Л Е К Ц И Я № 14

Гл. 2. Волны

Процесс распространения колебаний в пространстве называется ***волной***.

Механические волны могут быть только в упругой среде, где колебание передается частицами среды друг другу. Волны бывают поперечные и продольные.

Поперечная волна – это волна, в которой колебание частиц среды происходит перпендикулярно направлению распространения волны (струна гитары, волна на поверхности воды).

Продольная волна – это волна, в которой колебание частиц среды происходит вдоль направления распространения волны (звуковая волна).

Скорость распространения колебаний в пространстве называется ***скоростью волны***, а минимальное расстояние, которое волна проходит за один период колебания, называется ***длиной волны*** λ:

$$\boldsymbol{\lambda = \upsilon \cdot T = \frac{2\pi\upsilon}{\omega}}, \quad [\lambda] = \text{м} \tag{14-1}$$

Длина волны – одна из важнейших характеристик волны.

1. Уравнение бегущей волны

Пусть в начале координат ИСО находится осциллятор, который совершает гармонические колебания в упругой среде. Будем обозначать смещение частиц среды от положения равновесия через $\boldsymbol{\xi(x,y,z,t)}$.

Тогда для $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ $\boldsymbol{\xi(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)}$, а для любой точки $x \neq 0$ (в одномерном случае) можно записать

$$\boldsymbol{\xi(x,t) = A\cos\left[\omega(t-\tau)+\varphi_0\right] = A\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{\upsilon}x + \varphi_0\right)},$$

где $\boldsymbol{\tau = \frac{x}{\upsilon}}$ – время, за которое волна достигает точки с координатой x.

$$\boldsymbol{\frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi\nu}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\upsilon \cdot T} = \frac{2\pi}{\lambda} = k}, \tag{14-2}$$

где k – ***<u>волновое число</u>*** – физическая величина, показывающая, сколько длин волн укладывается на расстоянии 2π метров. $[k]$ = м$^{-1}$, $\vec{k}$ – волновой вектор, это псевдовектор, направленный по направлению скорости распространению волны $\vec{k} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$.

Тогда

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0) \tag{14-3}$$

– уравнение бегущей волны.

Составим дифференциальное уравнение волны.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= -\omega^2 \xi \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} &= -k^2 \xi \end{aligned}\right\} \qquad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\,\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\,\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \tag{14-4}$$

– это дифференциальное уравнение (волновое уравнение) бегущей волны, решением которого является функция (14-3).

2. Электромагнитные волны

Из уравнений Максвелла для электромагнитного поля имеем для $I_{пр} = 0$

$$\oint_{\ell} \vec{E}\,d\vec{\ell} = -\mu\mu_0 \int_S \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\,d\vec{S}$$

$$\oint_{\ell} \vec{H}\,d\vec{\ell} = \varepsilon\varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\,d\vec{S}$$

Переменное во времени магнитное (электрическое) поле порождает появление вихревого электрического (магнитного) поля. Этот процесс захватывает все новые и новые области пространства – в пространстве распространяется электромагнитное поле.

Процесс распространения электромагнитного поля в пространстве называется ***<u>электромагнитной волной</u>***.

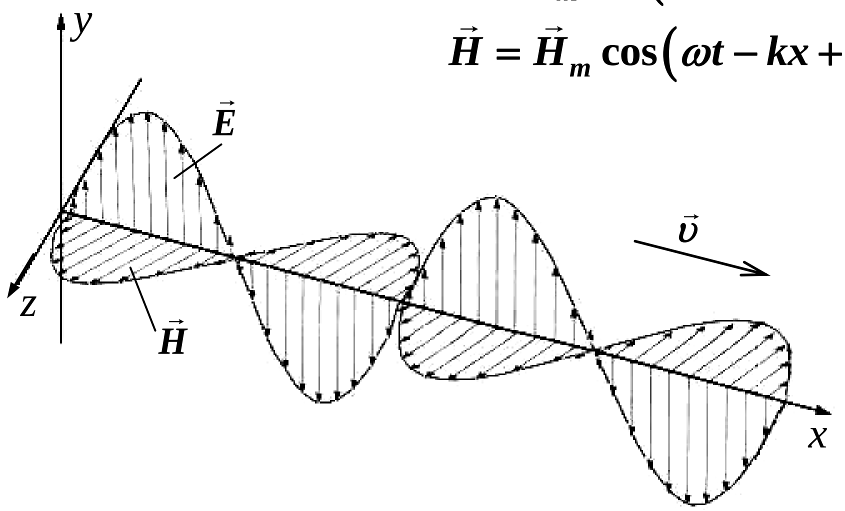
Для распространения электромагнитной волны не обязательно наличие частиц упругой среды, ибо в электромагнитной волне происходят колебания векторов напряженности электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей.

