uc3m Universidad Carlos III de Madrid	**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID** EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2022-23** **MATERIA: FÍSICA**	**C**

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- El astronauta Rocannon se ha situado en una órbita circular de 4,36 h de período alrededor de Fomalhaut II, un planeta de $4\cdot10^{23}$ kg de masa y 5000 km de radio.

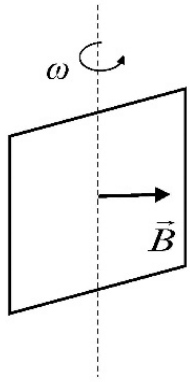
a) Obtenga la altura de la órbita sobre la superficie de Fomalhaut II.
b) Rocannon dispone de $1,5\cdot10^{10}$ J para escapar de Fomalhaut II desde la órbita en que se halla. Determine el valor máximo que puede tener la masa conjunta de Rocannon y su nave para lograr escapar con esa energía.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Pregunta A.2.- Una onda armónica transversal se propaga en una cuerda tensa en el sentido positivo del eje *x*, con una velocidad de 20 m s^{-1}. Sabiendo que el punto situado en *x* = 0,5 m oscila siguiendo la ley $y(t) = 2,5\cos(10\pi t)$ cm, donde *t* está en s, determine:

a) La longitud de onda y el desfase inicial.
b) La velocidad y aceleración máximas de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

Pregunta A.3.- Una espira cuadrada gira con un período de 0,5 s en presencia de un campo magnético uniforme de 400 mT perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial su flujo magnético es máximo e igual a $1,6\cdot10^{-2}$ T m^2, determine:



a) La longitud del lado de la espira y la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.
b) La expresión de la fuerza electromotriz (fem) inducida en función del tiempo y su valor en *t* = 1 s.

Pregunta A.4.- A una distancia de 3 cm a la izquierda de una lente se sitúa un objeto de 2 cm de altura. La imagen es virtual, derecha y tiene una altura de 3 cm (situación A). A continuación, se aleja el objeto de la lente hasta colocarse a 18 cm a la izquierda de la lente, formando una imagen invertida (situación B).

a) Calcule la distancia focal de la lente y dibuje el esquema de rayos en la situación A.
b) Halle el aumento lateral de la imagen en la situación B y dibuje el esquema de rayos en dicha situación.

Pregunta A.5.- Una célula fotoeléctrica de magnesio, cuya longitud de onda umbral es de 339 nm, se ilumina con un haz de luz de frecuencia $1,0\cdot10^{15}$ Hz.

a) Calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos expresada en eV.
b) A continuación, la célula se ilumina con un haz de luz de frecuencia desconocida, de manera que los electrones emitidos con la energía cinética máxima tienen una longitud de onda de de Broglie de 0,87 nm. Halle la frecuencia de este segundo haz de luz.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6\cdot10^{-19}$* C; *Constante de Planck, $h = 6,63\cdot10^{-34}$* J s; *Masa del electrón, $m = 9,1\cdot10^{-31}$* kg.

Pregunta B.1.- Una partícula de masa de $5 \cdot 10^4$ kg se encuentra fija en el punto (6, 8) cm del plano *xy*.

a) Calcule el campo gravitatorio que dicha partícula genera en el origen de coordenadas.

Desde el origen de coordenadas lanzamos una segunda partícula de masa 25 mg con una velocidad de 5 mm s^{-1} según la dirección que une ambas partículas alejándola de la primera.

b) Obtenga la distancia máxima a la que llegará la segunda partícula con respecto a la primera.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Pregunta B.2.- Un coro está formado por 12 cantantes, que están dispuestos en una semicircunferencia de radio *R*. Cada uno de los miembros del coro canta con un mismo nivel de intensidad de 90 dB medido a la distancia de 1 m. Sabiendo que cuando canta el coro entero el nivel de intensidad en el centro de la semicircunferencia es de 88,72 dB, calcule:

a) La potencia sonora emitida por cada uno de los cantantes.

b) El radio de la semicircunferencia, *R*.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta B.3.- Dos cargas puntuales de -3 μC y +2 μC están situadas en los puntos (-2, 0) m y (3, 0) m del plano *xy*, respectivamente. Calcule:

a) El trabajo que realiza el campo eléctrico para traer una carga de +4 μC desde el infinito al punto (0, 4) m del plano *xy*.

b) La fuerza total sobre la carga situada en el punto (0, 4) m ejercida por las otras dos.

