

ЛЕКЦИЯ № 8

7. Момент импульса.

Закон сохранения момента импульса

Моментом импульса (моментом количества движения, кинетическим моментом) АТТ, участвующего во вращательном движении вокруг неподвижной оси называется векторная физическая величина, равная произведению момента инерции АТТ относительно оси вращения I на вектор его угловой скорости $\vec{\omega}$:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}. \quad (8-1)$$

Вектор \vec{L} направлен в сторону угловой скорости ($\vec{L} \parallel \vec{\omega}$).

В системе СИ момент импульса измеряется в $\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$.

Моментом импульса системы взаимодействующих тел, участвующих во вращательном движении, называется векторная сумма моментов импульса отдельных тел, входящих в систему:

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_n. \quad (8-1a)$$

Для системы взаимодействующих тел, участвующих во вращательном движении, основное уравнение динамики можно записать:

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_n) = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n.$$

Если система взаимодействующих частиц замкнутая (изолированная), то в ней выполняется закон сохранения момента импульса: в замкнутой системе взаимодействующих АТТ, участвующих во вращательном движении вокруг неподвижной оси, векторная сумма моментов импульсов АТТ до и после взаимодействия остается неизменной:

$$I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 + \dots + I_n \vec{\omega}_n = I'_1 \vec{\omega}'_1 + I'_2 \vec{\omega}'_2 + \dots + I'_n \vec{\omega}'_n. \quad (8-2)$$

Для записи этого векторного уравнения в скалярной форме выбирают удобную ИСО (ось Oz направляют вдоль оси вращения) и находят проекции всех векторов на эту ось Oz :

$$I_{1z}\omega_{1z} + I_{2z}\omega_{2z} + \dots + I_{nz}\omega_{nz} = I'_{1z}\omega'_{1z} + I'_{2z}\omega'_{2z} + \dots + I'_{nz}\omega'_{nz}.$$

Если система АТТ не замкнутая, но $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n = 0$, тогда суммарный момент импульса системы тел также сохраняется.

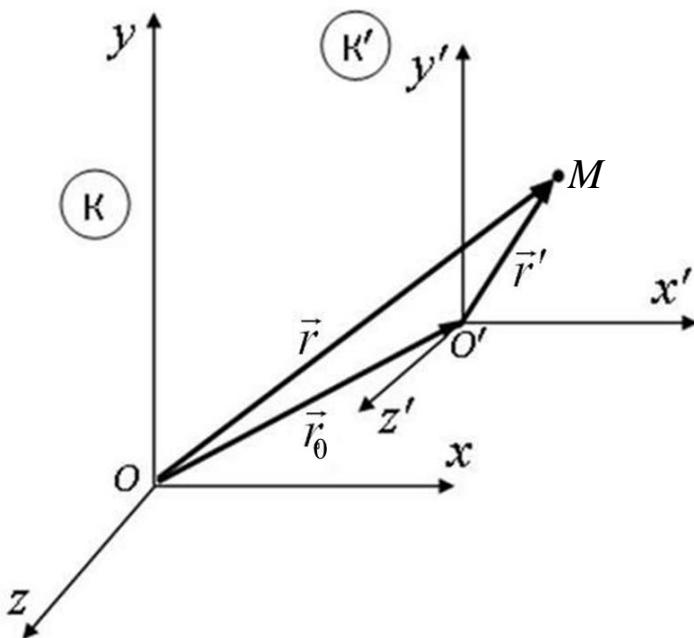
И, наконец, если система не замкнутая и $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n \neq 0$, но равна нулю проекция равнодействующего момента всех сил на ось вращения Oz :

$$M_{1z} + M_{2z} + \dots + M_{nz} = 0,$$

тогда выполняется закон сохранения проекции момента импульса на эту ось Oz .

Демонстрации: №8. ЗСМИ
 №9. ЗСМИ 2
 №10. Гироскоп
 №11. Гироскоп 2

Гл. 4. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции



Система отсчета K – ИСО, система отсчета K' движется относительно системы K со скоростью $\vec{v}_0 \neq const$. Значит, система K' – неинерциальная НСО.

