ЛЕКЦИЯ № 7

5. Движение заряженных частиц в магнитном поле. Сила Лоренца

На частицу с электрическим зарядом q, движущуюся в магнитном поле со скоростью $\vec{\upsilon}$, направленной произвольным образом по отношению к вектору магнитной индукции $\vec{B}$, действует ***сила Лоренца***:

$$\vec{F}_{\text{Л}} = q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right]. \qquad (7\text{-}1)$$

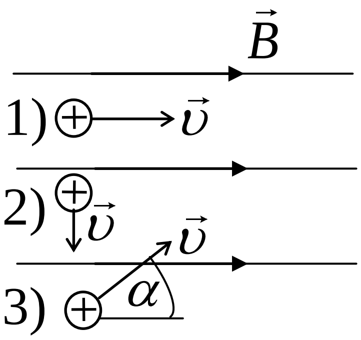
Направление $\vec{F}_{\text{Л}}$ определяется правилом векторного произведения или ***«правилом левой руки»***: левую руку нужно расположить так, чтобы вектор $\vec{B}$ входил в ладонь, четыре вытянутых пальца направить по скорости $\vec{\upsilon}$ частицы, и тогда отогнутый на 90° большой палец укажет направление $\vec{F}_{\text{Л}}$ для $q > 0$ (для $q < 0$ направление $\vec{F}_{\text{Л}}$ нужно изменить на 180°).

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно к скорости свободно движущейся заряженной частицы и сообщает ей нормальное ускорение. Не изменяя модуля скорости частицы, а лишь изменяя ее направление, сила Лоренца не совершает механической работы (не изменяет кинетической энергии частицы).

Модуль силы Лоренца определяется по уравнению:

$$F_{\text{Л}} = q\upsilon B\sin\alpha\,, \qquad (7\text{-}1a)$$

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.



1) если $\alpha = 0$, тогда $F_{\text{Л}} = 0$

2) если $\alpha = 90°$, тогда $F_{\text{Л}} = F_{\text{Л}\max} = q \cdot \upsilon_{\perp} \cdot B$

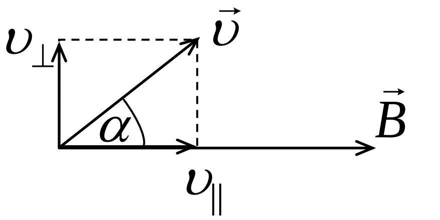
$$ma_n = \frac{m\upsilon_{\perp}^{\,2}}{R} = q\upsilon_{\perp}B \rightarrow \qquad R = \frac{m\upsilon_{\perp}}{qB} \qquad (7\text{-}2)$$

где R – радиус окружности.

Период обращения заряженной частицы вокруг линий магнитной индукции:

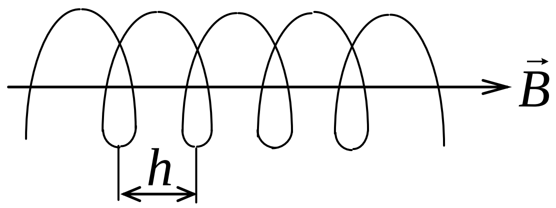
$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad (7\text{-}3)$$

3) если $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 90°$, тогда $F_Л = q \cdot \upsilon \cdot B \cdot \sin\alpha$



$$\upsilon_\perp = \upsilon \cdot \sin\alpha$$
$$\upsilon_\parallel = \upsilon \cdot \cos\alpha$$

$$R = \frac{m\upsilon_\perp}{qB} = \frac{m\upsilon \sin\alpha}{qB}; \qquad T = \frac{2\pi R}{\upsilon_\perp} = \frac{2\pi m}{qB} \tag{7-4}$$



$$h = \upsilon_\parallel T = \frac{2\pi m\upsilon \cdot \cos\alpha}{qB} \tag{7-5}$$

