Transformada Discreta do Cosseno para Compressão de Dados

1 Introdução

Você já parou para pensar como é feita a compressão de arquivos? Uma das formas mais utilizadas atualmente consiste na filtragem de altas frequências, que representam detalhes irrelevantes para a percepção humana. Esse processo pode ser feito por meio da conversão do domínio em que os dados estão para o domínio das frequências, permitindo que altas frequências sejam identificadas e removidas.

2 Transformada Discreta do Cosseno (DCT)

Formatos famosos de compressão, como MP3 e JPEG, utilizam a Transformada Discreta do Cosseno (DCT). Para uma matriz M de exemplo:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25 \end{pmatrix}$$

2.1 Cálculo da DCT

A DCT-II para uma sequência G de n valores:

$$G_f = \frac{1}{2}C_f \sum_{t=0}^{n-1} p_t \cos\left(\frac{(2t+1)f\pi}{2n}\right)$$

onde:

$$C_f = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{n}} & \text{se } f = 0\\ \sqrt{\frac{2}{n}} & \text{se } f > 0 \end{cases}$$

2.2 DCT Bidimensional

Versão otimizada para matrizes:

$$G_{ij} = \alpha_i \alpha_j \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} p_{xy} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right)$$

3 Resultados

Aplicando na matriz M:

$$M' = \begin{pmatrix} 65.000 & -7.042 & 0.000 & -0.635 & 0.000 \\ -35.212 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -3.175 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{pmatrix}$$

4 Tarefa

Implemente um programa que:

- $\bullet\,$ Receba uma matriz quadrada de tamanho N
- Calcule sua DCT
- $\bullet\,$ Imprima os coeficientes com 3 casas decimais e 9 caracteres de largura