Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Омский государственный университет путей сообщения

Р. С. Курманов, Г. Б. Тодер

ОПТИКА.
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве учебно-методического пособия для самостоятельной работы
студентов при решении задач по физике

Омск 2016

УДК 530.1(075.8)
ББК 22.3я73
К93

Оптика. Примеры решения задач: Учебно-методическое пособие для решения задач по физике / Р. С. Курманов, Г. Б. Тодер; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 40 с.

Учебно-методическое пособие сформировано в соответствии с действующей программой по курсу общей физики для втузов, содержит список основных формул и примеры решения задач к разделу «Оптика», требующих применения законов волновой оптики к различным видам интерференции, дифракции и поляризации электромагнитных волн.

Предназначено для студентов 2-го курса очного и заочного обучения.

Библиогр.: 7 назв. Табл. 1. Рис. 24. Прил. 1.

Рецензенты: доктор физ.-мат. наук, профессор Г. И. Косенко;
доктор техн. наук, профессор В. Е. Митрохин.

© Омский гос. университет путей сообщения, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Цель издания настоящего пособия – формирование у студентов навыка решения задач по волновой оптике. Пособие содержит большой набор подробно описанных решений задач различной сложности по волновой оптике. С помощью представленных задач можно изучать сложные явления: интерференцию, дифракцию и поляризацию волн. Во всех задачах, включенных в пособие, считается, что выполнены все условия, необходимые для возникновения рассматриваемых явлений. Необходимые теоретические сведения, анализ причин и следствий интерференции, дифракции и поляризации, примеры многочисленного применения этих процессов, математический аппарат волновой оптики и допустимые в его рамках приближения, часто используемые в оптике и дающие правильные качественные и количественные результаты, имеются в литературе [1 – 4]. Решения задач снабжены множеством рисунков, позволяющих представить изучаемые явления.

Тематика и последовательность рассмотрения типов задач в настоящем пособии полностью соответствуют тематике и последовательности рассмотрения типов задач, предлагаемых студентам для самостоятельного решения в практикуме по физике [5], который также содержит необходимый для решения задач набор формул. Это позволяет участникам учебного процесса использовать оба издания в комплексе.

Примеры решения различных задач по рассматриваемым в настоящем издании темам имеются, например, в задачниках [6, 7].

Раздел 3 содержит примеры решения контекстных задач для студентов специальности «Оптоволоконные системы связи».

1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВОЛН

1.1 Разность хода волн

1.1.1. Основные формулы и обозначения

Длина гармонической волны λ связана с периодом T и модулем фазовой скорости $\vec{\upsilon}$ соотношением: $\lambda = \upsilon T$. Волновое число (модуль волнового вектора $\vec{k}$, $\vec{k} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$) $k = 2\pi/\lambda = \omega/\upsilon$, где ω – циклическая частота. Уравнение бегущей волны имеет вид: $\xi = A\cos\varphi$, где A – амплитуда; $\varphi = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0$ – фаза; φ_0 – начальная фаза волны; вектор $\vec{r}$ проводится от какой-либо точки источника волны, играющей роль начала отсчета, к колеблющейся точке. При расчете волновых явлений важна разность фаз волн:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k\Delta = 2\pi\Delta / \lambda, \tag{1}$$

где в случае упругих волн $\Delta = l_1 - l_2$ – разность хода волн – разность длин их пути до этой точки, скорректированная с учетом разности начальных фаз; в случае электромагнитных волн (ЭМВ), например, световых лучей, $\Delta = S_1 - S_2$ – оптическая разность хода – разность оптических длин пути лучей, а λ – длина волн в вакууме. Оптическая длина пути луча, распространяющегося в оптически однородной среде с показателем преломления $n = c/\upsilon$ (c – скорость света в вакууме, υ – в среде) определяется по формуле: $S = nl$ где l – расстояние, пройденное ЭМВ в этой среде.

При сложении двух когерентных гармонических волн одинаковой частоты с амплитудами A_1, A_2 и с одинаковым направлением колебаний амплитуда колебаний в каждой точке результирующей волны определяется по формуле:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}. \tag{2}$$

Замечание. Так как в измеряемые физические величины разность фаз входит только как аргумент косинуса, имеющего период 2π, она вычисляется с точностью до $2\pi N$, где N – целое, а разность хода волн – с точностью до $N\lambda$.

При отражении от оптически более плотной среды (среды с бо́льшим показателем преломления) фаза и оптическая длина пути луча скачком меняются соответственно на $\Delta\phi_{\text{отр}} = \pi$ и

$$\Delta_{\text{отр}} = \pm\lambda / 2, \tag{3}$$

поэтому говорят, что при отражении света от оптически более плотной среды теряется полуволна. Если такое отражение происходит четное число раз, то фаза и оптическая длина пути считаются неизменными (см. замечание на с. 6). При преломлении лучей и при отражении от оптически менее плотной среды (с меньшим показателем преломления) изменений в разности фаз и разности хода не происходит.

Условия минимума интерференции для разности фаз и разности хода имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta\varphi = \pm\left(2m_{\text{т}} - 1\right)\pi; \\ \Delta = \pm\left(2m_{\text{т}} - 1\right)\left(\lambda/2\right), \end{cases} \qquad m_{\text{т}} = 1, 2, 3, \ldots \tag{4}$$

Целое неотрицательное число $m_{\text{т}}$ – порядок минимума интерференции. Условия максимума интерференции для разности фаз и разности хода волн имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta\varphi = \pm 2m_{\text{св}}\pi; \\ \Delta = \pm 2m_{\text{св}}\left(\lambda/2\right), \end{cases} \qquad m_{\text{св}} = 0, 1, 2, \ldots \tag{5}$$

Целое неотрицательное число $m_{\text{св}}$ – порядок максимума интерференции.

1.1.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 1. Найти минимальную (по модулю) разность хода двух когерентных волн с длиной волны 400 нм, если в результате интерференции в данной точке интерференционной картины наблюдается минимум.

Дано:	*Решение.*
$\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м.	Условие минимума интерференции для разности хода имеет вид: $\Delta = \pm\dfrac{(2m-1)\lambda}{2}$, $m = 1, 2, 3, \ldots$. По условию задачи мо-
Найти: Δ.	

дуль разности хода минимален, следовательно, минимален и равен единице порядок минимума: $m = 1$. Таким образом, $\Delta = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{2} = 2 \cdot 10^{-7}$ м.

Ответ: $\Delta = \pm \frac{(2m-1)\lambda}{2}$, $\Delta = 2 \cdot 10^{-7}$ м.

1.2. Опыт Юнга

1.2.1. Основные формулы и обозначения

В опыте Юнга источник света с длиной волны λ освещает две узкие бесконечные горизонтальные щели, перпендикулярные плоскости рисунка (рис. 1). Во всех задачах предполагается, что показатель преломления воздуха равен единице. Проходя через щели, свет разделяется на два пучка – 1 и 2, интерференция которых наблюдается на экране Э в виде параллельных чередующихся светлых (одинаковой интенсивности, если не учитывать дифракцию) и темных горизонтальных полос. Лучи 1 и 2 исходят из одного источника, поэтому они монохроматические и когерентные, их интенсивность одинакова, начальные фазы равны между собой: $\varphi_{02} = \varphi_{01}$, а разность фаз определяется по формуле (1). Разность хода лучей

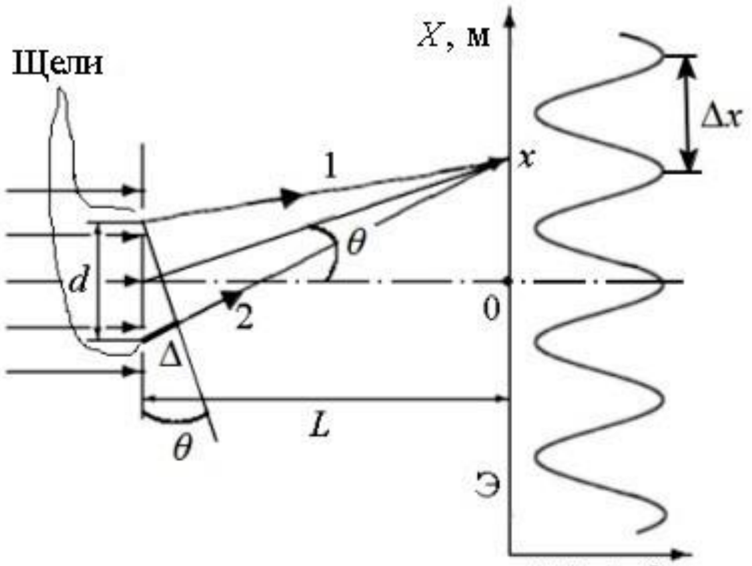


Рис. 1

$$\Delta \approx d \sin\theta, \tag{6}$$

где d – расстояние между щелями;

θ – угол дифракции (угол наблюдения), для которого выполняется соотношение:

$$tg\theta = x/L. \tag{7}$$

Начало координат 0 расположено на экране на равном расстоянии от щелей; ось X направлена вертикально вверх; x – вертикальная координата точки, в которой определяется интенсивность света I. Справа от экрана показана зависимость интенсивности результирующей волны (освещенности экрана) от координаты x. При данном угле наблюдения интенсивность максимальна, если для разности хода лучей (6) выполняется условие максимума (5), и минимальна, если выполняется условие минимума (4). Центральный максимум считается нулевым и соответствует $m_{св} = 0$. В идеальном опыте Юнга щели считаются бесконечными, поэтому интенсивность всех максимумов одинакова. Расстояние между любыми интерференционными полосами (между соседними максимумами, Δx на рис. 1) и ширина любой интерференционной полосы (расстояние между соседними минимумами) в идеальном опыте Юнга одинаковы и равны между собой. В реальном опыте с увеличением порядка m интенсивность и ширина максимумов убывают.

Расстояние от щелей до экрана $L >> d$, поэтому угол θ мал и, следовательно, справедливо соотношение: $\sin\theta \approx dtg\theta.$ Следовательно, выражение (6) для разности хода лучей 1 и 2 с учетом равенства (7) принимает вид:

$$\Delta \approx d \cdot x/L. \tag{8}$$

1.2.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 2. Считая центральный максимум нулевым, найти положение пятых максимумов на экране в опыте Юнга, если расстояние между щелями 0,2 мм, расстояние от щелей до экрана – 4 м. Длина волны падающего света – 400 нм.

Дано:
$m = \pm 5$;
$d = 2 \cdot 10^{-4}$ м;
$L = 4$ м;
$\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м.
Найти: $x_{св}$.

Решение.

Установка для проведения опыта изображена на рис. 1: диаграмма справа от экрана Э показывает распределение интенсивности света I на экране при интерференции лучей 1 и 2, распространяющихся от щелей; центр картины служит началом координат; ось X направлена вертикально вверх; интерференционые максимумы одинакового порядка расположены симметрично относительно центра 0, поэтому достаточно найти координату x максимума, наблюдаемого выше центра, используя формулу (8):

$$x = \frac{\Delta \cdot L}{d}. \qquad (9)$$

Подставив условие (5) максимума интенсивности результирующей волны $\Delta = \pm 2m_{\text{св}}\left(\lambda/2\right)$ в правую часть выражения (9), найдем координаты светлых полос: $x_{\text{св}} = \pm \frac{Lm_{\text{св}}\lambda}{d}$. Подставим численные данные: $x_{\text{св}} = \pm \frac{4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-4}} = \pm 4$ см.

