



1 Questão Curta: Infinitos Resistores

Escrito por Daniela Emília

Dada uma malha quadriculada bidimensional, calcule a resistência equivalente entre dois vértices adjacentes. Tome o circuito como infinito para todos os sentidos e todas as arestas de mesma resistência R .

2 Questão Média: Esferas em rota de colisão

Escrito por Gabriel Mendes

Sobre uma mesa, encontram-se três esferas idênticas de dimensões desprezíveis dispostas sobre os vértices de um triângulo equilátero imaginário ABC de lado L . A esfera inicialmente no vértice A desloca-se em direção a esfera inicialmente em B com velocidade V_1 , a esfera inicialmente em B desloca-se em direção a esfera inicialmente em C com velocidade V_2 e a esfera inicialmente em C desloca-se em direção a esfera inicialmente em A com velocidade V_3 . Sendo $V_1 = V_2 = V_3 = V$, Calcule:

- a) o intervalo de tempo T para que ocorra o encontro entre as esferas;
- b) A distância S percorrida por cada esfera.

3 Questão Longa: Buracos Negros

Escrito por Lucas Cavalcante

Nessa questão, será abordado sobre um dos fenômenos mais fascinantes no universo, os buracos negros. Para isso, iremos derivar algumas relações que ajudam a caracterizar as propriedades físicas e termodinâmicas de um buraco negro. Essa questão é dividida em três partes, onde na primeira serão trabalhadas as características físicas desses objetos, na segunda serão abordadas características termodinâmicas e, no final, iremos estimar o tempo para que um buraco negro desapareça.

Parte A: Propriedades Físicas

Um buraco negro semiclássico, o qual não possui momento angular ou carga, também chamado de buraco negro de Schwarzschild, pode ser caracterizado exclusivamente por sua massa. Portanto, no decorrer da questão esse será o único fator que utilizaremos durante as respostas, além de constantes fundamentais e fatores numéricos, ou seja, durante o decorrer da questão serão investigadas as características de um buraco negro com massa M .

- a) Uma outra característica muito importante para um buraco negro é o seu horizonte de eventos. Ele pode ser definido como a distância do centro do objeto trabalhado em que é preciso se ter uma velocidade igual à velocidade da luz para escapar de sua gravidade, ou seja, a distância a partir do centro em que a **velocidade de escape precisa ser igual a c** . Sabendo que a velocidade de escape é a velocidade necessária para que **a energia total de um corpo sobre influência de um campo gravitacional seja 0**, pois dessa forma, ele conseguirá “chegar no infinito” com velocidade nula, saindo da área de influência do campo gravitacional do buraco negro. **Encontre a expressão para o raio do horizonte de eventos do buraco negro**, também chamado de raio de Schwarzschild.
- b) Com o raio do buraco negro, obtenha também uma expressão para **a área superficial de um buraco negro** em formato de esfera e raio igual ao raio do horizonte de eventos.
- c) Outra importante informação física que se pode obter sobre um buraco negro é a gravidade em sua superfície (κ). Portanto, **encontre a gravidade superficial de um buraco negro** sabendo que ela se relaciona com a força gravitacional exercida sobre um corpo de massa m a uma distância igual ao raio do horizonte de eventos, na forma, $F_g = m\kappa$.

Parte B: Propriedades Termodinâmicas

Agora que possuímos expressões para as características físicas mais importantes de um buraco negro, iremos encontrar suas principais propriedades termodinâmicas: **energia interna, entropia e temperatura**.

- d) **Encontre a energia interna de um buraco negro**, sabendo que ela se relaciona com a massa pela equivalência massa-energia de Einstein.
- e) Para se encontrar a entropia de um buraco negro, normalmente se utiliza conceitos de relatividade geral com a teoria quântica de campos. No entanto, é possível chegar em um resultado em que as dependências de constantes fundamentais e propriedades físicas é correta a partir da análise dimensional, ou seja, igualando as unidades de medida utilizadas em cada termo, apenas não sendo possível encontrar o fator numérico multiplicativo para se encontrar o resultado real. Portanto, sabendo que a entropia do buraco negro é diretamente proporcional a sua área superficial ($S \propto A$), depende exclusivamente das constantes fundamentais G , c , k_b e \hbar , e que o fator numérico multiplicativo é o mesmo da gravidade superficial desse objeto. **Encontre uma expressão para a entropia de um buraco negro**.
- f) Agora que possuímos a energia interna e a entropia do buraco negro, pode-se encontrar uma expressão para a temperatura dele. Para isso, considere que as transformações termodinâmicas sofridas por esse sistema são isocóricas, ou seja, são trocas de calor sem a realização de trabalho e **encontre uma expressão para a temperatura do buraco negro** a partir da primeira lei da termodinâmica na forma diferencial.

Parte C: Evaporação do buraco negro

Por fim, obtemos as principais características de um buraco negro e agora será possível estimar o tempo de vida necessário para que ele evapore considerando apenas a emissão de radiação Hawking, que é uma emissão que segue a mesma fórmula da potência emitida por um corpo negro.

- g) Sabendo das características sobre a radiação emitida por um buraco negro mencionadas no início dessa parte. **Encontre uma expressão para a potência irradiada por esse corpo**.
- h) Portanto, **encontre uma expressão para o tempo que um buraco negro demora para evaporar** considerando que ele apenas perde energia pela emissão de radiação, que é a radiação Hawking.