

Понятие «Добротность осциллятора» в курсе общей физики технических вузов

Литневский Леонид Аркадьевич*, Хмырова Наталья Анатольевна**

Омский государственный университет путей сообщения, 644046 Омск, проспект Карла Маркса, 35.

e-mail: * litnevskyla@yandex.ru, ** nata_ruban@mail.ru

В статье рассматриваются проблемы формирования физического понятия «добротность осциллятора» у студентов технических специальностей вузов при изучении раздела «Колебания и волны» общего курса физики. Проведен подробный анализ всех определений добротности, приведенных в учебной литературе по физике для вузов. Показано, что физический смысл данного понятия раскрывается только при изучении вынужденных колебаний осциллятора. Предложены определения понятия «добротность», отражающие ее физический смысл. *Ключевые слова:* методика преподавания физики, формирование физических понятий, добротность, затухающие и вынужденные колебания.

Введение

Добротность – одна из характеристик осциллятора, которая широко применяется и к электромагнитным, и к механическим колебаниям. При этом представляют технический интерес как системы с высокими значениями добротности, так и осцилляторы с большим затуханием и, разумеется, с предельно низкими добротностями. Однако в наиболее распространенных учебниках по курсу общей физики для вузов эта физическая величина определена, как правило, лишь для малых затуханий и при этом весьма противоречиво [1-6].

Цель работы – предложить определения добротности, которые бы в полной мере отражали физическую сущность этой физической величины, что, на наш взгляд, улучшит качество преподавания данной темы общего курса физики.

Обзор определений добротности

Процитируем некоторые из учебных пособий в той части, которая посвящена формированию понятия добротности осцилляторов.

В учебном пособии И. В. Савельева [1] добротность определена в параграфе, описывающем затухающие колебания, «как величина, обратно пропорциональную логарифму отношения амплитуды колебаний к начальной амплитуде за время, равное периоду колебаний».

рифмическому декременту затухания: $Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e$. (...) В случае слабого затухания

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \text{.} \text{» (Аналогичное определение приведено и для механических колебаний [2].)}$$

Из приведенной цитаты следует, что первая из двух формул – точная, а вторая – приближенная, справедливая лишь при малом затухании.

Авторы А. А. Детлаф и Б. М. Яворский [3] определяют добротность как «произведение 2π на отношение энергии колебательной системы в произвольный момент времени к убыли этой энергии за условный период затухающих колебаний:

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)} \text{»}$$

и тоже рассматривает этот вопрос в параграфе, посвященном затухающим колебаниям. Далее авторы пишут: «При малых значениях логарифмическо-

го декремента (...) добротность колебательной системы $Q \approx \frac{\pi}{\delta}$ », приводя последнюю

формулу уже как приближенную. Более того, и первая формула не лишена противоречий: из нее, в частности, вытекает, что добротность не может быть меньше 2π , поскольку невозможно *потерять* энергии больше, чем запасено. Последующие несколько формул

$$(Q \approx \frac{\pi}{\delta} \approx \frac{\pi}{\beta T_0} = \frac{\omega_0}{2\beta}, Q = \frac{\sqrt{km}}{\mu}, Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}})$$

выглядят еще более странно с точки зрения приближенного и точного равенств, поскольку строчкой элементарных преобразований легко получить точное равенство правой части первой из них с последующими формулами для пружинного маятника и колебательного контура соответственно.

В учебнике Т. И. Трофимовой [4] добротность определяется только для осцилляторов с малым затуханием и также рассматривается при изучении затухающих колебаний. Д. В. Сивухин [5] называет добротностью отношение числа π к логарифмическому декременту без каких-либо оговорок о величине затухания, также рассматривает эту величину при анализе затухающих колебаний, но оговаривается, что «физический смысл этой величины будет установлен» при рассмотрении вынужденных колебаний. На наш взгляд, последнее замечание является чрезвычайно важным.

Завершим обзор цитатой из физической энциклопедии [7], выделив курсивом слова, на которые необходимо обратить внимание: "Важной характеристикой *резонансных* свойств колебательной системы (осциллятора) является добротность, которая, по определению, равна умноженному на 2π отношению энергии, запасенной в системе, к энер-

гии, *рассеиваемой* за период колебаний." Из этого определения следует, что бессмысленно давать определение добротности при рассмотрении затухающих колебаний несмотря на то, что, в конечном счете, добротность полностью выражается через параметры осциллятора с затуханием, поскольку никаких резонансных свойств при *затухающих* колебаниях обнаружить невозможно. Подчеркнем также разницу слов "рассеиваемой энергии" из [7] и "убыль энергии" из [3]: *убыль* энергии при затухающих колебаниях, очевидно, не может быть больше *запасенной*, в то время как *рассеять* при вынужденных колебаниях можно в разы больше энергии, чем ее запасено осциллятором.

Анализируя рассмотренные противоречия, мы пришли к выводу, что понятие добротности необходимо рассматривать при изучении вынужденных колебаний, причем определить добротность можно несколькими эквивалентными способами: из потерь энергии при вынужденных колебаниях, из остроты (ширины) резонансной кривой, из высоты резонансного пика.

Определения добротности

Рассмотрим каждое из определений.

1. Добротностью называется безразмерная скалярная физическая величина, характеризующая *качество* осциллятора и равная умноженному на 2π отношению энергии, запасенной в осцилляторе, к ее диссипации за один период колебаний при частоте колебаний, равной собственной, то есть $Q = 2\pi \frac{W}{-\Delta W}$.