Магнетрон. Масс-спектрометр. Циклотрон

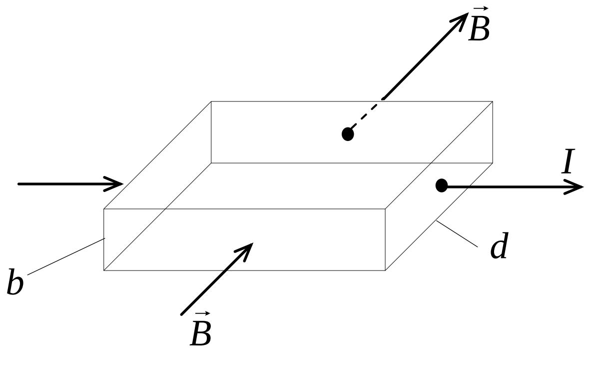
Из формулы (7-1а) следует определение магнитной индукции: магнитная индукция численно равна отношению максимальной силы Лоренца, действующей со стороны магнитного поля на положительно заряженную частицу, движущуюся перпендикулярно магнитному полю, к произведению величины заряда и скорости частицы, т. е.

$$B = \frac{F_{\max}}{q\upsilon} \text{ при } \alpha = 90°. \tag{7-6}$$

Для q = 1 Кл, υ = 1 м/с и α = 90° получается: $B = F_{\max}$:
магнитная индукция численно равна максимальной силе Лоренца, действующей со стороны магнитного поля на единичный положительный заряд, движущийся с единичной скоростью перпендикулярно магнитному полю, поэтому ***магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля***.

6. Эффект Холла

Американский физик Холл поместил металлическую пластинку, по которой протекал электрический ток, в перпендикулярное магнитное поле и обнаружил, что на боковых гранях пластинки возникает разность потенциалов (Холловское напряжение).



$$\Delta\varphi = U_x = R_x \frac{IB}{d} \tag{7-7}$$

где R_x – постоянная Холла.

Объяснить эффект Холла можно с помощью силы Лоренца:

$$F_{\text{Л}} = q \cdot \upsilon \cdot B \qquad F_e = qE \qquad F_{\text{Л}} = F_e$$

$$\upsilon B = E = \frac{U}{b}$$

$$j = qn < \upsilon > \; = \frac{I}{S} \; \rightarrow \qquad < \upsilon > \; = \frac{I}{qnS}$$

$$U = \upsilon \cdot B \cdot b = \frac{I}{qndb} B \cdot b = \frac{1}{qn} \frac{IB}{d}$$

Сравнивая полученный результат с (7-7), можно записать:

$$R_x = \frac{1}{qn} \qquad (7\text{-}8)$$

С учетом распределения Максвелла частиц по скоростям получается

$$R_x = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{qn} \qquad (7\text{-}8а)$$

6. Проводник с током в магнитном поле. Сила Ампера

На проводник с электрическим током, находящийся в магнитном поле, действует сила, называемая ***силой Ампера***. Сила Ампера, действующая на малый элемент проводника с током $I\, d\vec{\ell}$ со стороны магнитного поля, рассчитывается по формуле:

$$d\vec{F}_{\text{А}} = \left[I\, d\vec{\ell} \vec{B} \right], \qquad (7\text{-}9)$$

где $I\, d\vec{\ell}$ – элемент тока, равный произведению силы тока в проводнике на бесконечно малый участок проводника длиной $d\ell$ и направленный в сторону протекания тока в проводнике.

Направление $d\vec{F}_{\text{А}}$ определяется правилом векторного произведения или «правилом левой руки»: левую руку нужно расположить так, чтобы вектор $\vec{B}$ входил в ладонь, четыре вытянутых пальца направить по направлению тока в проводнике, и тогда отогнутый на 90° большой палец укажет направление $d\vec{F}_{\text{А}}$.

Модуль силы Ампера вычисляется по уравнению:

$$dF_{\text{А}} = I d\ell B \sin\alpha . \qquad (7\text{-}9а)$$

где α – угол между направлением тока I в проводнике и вектором $\vec{B}$.