Ответ: $x_{\text{св}} = \pm \frac{Lm\lambda}{d}$, $x_{\text{св}} = \pm 4$ см.

З а д а ч а 3. Определить положение третьей темной полосы в опыте Юнга, если эта полоса расположена выше центрального максимума, расстояние между щелями равно 2 мм, расстояние от щелей до экрана – 2 м. Длина волны падающего света – 600 нм.

Дано:
$m_{\text{т}} = 3$;
$d = 2 \cdot 10^{-3}$ м;
$L = 2$ м;
$\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м.
Найти: $x_{\text{т}}$.

Решение.

Установка для проведения опыта изображена на рис. 1: диаграмма справа от экрана Э показывает распределение интенсивности света I на экране при интерференции лучей 1 и 2, распространяющихся от щелей; центр картины служит началом координат; ось X направлена вертикально вверх. Координата полосы $x_{\text{т}} > 0$, так как по условию задачи она расположена выше центрального максимума. Согласно формуле (8)

$$x = \frac{\Delta \cdot L}{d}. \qquad (10)$$

Подставив в формулу (10) условие (4) минимума интенсивности результирующей волны $\Delta = \frac{\left(2m_{\text{т}} - 1\right)\lambda}{2}$, найдем координаты полос: $x_{\text{т}} = \frac{L\left(2m_{\text{т}} - 1\right)\lambda}{2d}$. Подстановка численных данных дает: $x_{\text{т}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot 3 - 1) \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 0{,}3$ мм.

З а д а ч а 4. Как изменится оптическая разность хода лучей в опыте Юнга, если на пути одного луча поместить стеклянную полусферу радиусом 6 мкм с показателем преломления 1,5?

Дано:
$h = 6$ мкм;
$n = 1{,}5$.
Найти: f.

Решение.

Установка для проведения опыта изображена на рис. 1. До того, как на пути одного из лучей поместили полусферу, лучи от источника до экрана распространялись в воздухе, показатель преломления которого равен единице, поэтому можно считать, что оптические длины пути S_1 и S_2 лучей 1 и 2 равны расстояниям r_1 и r_2 от соответствующих щелей до точки наблюдения интерференции: $S_1 = r_1$, $S_2 = r_2$, оптическая разность хода лучей определяется по формуле:

$$\Delta = S_2 - S_1 = r_2 - r_1. \qquad (11)$$

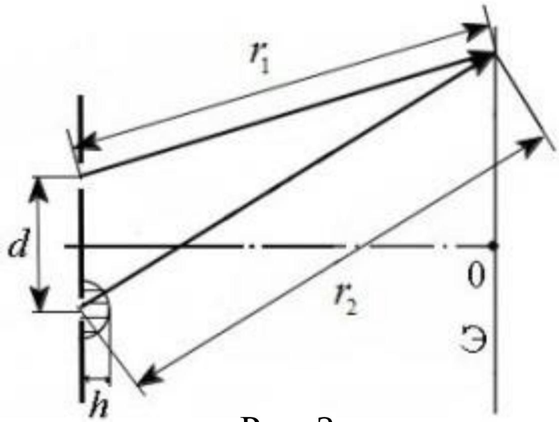


Рис. 2

После того, как на пути одного из лучей, например, нижнего, поместили стеклянную полусферу (рис. 2), то при неизменной оптической длине пути первого луча ($S_1' = r_1$) изменится оптическая длина пути второго: $S_2' = r_2 - h + nh$, а следовательно, изменится и оптическая разность хода лучей: $\Delta' = S_2' - S_1' = (r_2 - h + nh) - r_1 = \Delta + h(n-1)$, где учтено выражение (11). Следовательно, ее изменение $f = \Delta' - \Delta = h(n-1)$. Подставив данные в последнюю формулу, получим: $f = 6 \cdot (1{,}5 - 1) = 3$ мкм.

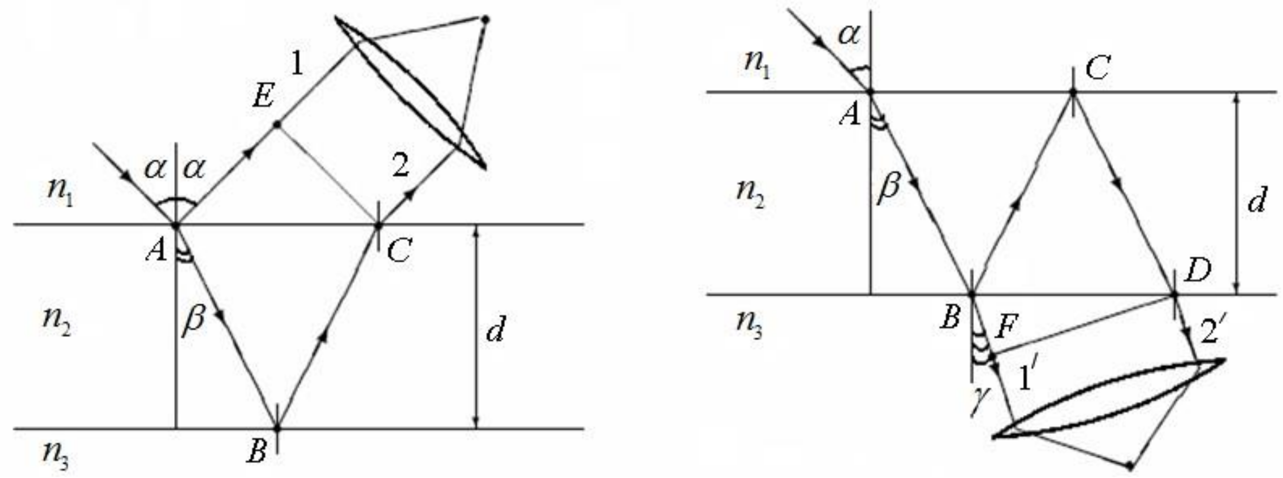
Ответ: $f = h(n-1)$, $f = 3$ мкм.

1.3. Интерференция в тонких плоскопараллельных пленках

1.3.1. Основные формулы и обозначения

Радужное окрашивание тонких пленок возникает в результате интерференции света, отраженного двумя поверхностями пленки. Поэтому при решении задач по данной теме нужно знать длины ЭМВ видимой области спектра, которые указаны в приложении.

Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку (аналог тонкой пленки постоянной толщины) падает рассеянный белый свет. Отраженный и проходящий свет также будет рассеянным. Как видно из рис. 3, лучи 1 и 2, падающие на пластину под одним углом, выходят из пластины (после различного количества отражений и преломлений) параллельно друг другу. Поэтому интерференционную картину от таких лучей можно наблюдать на экране в фокальной плоскости собирающей линзы в отраженном (лучи 1 и 2, рис. 3, а) или проходящем (лучи $1'$ и $2'$, рис. 3, б) свете. Пленка окрашена в определенный цвет при некотором угле наблюдения, если для волны этого цвета при соответствующем угле падения выполняется условие максимума интерференции.



а б

Рис. 3

Пусть d – толщина пленки; n_2 – показатель преломления пленки; α – угол падения луча из первой среды с показателем преломления n_1; β – угол преломления луча в пленке, равный углу падения на третью среду с показателем преломления n_3; γ – угол преломления луча в третьей среде. Без учета возможных потерь полуволны при отражении от оптически более плотной среды (3) оптические длины пути лучей 1 и 2 от точки падения A до прямой EC (до линзы) соответственно равны: $L_1 = n_1 AE$ и $L_2 = n_2(AB + BC)$; оптические длины пути лучей $1'$ и $2'$ от точки падения до прямой FD (до линзы) соответственно равны: $L_1 = n_2 AB + n_3 BF$ и $L_2' = n_2(AB + BC + CD)$. Оптическая разность хода лучей 1 и 2 при наблюдении интерференции в отраженном свете $\Delta_0 = L_2 - L_1$ и лучей $1'$ и $2'$ при наблюдении интерференции в проходящем свете $\Delta'_0 = L_2' - L_1'$ одинакова и имеет значение:

$$\Delta_0 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}\,. \qquad (12)$$

Если $n_3 > n_2$ и $n_1 > n_2$, то при вычислении оптической разности хода в проходящем свете (см. рис. 3, б) необходимо учесть потерю полуволны при отражении луча $2'$ в точках B и C от оптически более плотных сред. Если $n_2 > n_1$ и $n_3 > n_2$, то при вычислении оптической разности хода в отраженном свете (см. рис. 3, а) необходимо учесть потерю полуволны при отражении лучей 1 и 2 в точках A и B от оптически более плотных сред. Если происходит одна потеря, то оптическая разность хода $\Delta = \Delta_0 - \lambda/2$, если две потери, то $\Delta = \Delta_0$.

Линза, собирающая интерферирующие лучи в одну точку, не вносит дополнительной разности хода, поэтому при решении задач линза не учитывается.

Интенсивность результирующей проходящей или отраженной волны максимальна (при данном угле падения), если для разности хода выполняется условие максимума (5), и минимальна, если выполняется условие минимума (4).

1.3.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 5. На поверхность стеклянного объектива с показателем преломления 1,5 нанесена тонкая прозрачная пленка с показателем преломления 1,65. Перпендикулярно поверхности пленки падает параллельный пучок белого света. Найти минимальную толщину пленки, при которой в проходящем свете она окрашена в зеленый цвет с длиной волны 495 нм.

Дано:
$n_1 = 1$;
$n_2 = 1{,}65$;
$n_3 = 1{,}5$;
$\lambda = 4{,}95 \cdot 10^{-7}$ м;
$\alpha = 0°$.
Найти: d.

Решение.

Система из трех сред с показателями преломления $n_1 = 1$ (воздух), n_2 (пленка) и n_3 (объектив) и ход лучей в этой системе изображены на рис. 3, б; α – угол падения луча на пленку; β – угол преломления прошедшего пленку луча; γ – угол преломления прошедшего в объектив луча.

Оптическая разность хода лучей $1'$ и $2'$ без учета возможных потерь полуволны при отражении лучей от оптически более плотной среды определяется по формуле (12): $\Delta_0 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}$.

Интерференция прошедших лучей наблюдается в объективе. Луч $1'$ проходит пленку без отражения. Луч $2'$ отражается дважды: в точках B и C, в обоих случаях от менее плотной среды ($n_3 < n_2$ и $n_1 < n_2$), поэтому потерь полуволны нет, и оптическая разность хода лучей $1'$ и $2'$

$$\Delta = \Delta_0 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}. \qquad (13)$$

Пленка окрашена в какой-либо цвет, если для волны этого цвета под данным углом наблюдения выполняется условие (5) максимума интерференции: $\Delta = m\lambda$. Приравнивая правую часть выражения (13) к условию максимума, получим: $2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} = m\lambda$, откуда

$$d = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}. \tag{14}$$

Как видно из формулы (14), толщина пленки минимальна, если минимально значение m, т. е. если $m = 1$. Подстановка численных данных в формулу (14) дает: $d = \frac{1 \cdot 4{,}95 \cdot 10^{-7}}{2\sqrt{1{,}65^2}} = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ м = 150 нм.

