Министерство транспорта Российской Федерации Федеральное агентство железнодорожного транспорта Омский государственный университет путей сообщения

С. Н. Крохин, Л. А. Литневский

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

Конспект лекций

Часть 2

УДК 530.1(075.8) ББК 22.3 К83

Крохин С. Н. **Краткий курс физики**: Конспект лекций. Часть 2 / С. Н. Крохин, Л. А. Литневский; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2012. 43 с.

Конспект лекций содержит программу разделов «Электричество и магнетизм» и «Колебания и волны» дисциплины «Физика» и краткое изложение основных вопросов этих разделов.

Приведены определения физических величин, их единицы измерения в системе СИ, основные законы электричества, магнетизма, колебаний и волн.

Предназначен для самостоятельной работы студентов второго курса всех специальностей заочной формы обучения.

Библиогр.: 5 назв. Рис. 21.

Рецензенты: доктор техн. наук, профессор В. В. Харламов; доктор физ.-мат. наук, доцент Г. И. Косенко.

[©] Омский гос. университет путей сообщения, 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1. Программа дисциплины «Физика»	6
2. Электростатическое поле	8
3. Электрический ток	16
4. Магнитное поле	20
5. Электромагнитная индукция	26
6. Уравнения Максвелла	
7. Гармонические колебания	30
8. Упругие и электромагнитные волны	41
Библиографический список	42

ВВЕДЕНИЕ

«Электричество и магнетизм» и «Колебания и волны» — разделы общего курса дисциплины «Физика», первый из которых изучает условия создания и расчета электрических и магнитных полей, различные электромагнитные взаимодействия, а второй — явления, связанные с возникновением и распространением особого вида движения — гармонических колебаний.

Электромагнитное взаимодействие может возникнуть только между электрическими зарядами. Если при этом электрические заряды остаются неподвижными относительно выбранной инерциальной системы отсчета (ИСО), то их взаимодействие и свойства изучает электростатика. Силы взаимодействия неподвижных зарядов называют электростатическими силами.

Гармонические колебания могут возникать и распространяться как в механических, так и в электромагнитных физических системах, однако во всех случаях требуется присутствие так называемой квазиупругой силы, стремящейся вернуть систему в положение равновесия.

В основных учебных пособиях [1-5] материал для изучения электрических, магнитных явлений, колебаний и волн излагается подробно, зачастую с громоздкими математическими выкладками, что существенно затрудняет самостоятельную работу студентов.

В конспекте лекций приведена программа разделов «Электричество и магнетизм» и «Колебания и волны», даны определения основных характеристик электрических и магнитных полей, собственных, затухающих, вынужденных колебаний и волн, методы их расчета, кратко описываются основные физические законы названных разделов физики, представлена запись этих законов в математической форме.

Для изучения разделов «Электричество и магнетизм» и «Колебания и волны» необходимо знание из математики элементов векторной алгебры (проекции вектора на ось, скалярного и векторного произведения и т. п.), дифференциального и интегрального исчисления (вычисление простейших производных и нахождение первообразных), понятия потока вектора, проходящего через поверхность, и циркуляции вектора по контуру.

Данный конспект лекций поможет студентам второго курса в самостоятельном изучении курса физики в период экзаменационной сессии.

1. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «ФИЗИКА»

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Электрический заряд и его дискретность. Закон сохранения электрического заряда. Точечный заряд. Линейная, поверхностная и объемная плотность заряда.

Взаимодействие заряженных частиц. Закон Кулона. Принцип суперпозиции сил.

Электростатическое поле. Напряженность электрического поля. Электрическое поле точечного заряда. Принцип суперпозиции электрических полей.

Силовые линии электрического поля. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса для электростатического поля и ее применение для расчета электростатических полей.

Заряд в электрическом поле. Работа постоянного электрического поля при перемещении заряда. Потенциальная энергия взаимодействия. Потенциал и разность потенциалов. Принцип суперпозиции для потенциала. Связь между напряженностью поля и потенциалом. Эквипотенциальные поверхности. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.

Движение заряженных частиц в постоянном электрическом поле. Принцип работы электронно-лучевой трубки, линейного ускорителя заряженных частиц.

Диэлектрик в электрическом поле. Полярные и неполярные молекулы. Электрический диполь и его поведение во внешнем электрическом поле. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Поляризованность. Диэлектрическая проницаемость среды. Электрическая индукция (электрическое смещение). Теорема Гаусса для вектора электрической индукции. Сегнетоэлектрики.

Проводник в постоянном электрическом поле. Электростатическая индукция. Индуцированные заряды. Электрическая емкость заряженного проводника. Конденсаторы. Емкость конденсатора. Плоский конденсатор. Соединения конденсаторов.

Энергия заряженных проводника и конденсатора. Энергия электрического поля. Объемная плотность энергии электрического поля.

Электрический ток. Сила и плотность тока. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление проводника. Последовательное и параллельное соединение проводников.

Сторонние силы. Работа сторонних сил при переносе заряда. Электродвижущая сила. Напряжение на неоднородном участке цепи. Закон Ома для не-

однородного участка цепи. Закон Ома для замкнутой цепи. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.

Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля – Ленца.

Магнитное поле. Магнитная индукция поля. Элемент тока. Закон Био — Савара — Лапласа. Принцип суперпозиции магнитных полей. Магнитное поле прямого тока. Магнитное поле кругового тока.

Линии магнитной индукции поля. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля.

Циркуляция вектора магнитной индукции поля. Магнитное поле бесконечно длинного соленоида.

Движение заряженных частиц в однородном и постоянном магнитном поле. Сила Лоренца. Принцип работы магнетрона, циклического ускорителя заряженных частиц.

Действие магнитного поля на проводник с током. Сила Ампера. Взаимодействие токов. Контур с током в магнитном поле. Магнитный момент. Работа магнитного поля по перемещению проводника и контура с током. Энергия контура с током.

Магнитное поле в веществе. Электрические токи в атомах и молекулах. Намагниченность вещества. Магнитная проницаемость среды. Напряженность магнитного поля. Поток и циркуляция вектора напряженности магнитного поля.

Диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики. Домены. Гистерезис. Остаточная индукция, коэрцитивная сила. Точка Кюри.

Явление электромагнитной индукции. Электродвижущая сила индукции. Закон Фарадея и правило Ленца. Токи Фуко.

Явление самоиндукции. Электродвижущая сила самоиндукции. Индуктивность контура. Индуктивность соленоида. Токи при замыкании и размыкании цепи. Взаимная индукция. Трансформатор. Энергия магнитного поля в катушке. Объемная плотность энергии магнитного поля.

Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Периодическое движение. Гармонические колебания. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение. Гармонический осциллятор: пружинный, физический и математический маятники, идеальный электри-

ческий колебательный контур. Обобщенная координата, амплитуда, циклическая частота, период и фаза колебаний. Кинематические, динамические и энергетические характеристики гармонических колебаний.

Векторная диаграмма. Сложение однонаправленных гармонических колебаний. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний. Фигуры Лиссажу.

Затухающие колебания. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Коэффициент затухания, логарифмический декремент, добротность. Апериодический процесс.

Вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы. Резонансная кривая. Резонанс. Вынужденные колебания в электрических цепях. Переменный ток. Активное и реактивное сопротивление.

Образование волн. Продольные и поперечные волны. Волновое уравнение и его решение. Частота. Период. Длина волны. Волновое число. Уравнение бегущей волны.

Электромагнитные волны, их свойства. Скорость распространения электромагнитных волн. Волновой вектор. Энергия волны. Вектор Умова — Пойнтинга. Интенсивность волны.

Интерференция волн. Стоячая волна. Дифракция волн. Поляризация волн.

2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Электрический заряд q — неотъемлемое свойство элементарных частиц, определяющее их электромагнитное взаимодействие.

Единицу электрического заряда в системе СИ называют кулоном (Кл).

Существует два вида зарядов — положительные и отрицательные. Величина заряда не зависит от скорости его движения (инвариантная величина) и не может быть любой, она квантуется, т. е. принимает дискретный набор значений (кратна элементарному заряду):

$$q = \pm Ne, \tag{1}$$

где N – целое число, N = 0, 1, 2, ... ∞ ;

e — элементарный заряд, $e=1,6\cdot 10^{-19}$ Кл (например, заряд электрона $q_e=-1,6\cdot 10^{-19}$ Кл, заряд протона $q_p=+1,6\cdot 10^{-19}$ Кл).

Для системы электрических зарядов справедлив закон сохранения: в электрически замкнутой системе взаимодействующих электрических зарядов алгебраическая сумма зарядов до и после взаимодействия остается неизменной:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = q_1' + q_2' + \dots + q_n'.$$
 (2)

Электрические заряды взаимодействуют между собой: разноименно заряженные тела притягиваются друг к другу, одноименно заряженные – отталкиваются друг от друга.

