии уровня (см. пункт 1 решения задачи) и затем числовые значения в формулу (2.18), получим:

$$\lambda_{\min} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{13,6 \frac{1}{2^2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 366 \text{ (нм)}. \quad (2.19)$$

Видно, что длина волны лежит за пределами видимого диапазона.

Ответ: 1) $W_3 = -1,51 \text{ эВ}$; 2) $N = 18$;

3) $L = 0; 1,49 \cdot 10^{-34}; 2,58 \cdot 10^{-34} \text{ Н} \cdot \text{м}$; $L_z = 0; \pm 1,055 \cdot 10^{-34}; \pm 2,11 \cdot 10^{-34} \text{ Н} \cdot \text{м}$;

4) $W = 12,1 \text{ эВ}$; 5) $\lambda = 658 \text{ нм}$; 6) $2p$; 7) $\lambda_{\max} = 658 \text{ нм}$, $\lambda_{\min} = 366 \text{ нм}$.

3. ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

В этом разделе физики принято массы ядер измерять в атомных единицах массы, а энергии – в мегаэлектронвольтах. Разумеется, что при подстановках в формулы числовых значений все величины нужно выразить в единицах системы СИ умножением на соответствующие множители.

Задача 8. Ядро урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ испытывает самопроизвольный α -распад с периодом полураспада $7,04 \cdot 10^8$ лет. 1) Сколько протонов и нейтронов находится в

ядре урана? 2) Во сколько раз уменьшилось количество этого изотопа урана за время существования Земли (4,5 млрд лет). 3) Записать уравнение реакции и найти, какое ядро образуется. 4) Вычислить дефект массы материнского ядра, его энергию связи и удельную энергию связи. 5) Сколько энергии выделится в этой реакции? 6) Сколько энергии выделится при распаде 2,35 г этого изотопа урана? 7) Сколько α - и β -распадов произойдет при превращении ядра урана в стабильный изотоп свинца $^{207}_{82}\text{Pb}$?

Дано:



$$T_{1/2} = 7,04 \cdot 10^8 \text{ лет.}$$

$$t = 4,5 \cdot 10^9 \text{ лет}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$m = 2,35 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$M_U = 235,0439299 \text{ а.е.м.}$$

$$m_p = 1,007276470 \text{ а.е.м.}$$

$$m_n = 1,008665012 \text{ а.е.м.}$$

$$M_{He} = 4,002603267 \text{ а.е.м.}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$1) Z - ? N - ?$$

$$2) \frac{N_0}{N_t} - ?$$

$$3) {}^A_Z Y - ?$$

$$4) \Delta m - ? \Delta W_{\text{св}} - ? W_{\text{уд}} - ?$$

$$5) W - ?$$

$$6) W_m - ?$$

$$7) k - ? n - ?$$

Решение:

Запишем кратко условие задачи и постоянные, которые потребуются при решении: скорость света в вакууме c и массы протона и нейтрона и ядер урана и гелия.

1) Ядро атома состоит из протонов и нейтронов и в общем случае обозначается ${}^A_Z X$, где X – химический символ элемента (атома), нижний префикс показывает количество протонов в ядре, а верхний – количество протонов и нейтронов. Таким образом, количество протонов указано в обозначении, а количество нейтронов вычислим из очевидной формулы:

$$N = A - Z. \quad (3.1)$$

Подставляя числа в выражение (3.1), получим:

$$N = 235 - 92 = 143. \quad (3.2)$$

2) Процесс самопроизвольного распада ядер описывается законом радиоактивного распада:

$$N_t = N_0 2^{-t/T_{1/2}}. \quad (3.3)$$

Выражая отсюда искомое уравнение и подставляя числа в формулу (3.3), получим:

$$\frac{N_0}{N_t} = 2^{t/T_{1/2}} = 2^{4,5 \cdot 10^9 / 7,04 \cdot 10^8} = 84 \text{ (раза)}. \quad (3.4)$$

3) Поскольку α -частица является ядром атома гелия, то уравнение ядерной реакции имеет вид:

$${}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_Z^A\text{Y} + {}_2^4\text{He}. \quad (3.5)$$