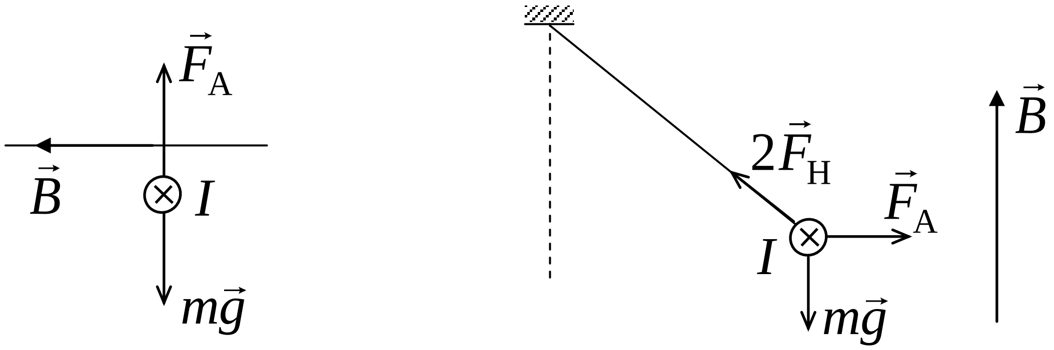
Из формулы (7-9а) следует определение магнитной индукции: магнитная индукция численно равна отношению максимальной силы Ампера, действующей со стороны магнитного поля на элемент тока проводника, расположенный перпендикулярно магнитному полю, к величине элемента тока, т. е.

$$B = \frac{dF_{\text{A}\max}}{Id\ell} \text{ при } \alpha = 90°. \quad (7\text{-}10)$$

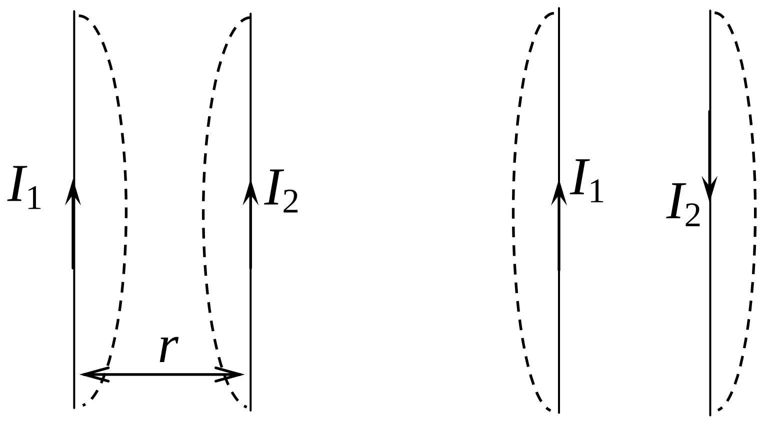
Для I = 1 А, dl = 1 м и α = 90° получается: $B = F_{\max}$:
магнитная индукция численно равна максимальной силе Ампера, действующей со стороны магнитного поля на проводник единичной длины, по которому протекает перпендикулярно магнитному полю ток единичной силы, поэтому ***<u>магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля</u>***.

Для прямолинейного проводника $\alpha = \text{const}$, $\vec{B}$ = const, $I = \text{const}$ можно записать:

$$F_{\text{A}} = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin\alpha \quad (7\text{-}9б)$$

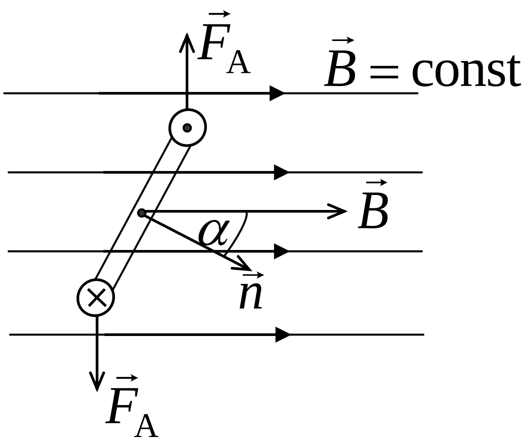


Два параллельных проводника с током взаимодействуют между собой:



$$F_{\text{A}} = k_m \frac{2I_1I_2}{r}\ell \quad (7\text{-}9в)$$

8. Рамка с током в магнитном поле



Замкнутый проводящий контур с током произвольной геометрической формы, помещенный в магнитное поле, испытывает действие вращающего момента сил $\vec{M}$,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B}\right], \tag{44}$$

где $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ – вектор магнитного момента контура с током;

I – сила тока в контуре;

S – площадь замкнутого контура;

$\vec{n}$ – единичный вектор правовинтовой нормали к плоскости контура с током ($|\vec{n}| = 1$).