Ответ: $d = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}$, $d = 150$ нм.

З а д а ч а 6. На прозрачный клей с показателем преломления $n_3 = 1{,}7$ нанесена тонкая прозрачная пленка ($n_2 = 1{,}4$) толщиной 400 нм. Пленка освещается параллельным пучком белого света, падающим на нее под углом 60 °. В какой цвет окрашена пленка и какого цвета лучи имеют минимальную интенсивность в отраженном свете?

Дано:
$n_1 = 1$;
$n_2 = 1{,}4$;
$n_3 = 1{,}7$;
$d = 4 \cdot 10^{-7}$ м;
$\alpha = 60°$.
Найти: λ_1; λ_2.

Решение.

Система из трех сред с показателями преломления $n_1 = 1$ (воздух), n_2 (пленка) и n_3 (клей) изображена на рис. 3, а. Там же показан ход лучей в этой системе; α – угол падения луча на пленку; β – угол преломления прошедшего пленку луча. Интерференция отраженных от пленки лучей 1 и 2 наблюдается в воздухе. Без учета возможных потерь полуволны при отражении от оптически более плотной среды оптическая разность хода лучей Δ_0 имеет значение:

$$\Delta_0 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}. \tag{15}$$

Луч 1 теряет полуволну $\lambda/2$ в точке A в связи с изменением фазы на противоположную при отражении от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$). Луч 2 теряет полуволну $\lambda/2$ в точке B по той же причине ($n_3 > n_2$). Поэтому с учетом выражения (15) формула для определения оптической разности хода лучей имеет вид:

$$\Delta = \Delta_0 - \lambda/2 + \lambda/2 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha}. \qquad (16)$$

Пленка окрашена в какой-либо цвет, если для волны этого цвета под данным углом наблюдения выполняется условие максимума интерференции $\Delta = m\lambda.$ Приравняв правые части выражения (16) и условия максимума друг к другу, после преобразований получим:

$$\lambda_1 = \frac{2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha}}{m}. \qquad (17)$$

В численных расчетах по формуле (17) из всего множества длин волн, удовлетворяющих условию максимума, выбирается длина волны, принадлежащая видимой части спектра: 400 нм $\le \lambda \le$ 760 нм. Вычисление проводится последовательно, начиная с наименьшего допустимого значения $m = 1$. Подстановка численных данных в формулу (17) дает длину волны, принадлежащей видимому свету, при $m = 2$: $\lambda_1 = \dfrac{2\cdot 4\cdot 10^{-7}\cdot\sqrt{1,4^2 - 1^2\cdot(\sqrt{3}/2)^2}}{2} = 440\cdot 10^{-9}$ м = 440 нм. Эта длина волны соответствует синему цвету. Следовательно, в отраженном свете пленка будет окрашена в синий цвет.

Минимальная интенсивность результирующей волны наблюдается, если ее длина удовлетворяет условию минимума интерференции $\Delta = \dfrac{(2m-1)\lambda}{2}$. Приравняв правые части выражения (16) и условия минимума друг к другу, после преобразований получим:

$$\lambda_2 = \frac{4d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha}}{2m-1}. \qquad (18)$$

Подстановка численных данных в формулу (18) дает длину волны видимого света при $m = 2$: $\lambda_2 = \dfrac{4 \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{1{,}4^2 - 1^2 \cdot (\sqrt{3}/2)^2}}{3} = 587 \cdot 10^{-9}$ м = 587 нм. Эта длина волны соответствует желтому цвету. Таким образом, лучи желтого цвета имеют в отраженном свете минимальную интенсивность.

Ответ:

$$\lambda_1 = \frac{2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}{m}, \ \lambda_1 = 440 \cdot 10^{-9} \text{ м};$$

$$\lambda_2 = \frac{4d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}{2m - 1}, \ \lambda_2 = 587 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

З а д а ч а 7. На поверхность объектива с показателем преломления $n_3 = 1{,}7$ нанесена тонкая прозрачная пленка ($n_2 = 1{,}4$) толщиной 400 нм. На пленку под углом 60° к ее поверхности падает параллельный пучок белого света. В какой цвет будет окрашена пленка и какого цвета лучи имеют минимальную интенсивность в проходящем свете?

Дано:
$n_1 = 1$;
$n_2 = 1{,}4$;
$n_3 = 1{,}7$;
$d = 4 \cdot 10^{-7}$ м;
$\varphi = 60°$.
Найти: λ_1; λ_1'; λ_2; λ_2'.

Решение.

Система из трех сред с показателями преломления $n_1 = 1$ (воздух), n_2 (пленка) и n_3 (объектив) изображена на рис. 3, б. Там же показан ход лучей в этой системе; $\alpha = 90 - \varphi = 30°$ – угол падения луча на пленку; β – угол преломления прошедшего пленку луча; γ – угол преломления прошедшего в объектив луча. Интерференция прошедших пленку лучей $1'$ и $2'$ наблюдается в объективе. Без учета возможных потерь полуволны при отражении от оптически более плотной среды оптическая разность хода лучей имеет значение:

$$\Delta_0 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}. \tag{19}$$

Луч $1'$ проходит пленку без отражения. Луч $2'$ отражается дважды: сначала в точке B от более плотной среды ($n_3 > n_2$), теряя при этом полуволну; за-тем – в точке C от менее плотной среды ($n_1 < n_2$) без потери полуволны, поэтому с учетом выражения (19) оптическая разность хода лучей в проходящем свете

$$\Delta' = \Delta_0 - \lambda/2 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha} - \lambda/2. \tag{20}$$

Пленка окрашена в какой-либо цвет, если для волны этого цвета под данным углом наблюдения выполняется условие максимума интерференции $\Delta = m\lambda$. Приравняв правые части выражения (20) и условия максимума друг к другу, после преобразований получим:

$$\lambda_1' = \frac{4d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha}}{2m+1}. \tag{21}$$

В численных расчетах по формуле (21) из всего множества длин волн, удовлетворяющих условию максимума, выбирается длина волна, принадлежащей видимой части спектра: 400 нм $\le \lambda \le$ 760 нм. Вычисления длин волн проводятся последовательно, начиная с наименьшего допустимого значения $m = 0$. Подстановка численных данных в формулу (21) при $m = 1$ дает длину волны $\lambda_1' = \dfrac{4 \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{1{,}4^2 - 1^2 \cdot (1/2)^2}}{3} = 697 \cdot 10^{-9}$ м $= 697$ нм. Эта длина волны соответствует красному цвету. Следовательно, в проходящем свете пленка будет окрашена в красный цвет.

Минимальная интенсивность результирующей волны наблюдается, если ее длина удовлетворяет условию минимума интерференции $\Delta = \dfrac{(2m-1)\lambda}{2}$. Приравняв правые части выражения (21) и условия минимума друг к другу, после преобразований получим:

$$\lambda_2' = \frac{2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha}}{m}. \tag{22}$$

Подстановка чисел в формулу (22) при $m=2$ дает длину волны фиолетового цвета: $\lambda_1' = \dfrac{2\cdot 4{,}0\cdot 10^{-7}\cdot\sqrt{1{,}4^2 - 1^2\cdot(1/2)^2}}{2} = 523\cdot 10^{-9}$ м. Следовательно, в проходящем свете полностью гасятся фиолетовые лучи.

Ответ:

$$\lambda_1' = \frac{4d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\alpha}}{2m+1},\ \ \lambda_1' = 697\cdot 10^{-9}\ \text{м};$$

$$\lambda_2' = \frac{2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\alpha}}{m},\ \ \lambda_1' = 523\cdot 10^{-9}\ \text{м}.$$

1.4. Интерференция в клине. Кольца Ньютона

1.4.1. Основные формулы и обозначения

Если на тонкую пленку переменной толщины падает пучок параллельных лучей света, то лучи 1, отразившиеся от пленки в точке *A*, а также лучи 2, прошедшие через пленку и отразившиеся в точке *B*, пересекаются в точках, расположенных вблизи пленки, усиливая или ослабляя результирующую волну.

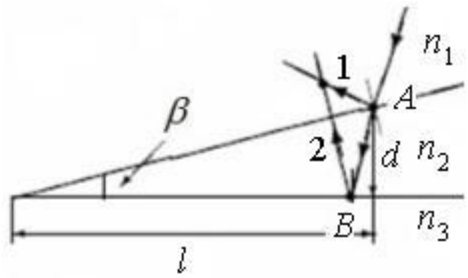


Рис. 4

Если пластинку в виде клина считать тонкой пленкой переменной толщины, то при малом угле клина β (рис. 4) разность хода лучей, интерферирующих в отраженном (1 и 2) и проходящем свете без учета возможных потерь полуволны при отражении от оптически более плотной среды можно с большой точностью вычислять по формуле (12), принимая в качестве d толщину пластинки в точке падения на нее света. При нормальном падении света на клин формула (12) принимает вид:

$$\Delta_0 = 2dn_2. \tag{23}$$

Обычно угол β мал, поэтому $\beta \approx \sin\beta \approx \mathrm{tg}\beta = d/l,$ следовательно, выполняется соотношение:

$$d \approx l\beta, \tag{24}$$

где l – расстояние от вершины клина до точки наблюдения интерференции (до точки падения наблюдаемого луча).

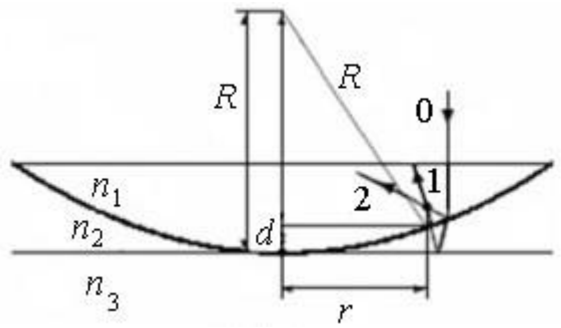


Рис. 5

Если интерференция происходит в тонком зазоре, разделяющем две (обычно стеклянные) соприкасающиеся сферические поверхности или поверхности плоскости и сферы, то при наблюдении интерференции в отраженном или преломленном свете наблюдаются кольца Ньютона – полосы в форме колец, расположенных концентрически вокруг точки касания. При освещении монохроматическим светом кольца Ньютона представляют собой чередующиеся темные и светлые полосы. Номер темного или светлого кольца равен соответственно порядку минимума или максимума интерференции. Темное кольцо образуется, если соответствующая оптическая разность хода, учитывающая возможные потери полуволн при отражении, удовлетворяет условию минимума интерференции (4), светлое – при выполнении условия максимума (5). При освещении белым светом кольца Ньютона становятся цветными.