Для точки M можно записать:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'.$$

Продифференцировав по времени:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'.$$

Продифференцировав еще раз по времени:

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$$

Если $\vec{a}_0 \neq 0$, тогда $\vec{a}' \neq \vec{a}$, т. е. K' – НСО.

Домножив на массу, получим:

$$m\vec{a} = m\vec{a}_0 + m\vec{a}'$$

В ИСО по второму закону Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$, где \vec{F} – равнодействующая всех сил, действующих на частицу со стороны других частиц. В НСО K' можно записать:

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_0$$

Введя «фиктивную силу» – силу инерции

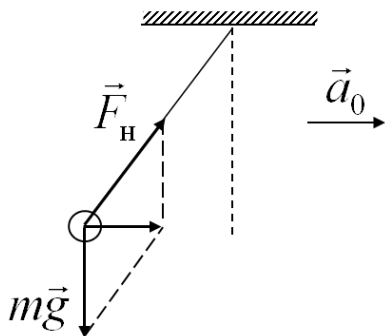
$$\vec{f}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_0$$

можно записать второй закон Ньютона в НСО K' в той же форме, что и в ИСО:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{f}_{\text{ин}}$$

Пример: Частица массой m , висющая на упругой нити, находится в движущейся с ускорением \vec{a}_0 системе.

Основные уравнения динамики частицы в ИСО и НСО будут записаны в виде:

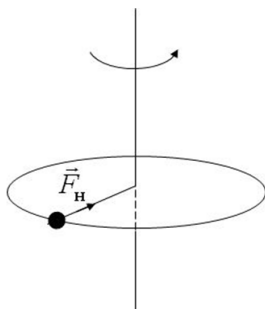


$$\text{ИСО: } m\vec{a}_0 = m\vec{g} + \vec{F}_H$$

$$\text{НСО: } 0 = m\vec{g} + \vec{F}_H + \vec{f}_{\text{ин}}$$

$$\vec{f}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_0 = -(m\vec{g} + \vec{F}_H)$$

$$m\vec{a}_0 = m\vec{g} + \vec{F}_H$$



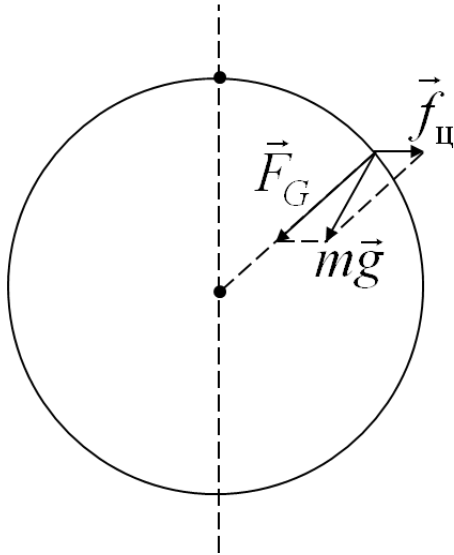
$$\text{ИСО: } m\vec{a}_{\text{ц}} = \vec{F}_H \quad \text{центростремительная сила}$$

$$\text{НСО: } 0 = \vec{F}_H + \vec{f}_{\text{ин}} \quad \text{центробежная сила}$$

$$\vec{f}_{\text{ин}} = m\omega^2 \vec{r}$$

$$f_{\text{ц}} = m\omega^2 R = \frac{mv^2}{R}$$

Земля – НСО. Следовательно для любого тела можно записать:



$$m\vec{a}' = \vec{F}_G + \vec{f}_{\text{ц}}$$

$$m\vec{g} = \vec{F}_G + \vec{f}_{\text{ц}}$$

т. е. сила тяжести не равна гравитационной силе и не направлена к центру Земли!

Экватор $m\vec{g} = \min$

Полюс $m\vec{g} = \max$

Если во вращающейся с угловой скоростью $\vec{\omega}$ системе частица движется со скоростью \vec{v}' , то на частицу в НСО действует сила Кориолиса.

Кориолисова сила $\vec{f}_c = 2m[\vec{v}'\vec{\omega}]$

Действием этой силы объясняется тот факт, что правые берега рек в северном полушарии подмыты всегда больше, чем левые.