Если размером заряженного тела можно пренебречь по сравнению с расстоянием до точки, где рассматривается его действие, то такой заряд называют точечным электрическим зарядом.

Величина силы взаимодействия между двумя точечными неподвижными зарядами вычисляется по закону Кулона:

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2},\tag{3}$$

где k_e – постоянная, $k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot10^9 \ \frac{\text{H}\cdot\text{M}^2}{\text{K}\text{Л}^2} \ (\varepsilon_0 = 8.85\cdot10^{-12} \ \Phi/\text{M} - \text{электричес-кая постоянная});$

 $|q_1|,\,|q_2|$ — модули взаимодействующих точечных неподвижных электрических зарядов;

 ε — диэлектрическая проницаемость среды между зарядами — скалярная величина, показывающая, во сколько раз ослабляется электростатическое взаимодействие между зарядами в данной среде по сравнению с вакуумом;

r – кратчайшее расстояние между взаимодействующими точечными зарядами.

Если электрический заряд нельзя считать точечным и он непрерывно распределен по линейно протяженному телу (заряженная нить, стержень, цилиндр и т. п.), то используется понятие линейной плотности электрического заряда τ ,

$$\tau = \frac{dq}{d\ell},\tag{4}$$

где dq — электрический заряд бесконечно малого участка длиной $d\ell$ линейно протяженного тела.

В системе СИ линейная плотность заряда измеряется в кулонах на метр (Кл/м).

При непрерывном распределении электрического заряда по некоторой поверхности используется понятие поверхностной плотности электрического заряда σ ,

$$\sigma = \frac{dq}{dS},\tag{5}$$

где dq — электрический заряд на бесконечно малом участке поверхности плошалью dS.

В системе СИ поверхностная плотность заряда измеряется в кулонах на метр в квадрате ($K\pi/M^2$).

Электрический заряд изменяет свойства окружающего пространства – создает электрическое поле. Основной силовой характеристикой электрического поля является напряженность.

Напряженность электрического поля \vec{E} в данной точке — векторная физическая величина, равная отношению силы \vec{F}_e , действующей со стороны поля на пробный заряд q, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}.$$
 (6)

Вектор \vec{E} направлен в сторону силы, действующей со стороны поля на положительный пробный заряд ($\vec{E} \parallel \vec{F}_e$, если q > 0).

В системе СИ напряженность измеряется в вольтах на метр (B/м) или в ньютонах на кулон (H/Кл).

Величина напряженности электрического поля, созданного точечным зарядом q на расстоянии r от него (рис. 1), вычисляется по формуле:

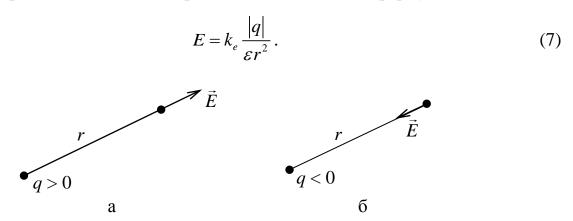


Рис. 1. Напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом

Величина напряженности электрического поля, созданного бесконечно длинным заряженным телом (нитью, стержнем и т. п.) с τ = const (рис. 2) на расстоянии r (кратчайшем) от нити (от оси стержня, цилиндра), вычисляется по формуле:

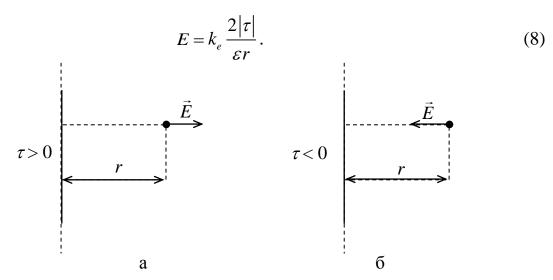


Рис. 2. Напряженность электрического поля, созданного бесконечно длинным линейно протяженным заряженным телом

Величина напряженности электрического поля, созданного бесконечно большой заряженной плоскостью с σ = const, рассчитывается по уравнению:

$$E = 2\pi k_e \frac{|\sigma|}{\varepsilon} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$
 (9)

Если электрическое поле создается не одним, а несколькими электрическими зарядами, то для слабых полей справедлив принцип суперпозиции: электрические поля от разных источников накладываются одно на другое, не искажая друг друга, а напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей отдельных источников:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n. \tag{10}$$

Для записи векторного уравнения (10) в скалярной форме выбирают удобную инерциальную систему отсчета и находят проекции всех векторов на координатные оси:

$$\begin{cases} E_{x} = E_{1x} + E_{2x} + \dots + E_{nx}; \\ E_{y} = E_{1y} + E_{2y} + \dots + E_{ny}; \\ E_{z} = E_{1z} + E_{2z} + \dots + E_{nz}. \end{cases}$$
(10a)

Второй основной характеристикой электрического поля является потенциал — энергетическая характеристика поля.

Потенциал электрического поля φ в данной точке — физическая величина, равная отношению потенциальной энергии W_p , которой обладает пробный заряд q, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W_p}{q} \,. \tag{11}$$

В системе СИ потенциал ϕ измеряется в вольтах (В).

Потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом q на расстоянии r от него, вычисляется по формуле:

$$\varphi = k_e \frac{q}{\varepsilon r}. \tag{12}$$

Потенциал — алгебраическая величина, которая может быть положительной и отрицательной в зависимости от знака заряда, создающего поле ($\varphi > 0$ для q > 0; $\varphi < 0$ для q < 0).

Разность потенциалов для двух точек электрического поля — скалярная физическая величина, равная отношению работы A_e , совершаемой электрическим полем по перемещению пробного электрического заряда q между этими точками, к величине этого заряда:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{W_{p_1} - W_{p_2}}{q} = \frac{A_e}{q} \tag{13}$$

(при действии на заряд только электрических сил разность потенциалов часто называют напряжением $\varphi_1 - \varphi_2 = U$).

В системе СИ разность потенциалов (напряжение) измеряется в вольтах (В).

Если электрическое поле создается несколькими электрическими зарядами, то в соответствии с принципом суперпозиции потенциал поля равен алгебраической сумме потенциалов полей отдельных источников:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n. \tag{14}$$

Две основные характеристики электрического поля связаны формулами:

$$\begin{cases} \vec{E} = -grad\varphi; \\ \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r} \end{cases}$$
 (15)

Электрическое поле можно графически изобразить с помощью линий вектора \vec{E} (силовых линий) и эквипотенциальных поверхностей.

Силовые линии электрического поля — это линии, проводимые в электрическом поле так, чтобы касательные к ним в любой точке совпадали с направлением \vec{E} в этой точке, а количество (густота) линий, проходящих через площадку единичных размеров, расположенную перпендикулярно силовым линиям, равнялось $|\vec{E}|$ в месте расположения площадки. Силовые линии электростатического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных (рис. 3).

Эквипотенциальные поверхности — это геометрическое место точек с одинаковым потенциалом (φ = const). Силовые линии проходят перпендикулярно эквипотенциальным поверхностям в сторону уменьшения потенциала (см. рис. 3).

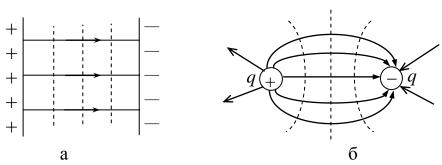


Рис. 3. Графическое представление электростатического поля: силовые линии (сплошные); эквипотенциальные поверхности (пунктирные)

Электростатическое поле характеризуют по направлению и густоте линий \vec{E} и эквипотенциальных поверхностей. Если $\vec{E} = \text{const}$, то поле однородное (рис. 3, a), если $\vec{E} \neq \text{const}$, то поле неоднородное (рис. 3, б).

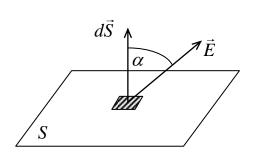


Рис. 4. Графическое представление прохождения вектора \vec{E} через поверхность S

Количество линий \vec{E} (силовых линий электрического поля), проходящих через произвольную поверхность S, определяет поток Φ_e вектора \vec{E} через эту поверхность:

$$\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E dS \cdot \cos \alpha , \qquad (16)$$

где dS — бесконечно малый элемент площади поверхности (рис. 4); α — угол между векторами \vec{E} и $d\vec{S}$ ($d\vec{S}$ направлен перпендикулярно элементу поверхности dS).

Поток Φ_e вектора \vec{E} электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность определяется теоремой Γ а у с с а:

$$\Phi_e = \frac{\text{"}}{S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi k_e \sum_{i=1}^{N} q_i \,, \tag{17}$$

где $\sum_{i=1}^{N} q_i$ – алгебраическая сумма электрических зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности S.

