Ejercicios Guía Extraordinario
MCA 4
versión 2

Profs. Juan Carlos Balleza
Roberto Méndez Méndez

6 Oct 24

Instrucciones:

1. Lee con detalle lo que se pide para cada inciso
2. Ten tus programas a la mano, si es que tu decides usarlos, los pude descargar de: https://github.com/RobertoMendezM/Extraordinario_Corto_MCA4_25-1.git
3. **La solución que entregues debe tener todos los pasos desarrollados, si solo entregas la solución se considerará inválida la respuesta.**

Ejercicios

1. Sea la EDO
$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{|y|}$$
   a) Di cuales son sus soluciones de equilibrio
   b) Da condiciones iniciales $y(t_0) = y_0$ con $y_0 \neq 0$
   c) En este caso se cumples las condiciones del teorema de existencias y unicidad.
   d) Resuelve el problema de Cauchy de manera analítica
   e) Utiliza el código de Runger Kutta para apróximar la solución computacionalmente. Aquí me debes poner los valores que diste a los parámetros y el esbozo de curva integral obtenida.
   f) Da las soluciones teóricas. Debes poner todo con muhco detalle.
   g) Grafica el Campo Direccional. Hint: Usa el código en python disponible
2. Se la EDO de 1er orden no linea (Logística)
$$\frac{dy}{dt} = ry\left(1 - \frac{y}{K}\right) \tag{1}$$

con condiciones iniciales (Problema de Cauchy o Problema de valores Iniciales [PVI])

$$y(t_0) = y_0 \tag{2}$$

$K, r > 0$

- K Capacidad de carga
- r Tasa de Crecimiento

Obtén:

a) Soluciones de equilibrio

b) Solución analítica al problema de Cauchy

c) Esboza las diferentes curvas integrales (curvas solución) que podemos obtener, según la condición inicial que se tenga.

3. Encuentra la solución general de las siguientes EDO de 1er orden, encontrando el factor integrante cuando sea necesario

   a) $xy' + 5y = 7x^2$

   b) $xdy + ydx = sin(x)dx$

   c) Resuelva por homogénea (homogénea polar)
   $(x + y)dy + (x - y)dx = 0$

   d) Resuelva por Exactas
   $y \sec^2 t + \sec t \tan t + (2y + \tan t)\dfrac{dy}{dt} = 0$

   e) $(3x^2 - y^2)dy + -2xydx = 0$

4. Encuentra la solución general de las siguientes EDO de 2do orden

   a) $h'' + 6h' + 13h = 0$

   b) $9w'' + 6w' + w = 0$

   c) $y'' - 2y + -3 = 0$

5. Encuentra la solución del PVI siguiente

$$\begin{aligned} y'' + 5y' + 4y &= 0 \\ y(2) &= 1 \\ y'(2) &= 1 \end{aligned}$$

6. Sea la EDO de 2do orden

$$y'' + 2y' + 3y = x\cos(x)$$

Obtén la solución por el método de variación de parámetros

- Obtén la solución general de la homogénea
- Obtén la solución de la particular

- Construye la solución general

7. Sea el sistema de ecuaciones diferenciales lineales

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$$

Calculando $\delta = \det(A)$, $\tau = tr(A)$ y $\Delta(A) = \tau^2 - 4\delta$ (discriminante de A) determina en los sistemas siguientes, si el origen es: punto silla, nodo, foco o un centro. Describe su estabilidad en caso de ser foco o nodo.

$$a)\ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad b)\ A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad c)\ A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$d)\ A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad e)\ A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad f)\ A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

8. En el entendido de que

$$\dot{x}_i = \frac{d}{dt} x_i(t) \qquad i \in \{1, 2, 3\}$$

Resuelve analíticamente los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales lineales y esboza su retrato fase

a) $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \\ \dot{x}_2 = 2x_2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = -x_3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + +x_2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2 - 2x_3 \\ \dot{x}_2 = x_1 - 2x_2 + 2x_3 \\ \dot{x}_3 = 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 \end{cases}$