Пусть свет падает нормально на сферическую поверхность радиусом R, касающуюся плоской поверхности (луч 0 на рис. 5). Тогда разность хода лучей, интерферирующих в отраженном (лучи 1 и 2) и в проходящем свете, при толщине зазора $d << R$ без учета возможных потерь при отражении вычисляется по формуле (23). Радиус кольца определяется по формуле:

$$r \approx \sqrt{2Rd}. \qquad (25)$$

Если $n_2 > n_1$ и $n_3 > n_2$, то при вычислении оптической разности хода нужно учесть потерю полуволны при отражении от оптически более плотных сред: луча 1 от верхней, луча 2 – от нижней границы зазора. Если произошла одна потеря, то оптическая разность хода $\Delta = \Delta_0 - \lambda/2$, если две, то $\Delta = \Delta_0$.

1.4.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 8. На клин из плавленого кварца с показателем преломления 1,46 перпендикулярно его поверхности падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 587 нм (см. рис. 4). Угол клина – $1{,}4''$. Найти число светлых интерференционных полос, расположенных на участке клина длиной $4 \cdot 10^{-2}$ м, при наблюдении интерференции в отраженном свете.

Дано:
$n_1 = 1$;
$n_2 = 1{,}46$;
$n_3 = 1$;
$\lambda = 5{,}87 \cdot 10^{-7}$ м;
$\alpha = 0°$;
$\beta = 14'' = 6{,}787 \cdot 10^{-5}$ рад;
$l = 4 \cdot 10^{-2}$ м.
Найти: N.

Решение.

Так как угол клина β мал, выполняется соотношение (24): $d \approx l\beta$. Свет падает на клин нормально, поэтому оптическая разность хода лучей 1 и 2 в отраженном свете без учета возможных потерь при отражении вычисляется по формуле (25): $\Delta_0 = 2dn_2$. Луч 1 отражается в точке A от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$), значит, его оптическая длина пути меняется на полуволну $\lambda / 2$; луч 2 отражается в точке B от оптически менее плотной среды ($n_3 < n_2$), его оптическая длина пути не меняется, поэтому выражение для оптической разности хода с учетом потери полуволны при отражении и формул (24) и (25) принимает вид (для удобства подсчета светлых полос выбран знак плюс):

$$\Delta = \Delta_0 - \lambda / 2 = 2dn_2 + \lambda / 2 = 2l\beta n_2 + \lambda / 2. \qquad (26)$$

Заметим, что так как толщина вершины клина $d = 0$ м, в вершине будет наблюдаться темная полоса (первая слева на рис. 6 (вид на клин сверху)). Светлым полосам соответствуют максимумы интерференции, для которых выполняется условие (5): $\Delta = m\lambda$. Подставляя условие (5) в выражение (26), получим: $m\lambda = 2l\beta n_2 + \lambda / 2$, откуда

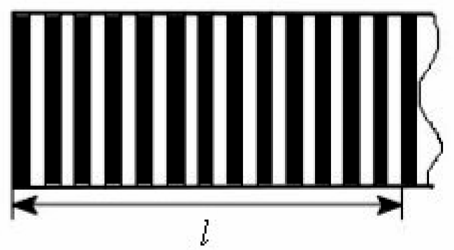


Рис. 6

$$m = 2l\beta n_2 / \lambda + \lambda / 2, \qquad (27)$$

где номер максимума m отсчитывается от вершины клина (начиная с $m = 1$).

Так как нумерация светлых полос начинается с единицы, их число $N = m$, поэтому с учетом формулы (27) $N = m = 2l\beta n_2 / \lambda + 1/2$. В численной форме: $N = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 6{,}787 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}46 / (5{,}87 \cdot 10^{-7}) + 0{,}5 = 14$ полос.

Ответ: $N = m = 2l\beta n_2 / \lambda + 1/2$, $N = 14$.

З а д а ч а 9. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Установка освещается монохроматическим светом с длиной волны 600 нм, падающим нормально к поверхности линзы. Радиус кривизны линзы – 1,5 м. Определить показатель преломления жидкости, если радиус третьего темного кольца в отраженном свете равен $1{,}3\cdot 10^{-3}$ м, а показатель преломления стекла $n_1 = n_3 = 1{,}5$.

Дано:
$n_1 = 1{,}5$;
$n_3 = 1{,}5$;
$\lambda = 6\cdot 10^{-7}$ м;
$\alpha = 0°$;
$R = 1{,}5$ м;
$m = 3$;
$r = 1{,}3\cdot 10^{-3}$ м.
Найти: n_2.

Решение.

Так как свет падает на установку нормально (луч 0, см. рис. 5), оптическая разность хода лучей 1 и 2 в отраженном свете без учета возможных потерь вычисляется по формуле (23), в которой толщина зазора выражается из уравнения (25):

$$d = r^2 / 2R. \qquad (28)$$

Пусть жидкость является оптически более плотной средой, чем стекло ($n_2 > n_1$). Тогда луч 1, отражаясь от верхней границы жидкости, теряет полуволну $\lambda/2$, а луч 2, отражаясь от оптически менее плотной среды (от плоской поверхности стекла, $n_3 < n_2$), не испытывает потерь, поэтому выражение для оптической разности хода с учетом потерь при отражении и формул (23) и (28) принимает вид:

$$\Delta = \Delta_0 - \lambda/2 = 2dn_2 - \lambda/2 = 2n_2 r^2 / 2R - \lambda/2 = n_2 r^2 / R - \lambda/2. \qquad (29)$$

Пусть теперь жидкость является оптически менее плотной средой, чем стекло ($n_2 < n_1$). Тогда луч 1, отражаясь от верхней границы жидкости, не теряет полволны, а луч 2, отражаясь от оптически более плотной среды (от плоской поверхности стекла, $n_3 > n_2$), испытывает потерю, поэтому выражение (29) для оптической разности хода остается прежним.

Темным полосам соответствуют минимумы интерференции, для которых выполняется условие (4): $\Delta = (2m-1)\lambda/2$. Подставляя условие (4) в выражение (29), получим: $m\lambda - \lambda/2 = n_2 r^2 / R - \lambda/2$, откуда следует, что:

1) так как номер минимума (номер темного кольца) m отсчитывается от вертикальной оси симметрии системы, проходящей через точку касания сферы

и плоскости, при $r=0$ (в центре интерференционной картины) $m=0$ и будет наблюдаться минимум нулевого порядка – темная точка;

2) выражение для показателя преломления воды имеет вид: $n_2 = m\lambda R/r^2$.

Значение показателя преломления найдем, подставив в полученное выражение численные данные: $n_2 = 3\cdot 6\cdot 10^{-7}\cdot 1{,}5/(1{,}3\cdot 10^{-6})^2 = 1{,}6.$

Ответ: $n_2 = m\lambda R/r^2$, $n_2 = 1{,}6.$

2. ДИФРАКЦИЯ ВОЛН

2.1. Дифракция Френеля на круглом отверстии

2.1.1. Основные формулы и обозначения

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля монохроматическое излучение точечного источника S (рис. 7) можно заменить излучением воображаемых источников, расположенных на волновом фронте P радиусом $a = SO$, где O – точка пересечения поверхности P с линией SM; $b = OM$ – расстояние от поверхности до точки наблюдения. При вычислении с помощью метода зон Френеля поверхность P разбивается на кольцевые зоны так, чтобы расстояния от краев соседних зон до точки наблюдения M отличались на $\lambda/2$. При $b >> \lambda$ амплитуда волн, приходящих в точку M от зон, медленно убывает с увеличением расстояния до зоны (т. е. с ростом номера зоны k):

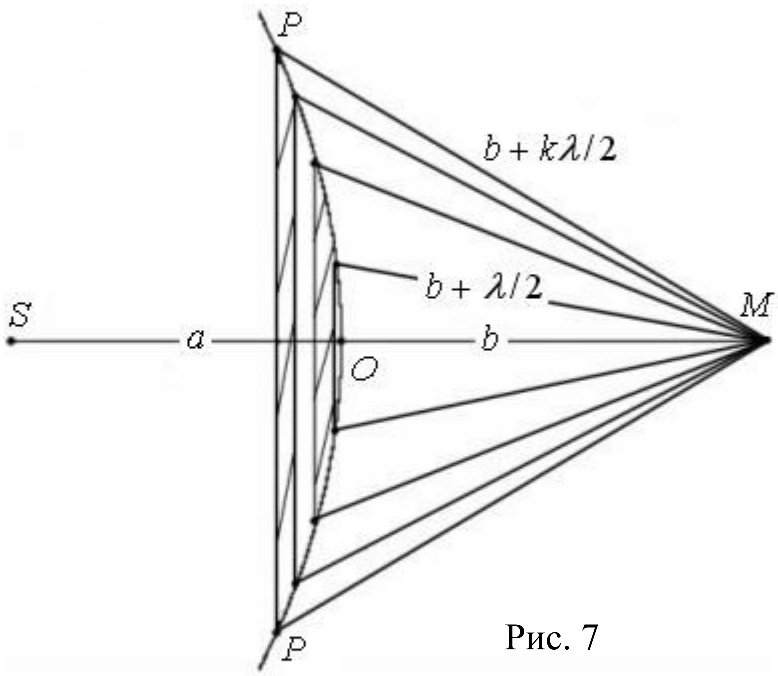


Рис. 7

$$A_1 > A_2 > \cdots > A_k > A_{k+1} > \cdots. \tag{30}$$

Радиус k-й зоны Френеля при малых k

$$r_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}. \tag{31}$$

Если $b << a$, то волновой фронт в точке наблюдения можно считать плоским, а выражение (31) принимает вид:

$$r_k = \sqrt{bk\lambda}. \tag{32}$$

Если на пути сферической волны поставить непрозрачную преграду с круглым отверстием так, чтобы отверстие оставляло открытыми ровно k зон Френеля, то при радиусе отверстия $r_{\text{отв}} = r_k << b \approx a$ он определяется по формуле (31), а при $r_{\text{отв}} = r_k << b << a$ – по формуле (32). Дифракционная картина на экране симметрична относительно точки M и состоит из концентрических чередующихся светлых и темных колец, число которых равно числу открытых отверстием зон Френеля.

Для амплитуды результирующей волны в точке наблюдения M справедлива приближенная формула:

$$A_{\text{рез}} = \sum_{i=1}^{k} (-1)^{i-1} \cdot A_i, \tag{33}$$

где $i = 1,2,3,\ldots,k$ – номер зоны.

Если при малых k отверстие открывает четное число зон Френеля ($k = 2m$, $m = 1,2,\ldots$), то согласно формуле (33) амплитуда приходящей в точку M волны

$$A_{\text{рез}} \approx A_1/2 - A_k/2 \tag{34}$$

и в центре картины наблюдается минимум (темное круглое пятно).

Если при малых k отверстие открывает нечетное число зон ($k = 2m-1$, $m = 1,2,\ldots$), то согласно формуле (33) амплитуда приходящей в точку M волны

$$A_{\text{рез}} \approx A_1/2 + A_k/2 \tag{35}$$

и на экране наблюдается максимум (светлое круглое пятно).

