1 Questão Curta - Letícia

Um carro se movimenta com uma aceleração escalar constante de 5 m/s^2. Assinale a alternativa correta.

a) Em cada segundo, o móvel se desloca 5 m.

b) Em cada segundo, a velocidade do móvel aumenta 5 m/s.

c) Em cada segundo, a aceleração do móvel aumenta 5 m/s.

d) Em cada 5 s, a velocidade aumenta 1 m/s.

e) A velocidade é constante e igual a 5 m/s.

Solução:

a) Em cada segundo, o móvel se desloca 5 m. Isso não é verdade. O deslocamento depende da velocidade inicial e do tempo. O deslocamento não é constante em 5 m a cada segundo.

b) Em cada segundo, a velocidade do móvel aumenta 5 m/s. Isso está correto! A velocidade aumenta em 5 m/s a cada segundo.

c) Em cada segundo, a aceleração do móvel aumenta 5 m/s. Isso não é verdade. A aceleração é constante e igual a 5 m/s^2.

d) Em cada 5 segundos, a velocidade aumenta 1 m/s. Isso também não é verdade. A velocidade aumenta em 5 m/s a cada segundo, não a cada 5 segundos.

e) A velocidade é constante e igual a 5 m/s. Isso não é verdade. A velocidade está aumentando constantemente devido à aceleração.

Portanto, a alternativa correta é a opção **b**

2 Questão Média - Daniela

Um projétil de dimensões desprezíveis é lançado da extremidade de um penhasco de altitude de 10 m, percorrendo uma trajetória parabólica, cuja altura máxima está a 5 m acima do nível em que foi lançado obliquamente. Considere a velocidade horizontal inicial de 6 m/s, em um cenário com resistências desprezíveis e com gravidade de 10 m/s^2.

a) Calcule a tangente do ângulo de lançamento do projétil.

b) Calcule a tangente do ângulo em que o projétil chega ao solo.

c) Calcule a função que relaciona a tangente da trajetória em determinado ponto, com a distância horizontal percorrida até esse tal ponto. Note que, assim, para x = 0, tem-se o valor encontrado em a).

Solução:

O vetor velocidade do projétil muda ao longo do tempo, pela ação da gravidade, permanecendo sempre tangente ao ponto da trajetória daquele instante. Assim, é possível entender a tangente do ângulo como a razão das componentes ortogonais da velocidade.

a) Calcula-se o módulo da velocidade inicial, ao conservar a energia do ponto A ao B:

$$\frac{mv_{oy}^2}{2} = mgh \rightarrow v_{oy} = \sqrt{2gh} \therefore v_{oy} = 10\text{m/s}$$

Por fim:

$$\tan(\theta) = \frac{v_y}{v_x} \therefore \boxed{\tan(\theta) = \frac{5}{3}}$$

b) Calcula-se o módulo v_y no instante final, aplicando a eq. de Torricelli, do ponto B ao C:

$$v_c^2 = v_b^2 + 2g(h+H) \Rightarrow v_x^2 + v_{yc}^2 = v_x^2 + v_{yb}^2 + 2g(h+H)$$

$$v_{yc}^2 = v_{yb}^2 + 2g(h+H) \Rightarrow v_{yc} = \sqrt{2g(h+H)} \therefore v_{yc} = 10\sqrt{3}\ m/s$$

Por fim, adota-se, bem como no item anterior, o sentido para cima e o para a direita como positivos. Logo:

$$\tan(\theta) = \frac{v_y}{v_x} \therefore \tan(\theta) = -\frac{10\sqrt{3}}{6}$$

$$\boxed{\tan(\theta) = -\frac{5\sqrt{3}}{3}}$$

c) Pela função horária da velocidade, define-se que:

$$v_y = v_{oy} - gt \mid \frac{x}{t} = v_x \Rightarrow t = \frac{x}{v_x}$$

Substitui-se em $\tan(\theta) = \frac{v_y}{v_x}$:

$$\tan(\theta) = \frac{v_{oy} - gt}{v_x} = \frac{v_{oy} - \frac{gx}{v_x}}{v_x} = \frac{v_{oy}}{v_x} - \frac{g}{v_x^2}x$$

$$\boxed{\tan(\theta) = \frac{5}{3} - \frac{5x}{18}}$$

3 Questão Longa - Guilherme

Considere o seguinte experimento, duas frentes de onda monocromáticas e em fase, incidem em uma parede com duas fendas pontuais espaçadas por uma distância vertical (no eixo Y) d, e um anteparo se encontra há uma distância D (sendo $D \gg d$) da parede. Considere também que os planos da parede e do anteparo são paralelos, onde nas coordenadas cartesianas XYZ a parede se encontra no plano XY e na origem do eixo Z.