Неизвестные A и Z вычислим по закону сохранения электрического и барионного зарядов (либо руководствуясь правилом смещения):

$$A = 235 - 4 = 231; \quad Z = 92 - 2 = 90. \quad (3.6)$$

По таблице Д. И. Менделеева находим, что элемент с порядковым номером $Z = 90$ – торий. Искомая ядерная реакция принимает окончательный вид:

$${}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{231}\text{Th} + {}_2^4\text{He}. \quad (3.7)$$

4) Дефект массы является следствием того, что при образовании ядра из протонов и нейтронов благодаря силам притяжения ядро сбросило избыточную энергию, а значит, и массу с учетом знаменитой формулы Эйнштейна, связывающей массу и энергию, и вычисляется по формуле:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_U \text{ (эВ)}. \quad (3.8)$$

Подставляя числа в формулу (3.8), получим:

$$\begin{aligned} \Delta m &= 92 \cdot 1,007276470 + (235 - 92) \cdot 1,008665012 - 235,0439299 = \\ &= 1,864602056 \text{ а.е.м.} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Энергию связи и удельную энергию связи вычислим по формулам:

$$\Delta W_{\text{св}} = c^2 \Delta m; \quad (3.10)$$

$$W_{\text{уд}} = \frac{\Delta W_{\text{св}}}{A}. \quad (3.11)$$

Подставим числа в уравнения (3.10) и (3.11), переведя дефект массы в килограммы умножением на множитель $1,66 \cdot 10^{-27}$, получим:

$$\Delta W_{\text{св}} = (3,0 \cdot 10^8)^2 \cdot 1,86 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 2,78 \cdot 10^{-10} \text{ (Дж)} = 1,74 \text{ (ГэВ)}; \quad (3.12)$$

$$W_{\text{уд}} = \frac{2,78 \cdot 10^{-10}}{235} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ (Дж)} = 7,39 \text{ (МэВ)}, \quad (3.13)$$

5) При ядерной реакции, которая идет с выделением энергии, масса продуктов реакции меньше массы исходного (материнского) ядра. Выделившаяся в результате реакции энергия связана с уменьшением массы продуктов распада той же формулой Эйнштейна:

$$W = c^2 \Delta m = c^2 (M_U - M_{Th} - M_{He}), \quad (3.14)$$

Подставляя значения (атомную массу тория можно найти в справочнике) в формулу (3.14), получим:

$$\begin{aligned} W &= (3,0 \cdot 10^8)^2 \cdot (235,0439299 - 231,0363043 - 4,002603267) \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = \\ &= 7,49 \cdot 10^{-13} \text{ (Дж)} = 4,68 \text{ (МэВ)}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

6) Энергия, которая выделится при распаде N ядер

$$W_m = NW. \quad (3.16)$$

Количество ядер вычислим по формулам, известным из молекулярной физики:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A. \quad (3.17)$$

Подставляя в формулу (3.17), получим:

$$W_m = \frac{m}{M} N_A W. \quad (3.18)$$

Подставим числовые значения в уравнение (3.18) и выполним расчет:

$$W_m = \frac{2,35 \cdot 10^{-3}}{235 \cdot 10^{-3}} 6,022 \cdot 10^{23} \cdot 7,49 \cdot 10^{-13} = 4,51 \text{ (ГДж)}. \quad (3.19)$$

7) Превращение ядра урана в ядро свинца опишем в виде:

$${}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{82}^{207}Pb + k {}_2^4He + n {}_{-1}^0e, \quad (3.20)$$

где k и n – количество α - и β -распадов соответственно.

Применяя закон сохранения электрического заряда к нижним префиксам, а барионного заряда (массового числа) – к верхним, получим:

$$\begin{cases} 82 + 2k + (-1)n = 92; \\ 207 + 4k = 235. \end{cases} \quad (3.21)$$

Из второго уравнения системы (3.21) находим количество α -распадов, а затем из первого – количество β -распадов:

$$\begin{cases} k = (235 - 207)/4 = 7; \\ n = -(92 - 82 - 2 \cdot 7) = 4. \end{cases} \quad (3.22)$$

Ответ: 1) $Z = 92, A = 143$; 2) $\frac{N_0}{N_t} = 84$ раза; 3) ${}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{231}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$;

4) $\Delta m = 1,86$ а.е.м.; $\Delta W_{\text{св}} = 1,74$ (ГэВ); $W_{\text{уд}} = 7,39$ (МэВ);

5) $W = 4,68$ (МэВ); 6) $W_m = 4,51$ (ГэВ); 7) $k = 7, n = 4$.

