1 Questão Curta: Mudança de referencial relativístico

Escrito por Guilherme Martins

De acordo com os princípios da relatividade, podemos dividir o ambiente em dois referenciais: o do laboratório, representado por S, e o referencial em movimento, representado por S'. Suponha que o referencial S' esteja se movendo com uma velocidade v e que uma partícula em movimento tenha momento P' e energia E' no referencial S'. Calcule:

OBS: considere c a velocidade da luz no vácuo.

a) O momento no referencial S.

b) A energia no referencial S.

Solução:

Para simplificar os cálculos, inicialmente usaremos $c = 1$ e, posteriormente, corrigiremos pela análise dimensional.

Considere μ' como a velocidade da partícula no referencial S'. Dessa forma, μ será sua velocidade no referencial S:

$$\mu = \frac{\mu' + v}{1 + \mu' v}$$

$$\gamma_\mu = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{\mu'+v}{1+\mu' v})^2}} = \frac{1 + \mu' v}{\sqrt{(1-\mu'^2)(1-v^2)}} = \gamma_{\mu'}\gamma_v(1 + \mu' v)$$

$$\gamma_v = \gamma$$

A energia e o momento de uma partícula de massa m no referencial S' são:

$$E' = \gamma_{\mu'} m$$

$$P' = \gamma_{\mu'} m \mu'$$

E no referencial S serão:

$$E = \gamma_\mu m = \gamma_{\mu'}\gamma_v(1+\mu' v)m = \gamma(\gamma_{\mu'} m + \gamma_{\mu'} m\mu' v) = \gamma(E' + P'v)$$

$$P = \gamma_\mu m\mu = \gamma_{\mu'}\gamma_v(1+\mu' v)m(\frac{\mu'+v}{1+\mu' v}) = \gamma_{\mu'}\gamma_v(\mu'+v)m = \gamma(P' + E'v)$$

Corrigindo a análise dimensional ao acrescentar os C's, temos:

a)

$$\boxed{P = \gamma(P' + \frac{E'v}{C^2})}$$

b)

$$\boxed{E = \gamma(E' + P'v)}$$

2 Questão Média: Lei de Ohm

Escrito por Letícia Mariano

Um circuito elétrico simples consiste em uma bateria de $12V$ conectada a dois resistores em série: um de 4Ω e outro de 6Ω. Calcule:

a) A resistência equivalente do circuito.

b) A corrente que passa pelo circuito.

c) A tensão em cada resistor.

d) A potência dissipada por cada resistor.

Solução:

a) Calculando a resistência equivalente do circuito:

Para resistores em série, a resistência equivalente (R_{eq}) é a soma das resistências individuais:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Substituindo os valores dados:

$$R_{eq} = 4\,\Omega + 6\,\Omega$$

$$\boxed{R_{eq} = 10\,\Omega}$$

b) Calculando a corrente que passa pelo circuito:

Usando a Lei de Ohm:

$$I = \frac{V}{R_{eq}}$$

Substituindo os valores dados:

$$I = \frac{12\,\text{V}}{10\,\Omega}$$

$$\boxed{I = 1{,}2\,\text{A}}$$

c) Calculando a tensão em cada resistor:

A tensão em um resistor é dada por $V = I \cdot R$.

Para o resistor 1 (R_1):

$$V_1 = I \cdot R_1$$

$$V_1 = 1{,}2\,\text{A} \cdot 4\,\Omega$$

$$\boxed{V_1 = 4{,}8\,\text{V}}$$

Para o resistor 2 (R_2):

$$V_2 = I \cdot R_2$$

$$V_2 = 1{,}2\,\text{A} \cdot 6\,\Omega$$

$$\boxed{V_2 = 7{,}2\,\text{V}}$$

d) Calculando a potência dissipada por cada resistor:

A potência dissipada por um resistor é dada por $P = V \cdot I$.

Para o resistor 1 (R_1):

$$P_1 = V_1 \cdot I$$

$$P_1 = 4{,}8\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mathrm{A}$$

$$\boxed{P_1 = 5{,}76\,\mathrm{W}}$$

Para o resistor 2 (R_2):

$$P_2 = V_2 \cdot I$$

$$P_2 = 7{,}2\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mathrm{A}$$

$$\boxed{P_2 = 8{,}64\,\mathrm{W}}$$

3 Questão Longa: Transformações termodinâmicas

Escrito por Daniela Sales

Em um cenário sem meios dissipativos, um gás ideal, cujo coeficiente de expansão adiabática γ equivale a 1.4, é submetido a algumas condições.

Parte A: Estudando o gás

Uma quantidade N de mols desse gás está contida em um reservatório muito peculiar. A extremidade lateral, de área transversal S, é uma parede móvel, tal que esse êmbolo esteja acoplado a uma superfície fixa por uma mola ideal.

a) O gás, por ação da força elástica, expande em condições adiabáticas. Calcule o grau de liberdade desse gás.

b) Posteriormente, o gás do reservatório é aquecido, implicando uma expansão isobárica. Calcule a quantidade de mols desse gás.