Теорема Гаусса для электростатического поля отражает тот факт, что источником электрического поля являются электрические заряды.

Циркуляцией вектора \vec{E} вдоль произвольного замкнутого контура ℓ называют интеграл:

$$\Gamma_e = \frac{\parallel}{\ell} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}. \tag{18}$$

Теорема о циркуляции напряженности электростатического поля вдоль произвольного замкнутого контура ℓ утверждает, что электростатическое поле является потенциальным (безвихревым) и его силовые линии не замкнутые:

$$\overset{"}{\iota} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0.$$
(19)

На любой электрический заряд, оказавшийся в электрическом поле, со стороны поля будет оказываться силовое действие:

$$\vec{F}_{o} = q\vec{E} \,. \tag{20}$$

При перемещении заряда из точки 1 в точку 2 электрическое поле совершает механическую работу:

$$A_e = \int_1^2 \delta A_e = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} \,. \tag{21}$$

В случае однородного электрического поля

$$A_e = qE\Delta r\cos\alpha = qU, \qquad (22)$$

где α – угол между вектором \vec{E} и перемещением $\Delta \vec{r}$ заряда q между двумя точками поля с разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$.

Работа электростатических сил по замкнутому контуру согласно теореме (19) и формулам (20), (21) равна нулю. Это значит, что электростатические силы потенциальные (консервативные).

Возможность влиять на движение заряженных частиц с помощью электрического поля широко используется в электронно-лучевых трубках, линейных ускорителях заряженных частиц и т. п.

При помещении проводника в электрическое поле его свободные заряды будут двигаться до тех пор, пока своим полем не скомпенсируют внешнее поле так, что внутри проводника поле будет отсутствовать ($\vec{E}=0$). Это явление применяется для электростатической защиты приборов (экранирование).

При помещении в электрическое поле диэлектрика, где нет свободных зарядов, возникающее поле связанных зарядов приведет к уменьшению внешнего поля внутри диэлектрика.

Любые тела способны накапливать на себе электрический заряд, однако у различных тел эта способность разная — они отличаются электрической емкостью (электроемкостью), при этом электроемкость значительно зависит от уединенности тела. Наибольшую электроемкость имеют конденсаторы — устройства, содержащие два проводника (обкладки), разделенные слоем диэлектрика. В зависимости от формы проводников (обкладок) различают плоские, сферические, цилиндрические и другие конденсаторы.

Электроемкость конденсатора C – скалярная физическая величина, равная отношению заряда q на одном из проводников к разности потенциалов (напряжению) U между проводниками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}.$$
 (23)

В системе СИ электроемкость измеряется в фарадах (Ф).

Электроемкость конденсатора не зависит ни от его заряда, ни от напряжения, она зависит только от размеров, формы конденсатора и электрических свойств среды между обкладками. Так, для плоского конденсатора электроемкость вычисляется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},\tag{24}$$

где S — площадь одной из пластин конденсатора;

d – расстояние между пластинами.

Если конденсатор зарядить от источника напряжения и, отключив его от источника, изменить расстояние d или величину ε , то будут меняться электроемкость C и напряжение U, а заряд q будет постоянным ($q = \mathrm{const}$).

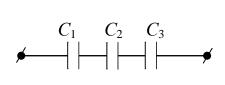
Если, зарядив конденсатор, не отключать его от источника, то при изменении ε или d будут меняться C и q, а напряжение будет постоянным (U = const).

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 5) их общая электроемкость вычисляется по формуле:

$$\frac{1}{C_{00}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n},$$
(25)

при параллельном (рис. 6) –

$$C_{o\tilde{0}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n. \tag{26}$$



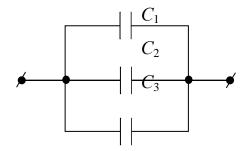


Рис. 5. Последовательное соединение конденсаторов

Рис. 6. Параллельное соединение конденсаторов

Между пластинами заряженного конденсатора создается электрическое поле, которое является носителем электрической энергии. Величину электрической энергии поля можно найти через характеристики конденсатора или через характеристики электрического поля (для изотропного диэлектрика):

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} V,$$
 (27)

где V – объем пространства между обкладками конденсатора.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрический ток — упорядоченное движение заряженных частиц. За направление тока принимается направление движения положительных зарядов.

Основной характеристикой тока является сила тока. Сила тока — скалярная физическая величина, равная отношению заряда dq, проходящего через поперечное сечение проводящей среды за время dt, к этому промежутку времени:

$$i = \frac{dq}{dt}. (28)$$

В системе СИ сила тока измеряется в амперах (А).

Если сила тока не изменяется ($i=I={
m const}$), то ток называют постоянным, тогда

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \,. \tag{28a}$$

Если проводящая среда оказывает препятствие движению зарядов, то она имеет электрическое сопротивление R.

В системе СИ электрическое сопротивление измеряется в омах (Ом).

Сопротивление металлической проволоки постоянного сечения рассчитывается по формуле:

$$R = \rho_e \frac{\ell}{S},\tag{29}$$

где ρ_e – удельное электрическое сопротивление материала проволоки, Ом·м;

 ℓ – длина проводника, м;

S – площадь поперечного сечения проводника, M^2 .

Закон Ома для участка цепи утверждает: сила тока на участке электрической цепи прямо пропорциональна падению напряжения на этом участке и обратно пропорциональна сопротивлению этого участка:

$$I = \frac{U}{R} \,. \tag{30}$$

На участке электрической цепи могут находиться несколько сопротивлений, включенных последовательно или параллельно.

При последовательном соединении *п* проводников (рис. 7)

$$\begin{cases} I_{\text{of}} = I_1 = I_2 = \dots = I_n; \\ U_{\text{of}} = U_1 + U_2 + \dots + U_n; \\ R_{\text{of}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \end{cases}$$
(31)

(при $R_1 = R_2 = \dots = R$; $R_{\text{of}} = nR$);

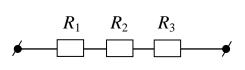
при параллельном (рис. 8) —

$$\begin{cases} I_{\text{of}} = I_1 + I_2 + \dots + I_n; \\ U_{\text{of}} = U_1 = U_2 = \dots = U_n; \\ \frac{1}{R_{\text{of}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \end{cases}$$
(32)

(при
$$R_1 = R_2 = \dots = R$$
; $R_{\text{of}} = \frac{R}{n}$).

Электрический ток, протекая по проводнику, нагревает его. Количество тепла, выделяемое в проводнике при протекании по нему электрического тока, вычисляется по закону Джоуля — Ленца:

$$Q = \int_{0}^{t} i^2 R dt . (33)$$



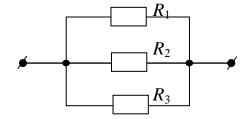


Рис. 7. Последовательное соединение проводников

Рис. 8. Параллельное соединение проводников

Для постоянного тока формула (33) примет вид:

$$Q = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t = IU \Delta t, \qquad (33a)$$

где Δt – время протекания тока.

Тепловое действие тока носит и вредный характер (потеря энергии в проводах), и полезный (в различных электронагревательных приборах). Любой электронагревательный прибор характеризуется коэффициентом полезного действия (КПД):

$$\eta = \frac{Q_{\text{пол}}}{Q_{\text{зат}}} \cdot 100 \%, \tag{34}$$

где $Q_{\text{зат}}$ – энергия электрического тока (вычисляется по формулам (33), (33a));

 $Q_{\text{пол}}$ – полезная энергия нагревательного прибора.

Так, например, для нагрева какого-либо вещества (жидкости, твердого тела)

$$Q_{\text{пол}} = mc\Delta T = mc(T_2 - T_1), \tag{35}$$

где m — масса вещества, кг;

c – удельная теплоемкость вещества, Дж/(кг·К);

 $\Delta T = T_2 - T_1$ — разность значений конечной и начальной температуры нагреваемого вещества. (Формула (35) справедлива для $c = {\rm const}$ в интервале значений температуры ΔT .)

Для непрерывного протекания тока в электрической цепи нужен источник тока (батарея, аккумулятор, генератор и т. п.). Основной характеристикой любого источника является электродвижущая сила (ЭДС).

ЭДС ($\mathscr E$) источника — скалярная физическая величина, равная отношению работы сторонних сил $A_{\rm cr}$, перемещающих электрический заряд q внутри источника против электрических сил, к величине этого заряда:

$$\mathscr{E} = \frac{A_{\tilde{n}\hat{o}}}{q} \,. \tag{36}$$

В системе СИ ЭДС измеряется в вольтах (В).

Электрическое сопротивление источника называют внутренним сопротивлением r.

Закон Ома для замкнутой (полной) электрической цепи (рис. 9) утверждает: сила тока в замкнутой цепи I прямо пропорциональна ЭДС в этой цепи и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи $R_{\text{полн}}$:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_{\text{riei}}} = \frac{\mathscr{E}}{r+R},\tag{37}$$

где R — общее сопротивление внешней цепи.

