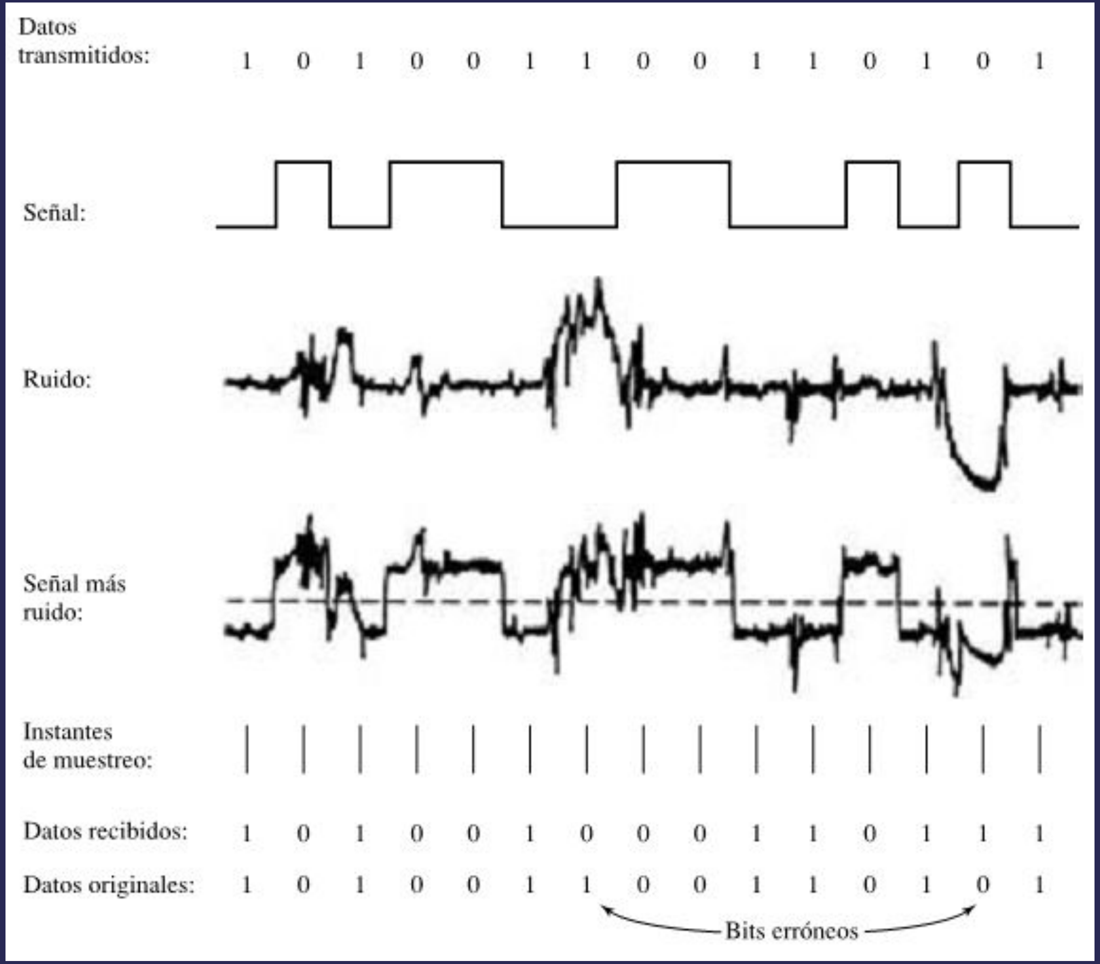
DETECCIóN DE ERRORES

IIE456 IIE230 IIE547

Protocolos de Comunicaciones y Sistemas Embebidos

EFECTO DEL RUIDO EN UNA SEÑAL DIGITAL



GENERALIDADES

- Los medios de transmisión no son ideales, la información que pasa por ellos puede sufrir alteraciones producidas por:
  - Por degradación de la señal por distancia sin regeneración.
  - Por diafonía (Perturbación electromagnética producida en un canal de comunicación por el acoplamiento de este con otro vecino).
  - Por interferencias electromagnéticas, etc.

GENERALIDADES

- Cualquier error que se produzca se debe detectar e, idealmente, corregir, de lo contrario, el receptor puede solicitar los bloques de bits erróneos para ser retransmitidos.
- La corrección de los errores la puede realizar el destinatario, apoyándose en los bits redundantes que se envía junto con la información (bit de paridad o códigos Hamming)
- El destinatario detecta los errores apoyándose en los bits redundantes que se envían junto con la información generados por métodos de redundancia cíclica (CRC).

