

1 Algorithme de rendu de monnaie

On s'intéresse à un algorithme récursif qui permet de rendre la monnaie à partir d'une liste donnée de valeurs de pièces et de billets.

Le système monétaire est donné sous forme d'une liste décroissante fixée :

pieces = [100, 50, 20, 10, 5, 2, 1]

On supposera qu'il n'y a pas de limitation quant à leur nombre.

On cherche à donner la liste de pièces à rendre pour une somme donnée en argument. Ecrire le code Python de la fonction rendu_monnaie qui implémente cet algorithme et renvoie la liste des pièces à rendre. La fonction prend un deuxième entier i qui correspond à l'indice de la pièce actuellement considérée. Par défaut, il vaut 0 et peut donc être omis lors des tests.

2 Le robot cupide.

Le robot se trouve à l'entrée Nord-Ouest d'un damier rectangulaire de $N \times M$ cases. Il doit sortir par la sortie Sud-Est en descendant vers le Sud et en allant vers l'Est.

Il a le choix à chaque pas (un pas = une case) entre : descendre verticalement ; aller en diagonale ; ou se déplacer horizontalement vers l'Est. Il y a un sac d'or sur chaque case, dont la valeur est lisible depuis la position initiale de Toto. Le but de Toto est de ramasser le plus d'or possible durant son trajet.

On veut écrire en pseudo-code, un algorithme Robot-cupide(x, y) qui, étant donnés le damier et les coordonnées x et y d'une case, rend la quantité maximum d'or (gain) que peut ramasser le robot en se déplaçant du coin Nord-Ouest jusqu'à cette case. En C, on pourra considérer que le damier est un tableau bidimensionnel déclaré globalement et dont les dimensions sont connues.

A	B
C	D

Question 1. Considérons quatre cases du damier comme ci-dessus et supposons que l'on connaisse le gain maximum du robot pour les cases A, B et C, quel sera le gain maximum pour la case D ?

Question 2. Écrire l'algorithme.

Question 3. Si le robot se déplace d'un coin à l'autre d'un damier carré 4×4 combien de fois l'algorithme calcule-t-il le gain maximum sur la deuxième case de la diagonale ? Plus généralement, lors du calcul du gain maximum sur la case x, y combien y a-t-il d'appels au calcul du gain maximum d'une case i, j ($i \leq x, j \leq y$) ?