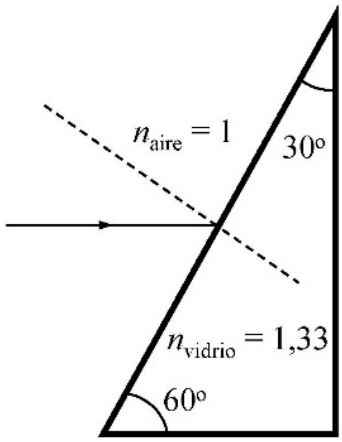
Dato: Constante de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

Pregunta B.4.- Un rayo de luz incide horizontalmente desde el aire sobre la cara de un prisma de vidrio con índice de refracción de 1,33. El prisma tiene forma de triángulo rectángulo, con ángulos de 30º y de 60º (ver figura). Determine:

a) El ángulo de refracción del rayo del aire al vidrio.

b) El ángulo de refracción del vidrio al aire en la cara posterior del prisma.

Dato: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$.



Pregunta B.5.- El isótopo del gas noble Radón-222 (^{222}Rn) es radiactivo y tiene un período de semidesintegración de 3,82 días. La legislación ambiental limita la radiactividad causada por el ^{222}Rn a 300 Bq por metro cúbico.

a) Calcule la constante de desintegración del isótopo ^{222}Rn y la actividad inicial de 1 mg de ^{222}Rn.

b) Determine la masa máxima de ^{222}Rn que puede haber en una habitación de 20 m^3 para que no se sobrepase el límite máximo legal de radiactividad.

Datos: Masa atómica del ^{222}Rn, $M_{222\text{-}Rn} = 222$ u*; Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES -SOLUCIONES

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta A.1.- El astronauta Rocannon se ha situado en una órbita circular de 4,36 h de período alrededor de Fomalhaut II, un planeta de $4\cdot10^{23}$ kg de masa y 5000 km de radio.

a) Obtenga la altura de la órbita sobre la superficie de Fomalhaut II.

b) Rocannon dispone de $1,5\cdot10^{10}$ J para escapar de Fomalhaut II desde la órbita en que se halla. Determine el valor máximo que puede tener la masa conjunta de Rocannon y su nave para lograr escapar con esa energía.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Solución:

a) Para calcular la altura de la órbita, necesitamos determinar su radio. Este se relaciona con el período según la expresión:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow r = \frac{vT}{2\pi}$$

La velocidad orbital puede escribirse en función del radio mediante aplicación de la segunda ley de Newton a la órbita circular alrededor de Fomalhaut II:

$$F = ma \rightarrow \frac{GM}{r^2}m = m\frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Llevando esta velocidad a la expresión previa para el radio y despejando este, llegamos a:

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot4\cdot10^{23}\cdot(4,36\cdot3,6\cdot10^3)^2}{4\pi^2}} = 5501 \text{ km}$$

Sustrayendo el radio del planeta, obtenemos la altura pedida:

$$H = r - R = 501 \text{ km}$$

b) La energía mecánica que Rocannon y su nave poseen en su órbita viene dada por la suma de las energías potencial y cinética:

$$E_{órbita} = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{GM}{r}}\right)^2 = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r},$$

donde se ha utilizado la expresión para la velocidad orbital deducida en el apartado anterior, y *m* denota la masa conjunta de Rocannon y su nave. Si a la energía de la órbita se le añaden los $1,5\cdot10^{10}$ J disponibles con el propósito de escapar de la influencia del planeta, debe lograrse al menos igualar a cero la energía mecánica final, y el mayor valor posible de la masa *m* sería:

$$E_{final} = E_{órbita} + \Delta E = 0 \rightarrow -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r} = -\Delta E \rightarrow m = \frac{2r\Delta E}{GM} = \frac{2\cdot5,501\cdot10^6\cdot1,5\cdot10^{10}}{6,67\cdot10^{-11}\cdot4\cdot10^{23}} = 6186 \text{ kg}$$

Pregunta A.2.- Una onda armónica transversal se propaga en una cuerda tensa en el sentido positivo del eje *x*, con una velocidad de 20 m s^{-1}. Sabiendo que el punto situado en *x* = 0,5 m oscila siguiendo la ley $y(t) = 2,5\cos(10\pi t)$ cm, donde *t* está en s, determine:

a) La longitud de onda y el desfase inicial.