GENERALIDADES

- La detección de errores se lleva a cabo calculando un código en función de los bits de entrada. El código se añade a los bits a transmitir. Para comprobar si ha habido errores, el receptor calcula el código en función de los bits recibidos y lo compara con el código recibido.
- La corrección de errores opera de forma similar a la detección de errores, pero en este caso será posible corregir ciertos errores en la secuencia de bits recibida.

DETECCIÓN DE ERRORES

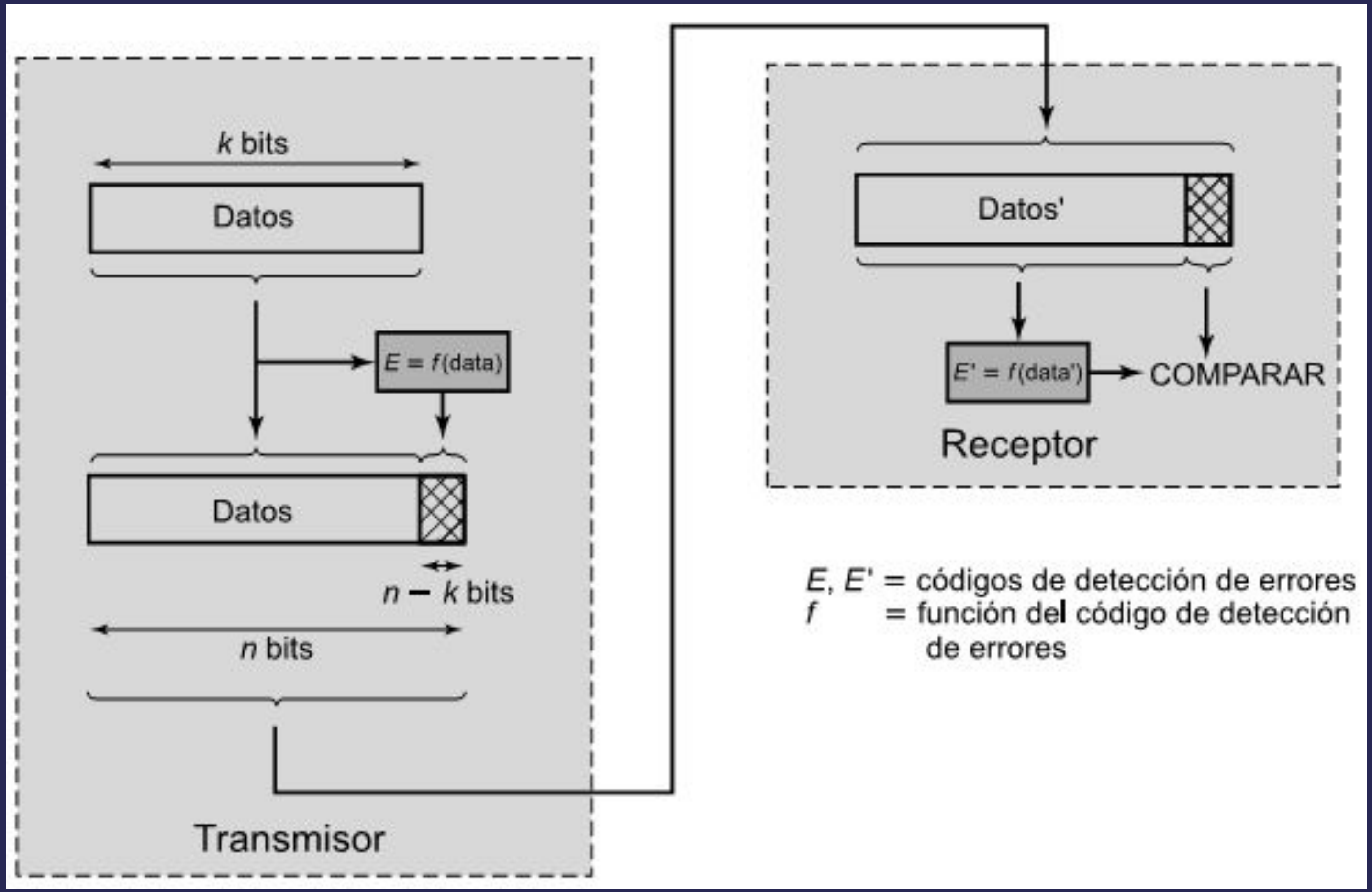
- A continuación se definen las siguientes probabilidades para los posibles errores en las tramas transmitidas:
- Pb: Probabilidad de que un bit recibido sea erróneo, también se denomina tasa de error por bit (BER, Bit Error Rate).
- P1: Probabilidad de que una trama llegue sin errores.
- P2: Probabilidad de que, utilizando un algoritmo para la detección de errores, una trama llegue con uno o más errores no detectados.
- P3: Probabilidad de que, utilizando un algoritmo para la detección de errores, una trama llegue con uno o más errores detectados y sin errores no detectados.