По аналогии с (14-4) дифференциальное уравнение электромагнитной волны будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\ \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \qquad (14\text{-}5)$$

Решением дифференциальных уравнений (14-5) является гармоническая функция типа (14-3)

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos\left(\omega t - kx + \varphi_0\right)$$
$$\vec{H} = \vec{H}_m \cos\left(\omega t - kx + \varphi_0\right) \qquad (14\text{-}6)$$



$\vec{E} \perp \vec{H}$

$\vec{E}, \vec{H} \perp \vec{\upsilon}$

Эл/м волна – поперечная !

Решая уравнение Максвелла относительно скорости распространения волн, Максвелл получил:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \qquad (14\text{-}7)$$

где $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8$ м/с – электродинамическая *const* = скорость света в вакууме.

Гипотеза Максвелла: свет – это электромагнитная волна!

Источники электромагнитных волн:

– ускоренно движущийся электрический заряд;

– открытый электрический колебательный контур (вибратор Герца).

3. Плотность потока энергии волны

Бегущая волна не переносит вещество, но переносит в пространстве энергию. Величина энергии dW, переносимая волной за время dt через площадку площадью $dS_\perp$, расположенную перпендикулярно направлению переноса, называется ***плотностью потока энергии волны***:

$$\Pi = \frac{dW}{dtdS_{\perp}}, \ [\Pi] = \text{Вт/м}^2. \qquad (14\text{-}7)$$

$\vec{\Pi}$ – это псевдовектор, направленный в сторону распространения волны $\vec{\Pi} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$.

Объемная плотность энергии в упругой волне

$$\omega = \frac{dW}{dV} = \frac{\rho\omega^2 A^2}{2}$$

где dV – объем среды, в котором заключена масса $dm = \rho dV$;

ρ – плотность среды;

ω – циклическая частота колебаний волны;

A – амплитуда волны.

Т. к. $dV = dS_{\perp}\upsilon dt$, тогда

$$\vec{\Pi} = \omega \cdot \vec{\upsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \cdot \vec{\upsilon} \qquad (14\text{-}8)$$

– вектор Умова.

Для электромагнитной волны

$$dW = dW_e + dW_m, \quad W_e = W_{e\max}\sin^2\varphi; \quad W_m = W_{m\max}\cos^2\varphi$$

Средняя по времени энергия электромагнитной волны, переносимая за время dt через площадку площадью $dS_{\perp}$, расположенную перпендикулярно направлению переноса, называется ***<u>интенсивностью волны</u>***:

$$\langle \Pi \rangle = \frac{\langle dW \rangle}{dt \cdot S_{\perp}} = I, \qquad [I] = \text{Вт/м}^2 \qquad (14\text{-}9)$$

I – скалярная величина.