Parte B: Brincando com o gás, num motor

Para um outro experimento, o mesmo gás age como combustível de um motor. O ciclo termodinâmico da máquina térmica em questão é esquematizado pelo Ciclo de Otto.

c) Tomando a razão $\frac{V}{V_o} = q$, calcule o rendimento do motor, em função de γ e de q.

d) Desenvolva se esse seria o rendimento mais próximo ao ideal de 100%. Vale ressaltar a inviabilidade de um $\eta = 1$, conforme a 2^a Lei da Termodinâmica.

e) Calcule a potência da máquina térmica enunciada, sabendo que o gás sofre 75 compressões, em ciclos, por segundo.

Solução:

a) Em um processo adiabático, isto é, sem trocas de calor, tem-se, para a 1a Lei da Termodinâmica:

$$Q = \Delta U + \tau \Rightarrow \tau_{adiabatica} = -\Delta U$$

$$\frac{P_oV_o - PV}{\gamma - 1} = \frac{nR(T_o - T)}{\gamma - 1} = \frac{i}{2}nR(T_o - T)$$

$$\frac{i}{2} = \frac{1}{\gamma - 1}$$

$$i = \frac{1}{0,2}$$

$$\boxed{i = 5}$$

b) Mais uma vez, equaciona-se a 1a Lei da Termodinâmica, para o devido contexto:

$$Q = \Delta U + \tau$$

$$c_p\Delta T = \frac{i}{2}nR\Delta T + P\Delta V$$

$$c_p = \frac{i}{2}nR + \frac{nRT}{V}\frac{\Delta V}{\Delta T}$$

$$c_p = \frac{i}{2}nR + \frac{nRT}{V}(\frac{nR\Delta T}{P}\frac{1}{\Delta T}) = \frac{i}{2}nR + \frac{nRTnR}{PV}$$

$$c_p = nR(\frac{i}{2} + 1)$$

Podemos utilizar o seguinte artifício:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v}$$

$$\therefore \frac{R}{c_v} = 0,4 \Rightarrow \frac{c_v}{1} = \frac{R}{0,4}$$

$$\frac{c_v + R}{1 + 0,4} = \frac{R}{0,4} = \frac{c_p}{1,4} \Rightarrow c_p = \frac{7R}{2}$$

Logo,

$$\frac{7R}{2} = nR(\frac{5}{2} + 1) = \frac{7}{2}nR$$

$$\boxed{n = 1}$$

c) Por definição, é atribuído que:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_q} = \frac{Q_q - Q_f}{Q_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q}$$

$$\eta = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{P_4V_4 - P_1V_1}{P_3V_3 - P_2V_2}$$

Denota-se que $V_1 = V_4 = V$, enquanto $V_2 = V_3 = V_o$, em tal ciclo de Otto. Além disso, propõe-se o seguinte artifício, conforme as adiabáticas enunciadas:

$$P_1V^\gamma = P_2V_o^\gamma$$
$$P_4V^\gamma = P_3V_o^\gamma$$

$$(P_4 - P_1)V^\gamma = (P_3 - P_2)V_o^\gamma$$

$$\frac{P_4 - P_1}{P_3 - P_2} = \frac{V_o^\gamma}{V^\gamma} = \frac{1}{q^\gamma}$$

Daí, por fim, conclui-se:

$$\eta = 1 - \frac{P_4 - P_1}{P_3 - P_2}\frac{V^\gamma}{V_o^\gamma}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{q^\gamma}q$$

$$\eta = \boxed{1 - q^{1-\gamma}}$$

d) A compreensão da entropia, como grandeza termodinâmica, pode estar associada a capacidade natural energética de realizar trabalho. Assim, na perspectiva física teórica, o $\Delta S = 0$ revela um espontâneo aproveitamento de toda a energia do sistema para a realização de trabalho, a todo instante. Seria, então, o melhor dos rendimentos!

Contudo, nem todas as transformações correspondem a uma variação nula da entropia, somente as denominadas reversíveis. A irreversibilidade dos processos, ao perder a capacidade de realizar trabalho, dá-se por condições não-infinitesimais, como rápidas efusões gasosas e trocas de calor perante grande diefrença de temperatura.

Portanto, entende-se o melhor dos rendimentos para os ciclos termodinâmicos com isotérmicas, bem como o de Carnot, com dois desses processos de temperaturas constantes. Embora o alto rendimento do motor em ciclo de Carnot, a impossibilidade do 100% perdura, uma vez que, como própria máquina térmica, envolve uma transformação entre uma diferença de potenciais térmicos, isto é, de temperaturas. Então, por fim, há sempre uma perda da capacidade de realizar trabalho em um sistema.

e) Dá-se a potência da máquina, na termodinâmica, como $\eta * f_{ciclo}$:

$$P_{ot} = (1 - q^{1-\gamma})75$$

$$\boxed{P_{ot} = 75 - 75q^{1-\gamma}}$$