2.1.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 10. Найти радиус шестой зоны Френеля для волновой поверхности, удаленной на расстояние 15 м от точечного источника монохроматического света с длиной волны 650 нм, если точка наблюдения находится на расстоянии 24 м от поверхности.

Дано:
$k = 6$;
$a = 15$ м;
$\lambda = 6{,}5 \cdot 10^{-7}$ м;
$b = 24$ м.
Найти: r_k.

Решение.

На рис. 7 методом зон Френеля волновой фронт P монохроматического излучения точечного источника S с длиной волны λ разбит на кольцевые зоны. Так как $b \approx a$, радиус зоны вычисляется подстановкой данных в формулу (31): $r_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$: $r_k = \sqrt{15 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-7}/(15+24)} = 6 \cdot 10^{-3}$ м.

Ответ: $r_r = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$, $r_k = 6 \cdot 10^{-3}$ м.

З а д а ч а 11. Экран Э (рис. 8) для наблюдения дифракции Френеля находится на расстоянии 12 м от точечного монохроматического источника света с длиной волны 720 нм. На расстоянии 5 м от источника *S* помещена преграда с диафрагмой П. При каком радиусе отверстия диафрагмы центр дифракционного изображения отверстия *M* будет а) наиболее темным, б) наиболее светлым?

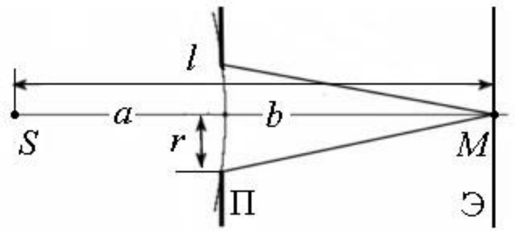
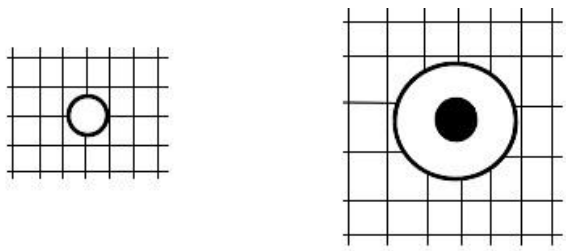


Рис. 8



а б

Рис. 9

Дано:
$l = 12$ м;
$\lambda = 7{,}2 \cdot 10^{-7}$ м;
$a = 5$ м;
а) $A = A_{max}$;
б) $A = A_{min}$.
Найти: $r_{отв}$.

Решение.

а) Наиболее светлое пятно в центре дифракционного изображения отверстия на экране (рис. 9, а) наблюдается при наибольшей из всех возможных амплитуд результирующей волны, приходящей в центр изображения. Согласно формуле (35) $A_{рез} \approx A_1/2 + A_k/2$ максимум амплитуды результирующей волны наблюдается при нечетном числе открытых отверстием зон $k = 2m - 1$, $m = 1, 2, \ldots$.

Чем светлее центр дифракционного изображения отверстия на экране, тем больше сумма амплитуд в правой части формулы (35). Чем больше сумма амплитуд, тем больше должна быть амплитуда волны, приходящей от последней (k-й) открытой зоны. Согласно формуле (30) среди волн, приходящих от зон с нечетными номерами, максимальную амплитуду имеет волна, приходящая от первой зоны. Таким образом, в данном случае $k=1$. Так как $b \approx a$, радиус отверстия вычисляется по формуле: $r_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$, в которой $a+b=l$ и $b=l-a$:

$$r_{\text{отв}} = r_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)} = \sqrt{a(l-a)k\lambda/l}. \qquad (36)$$

Подставив числа в формулу (36), получим: $r_{\text{отв}} = \sqrt{5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-7}/12} = 1{,}45 \cdot 10^{-3}$ м.

б) Наиболее темное пятно в центре дифракционного изображения отверстия на экране (рис. 9, б) наблюдается при наименьшей из всех возможных амплитуд результирующей волны, приходящей в центр изображения. Согласно формуле (34) $A_{\text{рез}} \approx A_1/2 - A_k/2$ минимум амплитуды результирующей волны наблюдается при четном числе открытых отверстием зон Френеля $k=2m$, $m=1,2,\ldots$. Чем темнее центр дифракционного изображения отверстия на экране, тем меньше разность амплитуд в правой части формулы (31). Согласно формуле (30) чем меньше разность амплитуд, тем больше амплитуда волны, приходящей от последней (k-й) открытой зоны. Среди волн, приходящих от зон с четными номерами, максимальную амплитуду имеет волна, приходящая от второй зоны Френеля. Таким образом, в данном случае $k=2$ и радиус отверстия вычисляется по формуле (36) при $k=2$: $r_{\text{отв}} = \sqrt{5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-7}/12} = 2{,}05 \cdot 10^{-3}$ м.

Ответ: а) $r_{\text{отв}} = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$, $k=1$, $r_{\text{отв}} = 1{,}45 \cdot 10^{-3}$ м;

б) $r_{\text{отв}} = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$, $k=2$, $r_{\text{отв}} = 2{,}05 \cdot 10^{-3}$ м.

З а д а ч а 12. На непрозрачную преграду с отверстием радиусом 1 мм падает плоская монохроматическая волна. Когда расстояние от преграды до установленного за ней экрана равно 0,381 м, в центре дифракционной картины наблюдается резкий минимум интенсивности. При удалении экрана до 0,508 м минимум сменяется резким максимумом. Найти длину волны падающего света и число зон Френеля, открываемых отверстием при первом положении экрана.

Дано:
$r_{отв} = 8 \cdot 10^{-4}$ м;
$b_1 = 0{,}381$ м;
$A_1 = A_{min}$;
$b_2 = 0{,}508$ м;
$A_2 = A_{max}$.
Найти: k_1, λ.

Решение.

Так как на преграду П (рис. 10) падает плоская волна, для радиуса отверстия справедлива формула (32): $r_{отв} = \sqrt{bk\lambda}$, из которой следует, что

$$k = r_{отв}^{\ 2} / b\lambda. \qquad (37)$$

Согласно формуле (37) при постоянных $r_{отв}$ и λ возрастание b приводит к уменьшению k. Так как $b_2 > b_1, k_2 < k_1$. По условию задачи минимум сменяется максимумом один раз, поэтому k_1 и k_2 отличаются на 1: $k_2 = k_1 - 1$. Подставим это равенство в формулу (37) для второго положения экрана и выразим k_1:

$$k_1 = (r_{отв}^{\ 2} / b_2\lambda) + 1. \qquad (38)$$

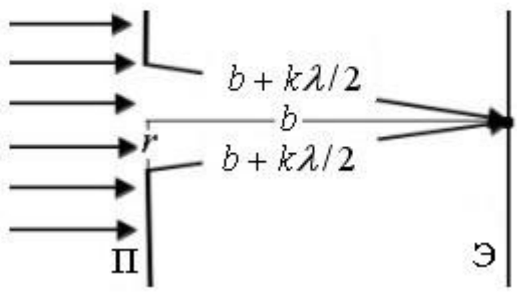


Рис. 10

Для первого положения экрана формула (37) принимает вид:

$$k_1 = r_{отв}^{\ 2} / b_1\lambda. \qquad (39)$$

Приравняв выражения (38) и (39) друг к другу, выразим λ: $\lambda = \dfrac{r_{отв}^{\ 2}(b_2 - b_1)}{(b_1 b_2)}$.

С учетом этого равенства формула (37) принимает вид: $k_1 = b_2/(b_2 - b_1)$. Подстановка данных дает: $\lambda = 64 \cdot 10^{-8} \cdot (0{,}508 - 0{,}381) / (0{,}508 \cdot 0{,}381) = 4{,}20 \cdot 10^{-7}$ м; $k_1 = 0{,}508/(0{,}508 - 0{,}381) = 4$.

Ответ: $\lambda = r_{отв}^{\ 2}(b_2 - b_1)/(b_1 b_2)$, $\lambda = 4{,}20 \cdot 10^{-7}$ м;
$k_1 = b_2/(b_2 - b_1)$, $k_1 = 4$.

З а д а ч а 13. Круглое отверстие открывает наблюдателю пять первых зон Френеля сферического волнового фронта. Амплитуды колебаний напряженности электрического поля волн, приходящих в точку наблюдения от этих зон, соответственно равны: $A_1 = 11{,}8$ В/м; $A_2 = 11{,}7$ В/м; $A_3 = 11{,}6$ В/м; $A_4 = 11{,}5$ В/м; $A_5 = 11{,}4$ В/м. Найти амплитуду результирующей волны в точке наблюдения, если а) отверстие полностью открыть; б) с помощью специальных пластин полностью закрыть вторую и четвертую зоны Френеля.

Дано:
$k = 5$;
$A_1 = 11{,}8$ В/м;
$A_2 = 11{,}7$ В/м;
$A_3 = 11{,}6$ В/м;
$A_4 = 11{,}5$ В/м;
$A_5 = 11{,}4$ В/м;
$A_2' = A_4' = 0$ В/м.
Найти: $A_{\text{рез}}$; $A'_{\text{рез}}$.

Решение.

При вычислении с помощью метода зон Френеля для амплитуды результирующей волны в точке наблюдения справедлива формула (33). Из нее следует, что

$$A_{\text{рез}} = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5; \tag{40}$$

$$A'_{\text{рез}} = A_1 - A_2' + A_3 - A_4' + A_5. \tag{41}$$

Подстановка чисел дает следующий результат: $A_{\text{рез}} = 11{,}8 - 11{,}7 + 11{,}6 - 11{,}5 + 11{,}4 = 11{,}6$ В/м; $A'_{\text{рез}} = 11{,}8 - 0 + 11{,}6 - 0 + 11{,}4 = 34{,}8$ В/м.

Ответ: $A_{\text{рез}} = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5$, $A_{\text{рез}} = 11{,}6$ В/м;
$A'_{\text{рез}} = A_1 - A_2' + A_3 - A_4' + A_5$, $A'_{\text{рез}} = 34{,}8$ В/м.

2.2. Дифракция Фраунгофера на щели

2.2.1. Основные формулы и обозначения

Пусть на бесконечную щель шириной *d*, образованную двумя бесконечными полуплоскостями, падает плоская волна, фронт которой параллелен полуплоскостям (рис. 11). Параллельные лучи, испускаемые согласно принципу Гюйгенса – Френеля каждым элементом щели, собирает в своей фокальной плоскости линза. (Она не дает дополнительной разности хода, поэтому не изображена на рис. 11.) В фокальной плоскости линзы на расстоянии b от щели параллельно полуплоскостям расположен экран Э. В результате дифракции Фраунгофера на экране наблюдается дифракционная картина в виде симметричных относительно щели бесконечных полос, параллельных щели.