DETECCIÓN DE ERRORES

- Ejemplo 1: Considere el caso en que no se toman medidas de detección de errores.
  - $P3 = 0$
  - $P1 = (1 - Pb)^n$
  - $P2 = 1 - P1$

- Donde n corresponde a la cantidad de bits transmitidos en la trama.

DETECCIÓN DE ERRORES



DETECCIÓN DE ERRORES

- La Paridad consiste en añadir un bit, denominado bit de paridad, que indique si el número de los bits de valor 1 en los datos precedentes es par o impar. Si un sólo bit cambiara por error en la transmisión, el mensaje cambiará de paridad y el error se puede detectar (nótese que el bit donde se produzca el error puede ser el mismo bit de paridad).
- La comprobación de paridad no es muy robusta, dado que si cambia de forma uniforme un número par de bits, el bit de paridad será válido y el error no será detectado.
- Se utiliza cuando se cumplen simultáneamente dos condiciones: que la probabilidad de que falle un bit es baja y que las fallas de bits son sucesos independientes. De esta forma la probabilidad de que fallen dos (o más) bits es muy baja, por lo que cuando no detecta error es altamente probable que el código sea efectivamente correcto.

DETECCIóN DE ERRORES

Comprobación de redundancia cíclica (CRC): hace referencia al conjunto de bits redundantes (FCS, Frame Check Sequence) agregados a la trama de datos. Puede calcularse mediante los siguientes métodos:

- Aritmética módulo 2, realiza sumas y restar aritméticas (XOR) con la finalidad de agregar un FCS de modo que datos+FCS sea divisible de forma exacta por un cierto patrón.
- Polinomios, muy similar al método anterior con la diferencia de que cada bit representa valores de un polinomio de una variable muda X.
- Lógica Digital, a partir de un circuito divisor formado por puertas exclusive-or

DETECCIÓN DE ERRORES

Ayuda online

- Ejemplo: Aritmética módulo 2

1. Sean:

$$\text{mensaje } D = 1010001101 \text{ (10 bits)}$$
$$\text{patrón } P = 110101 \text{ (6 bits)}$$
$$\text{FCS } R = \text{a calcular (5 bits)}$$

Por tanto, $n = 15$, $k = 10$ y $(n - k) = 5$.

2. El mensaje se multiplica por 2^5, resultando 101000110100000.

DETECCIÓN DE ERRORES

Ayuda online

3. El resultado anterior se divide entre P:

```
                           1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 ← Q
P → 1 1 0 1 0 1 / 1 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 ← 2^(n-k)D
                  1 1 0 1 0 1
                  -----------
                    1 1 1 0 1 1
                    1 1 0 1 0 1
                    -----------
                        1 1 1 0 1 0
                        1 1 0 1 0 1
                        -----------
                            1 1 1 1 1 0
                            1 1 0 1 0 1
                            -----------
                                1 0 1 1 0 0
                                1 1 0 1 0 1
                                -----------
                                  1 1 0 0 1 0
                                  1 1 0 1 0 1
                                  -----------
                                    0 1 1 1 0 ← R
```

DETECCIÓN DE ERRORES

Ayuda online

4. El resto se suma a $2^5 D$ para dar T = 101000110101110, que es lo que se transmite.

5. Si no hay errores, el receptor recibe T intacto. La trama recibida se divide entre P:

```
                            1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 ← Q
P → 1 1 0 1 0 1 / 1 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 ← T
                  1 1 0 1 0 1
                  ───────────
                    1 1 1 0 1 1
                    1 1 0 1 0 1
                    ───────────
                        1 1 1 0 1 0
                        1 1 0 1 0 1
                        ───────────
                            1 1 1 1 1 0
                            1 1 0 1 0 1
                            ───────────
                                1 0 1 1 1 1
                                1 1 0 1 0 1
                                ───────────
                                  1 1 0 1 0 1
                                  1 1 0 1 0 1
                                  ───────────
                                            0 ← R
```

Ya que no hay resto, se supone que no ha habido errores.

CORRECCIÓN DE ERRORES

- Repetición:
  - Este método consiste en repetir cada bit de datos varias veces para asegurarse de que la transmisión sea correcta.

