Л Е К Ц И Я № 9

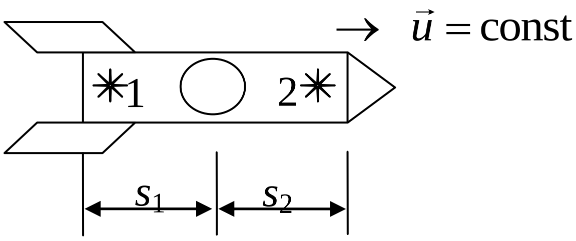
Гл. 5. Релятивистская механика (специальная теория относительности СТО)

1. Постулаты Эйнштейна

Теорема сложения скоростей в классической механике:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{u} \quad \rightarrow \quad \vec{\upsilon} = c + c = 2c \text{ ??? но } \upsilon \le c!$$

Понятие «одновременности».



Относительно наблюдателя в ракете:

$s_1 = s_2 \rightarrow t_1 = t_2$ – одновременно.

Относительно земного наблюдателя:

$t_1 > t_2$ – неодновременно ?!

<u>1905 г</u>. немецкий физик Альберт Эйнштейн сформулировал два постулата:

1) скорость света в вакууме является *const* и не зависит от скорости движения ни источника, ни приемника света;

2) все ИСО (даже движущиеся со υ ○ c) ***<u>равноправны</u>*** (основные физические законы неизменны во всех ИСО) – ***<u>специальный принцип относительности Эйнштейна</u>***.

2. Преобразования Лоренца и следствия из них

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + u_x t') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \alpha x') \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = \gamma(x - u_x t') \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \alpha x') \end{cases} \tag{9-1}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \qquad \alpha = \frac{u}{c^2}$$

$u/c \ll 1.$ При $u/c \ll 1 \quad \rightarrow$ преобразования Галилея.

Следствия из преобразований:

1) Относительность одновременности

$$x_1' \neq x_2',\ \Delta t' = t_2' - t_1' = 0 \qquad \Delta t = \gamma\alpha\Delta x' \neq 0$$

2) Замедление хода движущихся часов

$$x_1' = x_2',\ \Delta t' = t_2' - t_1' = \tau_0 > 0 \qquad \Delta t = \gamma\Delta t' = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \Delta t > \tau_0$$

Движущиеся часы идут медленнее неподвижных.
«Парадокс близнецов»

3) Сокращение расстояний

$$t_1 = t_2,\ \Delta x = x_2 - x_1 = \ell \qquad \Delta x' = x_2' - x_1' = \gamma\Delta x = \ell_0$$ – собственная длина

$$\ell = \ell_0\sqrt{1 - u^2/c^2} \qquad \ell < \ell_0$$

Движущееся тело имеет меньшую длину, чем неподвижное!
4) Релятивистский закон сложения скоростей

$$\upsilon_x = \frac{\upsilon_x' + u}{1 + \frac{\upsilon_x' u}{c^2}} \qquad \upsilon_y = \frac{\upsilon_y'\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{\upsilon_x' u}{c^2}} \qquad \upsilon_z = \frac{\upsilon_z'\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{\upsilon_x' u}{c^2}} \qquad (9\text{-}2)$$

Даже если $\upsilon_x' = c$ и $u = c$

$$\upsilon_x = \frac{c + c}{1 + \frac{c \cdot c}{c^2}} = c.$$

3. Релятивистский импульс. Основное уравнение движения

Согласно 2-му постулату Эйнштейна закон сохранения импульса должен выполняться в любой ИСО:

$$\vec{p} = \vec{p}',$$

$$\text{если } \upsilon'_x = 0, \qquad \text{тогда } p_y = m\upsilon_y \qquad p'_y = m'\upsilon'_y$$

С учетом (9-2) получим:

$$m\upsilon'_y\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = m'\upsilon'_y$$

$$m = \frac{m'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

Если обозначить $m' = m_0$ – масса покоящегося тела (масса покоя), а скорость системы K', вместе с которой движется тело, $u = \upsilon$, тогда

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \tag{9-3}$$

m – релятивистская масса (масса движущегося тела).

Второй закон Ньютона $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ в релятивистской механике, согласно второму постулату Эйнштейна, будет иметь тот же вид:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\right) = \vec{F} \tag{9-4}$$

Из (9-4) следует, что действующая на тело сила $\vec{F}$ не направлена в сторону ускорения $\vec{a}$ $\left(\vec{F} \nparallel \vec{a}\right)$.

4. Энергия. Взаимосвязь массы и энергии

В СТО Эйнштейн рассматривал движение частиц в отсутствие потенциальных полей, т. е. $W_p = 0$ (в западной литературе теорию Эйнштейна называют частной теорией относительности).

Эйнштейн впервые показал, что даже если частица покоится ($W_k = 0$), она тем не менее обладает энергией – энергией покоя.

$$W_0 = m_0c^2 \tag{9-5}$$

Тогда полная энергия тела

$$W = mc^2 \tag{9-6}$$

Значит, энергия движения (кинетическая энергия)

$$W_k = W - W_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} - 1\right). \tag{9-7}$$

При $\upsilon^2/c^2 \ll 1$ $\quad \dfrac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \approx 1 + \dfrac{1}{2}\dfrac{\upsilon^2}{c^2} + \ldots$, тогда $W_k = \dfrac{m_0\upsilon^2}{2}$, что соответствует классической формуле для W_k.

Всякое изменение энергии (массы) сопровождается изменением массы (энергии)

$$\Delta W = c^2 \Delta m \tag{9-8}$$

– ***закон взаимосвязи массы и энергии***.

Пример: $\Delta m = 1$ г $= 10^{-3}$ кг. $\Delta W = \left(3\cdot 10^8\right)^2 \cdot 10^{-3} \sim 10^{14}$ Дж.

Такая же энергия выделится при сгорании каменного угля массой

$$m = \frac{Q}{q} = \frac{\Delta W}{q} = \frac{10^{14}}{30\cdot 10^6} \sim 3\cdot 10^6 \text{ кг.}$$

где q = 30 МДж/кг – удельная теплота сгорания каменного угля.

Если масса одного груженого углем вагона ≈ 70 т = $7\cdot 10^4$ кг, то для выделения такой же энергии ~ 10^{14} Дж потребуется сжечь $N = \dfrac{3\cdot 10^6}{7\cdot 10^4} \sim 50$ вагонов угля!