b) La velocidad y aceleración máximas de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

Solución:

a) Para hallar la longitud de onda contamos con la velocidad y la frecuencia angular, de manera que tenemos:

$$\lambda = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\,\pi\,20\text{m s}^{-1}}{10\pi\text{ s}^{-1}} = 4\text{ m}$$

Escribiendo la función de onda general que tenemos en este caso, obtenemos:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi) = 2,5\cos(10\pi t - kx + \phi)\text{ cm}$$

Sustituyendo *x* = 0,5 m, tenemos:

$$y(x=0,5,t) = 2,5\cos(10\pi t - k0,5 + \phi)\text{ cm} = 2,5\cos(10\pi t)\text{ cm}$$

Podemos hallar el número de onda, *k*,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2}\text{ rad m}^{-1}$$

De manera que tenemos

$$-k0,5 + \phi = -\frac{\pi}{4} + \phi = 0 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{4}\text{ rad} = 45^{\circ}$$

También se podría resolver el ejercicio asumiendo que la onda se puede escribir con el seno en lugar de con el coseno, de manera que tendríamos:

$$y(x,t) = A\,\text{sen}(\omega t - kx + \phi) = 2,5\,\text{sen}(10\pi t - kx + \phi')\text{ cm}$$

Sustituyendo *x* = 0,5 m, tenemos:

$$y(0,5\text{ m},t) = 2,5\,\text{sen}\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}0,5 + \phi'\right)\text{cm} = 2,5\cos(10\pi t)\text{ cm} =$$

$$= 2,5\,\text{sen}\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$$

De manera que:

$$-\frac{\pi}{2}0,5 + \phi' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi' = \frac{3\pi}{4}\text{ rad}$$

b) Para hallar la velocidad y la aceleración máxima, tomamos la expresión general de la onda:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi)$$

Derivando, nos queda:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -A\,\omega\,\text{sen}(\omega t - kx + \phi)$$

De manera que la velocidad máxima será:

$$v_{max} = A\,\omega = 0,025\text{ m}\,10\pi\text{ s}^{-1} = 0,79\text{ m s}^{-1}$$

Derivando la velocidad, obtenemos la aceleración:

$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -A\,\omega^2 \cos(\omega t - kx + \phi)$$

De manera que la aceleración máxima será:

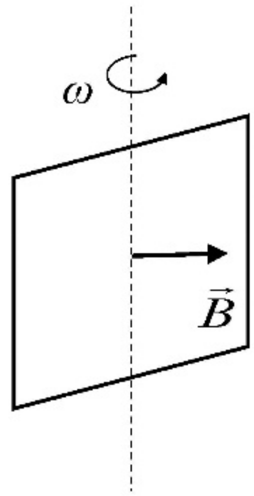
$$a_{max} = A\,\omega^2 = 24,67 \text{ m s}^{-2}$$

También es posible llegar a estos resultados utilizando la función seno.

Pregunta A.3.- Una espira cuadrada gira con un período de 0,5 s en presencia de un campo magnético uniforme de 400 mT perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial su flujo magnético es máximo e igual a 1,6 10^{-2} T m^2, determine:

a) La longitud del lado de la espira y la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

b) La expresión de la fuerza electromotriz (fem) inducida en función del tiempo y su valor en t = 1 s.



Solución:

a) El flujo magnético de la espira es:

$$\Phi_m(t) = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\,a^2 \cos(\omega t + \phi) = \Phi_{m,\max}\cos(\omega t + \phi)$$

Como para t = 0 el flujo es máximo:

$$\Phi_m(t) = \Phi_{m,\max}\cos(\phi) = \Phi_{m,\max} \Rightarrow \phi = 0$$

Por su parte, el flujo máximo es el producto del campo magnético por la superficie de la espira:

$$\Phi_{m,\max} = Ba^2 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{\Phi_{m,\max}}{B}} = 20 \text{ cm}$$

Para completar la expresión del flujo, tenemos que hallar la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \text{ rad s}^{-1}$$

De manera que la expresión del flujo en función del tiempo es:

$$\Phi_m = Ba^2\cos(4\pi t) = 1,6\cdot 10^{-2}\cos(4\pi t) \text{ T m}^2$$

También es válida la expresión del flujo con la función seno:

$$\Phi_m = Ba^2 \,\text{sen}\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = 1,6\cdot 10^{-2}\,\text{sen}\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{T m}^2$$