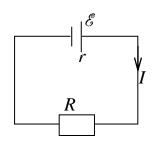


Рис. 9. Схема замкнутой (полной) электрической цепи

Для расчета разветвленных электрических цепей применяют правила Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = 0 (38)$$

(токи, подходящие к узлу, берутся со знаком «плюс», отходящие – со знаком «минус»).

Второе правило Кирхгофа: алгебраическая сумма падений напряжения на отдельных участках замкнутого контура (алгебраическая сумма произведений силы токов I_i на сопротивления R_i соответствующих участков этого контура) равна алгебраической сумме ЭДС в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{j=1}^{M} \mathcal{E}_j , \qquad (39)$$

где N – число отдельных участков, на которые разбивается контур цепи;

M – число ЭДС в замкнутом контуре.

Для применения второго правила Кирхгофа выбирается (произвольно) определенное направление обхода контура (по ходу часовой стрелки или против хода). Положительными считаются токи, направление которых совпадает с направлением обхода контура. ЭДС источников электрической энергии считаются положительными, если они создают токи, направление которых совпадает с направлением обхода контура.

4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Движущийся электрический заряд изменяет свойства окружающего его пространства — создает не только электрическое поле, но и магнитное, поэтому вокруг любого проводника с током существует магнитное поле. Основной силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции \vec{B} .

Определение магнитной индукции можно дать одним из трех эквивалентных способов:

исходя из силового действия магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу – точечный электрический заряд;

основываясь на силовом действии магнитного поля на малый элемент проводника с током;

исходя из силового действия магнитного поля на небольшую рамку с током.

На частицу с электрическим зарядом q, движущуюся в магнитном поле со скоростью \vec{v} , направленной произвольным образом по отношению к вектору магнитной индукции \vec{B} , действует с и л а Π о р е н ц а:

$$\vec{F}_{\ddot{E}} = q \left[\vec{v} \vec{B} \right]. \tag{40}$$

Направление $\vec{F}_{\rm J}$ определяется правилом векторного произведения или «правилом левой руки»: левую руку нужно расположить так, чтобы вектор \vec{B} входил в ладонь, четыре вытянутых пальца направить по скорости $\vec{\upsilon}$ частицы, и тогда отогнутый на 90° большой палец укажет направление $\vec{F}_{\rm J}$ для q>0 (для q<0 направление $\vec{F}_{\rm J}$ нужно изменить на 180°).

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно к скорости свободно движущейся заряженной частицы и сообщает ей нормальное ускорение. Не изме-

няя модуля скорости частицы, а лишь изменяя ее направление, сила Лоренца не совершает механической работы (не изменяет кинетической энергии частицы).

Модуль силы Лоренца определяется по уравнению:

$$F_{\Pi} = q \upsilon B \sin \alpha \,, \tag{40a}$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Из формулы (40a) следует определение магнитной индукции: магнитная индукция численно равна отношению максимальной силы Лоренца, действующей со стороны магнитного поля на положительно заряженную частицу, движущуюся перпендикулярно магнитному полю, к произведению величины заряда и скорости частицы, т. е.

$$B = \frac{F_{\text{max}}}{q\upsilon}$$
 при $\alpha = 90^{\circ}$. (41)

На проводник с электрическим током, находящийся в магнитном поле, действует сила, называемая с и л о й A м п е р а. Сила Ампера, действующая на малый элемент проводника с током I $d\vec{\ell}$ со стороны магнитного поля, рассчитывается по формуле:

$$d\vec{F}_{A} = \left[I \, d\vec{\ell} \vec{B} \right], \tag{42}$$

где $I\,d^{\,\vec{\ell}}$ — элемент тока, равный произведению силы тока в проводнике на бесконечно малый участок проводника длиной $d\ell$ и направленный в сторону протекания тока в проводнике.

Направление $d\vec{F}_{\rm A}$ определяется правилом векторного произведения или «правилом левой руки»: левую руку нужно расположить так, чтобы вектор \vec{B} входил в ладонь, четыре вытянутых пальца направить по направлению тока в проводнике, и тогда отогнутый на 90° большой палец укажет направление $d\vec{F}_{\rm A}$.

Модуль силы Ампера вычисляется по уравнению:

$$dF_{\rm A} = Id\ell B \sin \alpha, \tag{42a}$$

где α – угол между направлением тока I в проводнике и вектором \vec{B} .

Из формулы (42a) следует определение магнитной индукции: магнитная индукция численно равна отношению максимальной силы Ампера, действующей со стороны магнитного поля на элемент тока проводника, расположенный перпендикулярно магнитному полю, к величине элемента тока, т. е.

$$B = \frac{dF_{\text{A max}}}{Id\ell}$$
 при $\alpha = 90^{\circ}$. (43)

Замкнутый проводящий контур с током произвольной геометрической формы, помещенный в магнитное поле, испытывает действие вращающего момента сил \vec{M} ,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B} \right], \tag{44}$$

где $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ — вектор магнитного момента контура с током;

I – сила тока в контуре;

S — площадь замкнутого контура;

 \vec{n} — единичный вектор правовинтовой нормали к плоскости контура с током ($|\vec{n}|=1$).

Вращающий момент сил \vec{M} направлен перпендикулярно к плоскости, образованной векторами \vec{p}_m и \vec{B} , в соответствии с правилом векторного произведения. Вращающий момент стремится привести контур в положение устойчивого равновесия, при котором вектор \vec{p}_m совпадает по направлению с вектором \vec{B} .

Модуль момента силы рассчитывается по формуле:

$$M = p_m B \sin \alpha, \tag{44a}$$

где α – угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} .

Вращающий момент максимален, если контур ориентирован в поле так, что его магнитный момент \vec{p}_m перпендикулярен $\vec{B}~(\alpha=90^\circ)$.

Действие магнитного поля на помещенный в него небольшой виток с током (в пределах достаточно малого витка магнитное поле можно считать однородным, $\vec{B}=\mathrm{const}$) часто используют в качестве основы для определения основной характеристики магнитного поля — магнитной индукции.

Магнитная индукция численно равна отношению максимального вращающего момента сил, действующего в магнитном поле на небольшую рамку с током, расположенную перпендикулярно магнитному полю, к магнитному моменту этой рамки:

$$B = \frac{M_{\text{max}}}{p_{m}}. (45)$$

В системе СИ магнитная индукция измеряется в теслах (Тл).

Вектор магнитной индукции $d\vec{B}$ поля, создаваемого в вакууме элементом тока $Id\vec{\ell}$, в некоторой точке от него вычисляется по закону Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = k_m \frac{\left[I \ d\vec{\ell}\vec{r} \right]}{r^3},\tag{46}$$

где k_m — постоянная, $k_m = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \ \frac{\mathrm{T}\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{M}}{\mathrm{A}}$ ($\mu_0 = 4\,\pi\cdot10^{-7}\ \mathrm{\Gamma}\mathrm{H/M}$ — магнитная постоянная);

 \vec{r} — радиус-вектор, проведенный из элемента тока $Id\vec{\ell}$ в данную точку.

Направление вектора $d\vec{B}$ можно найти по правилу векторного произведения или «правилу буравчика»: если ввинчивать буравчик с правой резьбой по направлению протекания тока в элементе проводника, то направление движения рукояти буравчика в каждой точке будет совпадать с направлением $d\vec{B}$ в этой точке (рис. 10).

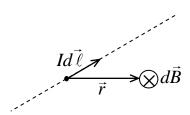


Рис. 10. Направление $d\vec{B}$ от элемента тока $Id\vec{\ell}$

Если магнитное поле создается не одним, а несколькими источниками (несколько движущихся зарядов, длинный проводник с током, несколько проводников с током и т. п.), то для слабых полей справедлив принцип суперпозиции: магнитные поля от разных источников накладываются одно на другое, не искажая друг друга, а магнитная ин-

дукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций полей отдельных источников:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n. \tag{47}$$

Для записи векторного уравнения (47) в скалярной форме выбирают удобную ИСО и находят проекции всех векторов на координатные оси:

$$\begin{cases}
B_x = B_{1x} + B_{2x} + \dots + B_{nx}; \\
B_y = B_{1y} + B_{2y} + \dots + B_{ny}; \\
B_z = B_{1z} + B_{2z} + \dots + B_{nz}.
\end{cases} (47a)$$

Величина магнитной индукции поля, созданного отрезком MN прямолинейного проводника с током I в произвольной точке A поля (рис. 11), вычисляется по формуле:

$$B = k_m \frac{I}{b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \tag{48}$$

где b — кратчайшее расстояние от проводника до точки A;

 α_1 и α_2 — углы между направлением тока в проводнике и вектором, проведенным в точку A из начала и конца отрезка проводника (начало — точка M, откуда выходит ток; конец — точка N, в которую ток входит).