Распределение интенсивности света I на экране показано справа от него. При падении на щель монохроматического света на экране чередуются светлые и темные полосы, центральная светлая полоса наиболее яркая. При падении белого света центральная полоса белая, остальные полосы цветные. При угле дифракции θ оптическая разность хода крайних лучей (рис. 12)

$$\Delta = d\sin\theta. \qquad (42)$$

Если расстояние от центра O экрана до точки наблюдения интерференции $x << b$, то угол дифракции θ мал и выполняется соотношение: $\theta \approx \sin\theta \approx \mathrm{tg}\theta = x / b.$ Если под углом θ щель открывает k зон Френеля

$$\Delta = k(\lambda / 2), \qquad (43)$$

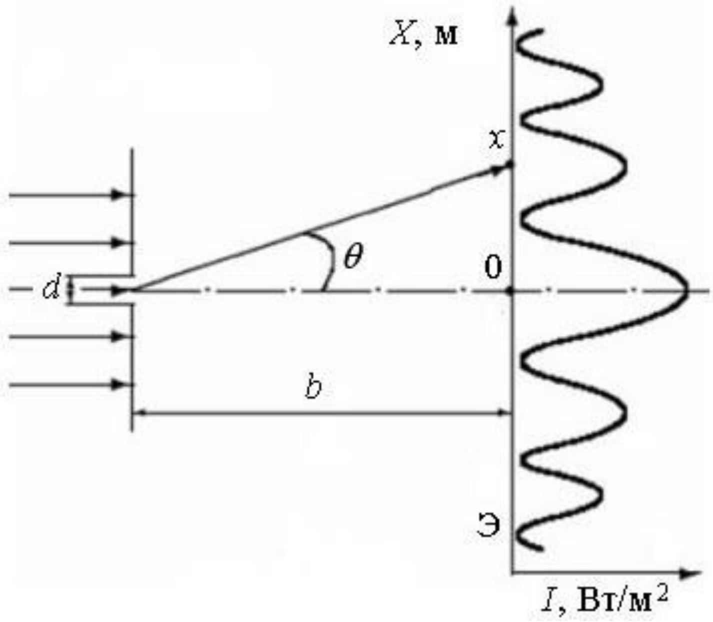


Рис. 11

то точки минимума интенсивности картины на экране определяются условием:

$$\Delta_m = \pm k(\lambda / 2) = \pm 2m(\lambda / 2), \quad k = 2m, \; m = 1,2,\ldots, \qquad (44)$$

где m – порядок минимума; точки максимума определяются условием:

$$\Delta_m = \pm k(\lambda / 2) = \pm(2m+1)(\lambda / 2), \quad k = 2m+1, \; m = 0,1,2,\ldots, \qquad (45)$$

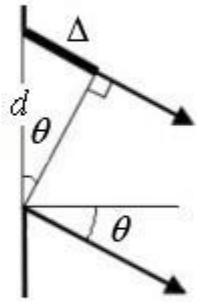


Рис. 12

где m – порядок максимума (порядок дифракции). Нулевой порядок дифракции ($k = 1$) соответствует главному (центральному) максимуму при $\theta_0 = 0$.

2.2.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 14. На непрозрачную пластинку с узкой щелью падает нормально плоская волна с длиной 640 нм. Угол отклонения прошедших лучей, соответствующий первому дифракционному максимуму, составляет $20\,°$. Определить ширину щели.

Дано:
$\lambda = 6{,}4 \cdot 10^{-7}$ м;
$m = 1$;
$\theta = 20\,°$.
Найти: d.

Решение.

При наблюдении дифракционной картины (см. рис. 11) оптическая разность хода крайних лучей (см. рис. 12) определяется выражением (42): $\Delta = d\sin\theta$, а точки максимума интенсивности – условием (45): $\Delta = \pm(2m+1)(\lambda/2)$. Приравнивая правые части этих соотношений друг к другу, получим: $d\sin\theta = \pm(2m+1)(\lambda/2)$, откуда $d = (2m+1)(\lambda/2)/\sin\theta$, где взят только положительный знак, так как угол дифракции $\theta > 0\,°$. Подстановка численных данных дает: $d = (2 \cdot 1 + 1)\left(6{,}4 \cdot 10^{-7} / 2\right)\big/\sin 20\,° = 2{,}8 \cdot 10^{-6}$ м.

Ответ: $d = (2m+1)(\lambda/2)/\sin\theta$, $d = 2{,}8 \cdot 10^{-6}$ м.

З а д а ч а 15. На щель шириной 0,28 мм в непрозрачной пластине падает нормально монохроматический свет с длиной волны 0,7 мкм. За щелью помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран. Что наблюдается на экране (максимум или минимум дифракционной картины) под углом дифракции $12{,}9'$?

Дано:
$d = 2{,}8 \cdot 10^{-4}$ м;
$\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ м;
$\theta = 12{,}9' = \dfrac{12{,}9 \cdot 2\pi}{60 \cdot 360}$ рад.
Найти: k.

Решение.

Точки экстремума интенсивности дифракционной картины (см. рис. 11) определяются условиями (44) и (45): $\Delta = \pm k(\lambda/2)$. Точки максимума определяются значениями $k = 2m+1$, где $m = 0, 1, 2, \ldots$; минимума – значениями $k = 2m$, где $m = 1, 2, \ldots$, m – порядок максимума (минимума). Следовательно, чтобы определить, максимум или минимум дифракционной картины будет наблюдаться под углом дифракции θ, нужно найти k. Если k окажется четным или равным нулю, то на экране наблюдается минимум; если нечетным – максимум. Для части спектра, соответствующей положительным значениям Δ,

$$k = 2\Delta/\lambda. \tag{46}$$

Оптическая разность хода крайних лучей определяется соотношением (42): $\Delta = d\sin\theta$ (см. рис. 12), подстановка которого в формулу (46) с учетом малости угла θ ($\sin\theta \approx \theta$) приводит к выражению: $k = 2d\sin\theta/\lambda = 2d\cdot\theta/\lambda$. Численный расчет ($k = 2\cdot 2{,}8\cdot 10^{-4}\cdot 12{,}9\cdot 2\cdot 3{,}14/(60\cdot 360\cdot 7\cdot 10^{-7}) = 3{,}0$) показывает, что k нечетное, поэтому под данным углом на экране наблюдается максимум.

Ответ: $k = 2d\sin\theta/\lambda$, $k = 3{,}0$, на экране наблюдается максимум.

З а д а ч а 16. Белый свет падает нормально на узкую длинную щель в непрозрачном экране. Найти ширину щели, если разность между углами дифракции, соответствующими вторым максимумам для зеленого света с длиной волны 570 нм и синего света с длиной волны 450 нм, оказалась равной 0,002 рад. Углы дифракции считать малыми.

Дано:
$\lambda_{зел} = 5{,}7\cdot 10^{-7}$ м;
$\lambda_{син} = 4{,}5\cdot 10^{-7}$ м;
$\Delta\theta = 0{,}002$ рад;
$m_{зел} = m_{син} = m = 2$;
Найти: d.

Решение.

Для малых углов $\theta_{зел}$ и $\theta_{син}$ $\sin\theta \approx \theta$, поэтому согласно формуле (42) оптическая разность хода крайних лучей (рис. 13)

$$\Delta = d\sin\theta = d\cdot\theta. \qquad (47)$$

Рассмотрим спектр, соответствующий положительным значениям угла дифракции (см. рис. 13). Тогда подстановка условия максимума (45) $\Delta = (2m+1)(\lambda/2)$, $m = 0,1,2,\ldots$ в формулу (47) приводит к равенству: $d\cdot\theta = (2m+1)(\lambda/2)$, из которого можно выразить углы: $\theta_{зел} = (2m+1)(\lambda_{зел}/2d)$ и $\theta_{син} = (2m+1)(\lambda_{син}/2d)$. Разность правых частей этих соотношений: $\Delta\theta = \theta_{зел} - \theta_{син} = (2m+1)(\lambda_{зел} - \lambda_{син})/2d$, откуда $d = (2m+1)(\lambda_{зел} - \lambda_{син})/2\Delta\theta$.

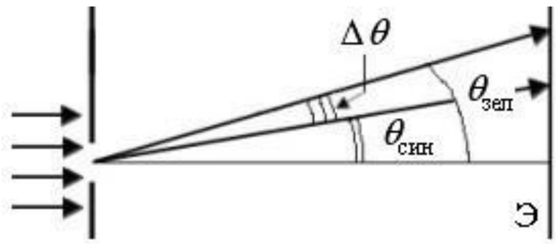


Рис. 13

Подставив данные, получим: $d = \dfrac{(2\cdot 2+1)(5{,}7-4{,}5)}{2\cdot 0{,}002}\cdot 10^{-7} = 15\cdot 10^{-5}$ м.

Ответ: $d = \dfrac{(2m-1)(\lambda_{зел} - \lambda_{син})}{2\Delta\theta}$, $d = 15\cdot 10^{-5}$ м.

2.3. Дифракционная решетка

2.3.1. Основные формулы и обозначения

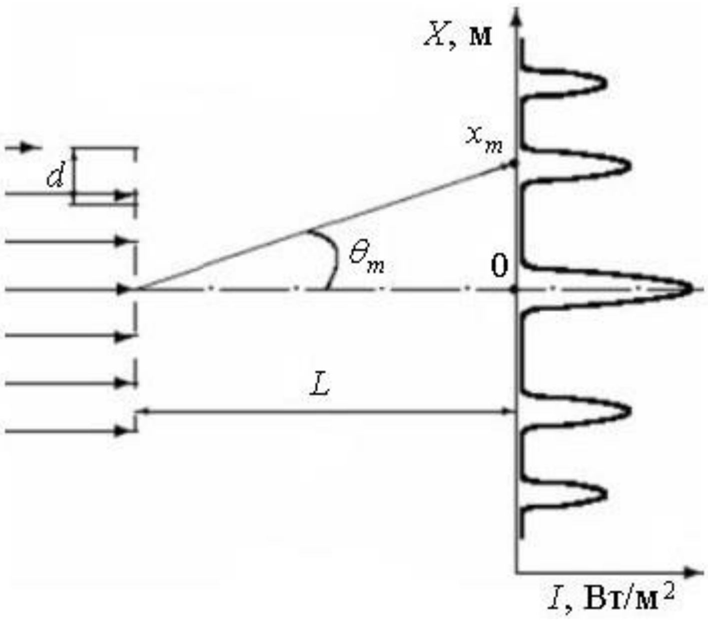


Рис. 14

Пусть на дифракционную решетку шириной l с числом щелей (штрихов) N и периодом $d = l / N$ падает нормально монохроматическая ЭМВ с длиной λ (рис. 14); x_m – координата точки наблюдения интерференции на экране Э; $L >> d$ – расстояние от решетки до экрана. Тогда главные максимумы дифракционной картины наблюдаются под углами, определяемыми равенством:

$$\sin\theta_m = \pm m\lambda / d\,, \tag{48}$$

где $m = 0,1,\ldots$ – порядок главного максимума;

θ – угол дифракции, $\mathrm{tg}\theta = x / L$.

Распределение интенсивности ЭМВ на экране показано справа от него.

Если на решетку падает белый свет, то на экране наблюдаются белый центральный максимум и остальные максимумы в виде радужного спектра.

2.3.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 17. На дифракционную решетку перпендикулярно ее плоскости падает монохроматический свет с длиной волны 402 нм (см. рис. 14). На экране, расположенном за решеткой, максимум первого порядка виден под углом 6,754°. Найти число штрихов на длине 1 мм.