Al no haber especificado el signo, serían igualmente válidas las expresiones con signo negativo.

b) La expresión de la fem inducida se halla con la ley de Faraday,

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = 0,2\,\text{sen}(4\pi t) \text{ V}$$

Sustituyendo t = 1 s, tenemos:

$$\mathcal{E} = 0 \text{ V}$$

Como en el caso anterior, la expresión hallada con la función seno sería válida:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\,0,2\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{V}$$

Al no haber especificado un criterio de signos, las expresiones anteriores se pueden escribir con signo positivo o negativo.

Pregunta A.4.- A una distancia de 3 cm a la izquierda de una lente se sitúa un objeto de 2 cm de altura. La imagen es virtual, derecha y tiene una altura de 3 cm (situación A). A continuación, se aleja el objeto de la lente hasta colocarse a 18 cm a la izquierda de la lente, formando una imagen invertida (situación B).

a) Calcule la distancia focal de la lente y dibuje el esquema de rayos en la situación A.

b) Halle el aumento lateral de la imagen en la situación B y dibuje el esquema de rayos en dicha situación.

Solución:

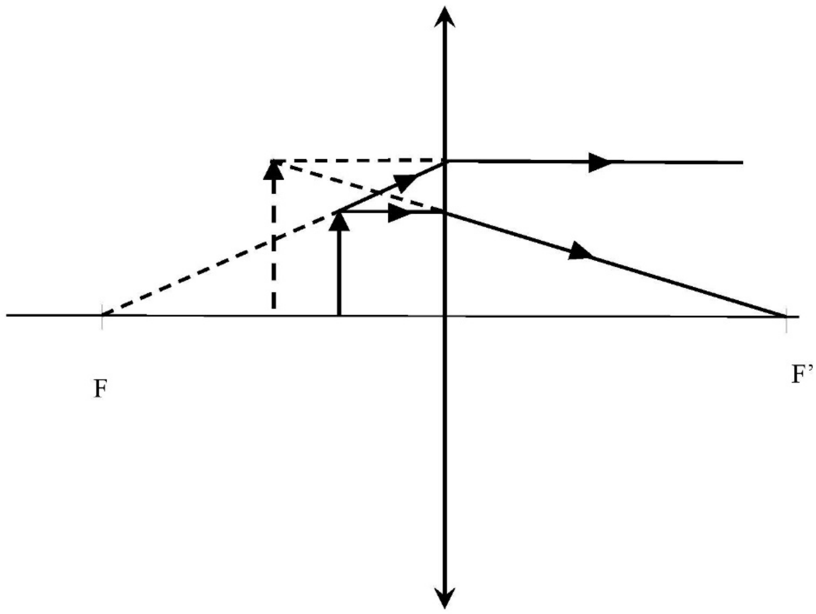
a) En la situación A, tenemos:

$$M_A = \frac{y_A'}{y} = \frac{s_A'}{s_A} = \frac{3}{2} \Rightarrow s_A' = s_A\, 1{,}5 = -4{,}5 \text{ cm}$$

Sabiendo s_A y s'_A, podemos hallar la distancia focal,

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s_A'} - \frac{1}{s_A} \quad \rightarrow \quad f' = \frac{s_A\, s_A'}{s_A - s_A'} = 9 \text{ cm}$$

El esquema de rayos en la situación A será:



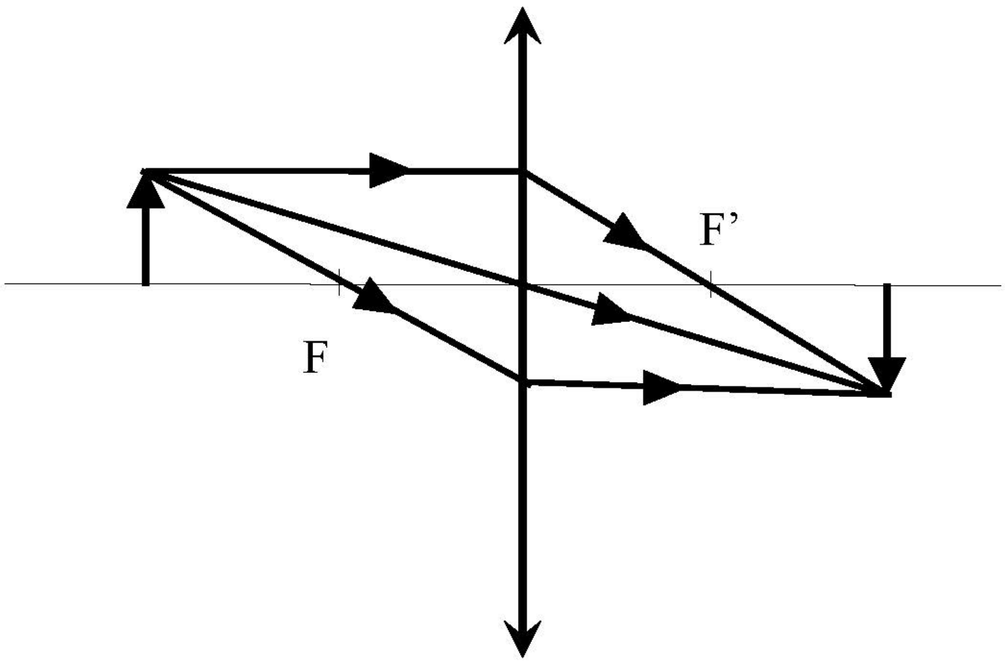
b) Para poder determinar el aumento lateral, M_B, debemos hallar primero s'_B:

$$\frac{1}{s_B'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s_B} \quad \Rightarrow \quad s'_B = 18 \text{ cm}$$

El aumento lateral en la situación B será:

$$M_B = \frac{s_B'}{s_B} = \frac{18}{-18} = -1$$

En la situación B, el esquema de rayos será:


F'
F

Pregunta A.5.- Una célula fotoeléctrica de magnesio, cuya longitud de onda umbral es de 339 nm, se ilumina con un haz de luz de frecuencia $1{,}0 \cdot 10^{15}$ Hz.

a) Calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos expresada en eV.

b) A continuación, la célula se ilumina con un haz de luz de frecuencia desconocida, de manera que los electrones emitidos con la energía cinética máxima tienen una longitud de onda de de Broglie de 0,87 nm. Halle la frecuencia de este segundo haz de luz.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; Masa del electrón, $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Solución:

a) En primer lugar, hallaremos la energía de corte en eV:

$$E_{umbral} = \frac{hc}{\lambda} = 3{,}67 \text{ eV}$$

Por otro lado, la energía de los fotones incidentes en eV es:

$$E_{fotón} = h\, f = 6{,}63 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4{,}14 \text{ eV}$$

Como la energía de los fotones es mayor que la energía de corte, se produce el efecto fotoeléctrico y la energía de los electrones emitidos será la diferencia:

$$E_{eletrones} = E_{foton} - E_{umbral} = 0{,}47 \text{ eV}$$

b) De la expresión de la longitud de onda de de Broglie podemos calcular la velocidad de los electrones emitidos:

$$\lambda_{deBroglie} = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m\lambda_{deBroglie}} = 8{,}37 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

De manera que la energía de los electrones emitidos será:

$$E_{electrones} = \frac{1}{2} m v^2 = 2{,}00 \text{ eV}$$

Así que la energía de los fotones incidentes será:

$$E_{fotones} = E_{electrones} + E_{umbral} = 5{,}67 \text{ eV}$$

Y la frecuencia de los fotones será:

$$f = \frac{E_{electrones}}{h} = 1{,}37 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

SOLUCIONES

(Documento de trabajo Orientativo)

Pregunta B.1.- Una partícula de masa de $5\cdot10^4$ kg se encuentra fija en el punto (6, 8) cm del plano *xy*.

a) Calcule el campo gravitatorio que dicha partícula genera en el origen de coordenadas.

Desde el origen de coordenadas lanzamos una segunda partícula de masa 25 mg con una velocidad de 5 mm s^{-1} según la dirección que une ambas partículas alejándola de la primera.

b) Obtenga la distancia máxima a la que llegará la segunda partícula con respecto a la primera.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Solución:

a) Para calcular el campo gravitatorio generado por la masa en el origen aplicamos la expresión para el caso de una masa puntual:

$$\vec{g} = -G\frac{M}{d^2}\vec{u}_r = -6{,}67\cdot10^{-11}\frac{50\cdot10^3}{(0{,}06^2+0{,}08^2)}\left(-\frac{6}{10}\vec{i}-\frac{8}{10}\vec{j}\right) = \left(2{,}00\,\vec{i}+2{,}67\,\vec{j}\right)\cdot10^{-4}\,\text{m s}^{-2}$$

b) Para calcular la máxima distancia que nos piden, aplicamos el principio de conservación de la energía.