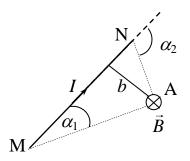


Рис. 11. Магнитное поле отрезка MN прямолинейного проводника с током

Если проводник бесконечно длинный, то $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 180^\circ$, тогда

$$B = k_m \frac{2I}{h}. (49)$$

Магнитная индукция поля кругового витка радиусом R с током I в произвольной точке A на оси витка (рис. 12) вычисляется по формуле:

$$B = k_m \frac{2\pi I R^2}{\left(R^2 + h^2\right)^{\frac{3}{2}}},\tag{50}$$

где h = AO.

В центре кругового витка (h = 0)

$$B = k_m \frac{2\pi I}{R} = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$
 (51)

Магнитное поле можно графически изображать с помощью линий вектора \vec{B} — это линии, проводимые в магнитном поле так, чтобы касательные к ним в любой точке совпадали с направлением вектора \vec{B} в этой точке, а густота ли-

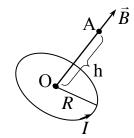


Рис. 12. Магнитное поле кругового витка с током

ний такова, что количество линий, проходящих через площадку единичных размеров, расположенную перпендикулярно линиям, равно $|\vec{B}|$ в месте расположения площадки.

По направлению и густоте линий вектора \vec{B} характеризуют магнитное поле. Если $\vec{B} \neq \text{const}$, то магнитное поле неоднородное, если $\vec{B} = \text{const}$, то магнитное поле однородное (линии вектора \vec{B} параллельны друг другу).

Количество линий вектора \vec{B} , проходящих через произвольную поверхность, определяет магнитный поток Φ_m ,

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S BdS \cdot \cos \alpha \,, \tag{52}$$

где dS – бесконечно малый элемент площади поверхности;

 α – угол между \vec{B} и вектором нормали \vec{n} к элементу поверхности dS.

Магнитный поток Φ_m , проходящий через произвольную замкнутую поверхность, для магнитного поля вычисляется по теореме Γ а усса:

$$\Phi_m = \frac{\parallel}{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \tag{53}$$

которая устанавливает, что магнитных зарядов как источников магнитного поля в природе не существует.

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции поля вдоль произвольно замкнутого контура ℓ утверждает, что магнитное поле (в отличие от электростатического) вихревое, непотенциальное, линии вектора \vec{B} замкнутые:

где $\sum_{i=1}^{N} I_{\text{пр}\,i}$ – алгебраическая сумма сил токов проводимости, охватываемых замкнутым контуром ℓ .

Все вещества при внесении их во внешнее магнитное поле \vec{B}_0 намагничиваются, т. е. создают собственное магнитное поле \vec{B}' , которое накладывается на внешнее поле:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \tag{55}$$

Физическая скалярная величина, показывающая, во сколько раз отличается результирующая магнитная индукция в веществе \vec{B} от магнитной индукции в вакууме \vec{B}_0 , называется магнитной проницаемостью вещества:

$$\mu = \frac{B}{B_0}. (56)$$

Магнитная проницаемость – безразмерная величина.

Для слабомагнитных веществ магнитная проницаемость незначительно отличается от единицы (для диамагнетиков $\mu \bigcirc 1$, для парамагнетиков $\mu \hookrightarrow 1$).

Для сильномагнитных веществ (ферромагнетиков) $\mu >> 1$. В этих веществах существуют области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания

(эти области называют доменами), в которых магнитные моменты отдельных атомов выстраиваются параллельно друг другу. При этом ориентация магнитных моментов доменов произвольная, поэтому все вещество может быть ненамагниченным.

При внесении такого вещества во внешнее магнитное поле наблюдаются увеличение и поворот магнитных моментов доменов в направлении внешнего поля, приводящие к увеличению результирующего поля. При этом для ферромагнетиков

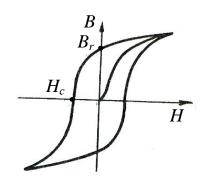


Рис. 13. Петля гистерезиса

характерен гистерезис — явление отставания намагничивания ферромагнетика от изменений внешнего магнитного поля. Если провести полный цикл перемагничивания ферромагнетика, то график зависимости магнитной индукции результирующего поля от напряженности внешнего поля за один цикл перемагничивания представляет собой замкнутую кривую, которую называют петлей гистерезиса (рис. 13, где B_r — остаточная индукции магнитного поля в ферромагнетике в отсутствие внешнего магнитного поля; H_c — коэрцитивная сила — величина напряженности внешнего магнитного поля, при которой ферромагнетик полностью размагничивается).

Основная характеристика магнитного поля (магнитная индукция B) и вспомогательная (напряженность \vec{H}) для изотропных магнетиков связаны между собой соотношением:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}. \tag{57}$$

Если нагревать ферромагнетик, то при определенной температуре (температуре Кюри) домены разрушаются и ферромагнетик становится парамагнетиком. При снижении температуры ниже температуры Кюри магнитные свойства ферромагнетика восстанавливаются.

5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Для протекания электрического тока в замкнутом контуре нужен источник (батарея, аккумулятор, генератор и т. п.), однако ток в замкнутом контуре может протекать и без источника, но для этого магнитный поток, проходящий через поверхность, ограниченную контуром, должен изменяться.

Явление возникновения индукционного тока в замкнутом контуре, через поверхность которого проходит изменяющийся магнитный поток, называется явлением электромагнитной индукции (открыто английским физиком Фарадеем).

Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея – Ленца) определяет ЭДС индукции, возникающую в замкнутом контуре при изменении пронизывающего его магнитного потока:

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi_m}{dt}, \tag{58}$$

где N – количество витков в замкнутом контуре.

Знак «минус» в законе (58) соответствует правилу Ленца: индукционный ток всегда имеет такое направление, чтобы своим магнитным полем противодействовать изменению магнитного потока, вызвавшего этот ток.

Силу индукционного тока в контуре можно вычислить по закону Ома для замкнутой цепи (37):

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R},\tag{59}$$

где R — сопротивление проводов контура (r = 0 — в цепи нет источника).

Любой замкнутый контур создает магнитный поток, если в нем протекает электрический ток. При этом в разных контурах создаются разные магнитные потоки, даже если сила тока в них одинаковая, контуры отличаются индуктивностью.

U н д у к т и в н о с т ь к о н т у р а L – скалярная физическая величина, равная отношению суммарного магнитного потока, проходящего через все витки контура $N\Phi_m$, к силе тока I в замкнутом контуре:

$$L = \frac{N\Phi_m}{I}. (60)$$

В системе СИ индуктивность измеряется в генри (Гн).

Индуктивность контура не зависит ни от магнитного потока, ни от силы тока в контуре, она зависит от размеров и формы контура и от магнитных свойств среды, в которой находится контур. Так, для соленоида индуктивность вычисляется по формуле:

$$L = \mu \mu_0 n^2 V \,, \tag{61}$$

где $n = \frac{N}{\ell}$ – количество витков N соленоида, отнесенное к длине ℓ соленоида;

V – объем соленоида.

Если по замкнутому контуру пропускать изменяющийся электрический ток, то он будет создавать изменяющееся магнитное поле, а изменяющийся через площадь контура магнитный поток приведет к возникновению в контуре ЭДС.

Явление возникновения индукционного тока в замкнутом контуре, по которому проходит изменяющийся электрический ток, называется явлением самоиндукции.

ЭДС самоиндукции, которая при этом возникает в контуре, согласно закону (58) и отношению (60) вычисляется (L = const) по уравнению:

$$\mathcal{E}_{s} = -L\frac{dI}{dt}.$$
 (62)

Электрический ток, протекая по проводам, создает вокруг себя магнитное поле, которое обладает энергией:

$$W_m = \frac{LI^2}{2} \,. \tag{63}$$

6. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Согласно явлению электромагнитной индукции для протекания электрического тока в неподвижном недеформируемом замкнутом контуре необходимо наличие изменяющегося магнитного поля через поверхность контура, однако причиной движения электрических зарядов может быть электрическое поле. Поэтому английский физик Максвелл высказал предположение, что независимо от наличия замкнутого контура в пространстве, где имеется изменяющееся магнитное поле, появляется особое электрическое поле, линии вектора \vec{E} (силовые линии) которого являются замкнутыми, — это в и х р е в о е электрическое поля вдоль произвольного замкнутого контура ℓ равна взятой с противоположным знаком скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность этого контура:

Источником магнитного поля служат движущиеся заряды, электрические токи, однако если в пространстве имеется изменяющееся электрическое поле, то это тоже приводит к появлению магнитного поля.