a) Considere as fendas 1 e 2 (sendo a 1 verticalmente acima da 2), cujo seus vetores de campos elétricos respectivos são da seguinte forma:

$$E_1 = \hat{I} E_0 \cos(\omega t)$$

$$E_2 = \hat{I} E_0 \cos(\omega t)$$

onde $\hat{I}$ é o vetore unitário ao longo do eixo x, respectivamente, ω é a frequência angular da luz e E_0 é a amplitude. Encontre a expressão para a intensidade da luz I(θ), que será observada no anteparo onde θ é o ângulo entre o raio de luz e o eixo X. Expresse sua resposta em termos de θ, d, E, c e ω onde c é a velocidade da luz. Observe também que a intensidade é proporcional à média temporal do quadrado do campo elétrico. Aqui você considera a constante de proporcionalidade como β. Você pode ignorar a atenuação na magnitude dos campos elétricos com a distância das fendas a qualquer ponto da tela.

b) Uma placa de vidro perfeitamente transparente, de espessura W e índice de refração N, é introduzido na frente de onda 1 antes da fenda. encontre a expressão para a intensidade da luz I(θ), que será observado no anteparo, expresse sua resposta em função de θ, d, E_0, c, ω, W e N.

c) Um instrumento óptico como quarter wave plate (QWP) é posto no lugar da placa de vidro. Este instrumento muda o estado de polarização da onda, tirando-o do estado linear de polarização:

$$E_1 = \hat{I} E_0 \cos(\omega t)$$

Para um estado de polarização circular:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{I} E_0 \cos(\omega t) \; + \hat{J} E_0 \operatorname{sen}(\omega t) \right]$$

Encontre a expressão para a intensidade I(θ) da luz que será observada no anteparo. (expresse sua resposta nos termos de θ, d, E_0, c e ω.

OBS: Considere que o instrumento não aplica nenhuma diferença de fase adicional e que seja perfeitamente transparente. Observe que a ponta do vetor campo elétrico traça um círculo com o passar do tempo e, portanto, diz-se que o feixe está circularmente polarizado. Assumimos que o ângulo θ é pequeno o suficiente para que a intensidade da fenda 1 não dependa do ângulo θ, mesmo para polarização $\hat{J}$.

Agora considere o seguinte sistema experimental:

I. a rede de difração de duas fendas não se localiza mais na orizem do eixo Z, mas sim depois da cordenada z=c.

II. o instrumento (QWP) descrito no item c) se encontra intersectando a frente de onda 1 e somente ela nas coordenadas entre z=0 e z=a.

III. o polarizador linear 1, Se encontra intersectando a frente de onda 1 e somente ela nas coordenadas entre z=a e z=b, o qual so permite a componente do campo elétrico paralelo ao eixo $\hat{I}'$ passar adiante. cujo tal vetor é definido por:

$$\hat{I}' = \hat{I} \cos(\gamma) + \hat{J} \operatorname{sen}(\gamma)$$

IV. o polarizador linear 2, Se encontra intersectando a frente de onda 1 e somente ela nas coordenadas entre z=b e z=c, o qual polariza a frente de onda novamente para a direção $\hat{I}$.

OBS: Considere que todos esses polarizadores não adicionam nenhuma diferença de fase adicional e são perfeitamente transparentes.

d) Encontre a expressão para o campo elétrico da onda 1 após a primeira polarização em z=b.

e) Encontre a expressão para o campo elétrico da onda 1 após a segunda polarização em z=c.

f) Qual será a diferença de fase (α) entre as duas ondas ao chegarem as fendas?

Solução:

a) A intensidade pode ser calculada pela fórmula:

$$I = R\overline{|E_1 + E_2|^2}$$

Onde R é uma constante de proporcionalidade qualquer e α a diferença de fase:

$$\alpha = \frac{\omega d \operatorname{sen}\theta}{C}$$

$$|E_1 + E_2|^2 = |E_0 \cos{(\omega t)} \ + E_0 \cos{(\omega t + \alpha)} \ |^2$$

$$|E_1 + E_2|^2 = |E_0 \cos{(\omega t)} \ + E_0(\cos{(\omega t)} \ \cos{(\alpha)} - \operatorname{sen}{(\omega t)} \operatorname{sen}{(\alpha)})|^2$$

$$|E_1 + E_2|^2 = E_0^2 |\cos{(\omega t)} \ (1 + \cos{(\alpha)}) - \operatorname{sen}{(\omega t)} \operatorname{sen}{(\alpha)}|^2$$

$$|E_1 + E_2|^2 = E_0^2[\cos{(\omega t)} \ ^2(1 + 2\cos{(\alpha)} + \cos{(\alpha)}^2) + \operatorname{sen}{(\omega t)}^2 \operatorname{sen}{(\alpha)}^2$$
$$- \cos{(\omega t)} \ (1 + \cos{(\alpha)}) \operatorname{sen}{(\omega t)} \operatorname{sen}{(\alpha)}]$$