Рассмотрим смысл этого определения на примере колебательного контура. Энергия, запасенная в контуре, равна энергии заряженного конденсатора $W = \frac{q_m^2}{2C}$, а потери энергии за период есть джоулево тепло, выделившееся в активном сопротивлении за период собственных колебаний $-\Delta W = \int_0^T i^2 R dt = q_m^2 \omega_0^2 R \frac{T}{2}$, так как $i = q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Подставляя полученные выражения в определение добротности, с учетом формул для частоты собственных колебаний и коэффициента затухания получим $Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$.

2. Добротностью называется безразмерная скалярная физическая величина, характеризующая высоту резонансного пика и равная отношению амплитуды вынужден-

ных колебаний при собственной частоте к амплитуде колебаний при частоте внешней вынуждающей силы, стремящейся к нулю, то есть $Q = \frac{\xi_m(\omega = \omega_0)}{\xi_m(\omega = 0)}$.

Заметим, что стоящая в числителе амплитуда для осциллятора с высокой добротностью (малым коэффициентом затухания) будет близка к резонансной.

Рассмотрим смысл этого определения на примере грузика, закрепленного на пружине. Подставляя в это определение добротности выражения для амплитуды вынужденных колебаний $x_m = \frac{F_m}{m\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$, записанные для частоты колебаний, равной

собственной, и для частоты колебаний, стремящейся к нулю, после элементарных алгебраических преобразований получим $Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$. Для электромагнитных колебаний это определение наглядно показывает, во сколько раз возрастает амплитуда колебаний напряжения в контуре по отношению к внешней ЭДС, в чем нетрудно убедиться самостоятельно.

3. Добротностью называется скалярная физическая величина, характеризующая остроту (ширину) резонансной кривой, построенной для обобщенной скорости, и равная отношению частоты собственных колебаний осциллятора к так называемой полосе пропускания, то есть $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$.

Полосой пропускания $\Delta\omega = \omega_{\text{в}} - \omega_{\text{н}}$ называется ширина резонансной кривой, построенной для обобщенной скорости, взятая на уровне $0,707 (=1/\sqrt{2})$ от резонансного значения.

После чуть более громоздких преобразований и в этом случае для добротности осциллятора получается выражение $Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$.

Таким образом, во всех трех случаях для добротности получается одинаковое выражение $Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$, которое для механических колебаний грузика на пружине и для коле-

бательного контура соответственно принимает вид $Q = \frac{\sqrt{km}}{\mu}$ и $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

В случае малого затухания, то есть при $\beta \ll \omega_0$ и, соответственно $Q \gg 1$, для добротности можно получить приближенное выражение $Q \approx \frac{\pi}{\Lambda}$. Если же добротность сравнительно мала, то точное выражение логарифмического декремента через добротность имеет вид $\Lambda = \frac{\pi}{Q \left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right)}$.

Заключение

Итак, несмотря на то, что для вычисления добротности достаточно характеристик осциллятора, введенных уже при изучении затухающих колебаний, мы полагаем, что глубокого понимания этой величины можно достичь лишь при ее изучении при рассмотрении вынужденных колебаний осциллятора. В работе предложены три эквивалентных определения добротности, в каждом из которых отражен физический смысл этой важной и, как оказалось, многогранной физической величины.

Литература

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5-и т. Том 2. Электричество и магнетизм [Электронный ресурс]: учебное пособие. – Электрон. издан. – СПб.: Лань, 2011. – 343 с.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5-и т. Том 1. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие. – Электрон. издан. – СПб.: Лань, 2011. – 337 с.
3. *Детлаф А. А.* Курс физики: учебное пособие. – 9-е изд., стер. – М.: Академия, 2014. – 720 с.
4. *Трофимова Т. И.* Курс физики: учеб. пособие для вузов. – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
5. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики: учеб. пособие для вузов. В 5 т. Том 3. Электричество [Электронный ресурс]: учебное пособие. – Электрон. издан. – М.: Физматлит, 2015. – 655 с.
6. *Жилинский А. П., Файзулаев В. Н.* // Актуальные проблемы преподавания физики в ВУЗах и школах стран постсоветского пространства. Материалы Международной школы семинара «Физика в системе высшего и среднего образования». М.: АПР, 2012, С. 82
7. Физическая энциклопедия. Под ред. А. М. Прохорова. В 5-и т. Том 2. – М.: Сов. Энциклопедия, 1990.

УДК 37.04, 378.147

The physical meaning Q-factor of oscillators in physics common course for higher education technical institutions.

L. A. Litnevsky*, N. A. Khmyrova**

Omsk State Transport University, 35, Marx av., Omsk, 644046, Russia.

*litnevskyla@yandex.ru, **nata_ruban@mail.ru

Дата поступления статьи в редакцию – июль 2016 г.

This article presents the formation problems of physical meaning of oscillators Q-factor for students studying "Vibrations and waves" section of physics common course. The detailed analysis of Q-factor determination described in physics study materials for higher education institutions was carried out. It is demonstrated that the physical meaning of the given concept is disclosed only by studying of oscillators forced vibrations. The determinations of the Q-factor reflecting its physical sense are proposed.

Key words: teaching methods of physics, formation of physical meaning, Q-factor, damped and forced vibrations.

05.03.00 Educational sciences

05.03.HB EDUCATION, SCIENTIFIC DISCIPLINES