La energía inicial de la partícula será la suma de su energía potencial gravitatoria más su energía cinética y esa energía será la energía potencial de la partícula en el punto final que nos piden.

$$E_{m0} = -G\frac{M\cdot m}{d_0}+\frac{1}{2}mv_0^{\,2} = -6{,}67\cdot10^{-11}\frac{25\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^4}{0{,}1}+\frac{1}{2}25\cdot10^{-6}\cdot(5\cdot10^{-3})^2 = -5{,}21\cdot10^{-10}\ \text{J}$$

$$-5{,}21\cdot10^{-10}\ \text{J} = E_{pf} = -6{,}67\cdot10^{-11}\frac{25\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^4}{d} \rightarrow d = 0{,}16\ \text{m}$$

La distancia pedida es 0,16 m.

Pregunta B.2.- Un coro está formado por 12 cantantes, que están dispuestos en una semicircunferencia de radio *R*. Cada uno de los miembros del coro canta con un mismo nivel de intensidad de 90 dB medido a la distancia de 1 m. Sabiendo que cuando canta el coro entero el nivel de intensidad en el centro de la semicircunferencia es de 88,72 dB, calcule:

a) La potencia sonora emitida por cada uno de los cantantes.

b) El radio de la semicircunferencia, *R*.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) Para hallar la potencia de cada uno de los cantantes, hallamos la intensidad a la distancia de 1 m:

$$90\ \mathrm{dB} = 10\log\frac{I_{1\mathrm{m}}}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I_{1\mathrm{m}} = 10^{-3}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$$

La potencia de cada cantante será:

$$I_{1\mathrm{m}} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = I_{1\mathrm{m}}\ 4\pi r^2 = 1\cdot 10^{-3}\ 4\pi\ \mathrm{W} = 1{,}26\cdot 10^{-2}\ \mathrm{W}$$

b) Ahora cantan 12 cantantes, por lo que la potencia de los 12 es:

$$P_{12} = 12\ P = 0{,}15\ \mathrm{W}$$

Como nos dan el nivel de intensidad, podemos hallar la intensidad en el centro:

$$\beta_{centro} = 10\log\frac{I_{centro}}{I_0} \Rightarrow I_{centro} = I_0\ 10^{\frac{\beta_{centro}}{10}} = 7{,}44\cdot 10^{-4}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$$

De manera que podemos hallar el radio de la semicircunferencia:

$$I_{centro} = \frac{P_{12}}{4\pi R^2} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{P_{12}}{4\pi I_{centro}}} = 4\ \mathrm{m}$$

Pregunta B.3.- Dos cargas puntuales de -3 μC y +2 μC están situadas en los puntos (-2, 0) m y (3, 0) m del plano *xy*, respectivamente. Calcule:

a) El trabajo que realiza el campo eléctrico para traer una carga de +4 μC desde el infinito al punto (0, 4) m del plano *xy*.

b) La fuerza total sobre la carga situada en el punto (0, 4) m ejercida por las otras dos.

Dato: Constante de Coulomb, $K = 9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución:

a) Para hallar el trabajo es necesario hallar el potencial en el punto (0, 4) m:

$$V(0,4) = K\,\frac{q_1}{d_1} + K\,\frac{q_2}{d_2}$$

Donde hemos tomado q_1 = -3 μC y q_2 = 2 μC y las distancias d_1 y d_2, sus distancias al punto (0, 4) m. Las distancias d_1 y d_2 se pueden hallar por trigonometría:

$$d_1 = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20}\ \text{m};\quad d_2 = \sqrt{3^2+4^2} = 5\ \text{m}$$