Considerando que a média de $\operatorname{sen}\theta$ é $\overline{\operatorname{sen}\theta} = 0$ e a média de $\operatorname{sen}^2\theta$ é $\overline{\operatorname{sen}^2\theta} = \frac{1}{2}$, onde θ é uma variável, e sabendo que a média de uma constante é a própria constante, ou seja, apenas as funções derivadas de ωt são variáveis, temos:

$$\overline{|E_1 + E_2|^2} = E_0^2(1 + \cos{(\alpha)})$$

$$\boxed{I(\theta) = \beta E_0^2(1 + \cos\alpha)}$$

b) A inserção da placa de vidro altera a diferença de fase ao adicionar uma diferença de caminho óptico igual a $W(N-1)$:

$$\alpha = \frac{\omega(d \operatorname{sen}\theta - W(N-1))}{C}$$

$$\boxed{I(\theta) = \beta E_0^2(1 + \cos\alpha)}$$

Solução:

c) Com a seguinte diferença de fase α:

$$\alpha = \frac{\omega d \operatorname{sen}\theta}{C}$$

$$|E_1 + E_2|^2 = \left| I \left[\frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \cos(\omega t) \ + E_0 \cos(\omega t + \alpha) \right] + J \frac{1}{\sqrt{2}} \left[E_0 \cos(\omega t) \ \right] \right|^2$$

$$|E_1 + E_2|^2 = \left| I \left[E_0 \cos(\omega t) \ (\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos(\alpha)) - E_0 \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}\alpha \right] + J \frac{1}{\sqrt{2}} \left[E_0 \cos(\omega t) \ \right] \right|^2$$

$$|E_1 + E_2|^2 = E_0^2 [\cos(\omega t) \ ^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos(\alpha) \right)^2 + \operatorname{sen}\omega t^2 \operatorname{sen}\alpha^2$$

$$-2\cos(\omega t) \ \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos(\alpha) \right) \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}\alpha] + \frac{1}{2} \left[\cos(\omega t) \ ^2 \right]$$

$$|E_1 + E_2|^2 = E_0^2 ([\cos(\omega t) \ ^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos(\alpha) \right)^2 + \operatorname{sen}\omega t^2 \operatorname{sen}\alpha^2$$

$$-2\cos(\omega t) \ \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos(\alpha) \right) \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}\alpha] + \frac{1}{2} \cos(\omega t) \ ^2)$$

$$|E_1 + E_2|^2 = E_0^2 ([\cos(\omega t) \ ^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\alpha) + \cos(\alpha)^2 \right) + \operatorname{sen}\omega t^2 \operatorname{sen}\alpha^2$$

$$-2\cos(\omega t) \ \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos(\alpha)) \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}\alpha] + \frac{1}{2} \cos(\omega t) \ ^2 \right)$$

$$\overline{|E_1 + E_2|^2} = E_0^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\alpha) + \cos(\alpha)^2 \right) + \frac{1}{2} \operatorname{sen}\alpha^2 + \frac{1}{4} \right]$$

$$\overline{|E_1 + E_2|^2} = E_0^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\alpha \right)$$

$$I(\theta) = \beta E_0^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\alpha \right)$$

d) O campo elétrico no ponto b é:

$$E_1(b) = \left[\frac{E_0}{\sqrt{2}} (\cos(\omega t - kb) I.I' + \operatorname{sen}(\omega t - kb) J.I') \right] I'$$

$$E_1(b) = \left[\frac{E_0}{\sqrt{2}}(\cos{(\omega t - kb)}\cos\gamma + \text{sen}\,(\omega t - kb)\,\text{sen}\,\gamma)\right] I'$$

$$\boxed{E_1(b) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\left[\cos{(\omega t - kb - \gamma)}\right] I'}$$

e) O campo elétrico no ponto c é:

$$E_1(c) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\left[(\cos{(\omega t - kc - \gamma)})I'.I\right] I$$

$$\boxed{E_1(c) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\left[\cos\gamma\cos{(\omega t - kc - \gamma)}\right] I}$$

f) Sabendo que:

$$E_1(c) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\left[\cos\gamma\cos{(\omega t - kc - \gamma)}\right] I$$

$$E_2(c) = E_0\left[\cos{(\omega t - kc)}\right] I$$

Como a diferença de fase entre as fendas é α:

$$\boxed{\alpha = \gamma}$$