В связи с этим Максвелл предложил изменяющееся во времени электрическое поле отождествлять с электрическим током, назвав его током сме-

щения (в отличие от обычных токов проводимости в проводах). Тогда циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура ℓ равна алгебраической сумме сил токов проводимости и силы тока смещения, охватываемых замкнутым контуром:

где $\vec{j}_{\rm np}$ и $\vec{j}_{\rm cm}$ – плотность тока проводимости и тока смещения соответственно, $\vec{J}_{\rm cm} = \partial \vec{D}$

$$\vec{j}_{\rm cm} = \frac{\partial D}{\partial t};$$

 \vec{D} — электрическая индукция (смещение) электрического поля.

Применив теорему Гаусса для электрического (17) и магнитного (53) полей на случай изменяющихся полей, Максвелл записал:

Добавив к уравнениям (66) и (67) закон Ома для участка цепи

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho_e} \vec{E} \tag{68}$$

и уравнения, связывающие основные $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$ и вспомогательные $\left(\vec{D},\vec{H}\right)$ характеристики полей,

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}; \tag{69}$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \,, \tag{70}$$

Максвелл получил систему из семи уравнений электромагнетизма (уравнения Максвелла).

Из анализа уравнений (64) и (65) следует, что если в вакууме, где отсутствуют электрические заряды и токи проводимости, создать изменяющееся электрическое (или магнитное) поле, то в этих же точках пространства создается магнитное (или электрическое) поле. Эти поля будут порождать и поддерживать друг друга, захватывая все новые и новые области пространства и образуя электромагнитную волну.

7. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Процесс, повторяющийся с течением времени, называется периодическим, а наименьший промежуток времени, спустя который процесс повторяется, называется периодом. Период обозначается буквой T и измеряется в секундах. Среди бесчисленного множества разнообразных периодических процессов наибольший интерес представляют так называемые гармонических олебания— периодические процессы, происходящие с течением времени по закону косинуса или синуса:

$$\begin{cases} \xi(t) = \xi_m \cos(\omega t + \varphi_0); \\ \xi(t) = \xi_m \sin(\omega t + \varphi_0), \end{cases}$$
 (71)

где ξ – смещение от положения равновесия;

 ξ_{m} – амплитуда (наибольшее отклонение от положения равновесия);

 ω — циклическая частота (количество колебаний, совершенных за 2π секунд);

 φ_0 — начальная фаза (фаза колебаний в момент времени t=0).

Циклическая частота колебаний измеряется в радианах в секунду (рад/с) или в обратных секундах ($\tilde{\mathbf{n}}^{-1}$) и связана с периодом T и частотой колебаний v (число колебаний в единицу времени) соотношением:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v. \tag{72}$$

Величина, являющаяся аргументом функций косинуса или синуса, обозначается буквой φ и называется фазой колебаний,

$$\varphi = \omega t + \varphi_0. \tag{73}$$

Видно, что фаза — это величина, пропорциональная времени. Она удобна тем, что период колебаний по фазе для всех колебаний равен 2π , в то время как у периода колебаний (по времени) такой особенности нет.

Рассмотрим механические колебания на примере движения грузика, закрепленного на пружине (рис. 14). Выведем грузик из положения равновесия, растянув пружину, и отпустим. Возникающая при растяжении пружины сила упругости

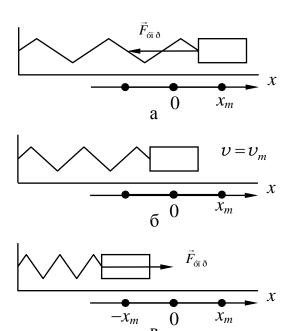


Рис. 14. Колебания грузика, закрепленного на пружине

$$F_{\text{ymp }x} = -kx \tag{74}$$

будет стремиться вернуть грузик в положение равновесия, разгоняя его. Вернувшись в положение равновесия, грузик продолжит движение по инерции, сжимая пружину, пока под действием силы упругости не остановится в крайнем левом положении, после чего таким же образом вернется в исходное положение.

Уравнение движения грузика

$$ma_{x} = F_{\text{ymp }x} + F_{\text{rp }x} \tag{75}$$

после подстановки силы упругости и элементарных преобразований приводит к дифференциальному уравнению собственных колебаний:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0, (76)$$

где x – координата грузика (неизвестная функция времени);

 \ddot{x} – проекция ускорения грузика на ось Ox.

Решением уравнения (76) будут функции вида:

$$\begin{cases} x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0); \\ x(t) = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \end{cases}$$
(77)

где x_m – амплитуда колебаний;

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
 — циклическая частота собственных колебаний.

Механическая энергия грузика, как известно из механики, складывается из его кинетической и потенциальной энергии:

$$W = W_k + W_p = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}.$$
 (78)

Теперь рассмотрим электромагнитные колебания, которые происходят в идеальном колебательном контуре — контуре, в котором активным сопротивлением можно пренебречь.

Запишем для колебательного контура второе правило Кирхгофа

$$U_C = \mathcal{E}_L, \tag{79}$$

которое с учетом определения электроемкости и закона Фарадея – Ленца примет вид *дифферен- циального уравнения собственных колебаний* в колебательном контуре

Рис. 15. Идеальный колебательный контур

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0, \tag{80}$$

где q – заряд на обкладках конденсатора (неизвестная функция времени);

 \ddot{q} – вторая производная от заряда (не имеет специального названия).

Решением этого дифференциального уравнения будут гармонические функции косинуса и синуса

$$\begin{cases} q(t) = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0); \\ q(t) = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \end{cases}$$
(81)

которые с точностью до обозначений совпадают с решением уравнения для собственных механических колебаний.

Здесь $q_{\it m}$ – амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора;

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
 — циклическая частота собственных колебаний в колеба-

тельном контуре.

Энергия колебаний в колебательном контуре складывается из энергии заряженного конденсатора и энергии тока в катушке:

$$W = W_{\acute{Y}} + W_{\grave{I}} = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{Li_m^2}{2}.$$
 (82)

Любая система, в которой могут происходить гармонические колебания, называется гармоническим осциллятором. Примером гармонического осциллятора является *пружинный маятник* (грузик, закрепленный на пружине), математический маятник (материальная точка, подвешенная на длинной нерастяжимой нити), физический маятник (твердое тело, закрепленное на оси вращения, не проходящей через центр масс), колебательный контур (электрическая цепь, состоящая из конденсатора и катушки индуктивности). Уравнения, описывающие процессы, происходящие в различных осцилляторах, очень по-

хожи между собой по форме, отличаются они друг от друга лишь входящими в них величинами (буквами). Это позволяет записывать физические законы, характеризующие осцилляторы, с помощью так называемых обобщенных величин. Так, положение грузика, закрепленного на пружине, характеризуется его координатой x, отклонение математического и физического маятников от положения равновесия описывается углом поворота α , а состояние колебательного контура полностью характеризуется зарядом q на обкладках конденсатора. Введем понятие обобщенной координаты ξ , которая будет общим обозначением для любой из названных величин, поскольку законы их изменения одинаковы.

Тогда дифференциальное уравнение собственных колебаний можно записать в общем виде:

$$\ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0, \tag{83}$$

где $\ddot{\xi}$ – обобщенное ускорение (вторая производная от обобщенной координаты);

 ω_0 – частота собственных колебаний осциллятора, которая для пружинного, математического, физического маятников и идеального колебательного контура

будет такой:
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
 , $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{I}}$ и $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Решением дифференциального уравнения будут гармонические функции, которые также можно записать в общем виде:

$$\begin{cases} \xi(t) = \xi_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0); \\ \xi(t) = \xi_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \end{cases}$$
(84)

Сложение однонаправленных колебаний занимает в физике колебаний и волн особенное место, поскольку этот вопрос не только представляет интерес сам собой, но и лежит в основе таких волновых явлений, как интерференция и дифракция волн. Сначала рассмотрим сложение двух однонаправленных колебаний одинаковых частоты и амплитуды:

$$\begin{cases} x_1 = x_m \cos \omega t; \\ x_2 = x_m \cos (\omega t + \varphi_0). \end{cases}$$
 (85)

Результирующее колебание $x = x_1 + x_2$, которое можно получить как аналитически, так и методом векторных диаграмм

$$x = \underbrace{2x_m \cos \frac{\varphi_0}{2}}_{\text{at reedoaa}} \cos \left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right), \tag{86}$$

представляет собой гармоническое колебание такой же частоты, амплитуда которого зависит от разности фаз складываемых колебаний. Наибольший практический интерес представляют два частных случая: $\varphi_0 = 0$ è $\varphi_0 = \pi$, при которых складываемые колебания максимально усиливают друг друга и максимально гасят друг друга соответственно. Векторные диаграммы, выполненные для произвольной разности фаз складываемых колебаний, а также для описанных двух частных случаев, представлены на рис. 16.