Т. к. $dW = \omega_{em} dV = \omega_{em} \cdot dS_{\perp} \cdot \upsilon dt$, тогда

$$I = \upsilon \cdot \omega_{em} \qquad (14\text{-}10)$$

Для электромагнитной волны:

$$\omega_{em} = \omega_e + \omega_m = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Для любого момента времени

$$\omega_e = \omega_m \;\to\; \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\,E = \sqrt{\mu\mu_0}\,H\,;$$

– для вакуума $\varepsilon = 1, \quad \mu = 1$

$$E = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,H \cong 377\,H.$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}\,\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = E \cdot H$$

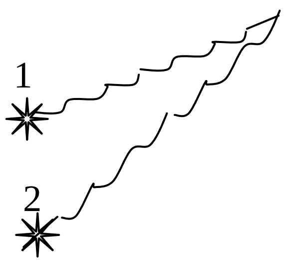
Тогда

$$\vec{\Pi} = \left[\vec{E} \cdot \vec{H}\right] \qquad (14\text{-}11)$$

– вектор Умова-Пойтинга ≡ плотность потока энергии эл/м волны

4. Интерференция волн

Волны от разных источников могут в пространстве накладываться друг на друга. Тогда согласно ***<u>принципу суперпозиции волн</u>*** можно записать:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$$

$$E^2 = E_1^{\,2} + 2\vec{E}_1\vec{E}_2 + E_2^{\,2}$$

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = E_1 E_2 \cos\alpha$$

$$\vec{E}_1 \uparrow\uparrow \vec{E}_2 \qquad\qquad A^2 = A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = \left(\omega_2 - \omega_1\right)t - \left(k_2x_2 - k_1x_1\right) + \left(\varphi_{20} - \varphi_{10}\right)$$

$$\langle E^2 \rangle \sim I$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi \qquad (14\text{-}12)$$

Если $\Delta\varphi = const$

1) $\omega_1 = \omega_2 \left(k_1 = k_2\right)$ – ***монохроматичные волны*** – волны, у которых одинаковые частоты колебаний (одинаковая длина волны);

2) тогда $\Delta\varphi_0 = const$.

Такие волны называются ***когерентными*** (волны, у которых разность фаз не зависит от времени).

Тогда при сложении таких волн в разных точках интенсивность будет разная в зависимости от $\Delta\varphi$ для данной точки:

$$I \neq const$$

Если $\Delta\varphi = k\Delta x + \Delta\varphi_0 = 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, \ldots$

$$\cos\Delta\varphi = +1$$

тогда

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = I_{\max}$$

Если $\Delta\varphi = k\Delta x + \Delta\varphi_0 = 2\pi\left(m - \frac{1}{2}\right), \quad m = 1, 2, 3, \ldots$

$$\cos\Delta\varphi = -1$$

тогда

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = I_{\min}$$

Результат наложения ***когерентных волн***, при котором в местах наложения наблюдаются усиление и ослабление амплитуды (интенсивности), наблюдаются **max** и **min**, называется ***интерференцией***.

Если $\Delta\varphi_0 = 0$, тогда $k\Delta x = 2\pi m \rightarrow$

$$\Delta x = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots \qquad (14\text{-}13)$$

– это условие ***интерференционного максимума***.

Если $k\Delta x = \left(m - \frac{1}{2}\right)2\pi \rightarrow$

$$\Delta x = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \ldots \qquad (14\text{-}14)$$

– это условие ***интерференционного минимума***.

Если $\Delta\varphi \neq const$, а $\Delta\varphi = f(t)$

$\omega_1 \neq \omega_2$, $k_1 \neq k_2$, тогда $<\cos\Delta\varphi> = 0$

$$I = I_1 + I_2 \tag{14-15}$$

Такие волны называются ***некогерентными***.

5. Стоячая волна

Стоячая волна – это результат сложений бегущей и отраженной от какой-то преграды волн.

$$\begin{aligned} \xi_1(x,t) &= A\cos(\omega t - kx) \\ \xi_2(x,t) &= A\cos(\omega t + kx) \\ \xi &= \xi_1 + \xi_2 = 2A\cos(kx)\cdot\cos(\omega t) \end{aligned} \tag{14-16}$$