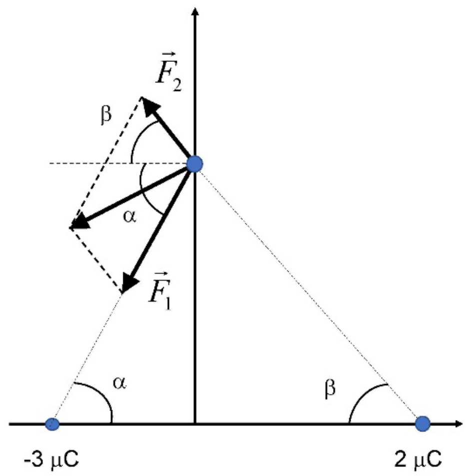
Sustituyendo nos queda:

$$V(0,4) = -2{,}43\cdot10^3\ \text{V}$$

El trabajo desde el infinito es la diferencia de potencial entre el infinito y el punto multiplicado por la carga que se transporta:

$$W = -q_3\,(V(0,4) - V_\infty) = 9{,}75\cdot10^{-3}\ \text{J}$$

b) Para calcular la fuerza hacemos un diagrama para hacer mejor el cálculo:



En primer lugar, calculamos los cosenos y senos de los ángulos α y β:

$$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{20}};\quad \text{sen}\,\alpha = \frac{4}{\sqrt{20}}$$

$$\cos\beta = \frac{3}{5};\quad \text{sen}\,\beta = \frac{4}{5}$$

La fuerza $\vec{F}_1$ será el módulo multiplicado por el vector unitario $\vec{u}_1$:

$$\vec{F}_1 = K\,\frac{q_1q_3}{d_1^2}\vec{u}_1 = 5{,}4\cdot10^{-3}\left(-\cos\alpha\,\vec{i} - \text{sen}\,\alpha\,\vec{j}\right)\text{N} =$$

$$= 5{,}4\cdot10^{-3}\left(-\frac{2}{\sqrt{20}}\vec{i} - \frac{4}{\sqrt{20}}\vec{j}\right)\text{N} = \left(-2{,}41\cdot10^{-3}\,\vec{i} - 4{,}83\cdot10^{-3}\,\vec{j}\right)\text{N}$$

Y la fuerza $\vec{F}_2$ será su módulo multiplicado por el vector unitario $\vec{u}_2$:

$$\vec{F}_2 = K\,\frac{q_2q_3}{d_2^2}\vec{u}_2 = 2{,}9\cdot10^{-3}\left(-\cos\beta\,\vec{i} + \text{sen}\,\beta\,\vec{j}\right)\text{N} = 2{,}9\cdot10^{-3}\left(-\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right)\text{N}=$$

$$=\left(-1{,}73\cdot10^{-3}\,\vec{i} + 2{,}30\cdot10^{-3}\,\vec{j}\right)\text{N}$$

La fuerza total será la suma de ambos vectores:

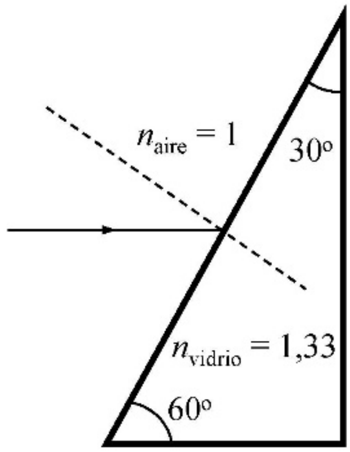
$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \left(-4,14\cdot10^{-3}\,\vec{i} - 2,53\cdot10^{-3}\,\vec{j}\right)\,\mathrm{N}$$

Pregunta B.4.- Un rayo de luz incide horizontalmente desde el aire sobre la cara de un prisma de vidrio con índice de refracción de 1,33. El prisma tiene forma de triángulo rectángulo, con ángulos de 30º y de 60º (ver figura). Determine:

a) El ángulo de refracción del rayo del aire al vidrio.

b) El ángulo de refracción del vidrio al aire en la cara posterior del prisma.

Dato: Índice de refracción del aire, n_{aire} = 1.