Дано:
$\lambda = 402$ нм;
$\theta = 6{,}927''$;
$m = 1$;
$l = 1$ мм.
Найти: N.

Решение.

Главные максимумы дифракционной картины наблюдаются на экране под углами, определяемыми условием (48):

$$\sin\theta_m = m\lambda / d,\ \ m = 0,1,\ldots, \tag{49}$$

где $d = l / N$ – период решетки. Подставив выражение для d

в формулу (49), получим: $\sin\theta_m = m\lambda N / l$. Отсюда $N = l\sin\theta_m / (m\lambda)$. Подставив численные данные, получим: $N = 10^4 \sin 6{,}927'' / 4{,}02 = 300$.

Ответ: $N = l\sin\theta_m /(m\lambda)$, $N = 300$.

З а д а ч а 18. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр второго порядка на угол 17 °. Найти угол между направлениями на спектры первого порядка.

Дано:
$m_1 = 2$;
$\theta_{m1} = 17°$;
$m_2 = 1$.
Найти: φ_{m2}, m_3.

Решение.

Используя симметрию интерференционной картины относительно центрального максимума, угол между направлениями на спектры m-го порядка (рис. 15), можно найти по формуле:

$$\varphi_m = \theta_m - \theta_{-m} = 2\theta_m. \qquad (50)$$

Главные максимумы при $\theta > 0$ наблюдаются под углами, определяемыми условием (48): $\sin\theta_{m1} = m_1\lambda / d$, $\sin\theta_{m2} = m_2\lambda / d$, $m = 0,1,\ldots$, где λ – длина падающей волны. Следовательно, $\sin\theta_{m2}/\sin\theta_{m1} = (m_2\lambda / d)/(m_1\lambda / d)$. Отсюда $\sin\theta_{m2} = (m_2 / m_1)\sin\theta_{m1}$. Численный расчет дает: $\sin\theta_{m2} = (1/2)\sin 17° = 0{,}1462$.

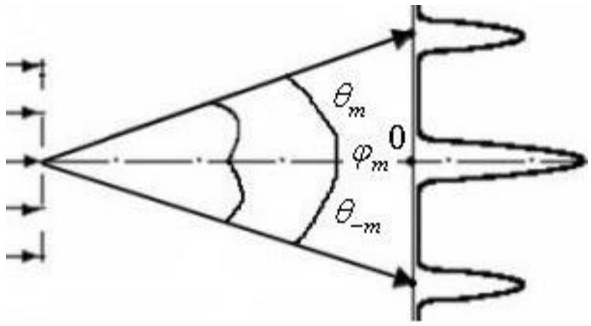


Рис. 15

Следовательно, $\theta_{m2} = \arcsin(0{,}1462) = 8{,}4°$. Отсюда, учитывая выражение (50), получим: $\varphi_{m2} = 2 \cdot 8{,}4 = 16{,}8°$.

Ответ: $\varphi_{m2} = 2\arcsin\{(m_2 / m_1)\sin\theta_{m1}\}$, $\varphi_{m2} = 16{,}8°$.

З а д а ч а 19. Дифракционная решетка с периодом 10^{-5} м освещается нормально падающим монохроматическим светом с длиной волны 639 нм. Найти число главных максимумов и угол соответствующий наибольшему максимуму.

Дано:
$\lambda = 639$ нм;
$d = 10^{-5}$ м.
Найти: $m_{\max}$, $\theta_{\max}$.

Решение.

Максимальное значение синуса, равное 1, соответствует теоретически максимально возможному углу дифракции $\theta_{\max\,теор} = 90°$. Подставив угол 90 градусов в условие главных максимумов (48) для положительных углов дифракции θ_m

$$\sin\theta_m = m\lambda / d, \tag{51}$$

получим: $1 = m_{\max}\lambda / d$, откуда

$$m_{\max} = [d/\lambda] = [10^{-5}/(6{,}39\cdot10^{-7})] = 15; \tag{52}$$

прямоугольные скобки означают, что вычисляется целая часть числа, заключенного в скобки, так как порядок спектра может быть только целым числом.

Подставив значение (52) в формулу (51), получим: $\sin\theta_{\max} = 15\cdot6{,}39\cdot10^{-7}/10^{-5} = 0{,}9585$ и $\theta_{\max} = \arcsin\{0{,}9585\} = 73{,}4\,°$.

Ответ: $m_{\max} = [d/\lambda]$, $m_3 = 15$; $\sin\theta_{\max} = [d/\lambda]\cdot(\lambda/d)$, $\theta_{\max} = 73{,}4\,°$.

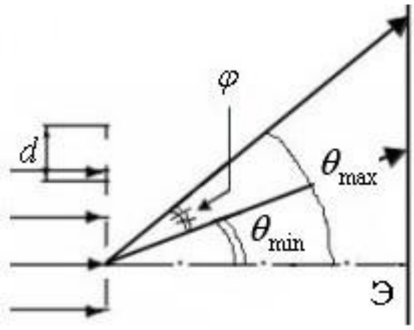


Рис. 16

З а д а ч а 20. На дифракционную решетку, содержащую 10000 штрихов на 1 см, падает нормально луч белого света. Определить угол, под которым виден спектр первого порядка, если максимальная длина волны красного света равна 0,76 мкм, а минимальная – фиолетового – 0,40 мкм.

Дано:
$N = 10^4$;
$l = 10^{-2}$ м;
$m = 1$;
$\lambda_{\max} = 7{,}6\cdot10^{-7}$ м;
$\lambda_{\min} = 4{,}0\cdot10^{-7}$ м;
Найти: φ.

Решение.

Рассмотрим спектр, соответствующий положительным значениям θ_m (рис. 16). Вычислив период решетки $d = l/N = 10^{-6}$ м, из условия главных максимумов (48) получим, что $\sin\theta_{\max} = m\lambda_{\max}/d = 1\cdot7{,}6\cdot10^{-7}/10^{-6} = 0{,}76$, $\sin\theta_{\min} = m\lambda/d = 1\cdot4\cdot10^{-7}/10^{-6} = 0{,}4$. Следовательно, максимальный и минимальный углы отклонения для спектра первого порядка равны: $\theta_{\max} = \arcsin 0{,}76 = 49{,}5\,°$, $\theta_{\min} = \arcsin 0{,}4 = 23{,}6\,°$. Угол, под которым виден спектр, $\varphi = \theta_{\max} - \theta_{\min} = 49{,}5 - 23{,}6 = 25{,}9\,°$.

Ответ: $\varphi = 25{,}9\,°$.

З а д а ч а 21. Белый свет, содержащий волны с длиной волны от 400 до 760 нм, падает нормально на дифракционную решетку, период которой равен

10^{-5} м. Найти координаты коротковолновой и длинноволновой границ спектра второго порядка на экране, находящемся на расстоянии 2,20 м от решетки.

Дано:
$\lambda_{кор} = 4,0 \cdot 10^{-7}$ м;
$\lambda_{дл} = 7,6 \cdot 10^{-7}$ м;
$m = 2$;
$d = 10^{-5}$ м;
$L = 2,2$ м.
Найти: $x_{кор}$, $x_{дл}$, Δx.

Решение.

Координаты границ спектра можно найти как длины катетов прямоугольных треугольников $AO\,x_{кор}$ и $AO\,x_{дл}$ (рис. 17) соответственно:

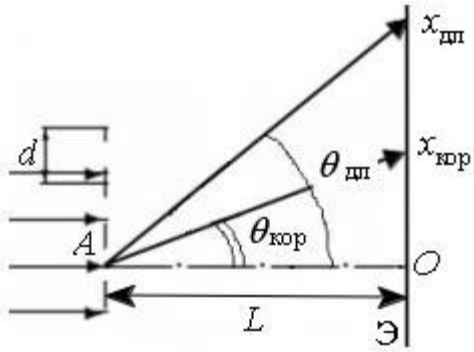


Рис. 17

$$x_{дл} = L\text{tg}\theta_{дл}; \qquad (53)$$

$$x_{кор} = L\text{tg}\theta_{кор}, \qquad (54)$$

где $\theta_{кор}$, $\theta_{дл}$ – углы отклонения волн с длиной волны 400 и 760 нм соответственно. Так как согласно расчету по условию главных максимумов (48) для положительных углов дифракции $\sin\theta_{кор} = m\lambda_{кор} / d = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-7}/10^{-5} = 0,08$; $\sin\theta_{дл} = m\lambda_{дл} / d = 2 \cdot 7,6 \cdot 10^{-7}/10^{-5} = 0,152$, синусы углов малы, их тангенсы $\text{tg}\theta_{кор} = \sin\theta_{кор} = 0,08$, $\text{tg}\theta_{дл} = \sin\theta_{дл} = 0,152$. Подставив численные данные в формулы (53), (54), получим: $x_{дл} = 2,2 \cdot 0,0152 \approx 0,33$ м; $x_{кор} = 2,2 \cdot 0,08 \approx 0,18$ м.

Ответ: $x_{кор} = L\text{tg}\theta_{кор}$, $x_{кор} = 18$ см;
$x_{дл} = L\text{tg}\theta_{дл}$, $x_{дл} = 33$ см.

3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВОЛН

3.1. Явление Брюстера

3.1.1. Основные формулы и обозначения

Направление распространения преломленной ЭМВ определяется законом преломления в точке падения:

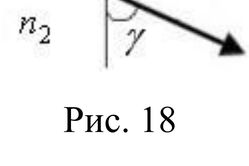


Рис. 18

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (55)$$

где α – угол падения; γ – угол преломления (рис. 18); υ_1 и υ_2 – фазовые

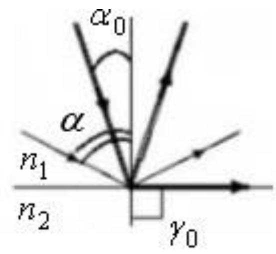


Рис. 19

скорости волн; n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй сред соответственно. При падении ЭМВ из оптически более плотной среды в оптически менее плотную ($n_1 > n_2$) наблюдается полное внутреннее отражение, если $\alpha > \alpha_0$ (рис. 19), где α_0 – предельный угол полного внутреннего отражения:

$$\sin\alpha_0 = n_2 / n_1. \tag{56}$$

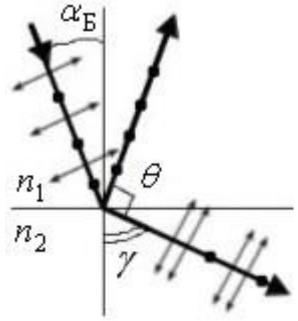


Рис. 20

Согласно закону преломления (55) предельному углу падения соответствует максимально возможный угол преломления $\gamma_0 = \pi / 2$.

При падении света под углом Брюстера $\alpha_Б$ справедлив закон Брюстера: отраженный от диэлектрика свет полностью поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (рис. 20):

$$\mathrm{tg}\alpha_Б = n_2 / n_1. \tag{57}$$

Кроме того, отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны: $\theta = \pi / 2$. На рис. 20 стрелками на луче указано направление колебаний вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$, если они происходят в плоскости рисунка, и точками, если перпендикулярны ей.