Вращающий момент сил $\vec{M}$ направлен перпендикулярно к плоскости, образованной векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$, в соответствии с правилом векторного произведения. Вращающий момент стремится привести контур в положение устойчивого равновесия, при котором вектор $\vec{p}_m$ совпадает по направлению с вектором $\vec{B}$.

Модуль момента силы рассчитывается по формуле:

$$M = p_m B \sin\alpha, \tag{7-11a}$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Вращающий момент максимален, если контур ориентирован в поле так, что его магнитный момент $\vec{p}_m$ перпендикулярен $\vec{B}$ $(\alpha = 90°)$.

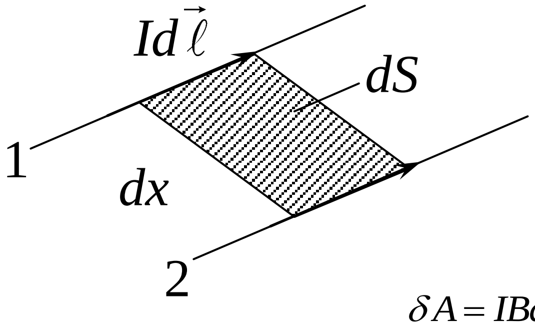
Действие магнитного поля на помещенный в него небольшой виток с током (в пределах достаточно малого витка магнитное поле можно считать однородным, $\vec{B}$ = const) часто используют в качестве основы для определения основной характеристики магнитного поля – магнитной индукции.

Магнитная индукция численно равна отношению максимального вращающего момента сил, действующего в магнитном поле на небольшую рамку с током, расположенную перпендикулярно магнитному полю, к магнитному моменту этой рамки:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}. \tag{7-12}$$

9. Работа магнитного поля по перемещению проводника и контура с током

При перемещении элемента тока:



$$\delta A = \vec{F}_{\text{А}} d\vec{x} = F_{\text{А}} dx \cdot \cos\alpha$$

$$\alpha = \widehat{\vec{F}_{\text{А}} d\vec{x}} = 0°$$

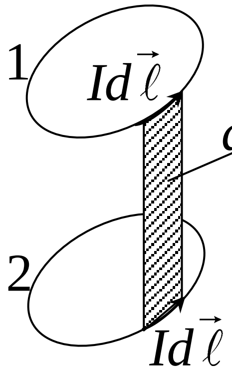
$$\delta A = Id\ell \cdot B \cdot \sin\beta, \quad \beta = \widehat{Id\vec{\ell} \cdot \vec{B}} = 90°$$

$$\delta A = IBd\ell dx = I \cdot B \cdot dS = Id\Phi_m$$

При перемещении проводника конечных размеров:

$$A_{\text{пр}} = I\Phi_m \qquad (7\text{-}13)$$

При перемещении элемента тока:



$$\delta A_{\text{к}} = Id\Phi_m$$

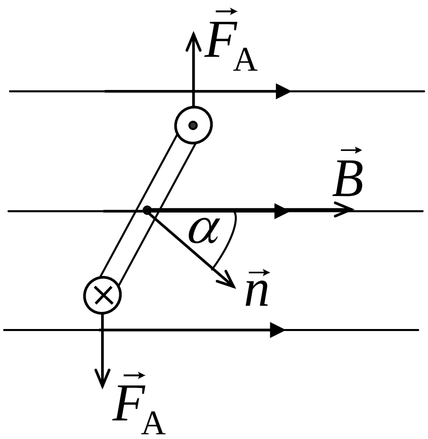
Согласно теореме Гаусса для магнитного поля:

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \Phi_{m_1} - \Phi_{m_2} + \Phi_{m_{\text{бок}}} = 0$$

$$\Phi_{m_{\text{бок}}} = \Phi_{m_2} - \Phi_{m_1}$$

Тогда для замкнутого контура:

$$A_{\text{к}} = \int \delta A_{\text{к}} = I\Delta\Phi_m = I\left(\Phi_{m_2} - \Phi_{m_1}\right) \qquad (7\text{-}14)$$



При повороте замкнутого контура магнитным полем совершается работа:

$$A_{\text{к}} = I\left(\Phi_{m_2} - \Phi_{m_1}\right) = IBS\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right)$$