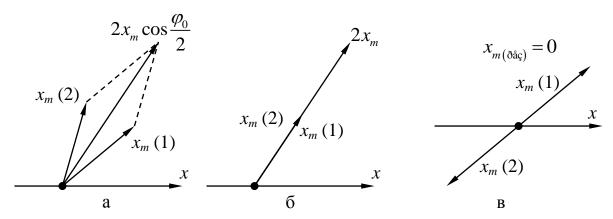


Рис. 16. Сложение однонаправленных гармонических колебаний

В общем случае при сложении двух однонаправленных колебаний произвольных амплитуды, частоты и начальных фаз

$$\begin{cases} x_{1} = x_{m1} \cos\left(\omega_{1}t + \varphi_{01}\right); \\ x_{2} = x_{m2} \cos\left(\omega_{2}t + \varphi_{02}\right) \end{cases}$$

$$(87)$$

методом векторных диаграмм (рис. 17) амплитуду и фазу результирующего колебания получим из теоремы косинусов и определения тангенса угла соответственно:

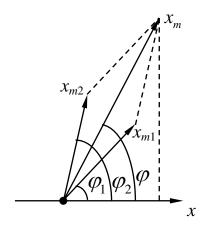


Рис. 17. Амплитуда и фаза результирующего колебания

$$\begin{cases} x_{m} = \sqrt{x_{m1}^{2} + x_{m2}^{2} + 2x_{m1}x_{m2}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1})}; \\ \varphi = \arctan \frac{x_{m1}\sin\varphi_{1} + x_{m2}\sin\varphi_{2}}{x_{m1}\cos\varphi_{1} + x_{m2}\cos\varphi_{2}}. \end{cases}$$
(88)

Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний можно наблюдать, если частица участвует одновременно в двух колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях. В общем случае такие колебания можно описать законами движения

$$\begin{cases} x(t) = x_m \cos(\omega_1 t + \varphi_{01}); \\ y(t) = y_m \cos(\omega_2 t + \varphi_{02}), \end{cases}$$
(89)

которые, как известно из курса механики, представляют собой уравнение траектории в параметрической форме. Если значения частоты складываемых колебаний кратные, то траектория будет замкнутой кривой, вдоль которой колеблющаяся частица будет проходить многократно, в противном случае траектория будет сложной незамкнутой линией. Замкнутые траектории, возникающие при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний, называются фигурами Лиссажу. Чтобы получить уравнение траектории в явном виде, необходимо в функциях (89) избавиться от времени как от параметра. Действия, которые при этом необходимо проделать, зависят от конкретного вида исходных функций, описывающих складываемые колебания.

Для примера рассмотрим сложение двух колебаний, происходящих с одинаковой частотой (без нарушения общности начальную фазу одного из них можно выбрать равной нулю):

$$\begin{cases} x = x_m \cos \omega t; \\ y = y_m \cos (\omega t + \varphi_0). \end{cases}$$
 (90)

Выразим косинус из первой формулы системы (90) и подставим во вторую, предварительно расписав в ней косинус суммы углов. После элементарных преобразований получим уравнение

$$\frac{x^2}{x_m^2} + \frac{y^2}{y_m^2} - 2\frac{x}{x_m} \frac{y}{y_m} \cos \varphi_0 = \sin^2 \varphi_0, \tag{91}$$

которое для трех частных случаев — $\varphi_0=0, \; \varphi_0=\pi, \; \varphi_0=\pi/2$ — приводит к трем уравнениям траектории соответственно

$$\begin{cases} y = \frac{y_m}{x_m} x; \\ y = -\frac{y_m}{x_m} x; \\ \frac{x^2}{x_m^2} + \frac{y^2}{y_m^2} = 1. \end{cases}$$
 (92)

Графики этих функций приведены на рис. 18 (для определенности выбрано $y_m > x_m$).

Наиболее наглядно фигуры Лиссажу получаются на экране осциллографа, если электрические колебания подать на взаимно перпендикулярные отклоняющие пластины осциллографа. При других соотношениях частоты и разности фаз складываемых колебаний фигуры Лиссажу имеют более сложный вид.

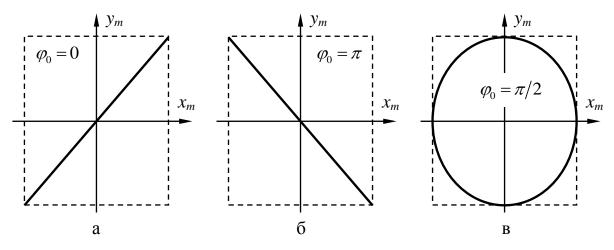


Рис. 18. Фигуры Лиссажу

Затухающие колебания, в отличие от собственных, возможных лишь в идеальных системах, происходят в реальных физических системах, в которых практически всегда присутствует трение (сопротивление). Действительно, маятник, выведенный из положения равновесия, будет совершать колебания лишь некоторое время, в течение которого амплитуда колебаний будет постоянно уменьшаться, пока движение маятника не прекратится вовсе.

Рассмотрим затухающие механические колебания на примере грузика, закрепленного на пружине (рис. 19). Выведем грузик из положения равновесия, растянув пружину, и отпустим. При движении грузика на него кроме *силы упругости*

$$F_{\text{ymp }x} = -kx, \tag{93}$$

будет действовать *сила вязкого трения* (например, со стороны воздуха), которую можно считать пропорциональной скорости:

$$F_{mpx} = -\mu v_x. \tag{94}$$

Уравнение движения грузика под действием названных сил

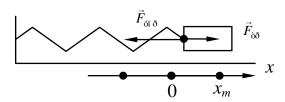


Рис. 19. Движение грузика, закрепленного на пружине, в вязкой среде

$$ma_{x} = F_{\text{ymp } x} + F_{\text{Tp } x}$$

(95)

после подстановки сил упругости и трения и элементарных преобразований приводит к д и ф ф е р е н ц и а л ь н о м у у р а в н е н и ю з а т у х а ю щ и х к о л е б а н и й:

$$\ddot{x} + 2\frac{\mu}{2m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0, (96)$$

где x – координата грузика (неизвестная функция времени);

 \dot{x} , \ddot{x} – проекции скорости и ускорения грузика соответственно.

Решением уравнения (96) будут функции вида:

$$\begin{cases} x(t) = x_{m0}e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0); \\ x(t) = x_{m0}e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0), \end{cases}$$
(97)

где x_{m0} — начальная амплитуда колебаний;

$$\beta = \frac{\mu}{2m}$$
 — коэффициент затухания;

 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — частота затухающих колебаний, а множитель, стоящий перед косинусом или синусом $x_m(t) = x_{m0}e^{-\beta t}$, является убывающей с течением времени амплитудой колебаний.

Электромагнитные затухающие колебания происходят в колебательном контуре, в котором нельзя пренебречь активным сопротивлением контура R.

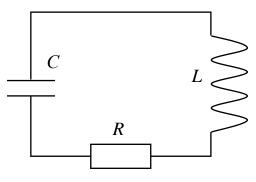


Рис. 20. Реальный колебательный контур

Запишем для колебательного контура второе правило Кирхгофа

$$U_C + U_R = \mathcal{E}_L, \tag{98}$$

которое с учетом определения электроемкости, закона Ома и закона Фарадея – Ленца примет вид дифференциального уравнения затухающих колебаний в колебательном контуре:

$$\ddot{q} + 2\frac{R}{2L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0, (99)$$

где q – заряд на обкладках конденсатора (неизвестная функция времени);

 \dot{q} – сила тока;

 \ddot{q} – производная от силы тока (не имеет специального названия).

Решением дифференциального уравнения (99) будут гармонические функции косинуса и синуса

$$\begin{cases} q(t) = q_{m0}e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0); \\ q(t) = q_{m0}e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0), \end{cases}$$
(100)

которые с точностью до обозначений совпадают с решением уравнений для механических затухающих колебаний. Здесь коэффициент затухания $\beta = \frac{R}{2L}$.

В общем виде дифференциальное уравнение затухающих колебаний имеет вид

$$\ddot{\xi} + 2\beta \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0, \tag{101}$$

решением которого будут функции косинуса или синуса с переменной амплитудой

$$\begin{cases} \xi(t) = \xi_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0); \\ \xi(t) = \xi_{m0} e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \end{cases}$$
(102)

График первой из функций (102) представлен на рис. 21.

Кроме коэффициента затухания и частоты затухающих колебаний затухающие колебания принято характеризовать временем релаксации τ и логарифмическим декрементом затухания Λ . Временем релакса промежуток времени, в течение которого амплитуда затухающих колебаний

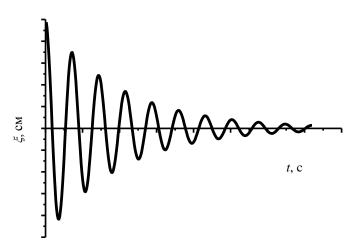


Рис. 21. Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени

уменьшается в e раз (e = 2,71... – основание натуральных логарифмов). Время

релаксации связано с коэффициентом затухания простой формулой: $\tau = \frac{1}{\beta}$.