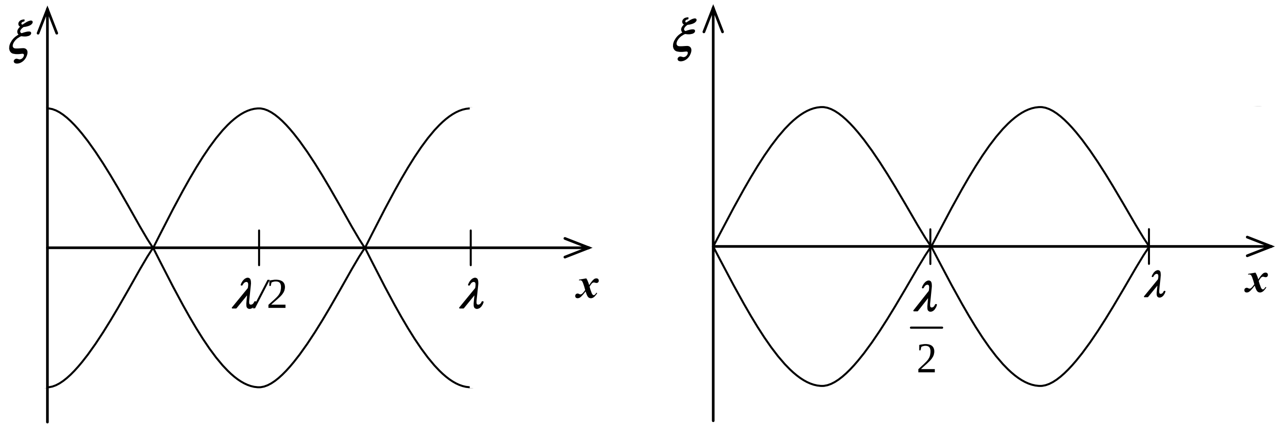
– уравнение стоячей волны

Правило: – при отражении волны от ***менее плотной*** среды

$$\Delta\varphi = 0$$

– при отражении волны от ***более плотной*** среды

$$\Delta\varphi = \pi$$



$$\cos kx = \pm 1 \qquad kx = m\pi, \qquad m = 0,1,2,...$$

$$x_{\text{пучн.}} = m\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0,1,2,... \tag{14-17}$$

$$\cos kx = 0 \qquad kx = \left(m - \frac{1}{2}\right)\pi, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

$$x_{\text{узл.}} = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \ldots \tag{14-18}$$

Расстояние между соседними «пучностями» или узлами

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}. \tag{14-19}$$

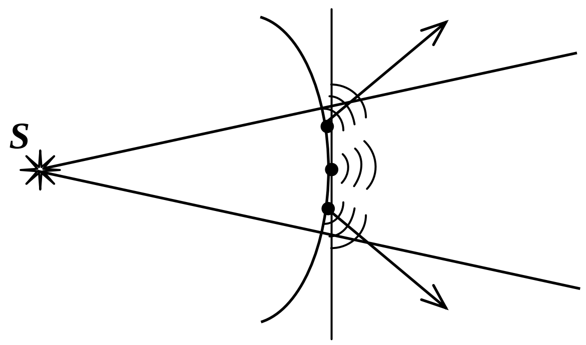
Условие существования стоячей волны:

$$L = m\frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \ldots \tag{14-20}$$

Стоячая волна не переносит энергию!

Если волна встречает на своем пути препятствие, соизмеримое с длиной волны, то она может обогнуть это препятствие. Это явление называется ***дифракцией волн***.

Объяснить дифракцию волн можно с помощью ***принципа Гюйгенса-Френеля***: каждая точка, до которой дошел фронт волны в данный момент времени, становится источником вторичных волн; огибающая этих волн представляет фронт волны в новый момент времени. Вторичные волны – когерентные и в дальнейшем, накладываясь друг на друга, интерферируют.



Если колебания частиц в упругой волне происходят в одной плоскости, то такая волна называется ***поляризованной***, а плоскость, в которой колеблются частицы, называют ***плоскостью поляризации***.

Для электромагнитных волн ***плоскостью поляризации*** называется плоскость, в которой колеблется вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$.

Если колебания частиц в упругой волне или колебания вектора $\vec{E}$ в электромагнитной волне никак не упорядочены (совершаются хаотично), то такие волны называются ***неполяризованными***.