CORRECCIÓN DE ERRORES

- Por ejemplo:
  - si el bit de datos que se envía fuera un 1, un código de repetición con n=3, enviaría "111". Si los tres bits recibidos no eran idénticos, había un error. En un ambiente sin demasiado ruido, la mayoría de las veces solamente cambiaría un bit en cada paquete de tres bits. Por lo tanto, datos del tipo 001, 010, y 100 se corresponden al bit 0, mientras que 110, 101, y 011 se corresponden con el bit 1.

CORRECCIÓN DE ERRORES

HAMMING

- Se pueden utilizar los bits de redundancia para corregir errores, enviando en cada bit que representa una potencia de 2, un bit de paridad para los datos.

- P1 = D1 xor D2 xor D4 xor D5 xor D7
- P2 = D1 xor D3 xor D4 xor D6 xor D7
- P3 = D2 xor D3 xor D4
- P4 = D5 xor D6 xor D7

	p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4	p_4	d_5	d_6	d_7
Palabra de datos (sin paridad):			0		1	1	0		1	0	1
p_1	1		0		1		0		1		1
p_2		0	0			1	0			0	1
p_3				0	1	1	0				
p_4								0	1	0	1
Palabra de datos (con paridad):	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1

CORRECCIÓN DE ERRORES

	p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4	p_4	d_5	d_6	d_7	Prueba de paridad	Bit de comprobación
Palabra de datos recibida:	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	
p_1	**0**		0		1		0		1		0	**Error**	**1**
p_2		**1**	0			1	0			0	0	**Error**	**1**
p_3				**0**	1	1	0					Correcto	0
p_4								**1**	1	0	0	**Error**	**1**

	p_4	p_3	p_2	p_1	
Binario	1	0	1	1	
Decimal	**8**		**2**	**1**	**Σ = 11**

- El valor entero que representan los bits de paridad es 11 (si no hubieran ocurrido errores este valor seria 0), lo que significa que el bit décimo primero de la palabra de datos (bits de paridad incluidos) es el erróneo y necesita ser cambiado.

CORRECCIÓN DE ERRORES

- Código de Bloque: Se define la distancia de Hamming d(v1, v2) entre dos palabras como el número de bits en que difieren ambas palabras.

$$\mathbf{v}_1 = 011011, \qquad \mathbf{v}_2 = 110001$$

$$d(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = 3$$

- La idea general consiste en transmitir los bits en bloques, pero en vez de transmitir un bloque de k bits se transmite una palabra-código de n bits (con n>k)

CORRECCIÓN DE ERRORES

Bloque de datos	Palabra-código
00	00000
01	00111
10	11001
11	11110

- En caso de error, es posible corregir los errores simples (diferencia de un bit)

$$d(00000, 00100) = 1; \quad d(00111, 00100) = 2;$$
$$d(11001, 00100) = 4; \quad d(11110, 00100) = 3$$

CORRECCIÓN DE ERRORES

Palabra-código inválida	Distancia mínima	Palabra-código válida	Palabra-código inválida	Distancia mínima	Palabra-código válida
00001	1	00000	10000	1	00000
00010	1	00000	10001	1	11001
00011	1	00111	10010	2	00000 o 11110
00100	1	00000	10011	2	00111 o 11001
00101	1	00111	10100	2	00000 o 11110
00110	1	00111	10101	2	00111 o 11001
01000	1	00000	10110	1	11110
01001	1	11001	10111	1	00111
01010	2	00000 o 11110	11000	1	11001
01011	2	00111 o 11001	11010	1	11110
01100	2	00000 o 11110	11011	1	11001
01101	2	00111 o 11001	11100	1	11110
01110	1	11110	11101	1	11001
01111	1	00111	11111	1	11110

DETECCIÓN DE ERRORES

- Ejemplo 2:

Un objetivo predefinido en las conexiones RDSI es que la BER en un canal a 64 kbps debe ser menor que 10^{-6} para, por lo menos, el 90% de los intervalos observados de 1 minuto de duración. Supóngase ahora que se tiene un usuario con requisitos menos exigentes para el que, en el mejor de los casos, una trama con un bit erróneo no detectable ocurriera por cada día de funcionamiento continuo en una canal a 64 kbps. Supóngase que la longitud de la trama es de 1.000 bits. El número de tramas que se pueden transmitir por día es $5{,}529 \times 10^{6}$, lo que implica una tasa de tramas erróneas $P_2 = 1/(5{,}529 \times 10^{6}) = 0{,}18 \times 10^{-6}$. Pero si se supone un valor de P_b igual a 10^{-6}, entonces $P_1 = (0{,}999999)^{1000} = 0{,}999$ y, por tanto, $P_2 = 10^{-3}$, lo que está tres órdenes de magnitud por encima de lo requerido.