Логарифмическим декрементом затухания называется безразмерная скалярная физическая величина, равная натуральному логарифму отношения соседних амплитуд:

$$\Lambda = \ln \frac{\xi_m(t)}{\xi_m(t+T)}.$$
 (103)

Вынужденными колебаниями называются колебания, возникающие в системе под действием внешней периодической силы.

Пусть теперь на грузик, закрепленный на пружинке, кроме сил упругости и трения действует внешняя сила, меняющаяся со временем по закону:

$$F_{x}(t) = F_{m} \cos \omega t, \tag{104}$$

уравнение движения в этом случае примет вид:

$$ma_x = F_{\text{ymp }x} + F_{\text{rp }x} + F_m \cos \omega t. \tag{105}$$

После подстановки сил упругости и трения и элементарных преобразований получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\ddot{x} + 2\frac{\mu}{2m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_m}{m}\cos\omega t,\tag{106}$$

решением которого являются гармонические функции косинуса или синуса.

Второе правило Кирхгофа, записанное для так называемого последовательного колебательного контура, в котором в разрыв цепи контура включена внешняя переменная электродвижущая сила

$$\mathsf{E}(t) = \mathsf{E}_n \cos \omega t \,, \tag{107}$$

имеет вид

$$U_C + U_R = \mathbf{E}_L + \mathbf{E}_m \cos \omega t. \tag{108}$$

С учетом определения электроемкости, закона Ома и закона Фарадея – Ленца получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний в последовательном колебательном контуре

$$\ddot{q} + 2\frac{R}{2L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = \frac{\mathsf{E}_m}{L}\cos\omega t,\tag{109}$$

которое с точностью до обозначений совпадает с дифференциальным уравнением колебаний грузика на пружине, что позволяет записать уравнение вынужденных колебаний в общем виде:

$$\ddot{\xi} + 2\beta \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = \alpha_m \cos \omega t, \qquad (110)$$

где $\alpha_m = F_m/m$ для грузика на пружине;

 $\alpha_m = \mathsf{E}_m/L$ для колебательного контура.

Решением дифференциального уравнения (110) будут следующие гармонические функции:

$$\begin{cases} \xi(t) = \xi_m \cos(\omega t - \varphi_0); \\ \xi(t) = \xi_m \sin(\omega t - \varphi_0), \end{cases}$$
(111)

из которых видно, что вынужденные колебания происходят с частотой внешней силы, а амплитуда и начальная фаза вынужденных колебаний могут быть найдены аналитически или методом векторных диаграмм и определяются формулами:

$$\begin{cases}
\xi_{m} = \frac{\alpha_{m}}{\sqrt{\left(\omega^{2} - \omega_{0}^{2}\right)^{2} + 4\beta^{2}\omega^{2}}}; \\
\varphi_{0} = \operatorname{arctg} \frac{2\beta\omega}{\omega_{0}^{2} - \omega^{2}}, \quad 0 < \varphi_{0} < \pi.
\end{cases}$$
(112)

Таким образом, амплитуда и начальная фаза зависят от коэффициента затухания осциллятора и соотношения частоты внешней силы и частоты собственных колебаний осциллятора.

Резонансом называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты внешней силы к частоте собственных колебаний осциллятора.

Добротностью называется безразмерная скалярная физическая величина, равная умноженному на 2π отношению энергии, запасенной в осцилляторе, к ее диссипации за один период колебаний при частоте колебаний, равной собственной:

$$Q = 2\pi \frac{W}{W_{\text{aen}}}.$$
 (113)

Добротностью называется также безразмерная скалярная физическая величина, характеризующая высоту резонансного пика и равная отношению амплитуды вынужденных колебаний при собственной частоте к амплитуде колебаний при частоте внешней вынуждающей силы, стремящейся к нулю:

$$Q = \frac{\xi_m(\omega = \omega_0)}{\xi_m(\omega = 0)}.$$
 (114)

Во всех случаях формулы, определяющие добротность, сводятся к выражению $Q=\frac{\omega_0}{2\,\beta}$, а при малом затухании в осцилляторе $(\beta << \omega_0)$, т. е. при Q>>1, добротность окажется обратно пропорциональной логарифмическому декременту затухания $Q=\frac{\pi}{\Lambda}$.

8. УПРУГИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

При определенных условиях колебания обладают способностью распространяться в пространстве. Такие распространяющиеся в пространстве и взаимосвязанные колебания называются в олнами. Волны бывают различных видов: упругие, поверхностные, электромагнитные и т. д. Смещения частиц от положения равновесия (колебания) в волне могут быть сориентированы как вдольлинии распространения волны (такие волны называются продольными в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны (такие волны называются поперечными). Упругие волны могут иметь все возможные поляризации (могут быть и продольными, и поперечными в зависимости от свойств среды, в которой они распространяются), а электромагнитные волны (распространяющиеся в пространстве колебания электрического и магнитного полей) существуют только поперечные. Все виды волн распространяются в пространстве с конечной, но вполне определенной для данных условий скоростью υ (скорость электромагнитных волн в вакууме — скорость света — обозначается c).

Наряду со *скоростью распространения волны*, важнейшими характеристиками волны являются *длина волны* и *волновое число*.

Длиной волны λ называется расстояние, которое пробегает фронт волны за время одного периода колебаний, т. е. $\lambda = \nu T$. Длиной волны называется также наименьшее расстояние между двумя точками волны, фазы колебаний которых отличаются на 2π .

Волновым числом k называется скалярная физическая величина, равная количеству длин волн, которые уложатся на расстоянии 2π метров вдоль направления распространения волны, т. е. $k = 2\pi/\lambda$.

Уравнение плоской бегущей волны, распространяющейся вдоль оси Oz, представляет собой обычный гармонический закон, в котором начальная фаза колеблющихся точек зависит от расстояния до источника волны, имеет вид

$$\xi(t,z) = \xi_m \cos(\omega t - kz) \tag{115}$$

и позволяет вычислить смещение от своего положения равновесия любой точки волны.

В электромагнитной волне, распространяющейся вдоль оси Oz, колебания электрического и магнитного полей описываются формулами:

$$\begin{cases}
E_x(t,z) = E_m \cos(\omega t - kz); \\
H_y(t,z) = H_m \cos(\omega t - kz),
\end{cases}$$
(116)

плоскости их колебаний взаимно перпендикулярны, а амплитуды колебаний связаны соотношением: $\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu \mu_0} H_m$.

Разность фаз колебаний двух точек волны зависит от расстояния между ними и определяется формулой $\varphi_1 - \varphi_2 = k(z_2 - z_1)$, в которой учтено, что более удаленные от источника точки волны будут запаздывать по фазе по сравнению с более близкими к источнику волны точками.

Интерференцией волн называется явление перераспределения энергии в пространстве, приводящее к усилению амплитуды колебаний в одних точках и к уменьшению в других, возникающее при наложении двух и более когерентных волн. Рассмотрим явление интерференции на примере *стоячих волн*.

Стоячие волны возникают при наложении двух бегущих навстречу друг другу (бегущей и отраженной) волн одинаковой амплитуды и представляют собой устойчивую картину, в которой вдоль линии распространения волн точки наибольшей амплитуды колебаний (пучности) периодически сменяются точками (узлами), амплитуда колебаний в которых равна нулю. Смещение частиц от положения равновесия в стоячей волне определяется формулой:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = \underbrace{2\xi_m \cos kz}_{\text{амплитуда}} \cdot \cos \omega t. \tag{117}$$

Смещение частиц в стоячей волне с двух сторон узла происходит в противофазе.

Библиографический список

- 1. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М., 2006. 560 с.
- 2. Детлаф А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. М., 2003. 607 с.
- 3. Трофимова Т. И. Краткий курс физики / Т. И. Трофимова. М., 2006. 352 с.
- 4. Савельев И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. М., 2005. Т. 2. 293 с.
- 5. Яворский Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. М., 1999. 622 с.

Учебное издание

КРОХИН Сергей Николаевич, ЛИТНЕВСКИЙ Леонид Аркадьевич

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

Конспект лекций

Часть 2

Редактор Н. А. Майорова

* * *

Подписано в печать 29.11.2012. Формат $60 \times 84^{-1}/_{16}$. Плоская печать. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 2,7. Уч.-изд. л. 3,0. Тираж 800 экз. Заказ

* *

Редакционно-издательский отдел ОмГУПСа Типография ОмГУПСа

*

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35

С. Н. КРОХИН, Л. А. ЛИТНЕВСКИЙ

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

ЧАСТЬ 2