Solución:

a) Aplicando la ley de Snell y, sabiendo que el ángulo de incidencia es de 30º, obtenemos:

$$n_{aire}\ \text{sen}(30^\circ) = n_{vidrio}\ \text{sen}(\theta_t) \quad\Rightarrow\quad \text{sen}\,\theta_t = \frac{n_{aire}}{n_{vidrio}}\text{sen}(30^\circ) = 0,37594$$

De manera que el ángulo de transmisión del rayo del aire al vidrio es:

$$\theta_t = 22,08^\circ$$

b) Los ángulos β y θ_t son complementarios, por lo que tenemos:

$$\beta = 90^\circ - \theta_t = 67,92^\circ$$

Por otra parte, α y θ_i' son también complementarios y la suma de α, β y 30º debe ser 180º, ya que son los ángulos de un triángulo, por lo que tenemos:

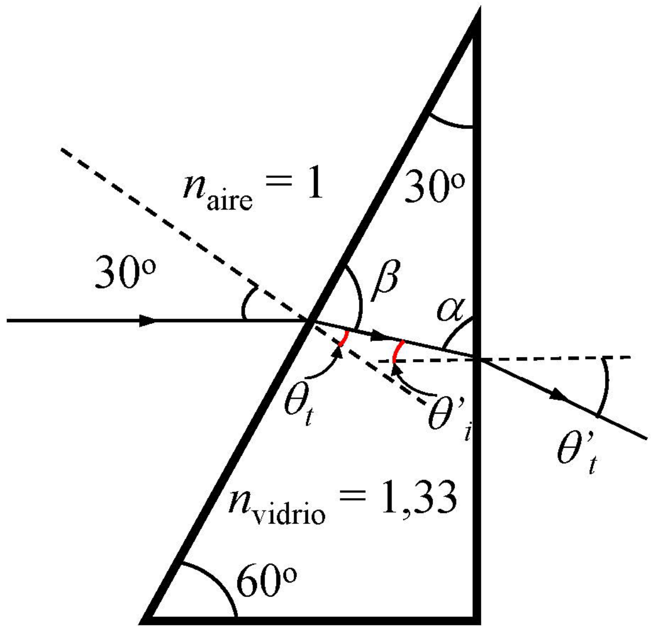
$$\alpha = 180^\circ - \beta - 30^\circ = 82,08^\circ$$

De manera que el ángulo de incidencia en la frontera vidrio – aire será:

$$\theta_i' = 90^\circ - 82,08^\circ = 7,92^\circ$$

Aplicando la ley de Snell, tenemos:

$$1,33\ \text{sen}\,\theta_i' = 1\ \text{sen}\,\theta_t' \Rightarrow \theta_t' = 10,56^\circ$$



Pregunta B.5.- El isótopo del gas noble Radón-222 (^{222}Rn) es radiactivo y tiene un período de semidesintegración de 3,82 días. La legislación ambiental limita la radiactividad causada por el ^{222}Rn a 300 Bq por metro cúbico.

a) Calcule la constante de desintegración del isótopo ^{222}Rn y la actividad inicial de 1 mg de ^{222}Rn.

b) Determine la masa máxima de ^{222}Rn que puede haber en una habitación de 20 m^3 para que no se sobrepase el límite máximo legal de radiactividad.

Datos: Masa atómica del ^{222}Rn, $M_{222\text{-Rn}} = 222$ u; *Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

Solución:

a) Para obtener la constante de desintegración:

$$T_{1/2} = 3{,}82 \text{ días} = 3{,}3\cdot 10^5 \text{ s}$$

La constante de desintegración radiactiva se calcula ahora como:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 2{,}1\cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} = 0{,}181 \text{ días}^{-1}$$

Para hallar la actividad inicial de 1 mg de Radón necesitamos saber el número de núcleos de Radón que hay en un miligramo:

$$N(1\text{ mg}) = 1\cdot 10^{-3}\,\frac{1}{222}\,6{,}02\cdot 10^{23} = 2{,}71\cdot 10^{18} \text{ núcleos}$$

La actividad es el producto de la constante de desintegración por el número de núcleos:

$$A_0 = \lambda\, N = 2{,}1\cdot 10^{-6}\; 2{,}71\cdot 10^{18} = 5{,}69\cdot 10^{12}\,\text{Bq}$$

b) Para hallar el límite de actividad máxima que puede haber en la habitación, multiplicamos el volumen de la habitación por el límite de actividad por m^3:

$$A_{lim} = 300\cdot 20 = 6000 \text{ Bq}$$

Con esta actividad límite podemos hallar el número máximo de núcleos que puede haber en la habitación:

$$N_{lim} = \frac{A_{lim}}{\lambda} = 2{,}86\cdot 10^9 \text{ núcleos}$$

La masa límite de ^{222}Rn se halla finalmente como:

$$m_{lim} = \frac{M_{222-\text{Rn}} N_{lim}}{N_A} = 1{,}05\cdot 10^{-12} \text{ g}$$