Библиографический список

1. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М., 2006. 560 с.
2. Детлаф А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. М., 2003. 607 с.
3. Савельев И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. М., 2007. Т. 3. 320 с.

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Таблица П.1

Физические постоянные

Физическая постоянная	Значение
Скорость света в вакууме c , м/с	$3,0 \cdot 10^8$
Постоянная Планка h , Дж·с	$6,63 \cdot 10^{-34}$
\hbar , Дж·с	$1,05 \cdot 10^{-34}$
Комптоновская длина волны электрона λ_c , м	$2,42 \cdot 10^{-12}$
Постоянная Стефана – Больцмана σ , Вт/(м ² К ⁴)	$5,67 \cdot 10^{-8}$
Постоянная Вина b , К·м	$2,9 \cdot 10^{-3}$
Постоянная Больцмана k_B , Дж/К	$1,38 \cdot 10^{-23}$
Универсальная газовая постоянная R , Дж/(моль·К)	8,31
Энергия ионизации атома водорода W_i , эВ	13,6
Число Авогадро N_A , моль ⁻¹	$6,02 \cdot 10^{23}$

Таблица П.2

Заряд и масса покоя частиц

Название частицы	Заряд, Кл	Масса покоя, кг
Электрон	$-1,60 \cdot 10^{-19}$	$9,11 \cdot 10^{-31}$
Протон	$+1,60 \cdot 10^{-19}$	$1,67 \cdot 10^{-27}$
Альфа-частица	$+3,20 \cdot 10^{-19}$	$6,64 \cdot 10^{-27}$

Таблица П.3

Десятичные приставки

Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
милли	м	10^{-3}	кило	к	10^3
микро	мк	10^{-6}	мега	М	10^6
нано	н	10^{-9}	гига	Г	10^9
пико	п	10^{-12}	тера	Т	10^{12}

Таблица П.4

Интервалы длины волн и
соответствующие им цвета видимой части спектра

Цвет спектра	Длина волны, нм	Цвет спектра	Длина волны, нм
Красный	760 – 620	Голубой	500 – 480
Оранжевый	620 – 590	Синий	480 – 450
Желтый	590 – 560	Фиолетовый	450 – 380
Зеленый	560 – 500		

Таблица П.5

Плотность вещества

Вещество	Плотность ρ , г/см ³	Вещество	Плотность ρ , г/см ³
Алюминий	2,7	Серебро	10,5
Медь	8,9	Цезий	1,87

Таблица П.6

Работа выхода электрона из металла

Металл	$A_{\text{в}}$, эВ	Металл	$A_{\text{в}}$, эВ
Алюминий	3,74	Медь	4,47
Вольфрам	4,54	Платина	5,29

Таблица П.7

Атомная масса нуклонов и изотопов некоторых элементов

Изотоп	${}^1_1\text{p}$	${}^1_0\text{n}$	${}^{11}_5\text{B}$	${}^7_3\text{Li}$
Ат. масса, а. е. м.	1,007276470	1,008665012	11,0093055	7,0160040
Изотоп	${}^2_1\text{D}$	${}^3_1\text{T}$	${}^4_2\text{He}$	${}^3_2\text{He}$
Ат. масса, а. е. м.	2,014101795	3,0160493	4,002603267	3,01602968

Таблица П.8

Некоторые внесистемные единицы измерения физических величин

Название	Значение	Название	Значение
1 электронвольт (эВ)	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж	1 литр (л)	10^{-3} м ³
1 ат. ед. массы (а. е. м.)	$1,66057 \cdot 10^{-27}$ кг	1 килокалория (ккал)	4,1868 Дж

Учебное издание

ЛИТНЕВСКИЙ Леонид Аркадьевич,
СОСНОВСКИЙ Юрий Михайлович

КВАНТОВАЯ, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА.
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Учебно-методическое пособие

Редактор Н. А. Майорова
Корректор И. А. Сенеджук

Подписано в печать 18.04.2016. Формат $60 \times 84 \frac{1}{16}$.
Офсетная печать. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 1,9. Уч.-изд. л. 2,0.
Тираж 800 экз. Заказ .

**

Редакционно-издательский отдел ОмГУПСа
Типография ОмГУПСа

*

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35