3.1.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 22. Луч света проходит через прозрачную жидкость и, отражаясь от дна стеклянного сосуда, оказывается максимально поляризован при угле падения 42°. Показатель преломления жидкости больше показателя преломления стекла. Найти предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе стекла и жидкости.

Дано:
$\alpha_Б = 42\ °$.
Найти: α_0.

Решение.

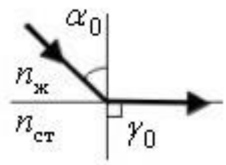


Рис. 21

Так как показатель преломления жидкости больше показателя преломления стекла, а полное внутреннее отражение наблюдается при падении света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, полное внутреннее отражение наблюдается при падении света из жидкости на стекло (рис. 21), поэтому $\sin\alpha_0 = n_{ст} / n_ж$. Так как отраженный от стекла в жидкость луч оказывается максимально поляризован (см. рис. 20), падающий на стекло луч образует с перпендикуляром к поверхности стекла угол Брюстера, следовательно, $\mathrm{tg}\alpha_Б = n_{ст} / n_ж$. Правые части двух последних формул равны между собой, следовательно, равны друг другу и левые части: $\sin\alpha_0 = \mathrm{tg}\alpha_Б = \mathrm{tg}42\ ° = 0{,}9$, откуда $\alpha_0 = \arcsin 0{,}9 = 64{,}2\ °$.

Ответ: $\alpha_0 = \arcsin\{\mathrm{tg}\alpha_Б\}$, $\alpha_0 = 64{,}2\ °$.

З а д а ч а 23. На диэлектрик с показателем преломления 2,3 из воздуха падает свет так, что отраженный от границы раздела сред луч оказывается максимально поляризованным. Найти угол отражения света от диэлектрика.

Дано:
$n_1 = 1$;
$n_2 = 2{,}3$;
Найти: β.

Решение.

Так как отраженный от диэлектрика луч максимально поляризован (см. рис. 20), свет падает на диэлектрик под углом Брюстера $\alpha_Б$, удовлетворяющим соотношению (57): $\mathrm{tg}\alpha_Б = n_2 / n_1$.

По закону отражения углы падения и отражения равны друг другу: $\beta = \alpha_Б$. Следовательно, $\beta = \mathrm{arctg}\{n_2 / n_1\}$. Подставив числовые данные в расчетную формулу, получим: $\beta = \mathrm{arctg}\{2{,}3 / 1\} = 66{,}5\ °$.

3.2. Прохождение света через поляризатор

3.2.1. Основные формулы и обозначения

Поляризаторы пропускают только ЭМВ или ее компоненту, в которой напряженность электрического поля колеблется параллельно плоскости, называемой плоскостью пропускания. Любой поляризатор может быть использован как анализатор – для анализа характера поляризации ЭМВ.

Действие поляроидов основано на явлении дихроизма, а поляризационных призм – на явлении двойного лучепреломления. Если плоскость колебаний падающего на поляризатор линейно поляризованного света с интенсивностью

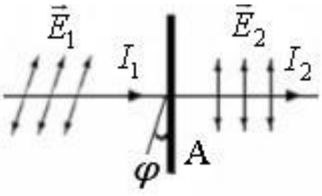


Рис. 22

I_1 образует угол φ с плоскостью пропускания поляризатора (рис. 22, $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ – напряженность электрических полей соответственно падающего и прошедшего через анализатор лучей), то интенсивность прошедшей волны выражается законом Малюса: $I_2 = I_1 \cos^2 \varphi$. Если учесть потери на отражение и поглощение, которые определяются посредством коэффициентов отражения $k_{\text{отр}}$ и поглощения $k_{\text{погл}}$, то интенсивность света, прошедшего через поляризатор,

$$I_2 = \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right) I_1 \cos^2 \varphi. \tag{58}$$

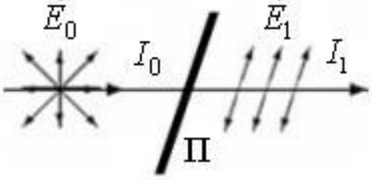


Рис. 23

Если падающий на поляризатор с интенсивностью I_0 свет неполяризован (рис. 23, $\vec{E}_0$, $\vec{E}_1$ – напряженность электрических полей соответственно падающего и прошедшего через поляризатор лучей), то интенсивность света, прошедшего через поляризатор,

$$I_1 = \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right) I_0 \big/ 2. \tag{59}$$

3.2.2. Примеры решения задач

З а д а ч а 24. Пренебрегая поглощением света в поляризаторе, найти его коэффициент отражения, если интенсивность естественного света, прошедшего через него, уменьшилась в 2,2 раза.

Дано:
$k_{\text{погл}} = 0$;
$I_1/I_0 = 1/1{,}6$.
Найти: $k_{\text{отр}}$.

Решение.

Поляризатор П изображен на рис. 23 ($\vec{E}_0$, $\vec{E}_1$ – напряженность электрических полей соответственно падающего и прошедшего через поляризатор лучей). Интенсивности этих лучей связаны формулой (59): $I_1 = \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right) I_0 \big/ 2$. Следовательно, $k_{\text{отр}} = \left(1 - k_{\text{погл}}\right) - 2I_1 / I_0$. Подставив численные данные в последнюю формулу, получим: $k_{\text{отр}} = (1-0) - 2 \cdot (1/2{,}2) = 0{,}09$.

Ответ: $k_{\text{отр}} = \left(1 - k_{\text{погл}}\right) - 2I_1 / I_0$, $k_{\text{отр}} = 0{,}09$.

З а д а ч а 25. Поляризованный свет проходит через анализатор, плоскость пропускания которого образует угол 27° с плоскостью колебаний напряженности электрического поля падающего луча. Принимая, что коэффициент поглощения анализатора равен 0,11 и потери света на отражение отсутствуют, найти интенсивность луча, прошедшего через анализатор, если интенсивность падающего луча равна 0,0017 Вт/м^2.

Дано:
$\varphi = 27\,°$;
$k_{\text{погл}} = 0{,}11$;
$k_{\text{отр}} = 0$;
$I_1 = 0{,}0017$ Вт/м^2.
Найти: I_2.

Решение.

Анализатор, через который проходит поляризованный свет, изображен на рис. 22 ($\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ – напряженность электрического поля, падающего на анализатор, и прошедшего через него света). Интенсивность прошедшего света определяется по формуле (58): $I_2 = \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right) I_1 \cos^2 \varphi$. Подставляя в формулу (58) численные данные, получим:

$$I_2 = (1 - 0 - 0{,}11)(0{,}0017/2)\cos^2 27\,° = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/м}^2.$$

Ответ: $I_2 = \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right) I_1 \cos^2 \varphi$, $I_2 = 6 \cdot 10^{-4}$ Вт/м^2.

З а д а ч а 26. Естественный свет проходит через систему двух турмалиновых пластин. Коэффициенты поглощения и отражения света одинаковы у обеих пластин и равны соответственно 0,08 и 0,02. Интенсивность света, падающего на первую пластину, равна 4,10 кВт/м^2; света, прошедшего через систему – 1,47 Вт/м^2. Найти угол между плоскостями пропускания пластин.

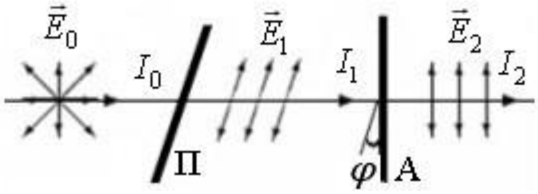


Рис. 24

Дано:
$k_{\text{погл}} = 0{,}08$;
$k_{\text{отр}} = 0{,}02$;
$I_0 = 4{,}10$ кВт/м^2;
$I_2 = 1{,}47$ кВт/м^2.
Найти: φ.

Решение.

Система пластин показана на рис. 24. Первая пластина является поляризатором (П), вторая – анализатором (А). $\vec{E}_0$, $\vec{E}_1$ $\vec{E}_2$ – напряженность электрических полей падающего на первую пластину, прошедшего через нее и прошедшего через систему лучей соответственно. Объединив формулы (59), (58) для интенсивности этих лучей

$I_1 = \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right) I_0 \big/ 2$ и $I_2 = \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right) I_1 \cos^2\varphi$, получим: $I_2 =$ $= \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right) I_1 \cos^2\varphi = \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right)^2 \left(I_0/2\right)\cos^2\varphi$. Следовательно, $\cos\varphi =$ $= \dfrac{\sqrt{2I_2 / I_0}}{\left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right)}$. Подставив в последнюю формулу числа, найдем φ:

$$\varphi = \arccos\left\{\sqrt{2 \cdot 4{,}1 \cdot 10^3 / 1{,}47 \cdot 10^3} \Big/ \left(1 - 0{,}02 - 0{,}08\right)\right\} = 20\ °.$$

Ответ: $\cos\varphi = \sqrt{2I_2 / I_0} \Big/ \left(1 - k_{\text{отр}} - k_{\text{погл}}\right)$, $\varphi = 20\ °$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Соответствие цвета и диапазона длин волн

Цвет	Фиолетовый	Синий	Зеленый	Желтый	Оранжевый	Красный
Диапазон длин волн, нм	400 – 430	431 – 480	481 – 560	561 – 590	591 – 640	641 – 760

Библиографический список

1. С а в е л ь е в И. В. Курс общей физики: В 5 т. Т. 2. Электричество и магнетизм / И. В. С а в е л ь е в. СПб, 2011. 348 с.

2. Д е т л а ф А. А. Курс физики / А. А. Д е т л а ф, Б. М. Я в о р с к и й. М., 2014. 720 с.

3. Т р о ф и м о в а Т. И. Краткий курс физики / Т. И. Т р о ф и м о в а. М., 2012. 352 с.

4. Физический энциклопедический словарь. М., 1983. 928 с.

5. Практикум по физике. Часть 3. Волновая оптика. Квантовая, атомная и ядерная физика. Физика твердого тела / И. И. Г о н ч а р, С. Н. К р о х и н и др. / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2014. 36 с.

6. Ч е р т о в А. Г. Задачник по физике / А. Г. Ч е р т о в, А. А. В о р о б ь е в. М., 2012. 496 с.

7. В о л ь к е н ш т е й н В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. В о л ь к е н ш т е й н. СПб, 2008. 328 с.

Учебное издание

КУРМАНОВ Рамиль Султангареевич, ТОДЕР Георгий Борисович

ОПТИКА.
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Учебно-методическое пособие

Редактор Н. А. Майорова
Корректор И. А. Сенеджук

***

Подписано в печать .06.2016. Формат $60 \times 84\ ^{1}/_{16}$.
Офсетная печать. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 2,5. Уч.-изд. л. 2,8.
Тираж 800 экз. Заказ .

**

Редакционно-издательский отдел ОмГУПСа
Типография ОмГУПСа

*

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35

Р. С. КУРМАНОВ, Г. Б. ТОДЕР

ОПТИКА.
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ОМСК 2016